

На правах рукописи



Пьянкова Марина Анатольевна

**ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА ДИНАМИКУ ЗАЖАТОЙ
КАПЛИ ЖИДКОСТИ**

Специальность 1.1.9 – «Механика жидкости, газа и плазмы»

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Пермь – 2022

Работа выполнена в Институте механики сплошных сред Уральского Отделения Российской академии наук – филиале Федерального государственного бюджетного учреждения науки Пермский федеральный исследовательский центр Уральского отделения Российской академии наук

Научный руководитель: кандидат физико-математических наук, доцент
Алабужев Алексей Анатольевич

Официальные оппоненты:

Ведущая организация:

Защита состоится _____ в _____ часов на заседании диссертационного совета Д 004.036.01 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки "Пермский федеральный исследовательский центр Уральского отделения Российской академии наук" (филиал – Институт механики сплошных сред УрО РАН) по адресу: 614013, г. Пермь, ул. Академика Королёва, 1; тел: (342) 237-84-61; факс: (342) 237-84-87; сайт: www.icmm.ru.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте Института механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук.

Автореферат разослан «___» «_____» 2022 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,
д.ф.-м.н., доцент

А. Л. Зуев

Общая характеристика работы

Актуальность и степень разработанности избранной темы.

Электросмачивание диэлектрика (electrowetting on dielectric, EWOD), явление, относящееся к влиянию электрического поля на смачивание капель жидкости поверхности электрода, покрытой диэлектрическим слоем, является важным и универсальным методом манипулирования каплями. До сих пор он привлекал значительное внимание из-за его важности для фундаментального научного понимания и многочисленных технологических приложений, таких как новые цифровые микрожидкостные устройства, быстродействующие дисплеи, скоростная съемка, линзы с переменным фокусным расстоянием, струйная печать, самоочищающаяся или антиобледенительная поверхность, вызывающая отрыв капель и т.д. Для улучшения свойств таких устройств решающее значение имеет фундаментальное понимание динамики капель, обусловленной электросмачиванием (EW). Установлено, что растекающееся движение капли по твердой подложке инициируется электрической силой, сосредоточенной вблизи линии контакта трех сред, динамика которой определяется балансом движущей электрической силы, капиллярной силы и силы сопротивления (т. е. трения контактной линии о твердую поверхность).

В настоящее время, хорошо изучено установившееся движение контактной линии по хорошо или полностью смачиваемой подложке. В этом случае жидкость растекается по подложке либо за счет межчастичного взаимодействия (например, ван-дер-ваальсово притяжение молекул жидкости к подложке), либо за счет статических внешних воздействий (сила тяжести, центробежная сила и т.д.). Есть существенное продвижение в исследованиях при более интенсивном движении контактной линии, а также для конечных значений динамического краевого угла. Существенной проблемой остается изучение движения по неоднородной (шероховатой) поверхности. Здесь процесс исследований ещё далек до завершения.

При рассмотрении высокочастотного осциллирующего движения линии контакта ситуация существенно отличается от рассмотренного выше случая поступательного движения. Теперь влияние вязких сил становится значимым лишь в тонких пограничных слоях вблизи твердой поверхности, а движение линии контакта определяется в основном быстроосциллирующим полем давления. Следовательно, можно рассматривать невязкое поведение жидкости в ядре, учитывая вязкость лишь внутри динамического пограничного слоя вблизи твердой подложки. Сложные процессы, происходящие в непосредственной близости линии контакта, из рассмотрения исключаются с помощью эффективных граничных условий, накладываемых на динамику видимого краевого угла. В этом случае неоднородность поверхности вносит ещё более важный вклад в динамику линии контакта и создает существенные трудности при описании поведения

краевого угла. Дополнительной сложностью является действие внешней неоднородной силы или движение в неоднородном силовом поле. Суммарное влияние всех перечисленных факторов существенно усложняет изучение и моделирование динамики контактной линии и требует дальнейших исследований.

Цели и задачи. Изучить динамику капли жидкости, зажатой между двумя неоднородными пластинами, в неоднородном переменном электрическом поле. Определить влияние неоднородностей поверхности пластин и электрического поля на динамическую форму капли, амплитуду колебаний боковой поверхности и краевых углов капли. Дополнительно исследовать влияние осесимметричных или круговых вибраций на такую каплю. Для достижения поставленных целей были сформулированы и решены следующие задачи:

1. Изучить влияние различающихся однородных пластин на динамику капли однородном или неоднородном переменном электрическом поле;
2. Изучить влияние различающихся неоднородных поверхностей пластин на динамику капли однородном или неоднородном переменном электрическом поле;
3. Изучить влияние свойств поверхностей на динамику капли под действием осесимметричных вибраций
4. Изучить вынужденные колебания, их устойчивость и групповую динамику цилиндрических капель под действием круговых вибраций

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Результаты исследования вынужденных колебаний капли, зажатой между разными однородными или неоднородными поверхностями и окруженной другой жидкостью, в однородном переменном электрическом поле.
2. Результаты исследования вынужденных колебаний капли, зажатой между разными однородными или неоднородными поверхностями и окруженной другой жидкостью, в однородном переменном электрическом поле.
3. Результаты исследования вынужденных колебаний капли, зажатой между разными неоднородными поверхностями и окруженной другой жидкостью, в поперечном вибрационном поле.
4. Результаты исследования устойчивости вынужденных колебаний цилиндрической капли идеальной жидкости, окруженной другой жидкостью, при круговых вибрациях.

Научная новизна работы заключается в том, что в ней

1. Впервые рассмотрены вынужденные колебания цилиндрической капли, окруженной другой жидкостью и сжатой между двумя параллельными поверхностями, как однородными, так и неоднородными, при изучении колебаний капли в однородном электрическом поле. Получены уравнения для произвольного случая неоднородности поверхности. Найдены выражения, описывающее течение в капле и окружающей жидкости. Построены амплитудно-частотные характеристики, форма боковой

поверхности и контактной линии. Показано, что в случае разных однородных пластин возбуждаются как четные, так и нечетные гармоники. В случае неоднородных пластин возбуждаются азимутальные моды, спектр которых определяется неоднородностью. В них энергия передается из осесимметричной моды из-за неоднородности поверхностей;

2. Впервые рассмотрены вынужденные колебания цилиндрической капли в неоднородном переменном электрическом поле. Показано, что в этом случае возбуждаются азимутальные моды, энергия в которые закачивается напрямую из внешнего поля.
3. Впервые найдено решение, описывающие течение в цилиндрической капле, зажатой между разными неоднородными пластинами, и в окружающей ее жидкости при учете динамики контактного угла в поле осесимметричных вибраций.
4. Впервые исследована устойчивость вынужденных колебаний цилиндрической капли со свободной контактной линией и окруженной другой жидкостью в поле круговых вибраций. Исследована параметрическая неустойчивость для произвольной капли в ансамбле взаимодействующих капель.

Теоретическая и практическая значимость работы.

Полученные результаты могут быть использованы, во-первых, для апробации других теоретических моделей. Во-вторых, для оценки постоянной смачивания по сравнению с экспериментальными данными, а также для исследования неоднородности платин или электрического поля. Также они могут быть полезны для изучения поведения различных включений в слое жидкости между твердыми поверхностями при наличии вибраций, при разработке методов управления кристаллизацией при выращивании кристаллов методом жидкой зоны. Например, резонансные эффекты могут быть использованы для улучшения перемешивания в капле жидкости для микрожидкостных устройств. Возможно создание методов изучения физических параметров и свойств жидкости бесконтактным способом.

Методология и методы диссертационного исследования

Рассматривались малоамплитудные колебания капли, поэтому использовался метод малого параметра. Решение во всех задачах искалось в виде рядов Фурье по базисным функциям оператора Лапласа. Для описания скорости движения линии контакта использовалось эффективное граничное условие.

Достоверность результатов, полученных в диссертационной работе, подтверждается сравнением с известными ранее работами и согласием результатов, полученных разными методами и с использованием разных подходов. Например, значения резонансных частот внешнего поля хорошо

согласуются со значениями соответствующих частот собственных колебаний.

Публикации. Материалы диссертации изложены в 10 работах [1-10]: 7 работ индексированы в международных базах данных Scopus и Web of Science [1-7], 3 работы в журналах из списка ВАК [8-10].

Личный вклад автора. Автором работы проведены аналитические вычисления амплитудных уравнений и написаны вычислительные программы расчета. Постановка задач, обсуждение и анализ результатов осуществлены совместно с научным руководителем.

Апробация работы. Результаты диссертационной работы были представлены и обсуждались «XXI Зимняя школа по механике сплошных сред», Пермь, 2019; «XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики», Уфа, 2019; XIX научная школа «Нелинейные волны - 2020», Нижний Новгород, 2020; International Symposium «NON-EQUILIBRIUM PROCESSES IN CONTINUOUS MEDIA», Perm, 2021; «XXII Зимняя школа по механике сплошных сред», г. Пермь, 2021.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка цитируемой литературы из 116 наименований. Общий объем диссертации составляет 95 страниц, включая 43 рисунка.

Основное содержание работы

Во **введении** обоснована актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, сформулированы цель и поставлены задачи, отражена научная новизна исследований, описана теоретическая и практическая значимость полученных результатов, представлены положения, выносимые на защиту.

В первой главе проведен обзор литературы, относящийся к результатам исследования поведения капель и пузырьков во внешних силовых полях. Приведен обзор, посвященный динамике капель и пузырьков на диэлектрической подложке в электрическом поле (electrowetting-on-dielectric, EWOD).

В большинстве теоретических работ по электросмачиванию описание краевого угла \mathcal{G} между поверхностью капли и подложкой определяется из уравнения Юнга-Липпмана:

$$\cos \mathcal{G} = \cos \mathcal{G}_0 + E_w, \quad (1.1)$$

где $\cos \mathcal{G}_0 = \sigma_{ic}^{-1}(\sigma_{ip} - \sigma_{cp})$, $E_w = 0.5CV^2\sigma_{ic}^{-1}$, $C = \varepsilon\varepsilon_0d^{-1}$, \mathcal{G}_0 – контактный угол без приложенного напряжения – равновесный краевой угол, который определяется уравнением Юнга, σ – межфазное поверхностное натяжение между каплей проводящей жидкости (c), окружающей жидкостью (i) и диэлектрической поверхностью (p), E_w – электрокапиллярное число (оно представляет собой отношение электростатической энергии жидкости к

межфазной энергии, окружающей жидкость), C – емкость на единицу площади, V – значение приложенного напряжения постоянного электрического тока, d – толщина диэлектрического слоя, ε_0 и ε – коэффициент диэлектрической проницаемости вакуума и подложки, соответственно. Последний член в уравнении (1.3) – модифицированный член уравнения Юнга-Липмана.

Однако данное условие (1.3) плохо описывает поведение краевого угла в переменных полях и при больших потенциалах. Поэтому важной является проблема построения теоретической модели описания изменения краевого угла при электросмачивании.

Условие Хокинга – это одно из наиболее часто используемых эффективных граничных условий, описывающих динамику контактной линии. Указанное условие предполагает линейную связь между скоростью движения контактной линии и отклонением краевого угла от равновесного значения:

$$\frac{\partial \zeta^*}{\partial t^*} = \Lambda^* \mathbf{k} \cdot \nabla \zeta^*, \quad (1.2)$$

где ζ^* – отклонение поверхности жидкости от равновесного положения, Λ^* – феноменологическая постоянная (постоянная Хокинга), \mathbf{k} – вектор нормали к твердой поверхности. Условие (1.2) приведено для прямого равновесного краевого угла, но его можно записать и для произвольного значения. Отметим, что условия фиксированной контактной линии ($\zeta^* = 0$) и постоянного краевого угла ($\mathbf{k} \cdot \nabla \zeta^* = 0$) являются предельными случаями граничного условия (1.2). Условие (1.2) всегда приводит к затуханию колебаний, за исключением двух предельных случаев, указанных выше. Затухание, в первую очередь, обусловлено взаимодействием движущейся контактной линии с неровностями (шероховатостями) ограничивающих поверхностей. Кроме того, шлифовка поверхности вертикальных стенок увеличила параметр Λ^* в несколько раз, то есть параметр Λ^* характеризует не только взаимодействие жидкости и стенок, но еще и качество обработки поверхности стенок.

(1.3) Внешнее электрическое поле играет роль источника движения и вынуждает контактный угол изменяться во времени. Мы предполагаем, что электрическое поле является периодической функцией по времени $\cos(\omega^* t^*)$. Для очень быстрых релаксационных процессов на линии контакта трех сред краевой угол меняется по закону $\cos(2\omega^* t^*)$ согласно закону Липмана (1.3). Принимая во внимание более общий случай, когда релаксационные эффекты происходят в масштабах времени, сопоставимых с внешними силами, мы

можем сформулировать эффективное граничное условие, которое должно выполняться на линии контакта, т. е. скорость линии контакта пропорциональна отклонению краевого угла и скорости быстрых релаксационных процессов, частота которых пропорциональна удвоенной частоте электрического поля ω^* :

$$\frac{\partial \zeta^*}{\partial t^*} = \pm \Lambda^* \left(\frac{\partial \zeta^*}{\partial z^*} + A^* \cos(2\omega^* t^*) \right), \quad (1.4)$$

Данное граничное условие для EWOD было сформулировано на основе уравнения Хокинга, где ζ^* – отклонение поверхности капли от положения равновесия, z^* – осевая координата, Λ^* – феноменологическая константа (так называемый параметр смачивания или параметр Хокинга), имеющий размерность скорости, A^* – эффективная амплитуда, ω^* – частота электрического поля. Второе слагаемое в граничном условии (1.4) описывает внешнее действие, которое записывается так же, как и в уравнении Юнга-Липмана, пропорционально напряжению в квадрате: $\cos \vartheta = E_w = \tilde{E}_w V^2$, $\cos \vartheta_0 = 0$ в нашей задаче, таким образом, $\zeta_z \sim \text{ctg } \vartheta = E_w / \sqrt{1 - E_w^2} = \tilde{E}_w V^2 / \sqrt{1 - \tilde{E}_w^2 V^4} \approx \tilde{E}_w V^2 + O(V^6) \approx \tilde{E}_w V^2 \sim V^2$. Модифицированное условие показало хорошее качественное согласие с экспериментальными данными.

В случае переменного электрического поля, электрический потенциал постоянного поля V заменяется на потенциал переменного поля $U \sim \cos(\omega t)$, следовательно, $\zeta_z \sim \text{ctg } \vartheta \approx \tilde{E}_w U^2 \sim \tilde{E}_w \cos(2\omega t)$.

Перенормированное электрокапиллярное число \tilde{E}_w играет роль квадрата эффективной амплитуды электрического поля.

Отдельное внимание уделено эффекту, часто встречающемуся при вибрационном воздействии, параметрическому резонансу. Приведен обзор изучения динамики ансамблей параметрически возбуждаемых осцилляторов.

Вторая глава. В данной главе исследовано влияние неоднородности поверхности под действием однородного переменного электрического поля на вынужденные колебания капли жидкости. Предложена модель учёта неоднородности поверхности подложки. Рассмотрен случай пространственно-однородного электрического поля. Получены данные об отклонении поверхности и частотных характеристиках в зависимости от постоянной Хокинга, частоты и амплитуды внешнего электрического поля и геометрических параметров системы.

В разделе 2.1 приведена постановка задачи о вынужденных колебаниях капли жидкости в переменном электрическом поле. Рассматривается динамика капли несжимаемой жидкости с плотностью ρ_i^* , окруженной другой жидкостью плотности ρ_e^* (здесь и далее величины с индексом i

относятся к капле, а с индексом e к окружающей жидкости). Вся система ограничена двумя параллельными твердыми поверхностями, расстояние между которыми равно h^* . Сосуд замкнут на бесконечности, поэтому влияние боковых стенок на движение капли не учитывается. Торцы сосуда являются проводящими и покрыты изнутри диэлектрической пленкой. В равновесном состоянии капля имеет форму круглого цилиндра. Равновесный краевой угол между боковой поверхностью капли и твердыми плоскостями прямой. К торцам сосуда прикладывается переменное напряжение, имеющее частоту ω^* , что позволяет возбуждать внутри него электрическое поле. Внешнее переменное электрическое поле действует как внешняя сила, имеющая амплитуду A^* и частоту $2\omega^*$, которая вызывает движение контактной линии. Движение линии контакта описывается модифицированным граничным условием Хокинга (1.4). В главном порядке разложения по малой амплитуде вибраций.

Рассматривается потенциальное течение, поэтому уравнения написаны в терминах потенциала скорости. В пренебрежении вязким затуханием запишем в безразмерной форме уравнения Бернулли и непрерывности и граничные условия:

$$p_j = -\rho_j \frac{\partial \varphi_j}{\partial t}, \quad \Delta \varphi_j = 0, \quad j = e, i, \quad (2.1)$$

$$r = 1: \quad \left[\frac{\partial \varphi}{\partial r} \right] = 0, \quad \frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial \varphi}{\partial r}, \quad [p] = \zeta + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial \alpha^2} + b^2 \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2}, \quad (2.2)$$

$$r = 1, \quad z = \pm 1/2: \quad \frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\Lambda_{u,b}(\alpha) \left(\frac{\partial \zeta}{\partial z} + Af(\alpha) \cos(2\omega t) \right), \quad (2.3)$$

$$z = \pm 1/2: \quad \frac{\partial \varphi_j}{\partial z} = 0, \quad (2.4)$$

где квадратные скобки обозначают скачок величины на границе раздела между внешней жидкостью и каплей, p – давление в жидкости, ρ – плотность жидкости, φ – потенциал скорости, A и ω – амплитуда и частота переменного электрического поля, ζ – отклонение поверхности от равновесного положения, $\Lambda_{u,b}(\alpha)$ – безразмерный параметр Хокинга на верхней и нижней пластинах соответственно, $f(\alpha)$ – функция пространственной неоднородности электрического поля (в случае однородного электрического поля $f(\alpha) = 1$), α – азимутальный угол.

Параметр Хокинга Λ определяет свойства поверхностей, которые ограничивают каплю, т.е. характеризует взаимодействие контактной линии с подложкой. Ранее, в других работах, этот параметр был константой. В данной работе мы предлагаем возможность описывать неоднородность поверхности,

представляя этот параметр в виде функции координат. Отметим, что параметр Хокинга в условии (2.3) имеет два важных предельных случая: $\Lambda = 0$ – закрепленная линия контакта, $\Lambda \rightarrow \infty$ – свободно скользящая контактная линия.

В разделе 2.2 рассмотрен случай однородного электрического поля, при этом функция пространственной неоднородности в уравнении (2.3) равна $f(\alpha) = 1$, и однородных разных пластин ($\Lambda_{u,b}$ – параметр смачивания разных на верхней и нижней пластинах). Решение краевой задачи (2.1) – (2.4) ищем в виде разложения в ряд Фурье по собственным функциям оператора Лапласа.

Внешняя сила возбуждает осесимметричные вынужденные колебания боковой поверхности капли. Функция внешнего воздействия является нечетной относительно координаты z , поэтому распределение энергии происходит между нечетными модами. По причине отсутствия симметрии между свойствами пластин, возбуждаются также и четные моды. Это приводит к появлению парных резонансных пиков на амплитудно-частотных характеристиках (см. рис. 2.1). В большинстве случаев резонансная амплитуда нечетной моды выше соответствующей четной.

Из представленных графиков на рис. 2.1 видно, что с увеличением параметра λ_b значения резонансных частот уменьшаются. Несмотря на слабую диссипацию при малых значениях λ , амплитуда колебаний боковой поверхности конечна (рис. 2.1а, г). Контактный угол изменяется в широком диапазоне (рис. 2.1д). Следует отметить, что если оба параметра λ_u и λ_b малы (или велики), но не идентичны, то амплитуда поверхностных колебаний всегда конечна. Другими словами, диссипация энергии в системе определяется суммарным инкрементом затухания, соответствующего данной паре параметров λ_u и λ_b .

Для наглядности на рис. 2.1 показан случай, когда параметры Хокинга идентичны: $\lambda_u = \lambda_b = 0.1$. В этом случае возбуждаются только нечетные моды и отклонение боковой поверхности капли в середине слоя равно нулю (рис. 2.1а). На определенных частотах ω движение капли не зависит от параметра смачивания λ и при любых его значениях линия контакта остается неподвижной (рис. 2.1в), возникают так называемые «антирезонансные» частоты. Этот эффект аналогичен параллельному резонансу, т. е. совпадению частоты напряжения с частотой параллельного колебательного контура.

В целом, амплитуда колебаний боковой поверхности зависит от амплитуды колебаний линий контакта, т.е. от амплитуды внешней силы. Поэтому при малых λ отклонения линии контакта невелики, что приводит к незначительным отклонениям боковой поверхности (не в резонансе).

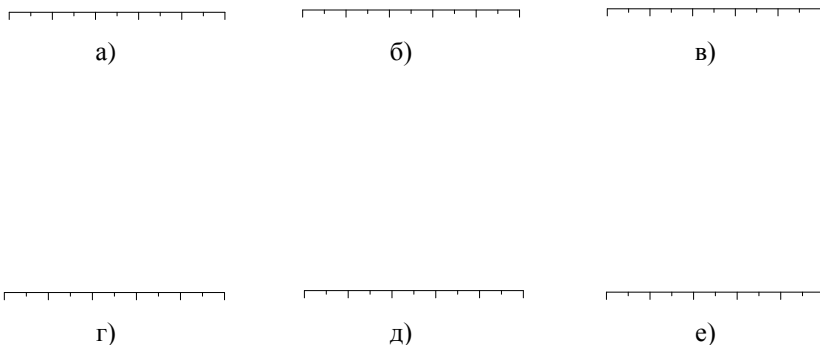


Рис. 2.1. Зависимость максимального отклонения боковой поверхности ζ_0 (а), контактных линий ζ_u (б) и ζ_b (в) и поверхности капли ζ_q (г) и отклонения краевого угла γ (д, е) от частоты ω для трех разных значений λ_b ($b=1.0$, $A=10.0$, $\rho_i=0.7$, $\lambda_u=0.1$). $\lambda_b=0.1$ – пунктирная, $\lambda_b=1.0$ – штриховая, $\lambda_b=10.0$ – сплошная линия.

По боковой поверхности капли распространяются бегущие волны, вызванные колебаниями линии контакта и краевого угла. При одинаковых значениях параметра λ капиллярные волны распространяются вдоль поверхности только в том случае, если значения λ конечны. Если значения λ_u и λ_b различны, то волны распространяются при любых значениях этих параметров.

При конечных значениях параметра λ диссипация максимальна, поэтому резонансные амплитуды всегда конечны. Подвижность линии контакта значительна, что приводит к заметному отклонению боковой поверхности вне резонанса и появлению «четных» резонансных пиков.

При больших значениях λ диссипация мала, а линия контакта слабо взаимодействует с подложкой. В этом случае крайевой угол меняется слабо, за исключением резонансных частот. При этом амплитуда колебаний на резонансной частоте велика, а амплитуда «четных» пиков сравнима с амплитудой «нечетных».

На рис. 2.2 приведена форма боковой поверхности в разные моменты времени и изменение краевого угла за период колебаний. Как уже отмечалось выше, при одинаковых значениях λ возбуждаются только нечетные гармоники и форма капли описывается нечетной функцией. Из рис. 2.2а видно, что сечение боковой поверхности также близко к нечетной функции, несмотря на различные значения λ ($\lambda_u = 0.1$, $\lambda_b = 10.0$ в данном случае). Форма капли, близкая к описанию четной функцией, образуется только на «четных» резонансных частотах, когда амплитуды этих гармоник сравнимы или значительны в сравнении с нечетными.

Однородное поле возбуждает осесимметричные колебания, поэтому форма линии контакта представляет собой окружность в любой момент времени (рис. 2.2 б). Изменение краевого угла происходит широком диапазоне (рис. 2.2в). Однако, в отличие от условия Юнга-Липмана (1.3), максимальное значение краевого угла конечно.

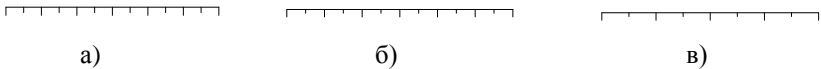


Рис. 2.2. Форма боковой поверхности капли $\zeta(z, t)$ (а) и контактной линии $1 + 0.1\zeta(-0.5, t)$ (б), значение краевого угла на верхней γ_u (сплошная линия) и на нижней поверхности γ_b (штриховая линия) (в) в разные моменты периода колебаний капли ($b=1.0$, $A=10.0$, $\rho_i=0.7$, $\omega=3$, $\lambda_u=0.1$, $\lambda_b=10.0$). На рис. (а) – (в) : $t=0$ – пунктирная, $t=0.125T$ – штриховая, $t=0.25T$ – штрих – пунктирная, $t=0.375T$ – сплошная линия.

В разделе 2.3 рассмотрен случай однородного электрического поля и неоднородных пластин. Предполагается способ изучения влияния неоднородности на колебания цилиндрической капли за счет неоднородности поверхности. В качестве функции неоднородности поверхности подложек (2.3) выбраны следующие периодические функции: $\Lambda(\alpha) = \lambda |\cos \alpha|$ и $\Lambda(\alpha) = \lambda |\cos(\cos \alpha)|$. Внешнее переменное электрическое поле однородно, это означает, что функция пространственной неоднородности в условии (2.3) имеет следующий вид: $f(\alpha) = 1$.

В линейной задаче с увеличением амплитуды электрического поля величина отклонения поверхности растет. Максимальное отклонение

возникает при малых частотах, т.е. при постоянно действующей силе. С увеличением b растут значения частот собственных колебаний, что приводит к сдвигу резонансных пиков. Кроме того, резонансная амплитуда становится больше из-за увеличения объема капли. Имеются резонансные пики, каждый из которых соответствует своей частоте (т.е. происходит линейный резонанс). При малых λ резонансных пиков нет, т.к. контактная линия сильно взаимодействует с подложкой. С увеличением параметра Хокинга величина резонансной амплитуды растет, т.к. взаимодействие уменьшается.

Существуют также «антирезонансные» частоты – это такие частоты, при которых линия контакта неподвижна, но колебания все равно совершаются за счет изменения внешнего краевого угла капли, угол между подложкой и боковой поверхностью. Капля вытягивается вдоль направления пространственной неоднородности пластин.

В разделе 2.4 рассмотрен случай однородного электрического поля и неоднородных разных пластин. Функции Λ_u и Λ_b разложены в ряд Фурье в терминах собственных функций оператора Лапласа. Рассмотрен частный случай неоднородности поверхности пластины $\Lambda_{u,b}(\alpha) = \lambda_{u,b} |\cos(\alpha)|$, где $\lambda_{u,b}$ – постоянные амплитуды.

Неоднородная поверхность пластины возбуждает как осесимметричную, так и азимутальную моды. В связи с этим, динамика капли существенно отличается от ее поведения в однородном поле. Амплитуда колебаний боковой поверхности имеет идентичный локальный максимум в отличие от ситуации с однородным электрическим полем.

Дополнительные резонансные пики связаны с возбуждением азимутальных мод. Квадрупольный режим оказывает значительное влияние: капля сжимается вдоль неоднородности поля.

Третья глава посвящена исследованию влияние неоднородности поверхности под действием неоднородного переменного электрического поля на вынужденные колебания капли жидкости.

В разделе 3.1 приведена постановка задачи, аналогична разделу 2.1, учитывающая неоднородность электрического поля как функцию от координат $f(\alpha)$.

В разделе 3.2 рассмотрен случай неоднородного электрического поля и однородных разных пластин. В качестве примера функция неоднородности $f(\alpha)$ в граничном условии (2.3) на линии контакта будет иметь следующий вид: $f(\alpha) = \sin(\cos(\alpha))$. Решение ищем в виде разложения в ряд Фурье по собственным функциям оператора Лапласа по аналогии с однородным полем.

При рассматриваемом неоднородном электрическом поле возбуждаются четные азимутальные моды вынужденных колебаний капли $\cos(2m\alpha)$.

Рассматриваемое неоднородное электрическое поле приводит к возникновению азимутальных мод, что увеличивает число резонансных частот. Форма линии контакта существенно отличается от окружности при осесимметричных колебаниях из-за наличия азимутальных мод.

Обнаружено, что «антирезонансные» частоты, при которых линия контакта неподвижна при любых λ , существуют при однородном электрическом поле. В неоднородном поле такой эффект отсутствует.

Азимутальные моды приводят к появлению дополнительных резонансных пиков. При больших значениях λ амплитуда колебаний боковой поверхности увеличивается за счет увеличения отклонения линии контакта и «дополнительные» резонансные пики становятся заметными.

Влияние неоднородности поля не сказывается существенно на зависимость краевого угла от амплитуды внешней силы. Качественно они схожи с аналогичными зависимостями в случае однородного поля. Изменение ω и λ существенным образом влияет на значения краевого угла, поэтому есть возможность не только качественно, но и количественно получить согласие с экспериментальными результатами.

В разделе 3.3 рассмотрен случай неоднородного электрического поля и неоднородных пластин.

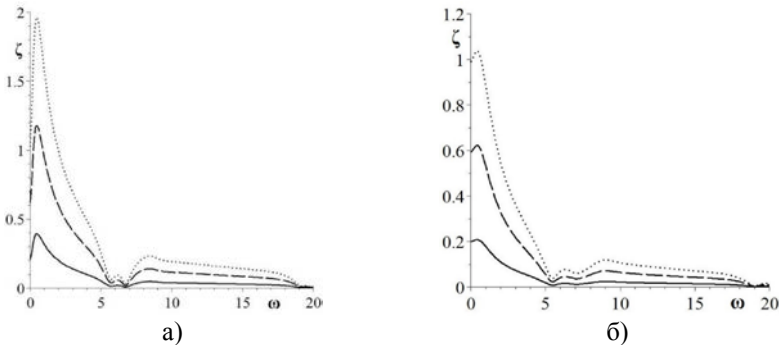


Рис. 3.1. Зависимость максимального отклонения линии контакта от частоты ω для трех разных значений A ($\lambda=1.0$, $b=1.0$, $\rho_r=0.7$). Где $A=1.0$ – сплошная линия, $A=10.0$ – штриховая, $A=20.0$ – пунктирная, а) – $\Lambda(\alpha) = \lambda |\cos \alpha|$, б) – $\Lambda(\alpha) = \lambda |\cos(\cos \alpha)|$.

В рассматриваемом случае неоднородного поля и неоднородной поверхности происходят азимутальные колебания. Резонансными являются частоты азимутальных мод, если такие возникают из-за неоднородности поверхности. В этом случае в них закачивается энергия из соответствующей азимутальной моды неоднородного переменного поля. «Антирезонансные» частоты существуют только при малых значениях параметра Хокинга.

На рис. 3.1 представлена зависимость максимального отклонения линии контакта от частоты ω для трех разных значений амплитуды электрического поля A . Аналогично случаю однородного поля, с увеличением амплитуды

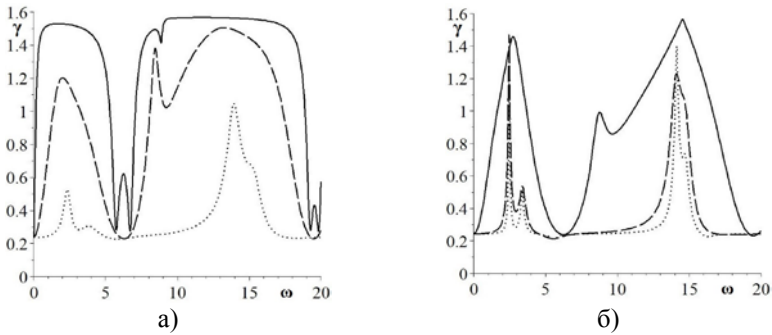


Рис. 3.2. Зависимость максимального отклонения краевого угла от частоты ω для трех разных значений λ ($b=1.0, A=20.0, \rho_i=0.7$). Где $\lambda=0.1$ – сплошная линия, $\lambda=1.0$ – штриховая, $\lambda=10.0$ – пунктирная, а) – $\Lambda(\alpha) = \lambda |\cos \alpha|$, б) – $\Lambda(\alpha) = \lambda |\cos(\cos \alpha)|$.

электрического поля величина отклонения поверхности растет.

Для рассматриваемого случая неоднородности поверхностей, неоднородность поля не оказывает существенного влияния в отличие от однородных поверхностей.

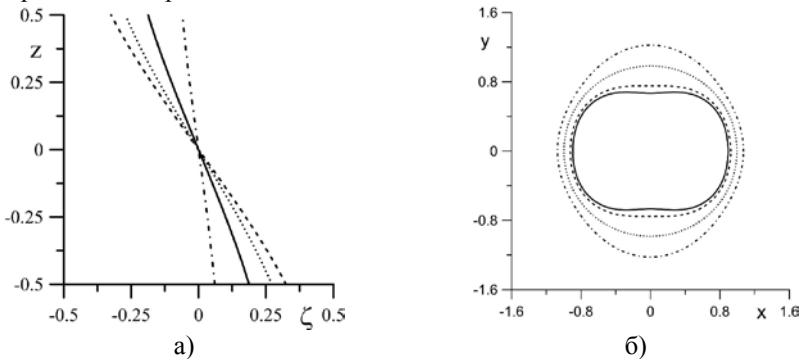


Рис. 3.3. Форма боковой поверхности (а) и линии контакта (б) в долях периода T ($T=\pi/\omega$, $\Lambda(\alpha) = \lambda |\sin(\cos \alpha)|$, $\lambda=1.0$): $t=0$ – сплошная, $t=0.125T$ – штриховая, $t=0.25T$ – пунктирная, $t=0.375T$ – штрих – пунктирная линия.

Происходит изменение зависимости краевого угла от частоты электрического поля, существуют пороговые значения внешнего краевого угла капли (рис. 3.2). Дополнительные эффекты возникают за счет взаимодействия линии контакта с подложкой. Т.к. поверхность неоднородная возникают дополнительные пики, соответствующие попаданием в такие точки, которых нет при однородных поверхностях. И только когда λ становится настолько высокой, что взаимодействие уменьшается, поверхность становится однородной и этот эффект исчезает. Пики соответствуют «антирезонансным» частотам.

В равновесном состоянии форма линии контакта предствалает собой окружность единичного радиуса. Из рис. 3.3б следует, что капля вытягивается вдоль оси y , т.е. вдоль направления неоднородности пластины.

В разделе 3.4 рассмотрен случай неоднородного электрического поля и неоднородных разных пластин.

В четвертой главе рассмотрены собственные и вынужденные колебания цилиндрической капли, заключенной между твердыми пластинами, с учетом динамики линии контакта, под действием осесимметричных вибраций. Неоднородные твердые пластины имеют различные параметры Хокинга. Неоднородность данных пластин предполагается за счет зависимости от угла α и, в качестве примера, описывается функцией $\Lambda_{u,b}(\alpha) = \lambda_{u,b} |\cos(\alpha)|$.

Граничное условие, действующее на линию контакта, приводит к затуханию колебаний. Кроме того, происходит сдвиг фазы между колебаниями различных частей жидкости, что приводит к появлению бегущих поверхностных капиллярных волн. Диссипация энергии происходит из-за условия Хокинга, даже несмотря на то, что рассматривается модель невязкой жидкости. Это позволяет нам использовать потенциальный поток в соответствии с теоремой Кельвина о циркуляции.

В разделе 4.1 приведена постановка задачи, позволяющая рассмотреть задачу при осесимметричных вибрациях.

Вибрационная сила, действующая на систему, имеет амплитуду A^* и частоту ω^* . Она направлена вдоль оси симметрии равновесной формы капли.

Переходя к безразмерным переменным, получаем следующую линейную задачу:

$$p_j = -\rho_j (\varphi_{jt} + \omega^2 b z e^{i\omega t}), \quad \Delta \varphi_j = 0, \quad j=i,e, \quad (4.1)$$

$$\Delta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + b^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

$$r=1: [\varphi_r] = 0, \quad \zeta_t = \varphi_r, \quad [p] = \zeta + \zeta_{\alpha\alpha} + b^2 \zeta_{zz}, \quad (4.2)$$

$$z = \pm 1/2: \varphi_z = 0, \quad (4.3)$$

$$r=1, z = \pm 1/2: \zeta_t = \mp \Lambda_{u,b}(\alpha) \zeta_z, \quad (4.4)$$

где $\Lambda_u(\alpha)$ и $\Lambda_b(\alpha)$ являются параметрами смачивания (или параметры Хокинга), которые описывают неоднородность верхней ($z = 0.5$) и нижней ($z = -0.5$) пластин, соответственно, p — давление жидкости, квадратные скобки обозначают скачок величины на границе раздела между внешней жидкостью и каплей. Граничное условие (4.4) является модифицированным условием Хокинга (1.2).

В разделе 4.2 рассмотрены собственные колебания зажатой капли.

Получаем спектрально-амплитудную задачу, собственные значения которой являются значениями собственной частоты колебаний Ω . Общий декремент затухания определяется суммой индивидуальных коэффициентов для каждой пластины. Этот факт определяет конечное значение декремента затухания при малых λ_b , но конечных λ_u . Неоднородность поверхности меняет монотонность кривых и приводит к появлению локальных экстремумов. Помимо колебательного (периодического) режима существует также монотонный (апериодический) режим, при котором корни полученного уравнения имеют только мнимую часть. Эти два процесса не взаимодействуют до тех пор, пока частота колебательного режима не станет равной нулю.

В определенном диапазоне λ_b , действительная часть частоты $\text{Re}(\Omega_{01})$ может исчезнуть. Это зависит от значения геометрического параметра b и параметра Хокинга λ_u . Исчезновение $\text{Re}(\Omega_{01})$ соответствует бифуркации ветви инкремента $\text{Im}(\Omega_{01})$.

Причиной исчезновения частоты является величина диссипации (параметры λ_u и λ_b конечны), которая настолько велика, что колебания не могут возникнуть. В этом случае диссипация пропорциональна площади боковой поверхности капли для поверхностных гармоник собственных колебаний. Следовательно, можно сделать вывод о том, что увеличение соотношения сторон b соответствует уменьшению боковой поверхности капли при ее постоянном объеме, т.е. диссипация уменьшает колебания поверхности. При геометрическом параметре $b < \pi^{-1}$ коэффициент затухания первой формы частоты становится отрицательной, что соответствует возникновению неустойчивости Рэля–Плато.

Приведены зависимости частоты колебаний и коэффициента затухания комплексной собственной частоты Ω_{20} для второй азимутальной моды от параметра смачивания λ_b . Действительная часть частоты $\text{Re}(\Omega_{20})$ может исчезать в определенном диапазоне λ_b , как и $\text{Re}(\Omega_{01})$. Но этот диапазон отсутствует для малых значений геометрического параметра. Следовательно,

увеличение параметра b приводит к увеличению длины линии контакта при постоянном объеме капли, т.е. увеличивает диссипацию энергии. Разрыв декремента затухания происходит в точке равенства двух различных режимах колебаний. Это можно продемонстрировать другим способом. Основная частота Ω_m m -й азимутальной моды ($m \geq 2$) не зависит от вертикальной координаты z , поэтому в данном случае $\zeta_z \ll 1$.

В разделе 4.3 рассмотрены вынужденные колебания зажатой капли, определяемых внешней периодической силой, которая действует только на линии раздела трех сред. По аналогии с рассмотренными собственными колебаниями, решение краевой задачи (4.1) – (4.4) ищем в виде разложения в ряд Фурье по собственным функциям оператора Лапласа.

Внешняя сила (4.1) возбуждает в основном осесимметричные колебания. В случае однородных и гладких пластин возбуждаются только осесимметричные нечетные гармоники. Поскольку в нашем случае поверхности разные и неоднородные, также возбуждается четный спектр. Четность решения относительно оси z теряется, четная / нечетная симметрия нарушается, и возбуждается осесимметричный режим, но как четные, так и нечетные гармоники.

Амплитуда колебаний поверхности капли и краевой угол достигают максимальных значений в режиме линейного резонанса (рис. 4.1.). Значения резонансных частот уменьшаются с увеличением λ_u и λ_b .

При разных пластинах внешняя вибрационная сила возбуждает как нечетные, так и четные продольные моды (вдоль оси симметрии z). В результате каждая мода колебаний имеет два близких резонансных пика (см. рис. 4.5). Амплитуда первого “нечетного” пика больше, чем амплитуда второго “четного” пика, потому что вибрационная сила перекачивает энергию в нечетные моды формы. Эта энергия перераспределяется в равномерный режим из-за разницы в свойствах поверхностей (фактически, из-за отсутствия симметрии относительно координаты z). Резонансные амплитуды могут быть сопоставимы в центре слоя (при $z = 0.5$), поскольку амплитуда “нечетного” пика равна нулю при равных параметрах Хокинга. Более того, эти пики более выражены при больших значениях параметра λ .

Неоднородность поверхности дополнительно возбуждает азимутальные моды. В этом случае наблюдаются дополнительные резонансные пики. Два основных пика соответствуют возбуждению четного и нечетного режимов вибраций, но небольшие пики соответствуют частотам азимутальной моды. Следовательно, внешняя колебательная сила возбуждает только нечетные гармоники осесимметричной моды. Четные гармоники этого режима возникают из-за разницы в свойствах поверхности.

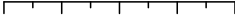


Рис. 4.1. Амплитуда колебаний отклонения боковой поверхности ζ_u (а), ζ_q (б), ζ_0 (с), ζ_b (д), краевой угол γ_u (е) и γ_b (ф) как функция частоты ω внешней вибрационной силы для различных значений параметра Хокинга λ_b ($b=1, \rho_i=0.7$ и $\lambda_u=1$). Случаи при $\lambda_b=0.1, 1, 10$ и 100 соответствуют штриховой, пунктирной, штрих-пунктирной и сплошной линиям, соответственно.

Азимутальные моды возбуждаются из-за неоднородности поверхности, т.е. в этом случае энергия передается из осесимметричной моды. Основные колебания происходят на частотах осесимметричных мод.

На рис. 4.2 показана форма боковой поверхности капли и линия контакта на верхней и нижней подложках в разное время периода колебаний. В качестве примера рассматривается первая резонансная частота внешнего вибрационного воздействия равная $\omega=11.5$. Амплитуда колебаний линии контакта (рис. 4.2 б, с) довольно велика, несмотря на малые значения параметра $\lambda_u = \lambda_b = 0.1$, которые соответствуют низкой подвижности линии контакта в результате эффекта линейного резонанса. В нерезонансном случае (рис. 4.2е, ф), амплитуда колебаний контактной линии на “нижней” подложке мала при том же значении параметра $\lambda_b = 0.1$, в то время как амплитуда “верхней” контактной линии увеличивается из-за увеличения параметра λ_u . Ясно, что резонансная амплитуда колебаний боковой поверхности больше, чем нерезонансная (сравнивая рис. 4.2а и рис. 4.2д). Динамика формы

контактных линий свидетельствует о наличии азимутальных мод ($m = 2$ является наиболее заметной), как упоминалось выше. Также форма границы не имеет четко определенной ровности для $\lambda_u \neq \lambda_b$ (рис. 4.2е, f) в отличие от $\lambda_u = \lambda_b$ (рис. 4.2а, b). Форма контактной линии демонстрирует слабое присутствие азимутальных мод (см. рис. 4.2с, d, g, h).

Рис. 4.2. Форма боковой поверхности $\zeta(0, z, t)$ (а, е), $\zeta(0.5\pi, z, t)$ (b, f) и контактной линии капли $1 + 0.1\zeta(\alpha, 0.5, t)$ (с, d), $1 + 0.1\zeta(\alpha, -0.5, t)$ (g, h) в разные моменты времени. $T = 2\pi\omega^{-1}$ – период колебаний. ($b = 1$, $\rho_1 = 0.7$, $\omega = 11.5$, $\lambda_b = 0.1$, $\lambda_u = 0.1$ ((а) – (d)), $\lambda_u = 1$ ((е) – (h)). Случаи при $t = 0, 0.125T, 0.25T$ и $0.375T$ соответствуют сплошной, штриховой, пунктирной, штрих-пунктирной и линиям, соответственно.

В пятой главе рассмотрена устойчивость вынужденные колебания цилиндрической капли со свободной линией контакта в поле круговых вибраций и ансамбль взаимодействующих капель.

В разделе 5.1 приведена постановка задачи, позволяющая рассмотреть задачу при круговых вибрациях.

В разделе 5.2 рассмотрены вынужденные колебания одиночной капли. Построена динамическая форма капли в главном и первом порядке разложения. Форма этого сечения представляет собой окружность, центр которой движется по эллиптической траектории. Независимо от соотношения плотностей имеет место эффект сжатия капли вдоль оси вибраций (рис. 5.1).

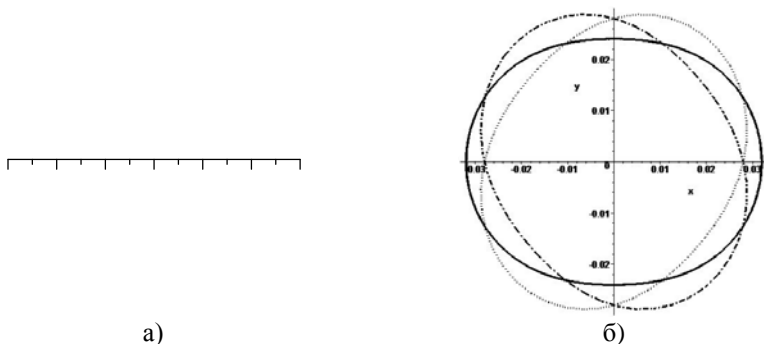


Рис. 5.1. Форма линии контакта в главном (а) и первом порядке (б) разложения для различных фаз периода колебаний ($\rho_i = 0.7$, $a = b = 0.5$, $\varepsilon = 0.3$). $t = 0$ – сплошная, $t = 0.125T$ – пунктирная, $t = 0.25T$ – штриховая, $t = 0.325T$ – штрихпунктирная, $t = 0.5T$ – разомкнутая линии.

В разделе 5.3 исследована устойчивость вынужденных колебаний одиночной капли, полученных в разделе 5.2, относительно малых возмущений. Обнаружено явление нелинейного резонанса на удвоенной частоте внешнего воздействия для квадрупольной моды. Для того, чтобы описать близость внешних частот к сумме $\omega = \Omega_m + \Omega_{m+1}$ количественно, ввели параметр расстройки $\omega - \Omega_m - \Omega_{m+1} = \varepsilon\gamma$.

В разделе 5.4 Получена система амплитудных уравнений для возмущений и исследована параметрическая неустойчивость вынужденных колебаний одиночной капли.

Вид нейтральной кривой $\varepsilon(\omega)$ представлен на рис. 5.2.

Рис. 5.2. Области параметрического резонанса для $m=3$ и $m=4$

В разделе 5.5, по аналогии с одиночной каплей, написана система уравнений для исследования параметрической неустойчивости для произвольной капли в ансамбле взаимодействующих капель. Построены области неустойчивости как для взаимодействующих мод, так и для мод более высокого порядка. Показано, что в случае ненулевого взаимодействия нижние моды более опасны при наличии расстройки частоты. При рассмотрении нелинейных уравнений у нас существует три режима (колебания формы) (рис. 5.3).

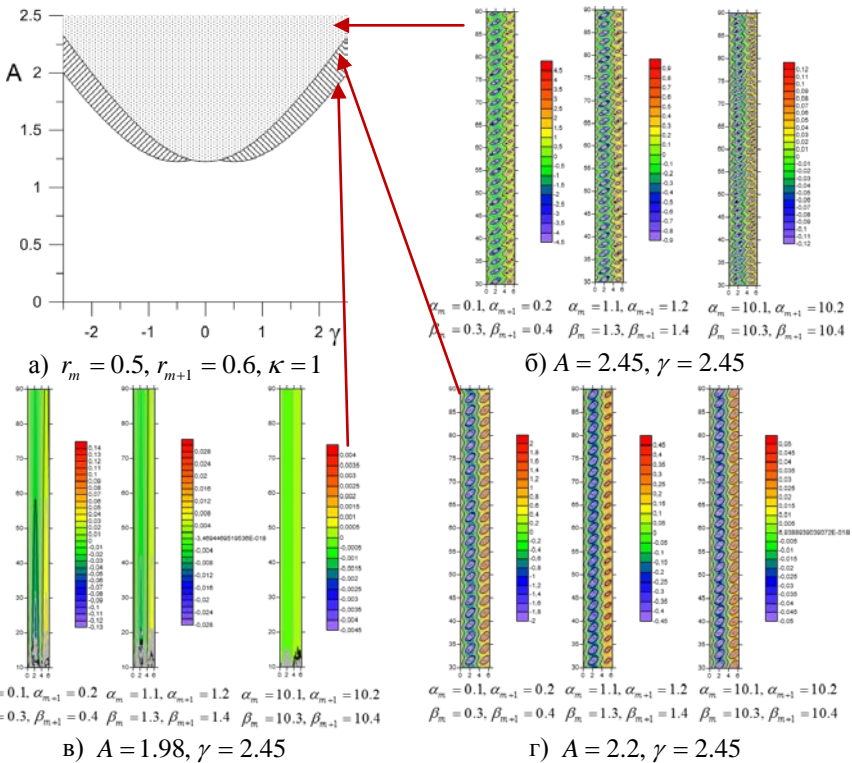


Рис. 5.3. Области параметрического резонанса и существующие режимы.

1. Первый режим возникает на границе устойчивости, вблизи которой происходит затухание колебаний, и в данном случае нелинейность стабилизирует систему (рис. 5.3в);
2. Существует слабосинхронизированный режим – это режим бегущей волны, когда между отдельными каплями, по их характеристикам пробегает бегущая волна (при этом ось y – время, ось x – τ , которое отвечает за фазу) (рис. 5.3б);
3. Возникает и синхронный режим, при этом режим бегущей волны полностью разрушается, и все капли ведут себя одинаково, при этом возникает режим строгой синхронизации (рис. 5.3г).

Основные результаты и выводы

В главах 2 и 3 рассмотрены вынужденные колебания цилиндрической капли в плоском конденсаторе под действием внешнего переменного электрического поля, которое воздействует на каплю как внешняя периодическая сила, приводящая к движению контактную линию.

Рассматриваются случаи как неоднородных поверхностей пластин, так и случай пространственной неоднородности электрического поля.

Скорость движения линии контакта пропорциональна сумме отклонения краевого угла и внешней силы. Коэффициент пропорциональности λ (параметр смачивания) свой для каждой пластины и описывает взаимодействие между линией контакта подложкой. В случае неоднородных пластин этот параметр Хокинга рассматривается как функция полярного угла. Неоднородность электрического поля моделируется амплитудой как функцией координат.

Показано, что в случае разных однородных пластин возбуждаются как четные, так и нечетные гармоники. Отметим, что однородное переменное электрическое поле возбуждает только нечетные гармоники осесимметричной моды. Следовательно, четные гармоники возбуждаются за счет различия свойств подложек, т.е. из-за разных параметров смачивания.

Обнаружено, что в случае пространственно-неоднородных пластин возбуждаются азимутальные моды, спектр которых зависит от формы неоднородности поверхности. Это приводит к появлению дополнительных резонансных пиков при любом типе неоднородности, т.е. энергия из осесимметричной моды переходит в азимутальные за счет неоднородности подложек. Однако резонансные пики на частотах осесимметричной моды являются наиболее выраженными.

Показано, что в случае пространственно-неоднородного переменного электрического поля также возбуждаются азимутальные моды. В этом случае спектр этих азимутальных мод определяется неоднородной амплитудой внешней силы и энергия в них передается напрямую.

В используемой модели описания движения линии контакта основное влияние оказывает неоднородность подложки, которая приводит к неоднородной эффективной амплитуде вибраций. Следовательно, при возможном планировании эксперимента, основной вклад необходимо уделять именно качеству поверхности подложек.

В 4 главе рассмотрены собственные и вынужденные колебания цилиндрической капли, заключенной между твердыми пластинами, с учетом динамики линии контакта, под действием осесимметричных вибраций. Неоднородные твердые пластины имеют различные параметры Хокинга. Неоднородность данных пластин предполагается за счет зависимости от угла α . Граничное условие, действующее на линию контакта, приводит к затуханию колебаний. Кроме того, происходит сдвиг фазы между колебаниями различных частей жидкости, что приводит к появлению бегущих поверхностных капиллярных волн. Диссипация энергии происходит из-за условия Хокинга, даже несмотря на то, что рассматривается модель невязкой жидкости. Это позволяет нам использовать потенциальный поток в соответствии с теоремой Кельвина о

циркуляции.

Показано, что суммарный коэффициент затухания определяется суммой отдельных коэффициентов для каждой пластины. Основные частоты могут исчезать, в зависимости от параметров задачи, которые связаны с монотонным затуханием свободных колебаний. Это соответствует бифуркации ветви коэффициента затухания.

Вышеуказанные эффекты могут исчезнуть в случае разных свойств между верхней и нижней пластинами и, как установлено, зависят от суммарного значения обоих параметров смачивания. Неоднородность поверхности влияет на монотонное поведение кривых и приводит к появлению локальных экстремумов для любых гармоник.

Установлено, что неоднородность поверхности пластин приводит к возбуждению азимутальных мод при осесимметричных колебаниях. Это верно для любых функций $\Lambda_{u,b}(\alpha)$. Данные колебания возбуждают только осесимметричную моду с нечетными гармониками в случае однородных и одинаковых пластин и оба типа гармоник в случае разных пластин. Эти эффекты существенны только при конечных значениях суммарного параметра смачивания, т.е. когда сила взаимодействия движущейся контактной линии достаточно велика. Если он мал, то контактная поверхность неактивна и неоднородность подложки оказывает незначительное влияние. В случае больших значений параметра смачивания движущаяся контактная линия слабо взаимодействует с подложкой, и неоднородность подложки также незначительна. Резонансные пики частот осесимметричных мод более выражены, чем у азимутальных мод. Доминирующими являются пики частот нечетных гармоник осесимметричной моды. Таким образом, полученные результаты могут быть использованы, например, при определении гладкости поверхности и измерении интегрального параметра взаимодействия в качестве параметра Хокинга.

В 5 главе рассмотрены вынужденные колебания цилиндрическое капли в поле круговых вибраций. Построена динамическая форма капли. Обнаружено явление нелинейного резонанса на удвоенной частоте внешнего воздействия для квадрупольной моды. Получена система амплитудных уравнений для возмущений и исследована параметрическая неустойчивость вынужденных колебаний одиночной капли.

По аналогии написана система уравнений для исследования параметрической неустойчивости для произвольной капли в ансамбле взаимодействующих капель. Построены области неустойчивости как для взаимодействующих мод, так и для мод более высокого порядка. Показано, что в случае ненулевого взаимодействия нижние моды более опасны при наличии расстройки частоты.

Список публикаций

1. Alabuzhev A.A., Kashina M.A. The dynamics of oblate drop between heterogeneous plates under alternating electric field // *Microgravity Sci. Technol.* 2018. V. 30. P. 11-17.
2. Алабужев А.А., Кашина М.А. Влияние различия свойств поверхностей на осесимметричные колебания сжатой капли в переменном электрическом поле // *Изв. Вузов. Радиофизика.* 2018. Т. 61. № 8-9. С. 662-676. (Перевод: Alabuzhev A.A., Kashina M.A. Influence of Surface Properties on Axisymmetric Oscillations of an Oblate Drop in an AC Electric Field // *Radiophysics and Quantum Electronics.* 2019. V. 61. P. 589-602.)
3. Alabuzhev A.A., Kashina M.A. The forced axisymmetric oscillations of an oblate drop sandwiched between different inhomogeneous surfaces under AC vibrational force // *J. Phys.: Conf. Ser.* 2019. V. 1268. 012003.
4. Alabuzhev A.A., Kashina M.A. The influence of difference in the surface properties on the axisymmetric vibrations of an oblate drop in an AC field // *J. Phys.: Conf. Ser.* 2019. V. 1163. P. 012017.
5. Alabuzhev A.A., Kashina M.A. The Forced Oscillations of an Oblate Drop Sandwiched Between Different Inhomogeneous Surfaces under AC Vibrational Force // *Microgravity Sci. Technol.* 2021. V. 33. P. 35.
6. Alabuzhev A.A., Kashina M.A. Influence of the Properties of the Plate Surface on the Natural Oscillations of the Clamped Drop // *J. Phys.: Conf. Ser.* 2021. V. 1945. 012014.
7. Ryankova M. A., Alabuzhev A. A. Influence of the properties of the plate surface on the oscillations of the cramped drop // *Phys. Fluids.* 2022. V. 34. 092015.
8. Алабужев А. А., Кашина М. А. Динамика зажатой капли в неоднородном электрическом поле // *Вестник Пермского университета. Физика.* 2019 № 4 С. 33-43.
9. Алабужев А. А., Пьянкова М. А. Влияние пространственной неоднородности подложек и электрического поля на динамику зажатой капли // *Вестник Пермского университета. Физика.* 2022 № 2 С. 56-65.
10. Алабужев А. А., Пьянкова М. А. Параметрическая неустойчивость одиночной капли и ансамбля капель при круговых вибрациях // *Вестник Пермского университета. Физика.* 2022. № 3 С. 56-65.

Научное издание

Пьянкова Марина Анатольевна

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук на тему:
Влияние электрического поля на динамику
зажатой капли жидкости

Подписано в печать _____ 2022. Формат 60 × 90 1/16. Тираж 100 экз. Заказ.