

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Пермский государственный университет»

С.Ю.Хрипченко

**МАГНИТНАЯ ГИДРОДИНАМИКА В ПЛОСКИХ
СЛОЯХ ПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ
Электровихревые течения в плоских каналах технологических устройств**

Допущено методическим советом Пермского государственного университета в качестве учебного пособия к спецкурсу
для студентов механико-математического факультета, обучающихся по специальности «Механика. Прикладная
математика»

Пермь 2010

УДК 532.538.4

ББК 30.125

Х 93

Хрипченко С.Ю.

Х93 Магнитная гидродинамика в плоских слоях проводящей жидкости. Электровихревые течения в плоских каналах технологических устройств: учеб. пособие к спецкурсу / С.Ю.Хрипченко; Перм. гос. ун-т. – Пермь, 2010. – 90с. ISBN 978-5-7944-1478-3

Учебное издание предназначено для студентов университета, слушающих спецкурс «Магнитная гидродинамика в плоских слоях проводящей жидкости» и является дополнительным материалом, который может быть интересен студентам, желающим подробнее ознакомиться с явлением электровихревого течения в плоских каналах технологических устройств. Пособие написано по материалам исследовательских работ автора и его коллег может представлять интерес и для студентов других высших учебных заведений, прослушавших курсы электродинамики и механики сплошных сред и начинающих изучать магнитную гидродинамику, а также аспирантов, работающих в области прикладной магнитной гидродинамики.

УДК 532.538.4

ББК 30.125

Печатается по решению редакционно-издательского совета Пермского государственного университета

Рецензенты: коллектив лаборатории физической гидродинамики Ин-та механики сплошных сред УрО РАН (зав. лаб. д. ф.-м. н., проф. П.Г.Фрик); к.ф.-м.н. доц. Перм. гос. техн. ун-та, В.И.Колесниченко

ISBN 978-5-7944-1478-3

© Хрипченко С.Ю., 2010

Содержание

1. Возникновение насосного эффекта в МГД-канале под действием электромагнитных сил, имеющих вихревую составляющую	5
2. Эксперименты по реализации ЭВТ в плоских каналах ...	25
3. Электровихревые насосы.....	37
4. Электровихревые течения в ваннах алюминиевых электролизеров.....	55
5. Редукция уравнений Навье - Стокса для течений в системе из двух тонких слоев жидкости.....	64
6. Циркуляционный механизм колебания границы раздела металл – электролит-	73
7. «Токовый» механизм неустойчивости границы металл – электролит.....	78
Список используемой литературы.....	85

1. Возникновение насосного эффекта в МГД-канале под действием электромагнитных сил, имеющих вихревую составляющую.

В 1907 году Нортруп наблюдал интересное явление, которое впоследствии описал в своей статье. По ванночке с жидким натрием протекал электрический ток, при этом поверхность

металла деформировалась. При повышении силы тока деформация усиливалась и могла приводить к значительным впадинам в слое, вплоть до обнажения участка дна ванны. Такое явление Нортруп назвал пинчем. Следует добавить, что помимо деформации поверхности слоя при протекании по слою электрического тока в натрии при определенных условиях возникают вихревые течения. Эти течения были названы электровихревыми. Они обусловлены взаимодействием электрического тока, текущего в металле, с собственным магнитным полем. Таким образом, пропуская по жидкому металлу сильный электрический ток, мы можем активно воздействовать на расплав, создавая различного рода течения или перепады давления между различными участками емкостей, в которых он находится. Тем самым появляются возможности создания новых технологий для работы с жидкими металлами.

Большое количество МГД-устройств главной своей частью имеют плоский канал с жидким металлом, помещенный в зазор между полюсами ферромагнитного сердечника, на который производится электромагнитное воздействие. В этом случае для возникновения электровихревого течения нужно, чтобы выполнялись особые условия, при которых зазор или толщина канала изменялись вдоль линий электрического тока [1;2]. Это условие реализуется вблизи краев полюсов ферромагнитных сердечников. Таким образом, для реализации электровихревого течения в плоском канале с электрическим током необходимо наложить на этот канал ферромагнитные сердечники с размерами полюсов, не выходящих за границы канала в плане, тогда края сердечников будут генерировать электровихревое течение. Таким образом, пропуская через плоский канал с жидким металлом электрический ток и накладывая на него ферромагнитные сердечники или охватывая его ими, мы можем получить в канале электровихревые течения различных конфигураций.

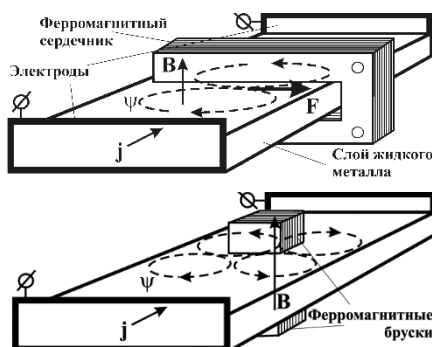


Рис.1.1

Генерация одно-, двух- и четырехвихревого ЭВТ в плоском слое жидкого галлия с электрическим током

На (рис.1.1) показаны электровихревые течения, возбуждаемые в мелкой квадратной в плане ванне протекающим электрическим током через слой галлиевый сплава между противоположными боковыми стенками. Одно- и двух вихревое течение возбуждается охватывающим ванну в центре или сбоку П-образным ферромагнитным сердечником. Четырехвихревое течение возбуждается квадратными в плане ферромагнитными брусками, располагающимися над и под центральной частью ванны.

Вихревое течение в объеме сопровождается возникновением некоего поля давления, определяемого вязкими и инерционными силами в жидкой среде. При этом между различными точками в

объеме этой среды могут возникнуть перепады давления, например, если в какой-либо емкости с жидкостью раскрутить вихревое течение, то между центром вихря и его периферией возникнет перепад давления, обусловленный центробежным эффектом. Этот принцип положен в основу всех центробежных насосов. Однако возможны ситуации, когда перепад давления имеет место и между различными точками на периферии вихревой структуры.

Покажем на простейших примерах возможность вихревого движения генерировать перепад давления между отдельными участками боковых границ плоского канала (если на этих участках расположить входной и выходной патрубки, то в канале может возникнуть насосный эффект).

Пусть в плоском прямоугольном в плане канале (ширина 100мм, длина 200мм, толщина 10мм) каким-либо образом реализовано вихревое течение. Для примера рассмотрим несколько случаев простейших вихревых движений в канале, а также их суперпозицию (рис. 1.2-1.6). Можно выбрать способ генерации вихревого движения в канале, при котором объемные силы, являясь вихревыми, в то же время не будут иметь проекции на линии потенциального тока жидкости транзитного течения через канал.

Пусть максимальная скорость вихревого течения в канале не превышает 1 м/с. Используем математическую модель, в основе которой лежат приближенные двумерные уравнения для турбулентного течения жидкости в тонком слое, приведенные в нашем учебном пособии «Магнитная гидродинамика в плоских слоях проводящей жидкости» [3,4]:

$$\begin{cases} \frac{\partial V_x}{\partial t} + \frac{\partial V_x^2}{\partial x} + \frac{\partial V_y V_x}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \Delta V_x + \kappa_1 V_x + \kappa_2 |V| V_x + S_p^x, \\ \frac{\partial V_y}{\partial t} + \frac{\partial V_x V_y}{\partial x} + \frac{\partial V_y^2}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \Delta V_y + \kappa_1 V_y + \kappa_2 |V| V_y + S_p^y, \\ \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} = 0, \end{cases} \quad (1.1)$$

где коэффициенты κ_1 , κ_2 являются эмпирическими коэффициентами.

Выполним ряд численных экспериментов. Рассчитаем перепад давления, возникающий в результате вихревого течения между различными участками на боковых границах канала. На боковых границах канала будет выполняться равенство нулю нормальной компоненты скорости, но в то же время будем допускать проскальзывание для касательной компоненты скорости (в нашем случае - плоского канала, где основная вязкая диссипация определяется трением о верхнюю и нижнюю плоские стенки канала, такое допущение вполне уместно). По известному полю скоростей, используя уравнение Пуассона, находим поле давлений:

$$\Delta p = 2 \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} \frac{\partial V_y}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial x} \frac{\partial V_x}{\partial y} \right) + \kappa_2 \left(+V_x \frac{\partial |\mathbf{V}|}{\partial x} + V_y \frac{\partial |\mathbf{V}|}{\partial y} \right) + S\gamma \left(\frac{\partial f_x^{em}}{\partial x} + \frac{\partial f_y^{em}}{\partial y} \right).$$

Были рассчитаны перепады давления между противоположными боковыми стенками ($P_3 - P_0$), между участками в противоположных концах двух противоположных боковых стенок ($P_2 - P_1$), а так же между участком в начале боковой стенки и боковой стенкой, расположенной перпендикулярно ($P_3 - P_1$) (рис. 1.2-1.6). При определении перепада давления между участками боковых границ вычислялись средние значения давления на каждом из этих участков.

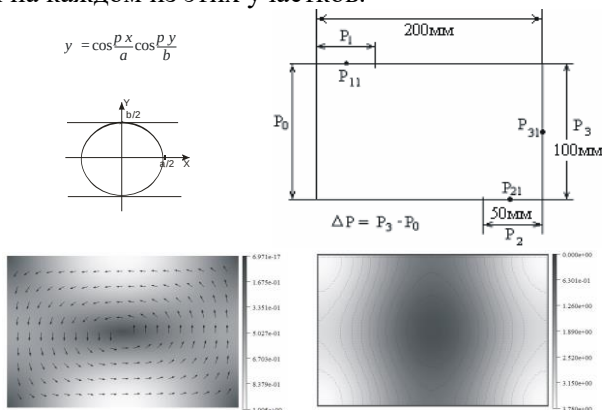


Рис.1.2

Поле скоростей и давлений при одновихревом течении в канале. Расчетные значения перепадов давлений между различными участками

и точками на боковой границе канала: $P_3 - P_0 = 0$ кПа, $P_2 - P_1 = 1,33 \cdot 10^{-15}$ кПа, $P_{21} - P_{11} = 0,89 \cdot 10^{-15}$ кПа, $P_3 - P_1 = 0,139$ кПа, $P_{31} - P_{11} = 0,361$ кПа

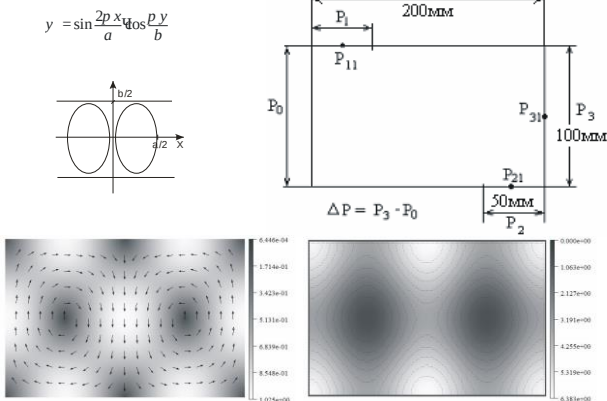


Рис.1.3

Поле скоростей и давлений при двухвихревом течении в канале. Расчетные значения перепадов давления между различными участками и точками на боковой границе канала: $P_3 - P_0 = 0$ кПа, $P_2 - P_1 = 2,77 \cdot 10^{-3}$ кПа, $P_{21} - P_{11} = 3,27 \cdot 10^{-3}$ кПа, $P_3 - P_1 = -1,4$ кПа, $P_{31} - P_{11} = -1,69$ кПа

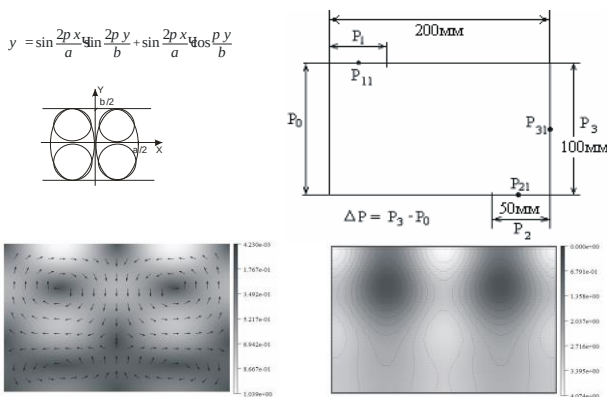


Рис.1.4

Поле скоростей и давлений при четырехвихревом течении в канале, деформированном двухвихревым течением. Расчетные значения перепадов давления между различными участками и точками на боковой границе канала: $P_3 - P_0 = 0$ кПа, $P_2 - P_1 = -0,21$ кПа, $P_{21} - P_{11} = -0,15$ кПа, $P_3 - P_1 = 0,44$ кПа, $P_{31} - P_{11} = -0,48$ кПа

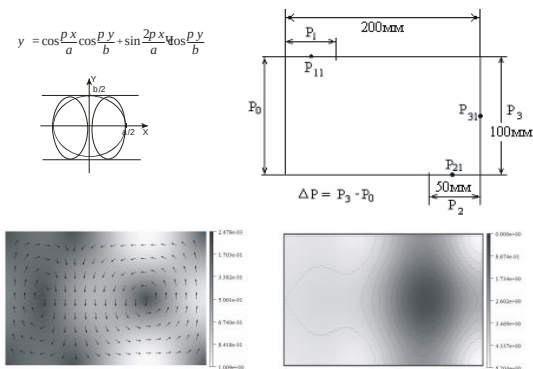


Рис.1.5

Поле скоростей и давлений при двухвихревом течении в канале, деформированном одновихревым течением. Расчетные значения перепадов давления между различными участками и точками на боковой границе канала: $P_3 - P_0 = -0,48$ кПа, $P_2 - P_1 = -0,6$ кПа, $P_{21} - P_{11} = -0,39$ кПа, $P_3 - P_1 = -0,49$ кПа, $P_{31} - P_{11} = -1,54$ кПа

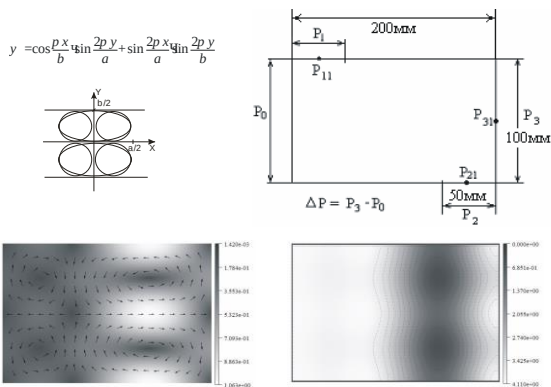


Рис.1.6

Поле скоростей и давлений при четырехвихревом течении в канале, деформированном двухвихревым течением. (Расчетные значения перепадов давления между различными участками и точками на боковой границе канала: $P_3 - P_0 = -0,538$ кПа, $P_2 - P_1 = -1,56$ кПа, $P_{21} - P_{11} = -1,33$ кПа, $P_3 - P_1 = -0,416$ кПа, $P_{31} - P_{11} = 0,011$ кПа

Как показали численные эксперименты (рис.1.2-1.6) вихревые течения в канале могут приводить к возникновению перепада давления между некоторыми участками на боковой

границе плоского прямоугольного в плане канала. При этом (как показали расчеты) этот перепад давления в основном определяется нелинейными членами уравнения движения жидкости, вязкий же механизм практически не вносит вклада в этот процесс. Как видим, для создания значимого перепада давления между передней и задней боковой границами канала (между участком P_0 и P_3 , рис.1.5 и 1.6) необходимо создать продольную асимметрию в вихревой структуре течения. В этом случае, когда входным и выходным патрубками являются противоположные боковые стенки канала, такое вихревое течение создает насосный эффект в канале.

Если входные патрубки расположить у противоположных концов «верхней» и «нижней» боковых стенок (области P_1 и P_2), то, как мы видим из рис. 1.4, 1.5, 1.6, значимый насосный эффект создают вихревые течения, имеющие продольную или поперечную асимметрию. В случае, когда входной и выходной патрубки в канале располагаются асимметрично (области P_1 и P_3), значимый насосный эффект имеет место при всех рассмотренных случаях вихревого движения. Однако самый значительный превосходящий все рассмотренные варианты насосный эффект при этом расположении входного и выходного патрубков производится двухвихревым течением в канале без участия других гармоник (рис.1.3).

Таким образом, вихревое движение при внесении в него асимметрии может генерировать перепад давления между входным и выходным патрубками и создавать насосный эффект в канале. Наличие перепада давления между выходным и входным патрубками канала, обусловленного действием электромагнитных сил, в случае если канал не заперт, может привести к появлению транзитного течения через него.

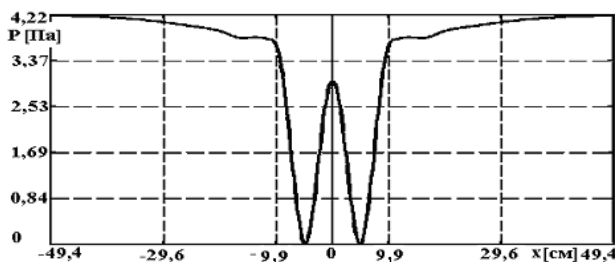
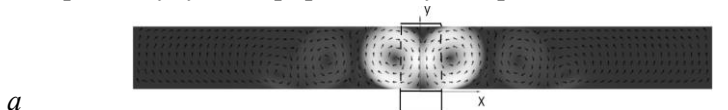
Таким образом, как видим, насосный эффект в канале может быть обусловлен не только потенциальными силами, непосредственно действующими на жидкость в канале [1], но и вихревыми силами вызывающими в канале вихревое течение [5].

Рассмотрим некоторые численные эксперименты:

1. Пусть имеется плоский прямоугольный канал, заполненный проводящей жидкостью; вдоль канала по жидкости протекает электрический ток. Канал

охватывает с одной стороны П-образный ферромагнитный сердечник.

Пусть сердечник располагается строго в середине канала и ориентирован перпендикулярно его оси. (рис.1.7, *a*). Если по каналу вдоль его оси будет течь постоянный электрический ток, то под П-образным ферромагнитным сердечником произойдет усиление и деформация магнитного поля так, что на жидкий металл начнут действовать втягивающие в сердечник электромагнитные силы, обусловленные взаимодействием тока со своим магнитным полем. Жидкость, втягиваясь под сердечник, будет выталкиваться в боковые стороны у боковой стенки канала в область вне сердечника, где электромагнитные силы не действуют. Таким образом, в канале возникнет два контура циркуляции жидкости. Другими словами боковые границы полюсов сердечника создают вихревые электромагнитные силы, которые и будут генерировать двухвихревое течение.



б



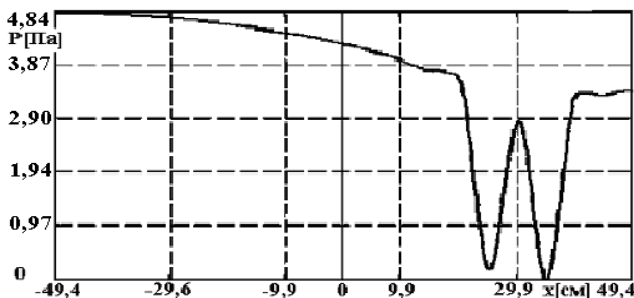


Рис.1.7

Электровихревое течение генерируемое П-образным ферромагнитным сердечником в плоском канале, вдоль продольной оси которого течет постоянный электрический ток: *a* – сердечник установлен по середине канала, *б* – сердечник сдвинут к правому концу канала

При этом перепада давления на концах такого канала не возникает, но если нарушить симметрию вихревого течения, нарушить баланс между этими вихрями, сдвигая сердечник к одному из концов канала (например, к правому), в канале появится продольный перепад давления, который будет расти по мере приближения сердечника к правой границе канала (рис.1.7, *б*). Нарушить симметрию вихревой структуры (баланс между вихрями) можно наклонив сердечник относительно продольной оси канала (рис.1.8).

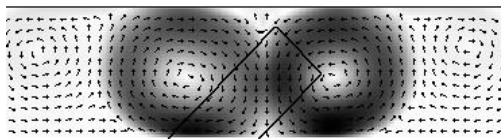


Рис.1.8

П-образный сердечник наклонен. Имеется продольная асимметрия электровихревого течения (правый вихрь более интенсивен, чем левый)

В этом случае правый вихрь, возбуждаемый силами, генерируемыми в области концов полюсов сердечника (в этой области магнитное поле, а следовательно, и силы максимальны), будет интенсивнее, чем левый, возбуждаемый меньшими силами

у спинки сердечника, где магнитное поле минимально. При этом на концах канала (как показывает численный эксперимент) возникнет перепад давления, который будет зависеть как от силы тока, текущего по каналу, так и от угла наклона сердечника относительно оси перпендикулярной продольной оси канала (рис.1.9).

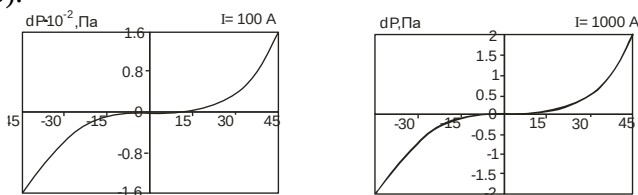


Рис.1.9

Зависимость перепада давления на концах плоского прямоугольного канала от угла наклона (в градусах) П-образного сердечника от продольной оси

Вернемся к случаю, когда сердечник перпендикулярен продольной оси канала и расположен в его центральной части. Зададим транзитное течение через канал вдоль его продольной оси. В этом случае транзитное течение деформирует вихревую структуру, генерируемую краями сердечника, и вносит асимметрию в эту структуру (рис.1.10)

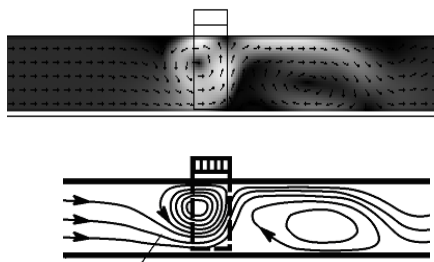


Рис.1.10

Плоский канал с П-образным сердечником. Вдоль канала течет электрический ток. В канале присутствует транзитное течение

При этом, как показали численные эксперименты, наблюдается любопытное явление при малых значениях тока (до

700А): канал работает как насос, создавая положительный перепад давления (рис.1.11). Этот перепад крайне мал и достигает нескольких паскалей. С дальнейшим возрастанием тока перепад давления меняет знак и канал начинает работать как гидравлическое сопротивление, причем он тормозит поток лучше, чем канал без ЭВТ.

Похожая ситуация наблюдается, когда канал сверху и снизу в средней области перекрыт прямоугольными ферромагнитными пластинами. В этом случае при протекании через канал постоянного электрического тока в отсутствии транзитного течения сердечники генерируют четырехвихревое течение (рис.1.12).

При задании транзитного течения через канал вихревая структура искажается (рис.1.12) и в области малых токов, от 20 до 70А, канал работает как насос, помогая прокачивать металл. При больших токах такой канал представляет собой только гидросопротивление, возрастающее с увеличением силы тока в канале (рис.1.13).

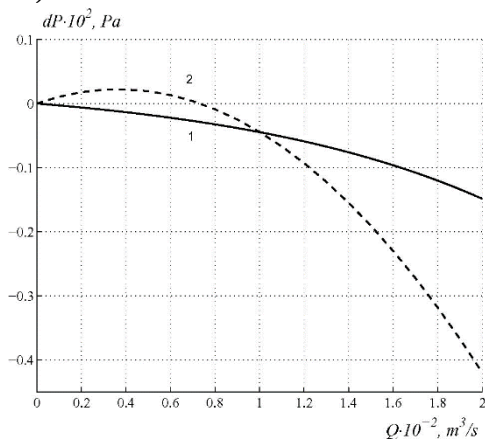


Рис.1.11

Расчетная напорно-расходная характеристика прямого плоского канала с электрическим током охваченного П-образным ферромагнитным сердечником

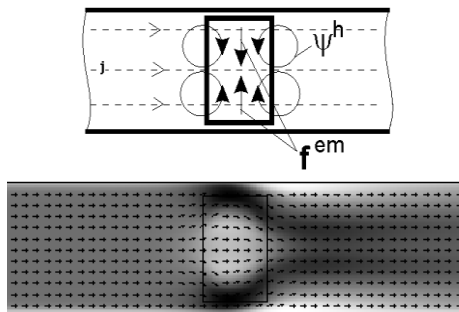


Рис.1.12

Четырехвихревое ЭВТ, генерируемое в прямом плоском канале ферромагнитными пластинами, при протекании по каналу электрического тока (вверху). Четырехвихревое ЭВТ, деформированное транзитным течением через канал (внизу)

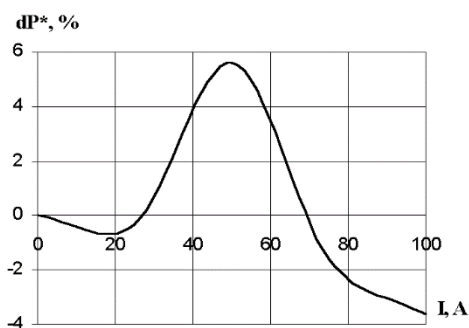


Рис.1.13

Расчетная напорно-расходная характеристика прямого плоского канала с прямоугольными ферромагнитными пластинами

Длинный прямой канал с П-образным сердечником и непроводящими перегородками

Введем в прямой плоский канал непроводящие перегородки, которые располагаются, прилегая одна к одной боковой, другая к другой боковой стороне канала (рис.1.14). Канал между перегородками охватывает П-образный ферромагнитный сердечник.

В этом случае в канале резкие неоднородности магнитного поля на боковых границах сердечника приведут к генерации

вихревого движения в канале. Непроводящие перегородки обусловят генерацию одного интенсивного крупномасштабного вихря в области между перегородками и мелкого вихря меньшей интенсивности у окна в перегородке в области максимального магнитного поля. При этом, как видим (из численного эксперимента), на концах запертого канала возникает перепад давления, и если канал открыть, то возникнет транзитное течение через него.

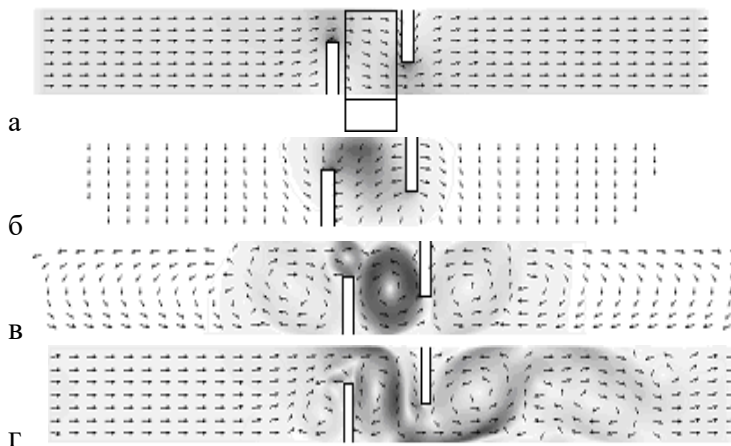


Рис.1.14

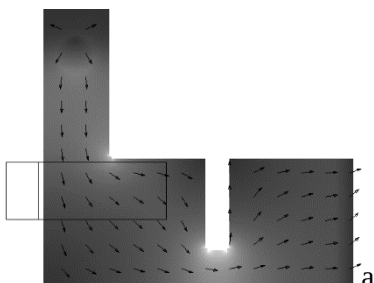
Прямоугольный плоский канал толщиной 10 мм., шириной 100мм., расстояние между непроводящими перегородками 100 мм. Высота перегородок 60 мм. Снизу на канал между перегородками надет П-образный ферромагнитный сердечник шириной 30мм. и межполюсным расстоянием 30мм. Длина полюсов 90 мм. Вдоль канала по металлу течет постоянный электрический ток 1000А. *а* – картина поля плотности электрического тока, *б* - поле объемных электромагнитных сил, *в* - поле скоростей в отсутствии расхода через канал, $\Delta P=0.745\text{кПа}$ (расчет), *г* – поле скоростей при расходе через канал 30 мл/с. Сердечник в центре

L-образный канал (с проводящей, с непроводящей перегородкой и без нее).

Рассмотрим случай, когда на топологию вихревого движения оказывает влияние форма внешних границ канала.

Возьмем плоский канал L-образной формы в плане с толщиной 10мм (рис.1.15). Ширина вертикального участка канала 35мм, а ширина горизонтального участка 67мм. Сбоку, как показано на (рис.1.15), надвинем на горизонтальный участок П-образный ферромагнитный сердечник шириной 30мм, с межполюсным зазором 15мм. К верхней части вертикального участка канала подведем электрический ток, который будет протекать по сплаву в канале и отводиться в конце горизонтального участка канала. В горизонтальный участок канала на расстоянии 85 мм от его левого конца введем непроводящую перегородку, которая перекрывает горизонтальный участок по ширине не полностью, а оставляет окно у его нижней границы, равное 20 мм. (рис.1.15).

В этом случае линии электрического тока будут совпадать с линиями потенциального течения жидкости и электромагнитные силы непосредственно не могут создать насосного эффекта. Однако из-за ограниченности ферромагнитных сердечников электромагнитные силы имеют в этом случае существенную вихревую составляющую. Эти вихревые силы изначально раскручивают электровихревое течение в канале, а оно, развившись, может вызвать в канале насосный эффект. Из предыдущих примеров видно, что электровихревые течения в МГД-канале, вызывающие насосный эффект (перепад давления между входом и выходом канала), имеют какую-либо асимметрию вдоль продольной оси канала. В случае с непроводящей перегородкой, как показали численный и физический эксперименты, также генерируется электровихревое течение, имеющее асимметрию (рис.1.15).



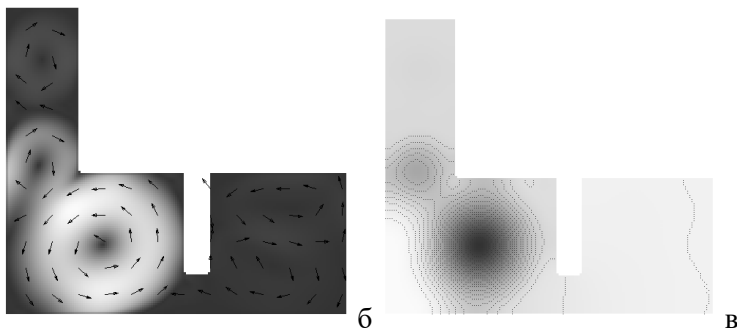


Рис.1.15

L-образный канал с непроводящей перегородкой: а – поле электрического тока; б — поле скорости; с – изолинии давления. Расчетное значение $\Delta P=3.92\text{кПа}$ (переменный ток); $\Delta P=4.15\text{ кПа}$ (постоянный ток); Эксперимент $\Delta P=3.4\text{кПа}\pm 0,4$ (переменный ток)

В этом случае на концах канала создается перепад давления. Эксперимент на физической модели и численный эксперимент с использованием разработанных нами математических моделей дали близкие результаты.

Уберем из канала перегородку, в этом случае перепад давления развиваемый каналом снизится, но не исчезнет. Канал продолжает создавать насосный эффект (рис.1.16). В канале с непроводящей перегородкой и без нее перепад давления, создаваемый насосом, как видно из численных экспериментов, при протекании переменного тока выше, чем в случае постоянного тока. Это обстоятельство связано с тем, что при протекании переменного тока присутствует дополнительный механизм генерации перепада давления (так называемый скин-слоиный механизм[5;6]).

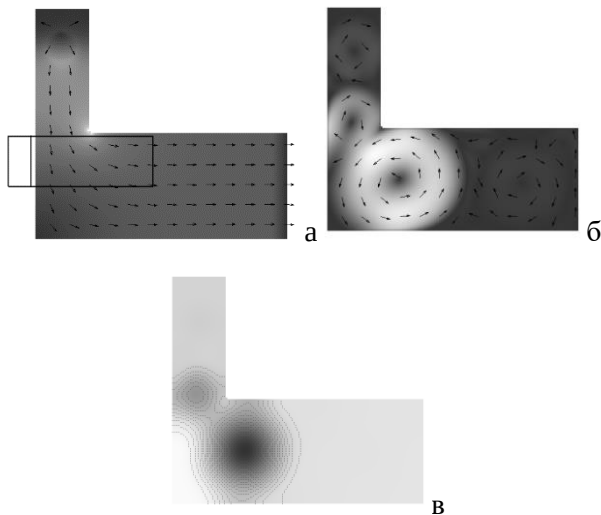


Рис.1.16

L – образный канал без перегородки: а – поле тока; б — поле скорости; с – изолинии давления. Расчетное значение $\Delta P=2.45$ кПа (переменный ток); $\Delta P=2.72$ кПа, (постоянный ток); эксперимент $\Delta P=2.1$ кПа $\pm 0,3$

Если начинать надвигать П-образный сердечник в горизонтальном направлении на горизонтальную часть канала, то перепад давления начнет изменяться и после определенного положения при дальнейшем надвигании изменит знак. МГД-канал в этом случае начнет перекачивать жидкость в противоположном направлении (рис.1.17).

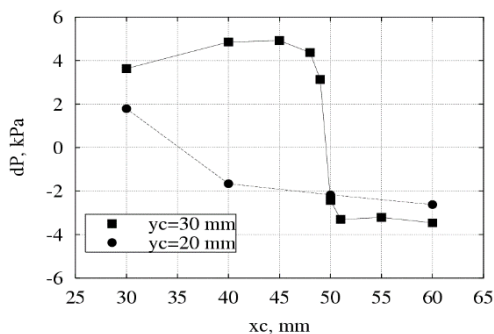


Рис.1.17

Зависимость перепада давления, развиваемого каналом без перегородки, от положения сердечника в стопорном режиме: u_c – расстояние от нижней боковой стенки сердечника до нижней боковой стороны горизонтального участка канала

При этом, как видно из (рис.1.18) картина вихревого движения жидкости усложняется.

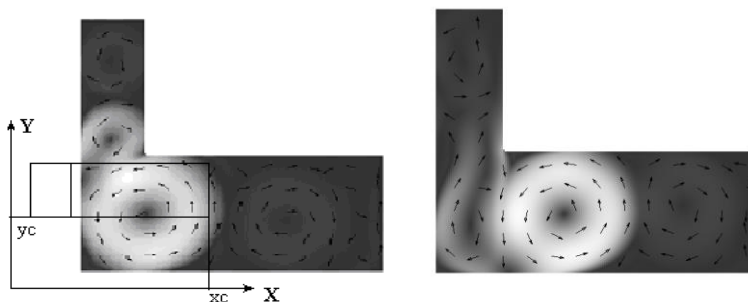
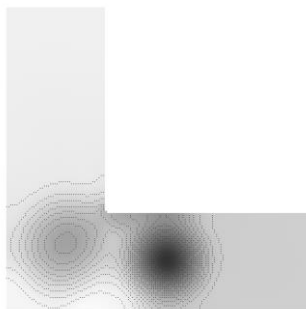
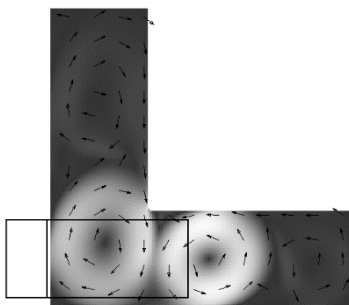


Рис.1.18

L – образный канал без перегородки, $u_c=0.03$ м. Протекает постоянный электрический ток 1600А. Слева $x_c=0.03$ м, $\Delta P=3.63$ кПа. Справа $x_c=0.05$ м, $\Delta P=-2.43$ кПа (расчетные значения). В точке смены знака перепада давления в канале возникает дополнительный вихрь

Таким образом, величина и знак перепада давления между входом в канал и выходом из канала чувствительны к топологии вихревой структуры генерируемой в МГД-канале.

Знак перепада давления зависит также от направления вращения вихрей. Если поменять положение сердечника и надвинуть его на горизонтальную часть канала снизу вверх (как показано на (рис.1.19, 1.20)), то знак ротора электромагнитных сил изменится и вихри, генерируемые в канале электромагнитными силами, будут вращаться в противоположном направлении. В этом случае, как показывает численный эксперимент, перепад давления между входом в канал и выходом из него так же сменит свой знак.

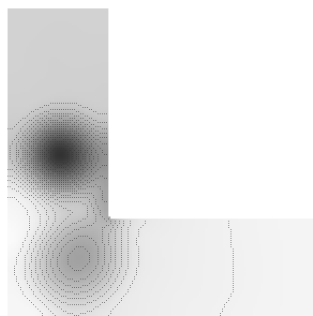
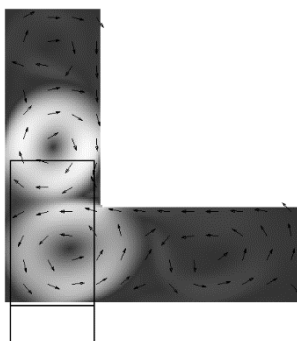


Поле скорости

Поле давления

Рис.1.19

L – образный канал. П-образный сердечник надвинут на горизонтальную часть канала сбоку. $\Delta P = -4.38$ кПа (расчет).



Поле скорости

Изолинии давления

Рис.1.20

L – образный канал. П-образный сердечник надвинут на горизонтальную часть канала снизу. $\Delta P = 4.14$ кПа (расчет)

2. Эксперименты по реализации ЭВТ в плоских каналах

В этой главе рассмотрим несколько примеров реализации в физических экспериментах электровихревого течения жидкого металла в плоских каналах. Электровихревое течение возбуждалось путем пропускания электрического тока через слой жидкого металла, охватываемого ферромагнитным сердечником.

1. Экспериментальная модель [6] представляла собой квадратную в плане плоскую закрытую кювету с внутренними размерами 10X100X100 мм, заполненную низкотемпературным галлиевым сплавом (Ga 87,5%; Sn 10,5%; Zn 2%). Две противоположные боковые стенки кюветы были медными электродами 1 и 2 (рис.2.1), две другие 3, 4 были стеклотекстолитовыми. Дном кюветы служила ферромагнитная плита 5 с электроизоляционным слоем на поверхности. На ее продольной оси имелись два отверстия β , γ для измерения давления. Каждое отверстие отстояло от ближайшего электрода на 20 мм. Сверху кювета закрывалась плексигласовой крышкой, над которой под углом к нижней ферромагнитной плите располагалась ферромагнитная пластина 7. В эксперименте этот угол изменялся так, чтобы направление изменения зазора между плитой и пластиной совпадало с осью кюветы.

Если через слой жидкого металла пропустить постоянный электрический ток с однородной в сечении слоя плотностью, то, как было показано [5], в жидком металле возникнут вихревые электромагнитные силы, которые возбуждают в слое планарное электровихревое течение. В эксперименте наблюдался небольшой перепад давления ($\Delta p \equiv p_\beta - p_\gamma$), увеличивающийся с ростом силы тока в канале. Перепад давления был выше (рис.2.2) [6] в случае, когда верхняя пластина располагалась параллельно нижней плите, но перекрывала кювету лишь наполовину в направлении ее оси (рис.2.3). [6]. В этом случае ротор электромагнитных сил в слое был максимален, а следовательно, и интенсивность ЭВТ в слое была максимальной.

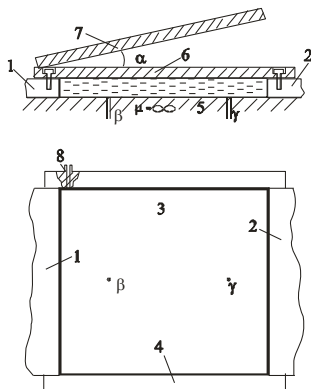


Рис.2.1

Схема экспериментальной модели. Противоположные боковые стенки (1,2) являются медными электродами

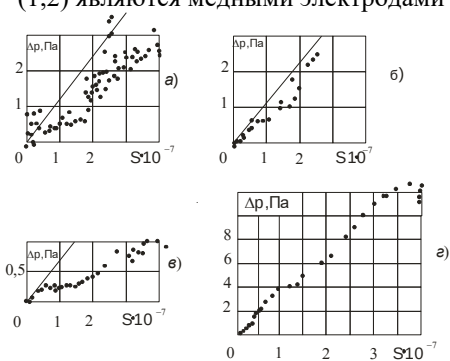


Рис.2.2

Зависимость перепада давления Δp на концах кюветы (рис.2.1) от квадрата тока ($S = I^2 \mu_0 / \rho v^2$) для разных углов наклона верхней ферромагнитной плиты: а – $\text{tg } \varphi = 0,156$; б – $\text{tg } \varphi = 0,107$; в – $\text{tg } \varphi = 0,059$; г – кювета находится в плоскопараллельном зазоре между ферромагнитными пластинами, но они перекрывают кювету до половины ее длины

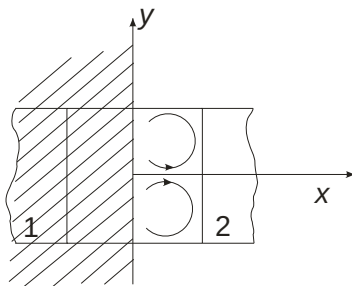


Рис.2.3

Схема эксперимента, в котором квадратная в плане кювета с тонким слоем металла помещена в плоскопараллельный зазор между ферромагнитными пластинами до половины своей длины: 1,2 – медные электроды для подвода электрического тока

2. Экспериментальная модель [2] представляла собой прямоугольную в плане плоскую закрытую кювету с внутренними размерами 9,8x96x200 мм, заполненную низкотемпературным галлиевым сплавом (Ga 87,5%; Sn 10,5%; Zn 2%). Две противоположные меньшие боковые стенки кюветы были медными электродами (рис.2.4), две другие были стеклотекстолитовые. Дно кюветы и ее крышка были сделаны из плексигласовых пластин. В дне кюветы по ее оси были сделаны два отверстия (рис.2.4, а и б) для отбора давления. В средней части сверху и снизу кюветы один над другим были расположены два прямоугольных ферромагнитных сердечника. Зазор между ними составлял 17 мм.

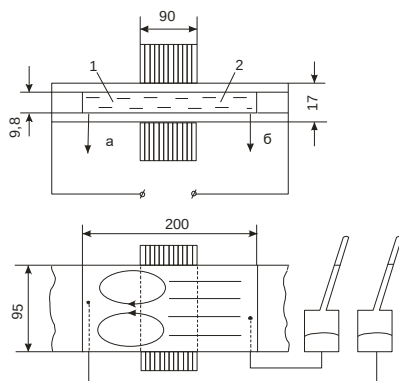


Рис.2.4

Схема экспериментальной модели. В объем плоского слоя проводящей жидкости введены продольные перегородки для подавления электровихревого движения в части слоя

При пропускании постоянного электрического тока по слою жидкого металла в кювете в областях 1 и 2, примыкающих к границам ферромагнитных сердечников с одной и с другой стороны, возникают вихревые электромагнитные силы, возбуждающие в кювете четырехвихревое течение. Ситуация в этом случае симметричная, и, как показывает эксперимент, наблюдались пульсации перепада давления между точками *a* и *б*, но осредненный по пятидесяти измерениям перепад давления был близок к нулю. Если нарушить симметрию вихревой структуры в продольном направлении, введя в область 2 продольные перегородки между точками *a* и *б*, сразу появляется перепад давления (рис.2.5) [2].

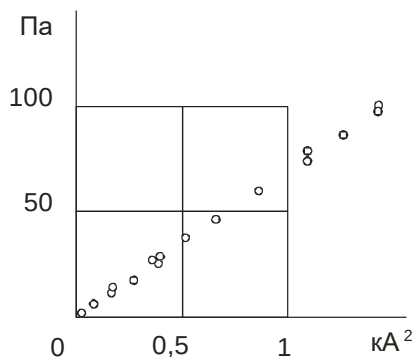


Рис.2.5

Перепад давления на концах плоской кюветы с продольными перегородками в зависимости от величины квадрата силы тока, текущего через жидкий галлиевый сплав в кювете

3. Симметрию вихревой структуры в продольном направлении можно нарушить, наклонив плоскость верхнего сердечника относительно нижнего на некоторый угол (рис.2,6) [5].

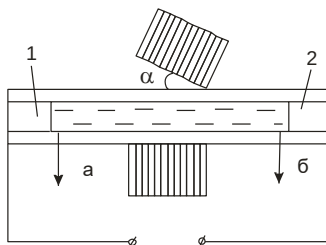


Рис.2.6

Схема экспериментальной модели, в которой продольную асимметрию электровихревого течения обеспечивает наклон плоскости сердечника в направлении продольной оси кюветы: 1,2 - медные электроды; а,б - точки отбора давления

Такое действие также приводит к появлению перепада давления на концах кюветы между точками а и б (рис.2.7). Если концы кюветы (в рассматриваемых случаях) открыть, через нее возникнет слабое транзитное течение. Таким образом, такую кювету можно рассматривать как слабый насос.

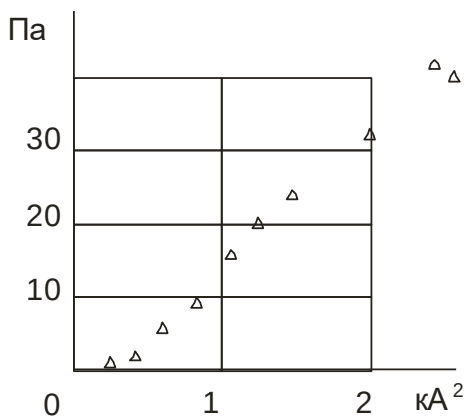


Рис.2.7

Перепад давления на концах плоской кюветы с наклонными сердечниками в зависимости от величины квадрата силы тока, текущего через жидкий галлиевый сплав в кювете

4. Экспериментальная установка (рис.2.8) [7] представляла собой прямой плоский канал 1 (толщиной 10 мм, шириной 70мм), в котором были размещены непроводящие перегородки 2, частично перекрывающие канал попеременно с противоположных сторон (ширина непокрытой части канала была 35мм). Вдоль канала между перегородками были размещены П-образные ферромагнитные сердечники 3 (использовалось 3 сердечника), охватывающие соседние участки с противоположных сторон (межполюсной немагнитный зазор $\delta=19$ мм, ширина сердечника $b_c=30$ мм).

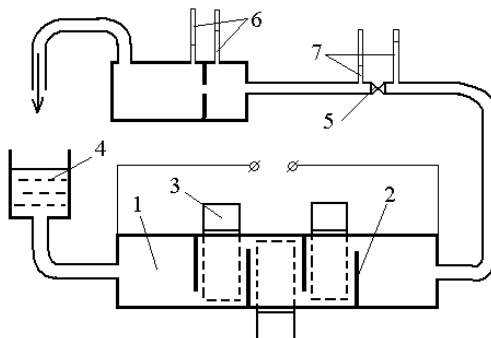


Рис.2.8

Схема экспериментальной модели. В плоском прямом канале 1 расположены непроводящие перегородки – 2; канал охватывают три П-образных ферромагнитных сердечника – 3; расходная емкость – 4; вентиль – 5; манометрическая система для расходомера – 6; манометрическая система для измерения напора – 7

Канал был соединен резиновыми трубками с емкостью, откуда мог поступать и куда мог обратно сливаться галлиевый сплав. Кран на сливной трубке канала создавал гидравлическое сопротивление и имитировал внешний перепад давления. Расход жидкого металла через канал измерялся при помощи диафрагменного расходомера. В экспериментах определялась зависимость давления от расхода галлиевого сплава через канал при токе 1600А. Эксперимент показал, что рассматриваемый МГД-канал работает как насос, перекачивая галлиевый сплав (рис.2.9) [7].

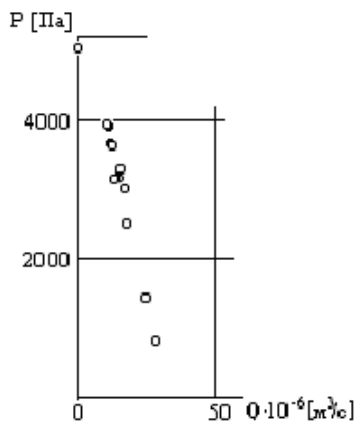


Рис.2.9

Напорно-расходная характеристика плоского прямого канала с непроводящими перегородками

Таким образом, соединяя каналы электрически и гидравлически последовательно, можно развивать большее давление при той же силе тока, что дает возможность использовать такое устройство в качестве реального МГД-насоса.

5. Экспериментальная установка представляла собой (рис.2.10а) [4;7] плоский МГД-канал 1 (с ферромагнитным сердечником 2), соединенный гидравлически и электрически в замкнутую последовательную цепь с измерительной емкостью 3. Соединительный патрубок 4 охватывал кольцевой сердечник трансформатора 5, предназначенного для возбуждения переменного электрического тока.

МГД-канал (рис.2.10) являлся мелкой ванной, выфрезерованной в плексигласовой плите. Глубина ванны составляла 9 мм. Сверху она герметично закрывалась плексигласовой пластиной. В плане канал представлял собой два прямоугольника, соединенных боковыми сторонами. Меньший прямоугольник 1 служил входным патрубком и имел ширину $b_o = 35$ мм и длину $l_o = 77$ мм. Большой прямоугольник, являясь собственно каналом, имел ширину $b_k = 67$ мм и длину $l_k = 85$ мм. В области соединения входного патрубка и канала канал

охватывает П-образный ферромагнитный сердечник 2, имеющий ширину $b_c = 31$ мм и длину $l_c = 55$ мм. С боковой стороны канал перекрывался перегородкой, отделяющей его от измерительной емкости 3. Длина перегородки l_n в экспериментах изменялась, при этом длина окна a (соединяющего канал с измерительной емкостью) изменялась соответствующим образом. В экспериментах использовались проводящие и непроводящие перегородки.

Измерительная емкость 3 предназначалась для создания и измерения перепада давления и измерения расхода жидкого металла через канал. Кроме того, через измерительную емкость осуществлялось заполнение жидким металлом всей установки. Емкость представляла собой прямоугольный контейнер, выполненный из плексигласа. Ее глубина, ширина и длина соответственно были равны 80x78x238 мм. В средней части емкости имела перегородка в виде облуженной медной пластины 6. В пластине было сделано 5 отверстий различного диаметра. Отверстия закрывались пробками, которые в процессе эксперимента в различных сочетаниях могли убираться. В боковой стенке емкости (ниже уровня металла, до перегородки и после нее) имелось два отверстия 7 со штуцерами, к которым посредством резиновых трубок присоединялся жидкостной манометр 8. Рабочим телом в манометре являлся тот же сплав, который использовался в эксперименте. Измерительная емкость с одного конца посредством окна соединялась с МГД - каналом, а с другого конца посредством резиновой трубки 4 - с его входным патрубком. Таким образом, жидкий металл мог циркулировать по замкнутому контуру: канал - измерительная емкость - резиновая трубка - канал).

Резиновая трубка 4 охватывала кольцевой сердечник трансформатора 5, посредством которого в экспериментах в замкнутой гидравлической цепи возбуждался регулируемый по амплитуде переменный электрический ток.

В экспериментах определялась зависимость развиваемого каналом давления от расхода жидкого сплава (Ga 87,5%; Sn 10,5% ; Zn 2%) через канал при разных значениях силы тока, проводимости перегородки в канале и величины окна. Расход сплава определялся расчетным путем по известным

гидравлическим сопротивлениям отверстий в проводящей перегородке в мерной емкости и по перепаду давления, возникающему до и после перегородки с отверстиями.

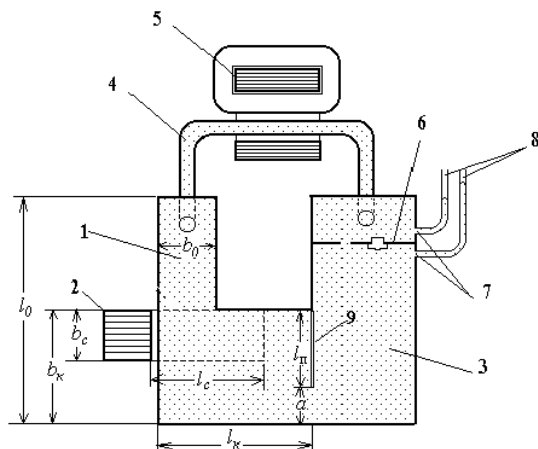


Рис.2.10

Схема экспериментальной модели: 1 - МГД-канал, 2 - ферромагнитный сердечник, 3 - измерительная емкость, 4 - соединительный патрубок, 5 - трансформатор, 6 - медная пластина с отверстиями, 7 - отверстия для измерения перепада давления, 8 - наклонный жидкостной манометр, 9 - перегородка

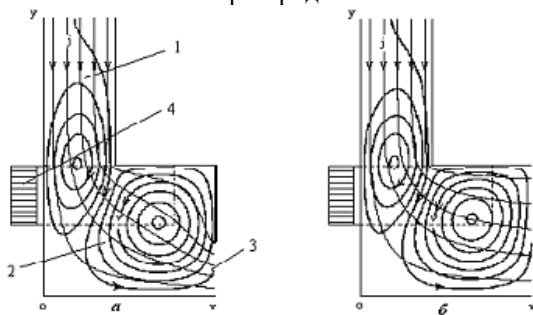


Рис.2.11

Расчетная картина течения в плоском канале при силе тока 1600А и расходе 30 см³/с. Сплошными линиями 2 показаны линии тока жидкого металла, тонкими линиями 1 показаны линии электрического тока. На рис. а и б представлены картины течений соответственно для случая непроводящей перегородки при ширине окна 3 30 мм и для случая отсутствия перегородки. Пунктирными линиями обозначена область перекрытия канала ферромагнитными сердечниками 4

Эксперимент показал, что и в этом случае электровихревое течение в плоском канале создает между участками на его концах перепад давления, и если эти участки соединить трубкой, то в результате возникнет транзитное течение через канал (рис.2.12). Таким образом, такой канал является насосом.

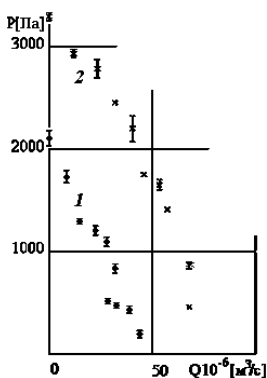


Рис.2.12

Зависимость расхода жидкого металла от перепада внешнего давления на МГД-канале при токе в 1600 А: 1 - зависимость в случае отсутствия перегородки, 2 - зависимость в случае наличия непроводящей перегородки. Ширина окна 30 мм

В приведенных выше примерах электрический ток подводился к противоположным концам МГД-канала, через которые осуществлялся (или мог бы осуществляться при транзитном течении) вход и выход жидкого металла или возникал бы (в случае если вход и выход канала были бы закрыты) перепад давления. В рассматриваемых случаях линии электрического тока совпадали с линиями потенциального течения жидкости между входом и выходом в таком канале. А это, как было показано в [55], не может привести к генерации транзитного течения или созданию перепада давления между входом и выходом канала, когда электромагнитные силы только потенциальны. Однако в рассматриваемых примерах электромагнитные силы, создаваемые в канале взаимодействием тока со своим магнитным полем, имели

значительную вихревую составляющую. (Межполюсной зазор изменялся в направлении линий электрического тока, или сердечники перекрывали канал не полностью, и в области их границ магнитное поле имело значительный градиент в направлении линий электрического тока в канале, все это обуславливало наличие существенной вихревой составляющей электромагнитных сил.) Вихревые электромагнитные силы изначально генерировали в канале электровихревое движение, а интенсивное вихревое течение в канале при наличии соответствующей асимметрии генерирует перепад давления (насосный эффект) между входным и выходным патрубками, расположенными на боковых границах канала (за внешними границами вихревых структур). Этот перепад давления, как мы видели из физических и численных экспериментов, в некоторых случаях может быть значительным.

3. Электровихревые насосы

3.1. *Плоский канал с двумя изгибами под прямым углом и П-образным сердечником*

Как показали численные эксперименты, плоский МГД-канал L-образной формы с П-образным ферромагнитным сердечником при протекании по нему электрического тока генерирует электровихревое течение, которое создает перепад давления между входом в канал и выходом из него. Причем знак перепада давления напрямую зависит от направления циркуляции вихрей в канале. Исходя из сказанного можно предположить, что два L-образных канала, соединенных горизонтальными участками и имеющих вертикальные участки, ориентированные в противоположные стороны, могут создавать насосный эффект, если по каналу пропустить электрический ток, а на горизонтальный участок надвинуть П-образный сердечник (рис.3.1).

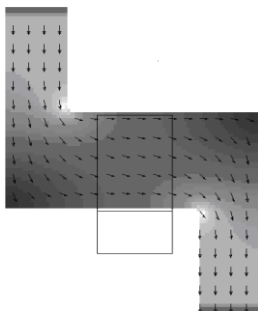
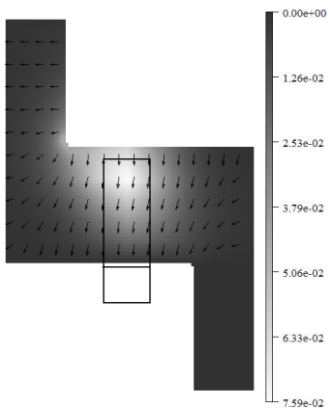


Рис.3.1

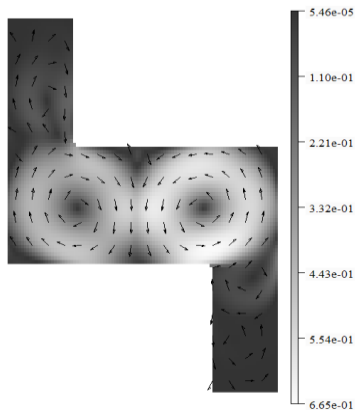
Z-образный канал. П-образный сердечник надвинут на горизонтальную часть канала снизу. Толщина проводящей жидкости в канале 10мм, ширина горизонтального участка 100мм, ширина вертикальных участков 50 мм. Ширина П-образного сердечника 30 мм, толщина межполюсного зазора сердечника 30 мм. Постоянный электрический ток протекает от входа канала к его выходу

Численный эксперимент показал, что действительно МГД-канал такой формы, с П-образным сердечником в середине горизонтальной части канала при протекании электрического тока от начала одной вертикальной части канала к концу другой вертикальной части создает насосный эффект. При запертом канале этот эффект проявляется в возникновении перепада давления между началом и концом канала. Как видно из эксперимента, эффект слабеет (перепад давления уменьшается) с увеличением длины горизонтального участка. Так как вихри локализуются в области боковых границ сердечника на прямом участке канала, их интенсивность в районе левого и правого вертикального участков канала будет снижаться, а вместе с этим будет снижаться роль вертикальных участков в создании продольной асимметрии вихрей (рис.3.2).

Ток течет через подводящие каналы. Сердечник надет снизу

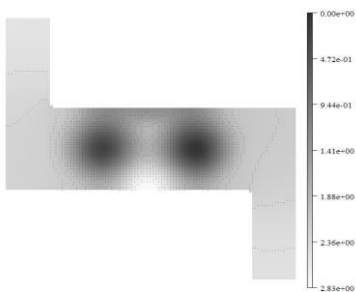


Поле сил

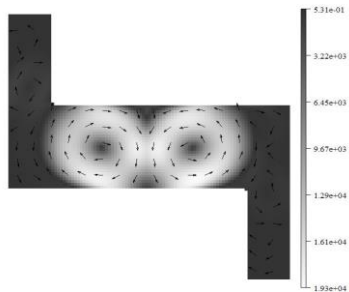


Поле скорости

Длина горизонтальной части канала 20 см, $\Delta P = -0.3$ кПа (расчет)

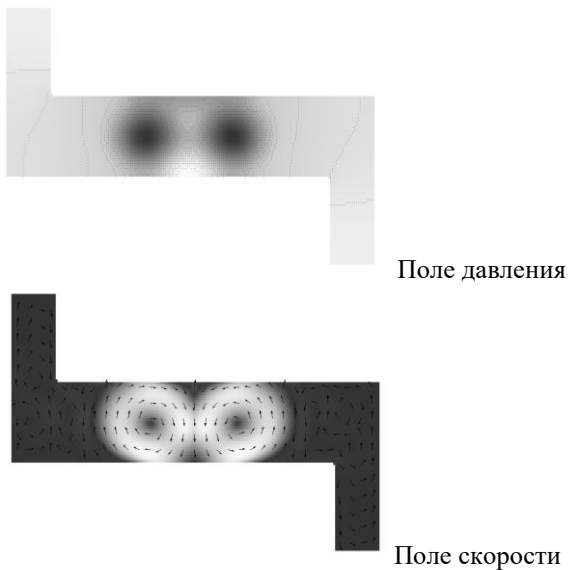


Изолинии давления



Поле скорости

Длина канала 30 см, $\Delta P = -0.05$ кПа (расчет)

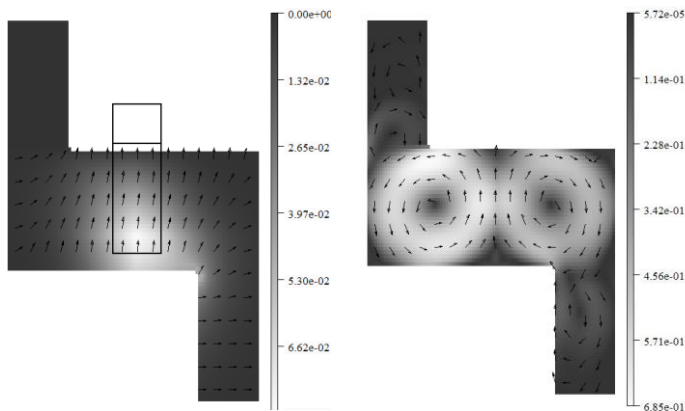


Длина канала 40 см, $\Delta P = -0.005$ кПа (расчет)

Рис.3.2

Перепад давления между входом и выходом Z-образного канала с П-образным сердечником при протекании постоянного электрического тока 1000А при разной длине горизонтального участка.

Если изменить знак ротора электромагнитных сил, изменив положение сердечника, надев его сверху на канал, то изменится направление циркуляции вихрей в МГД-канале и, как следствие, сменится знак перепада давления на концах канала (рис.3.3).



Поле сил

Поле скорости

Рис.3.3. Z-образный канал. П-образный сердечник надет сверху. $\Delta P = +0.3$ кПа (расчет)

В приведенных примерах электровихревое течение генерирует перепад давления на концах канала. На этот факт указывает то, что в случае подвода электрического тока через торцевые участки горизонтальной части МГД-канала перепад давления, создаваемый на концах канала, меняет знак в сравнении с вариантом, когда ток подводится к началу и концу канала (рис.3.4).

Смена знака перепада давления при подключении электрического тока через торцевые части горизонтального участка канала объясняется тем, что в этом случае действует уже другой механизм генерации давления. Этот механизм был описан в [55]. Он обусловлен эффектом втягивания проводника с током в зазор П-образного ферромагнитного сердечника. Действительно, в областях соединения горизонтального участка канала с вертикальными в этом случае происходит пересечение линий электрического тока с линиями тока жидкости. Таким образом, электромагнитная сила (являющаяся результатом взаимодействия электрического тока и магнитного поля рассеяния от полюсов П-образного сердечника) имеет проекцию вдоль линий тока жидкости, что и является причиной возникновения перепада давления, но, как легко видеть, этот механизм обуславливает

перепад давления другого знака в сравнении с перепадом давления, создаваемым электровихревым механизмом.

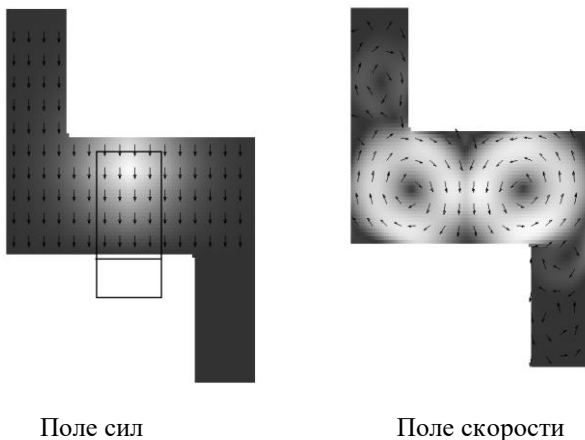


Рис.3.4

Z-канал. Длина горизонтального участка 200 мм. Постоянный электрический ток течет только вдоль горизонтального участка от левой стенки горизонтального участка к правой. П-образный сердечник надет снизу. $\Delta P = +0.296 \text{ кПа}$ (расчет)

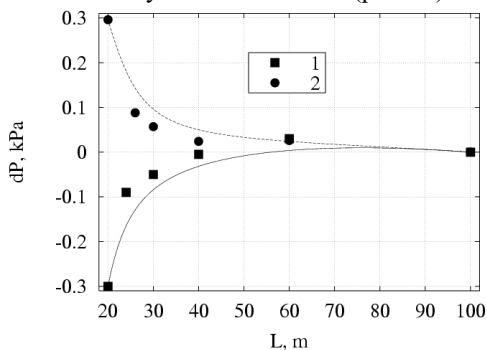


Рис.3.5

Зависимость перепада давления Z-образного канала от длины горизонтального участка канала: 1 – ток течет через подводящие каналы; 2 – ток течет только вдоль горизонтального участка. $I=1000 \text{ А}$, толщина жидкого слоя $d=0.01 \text{ м}$, толщина межполюсного зазора $\delta=0.03 \text{ м}$, ширина сердечника $b=0.03 \text{ м}$

При увеличении длины горизонтального участка канала величина рассеянного магнитного поля в углах канала уменьшается, что приводит к уменьшению электромагнитных сил, а следовательно, и к снижению величины перепада давления (рис.3.5).

Численные эксперименты показали, что электровихревые течения могут привести к возникновению в плоском МГД- канале перепада давления между его входом и выходом (насосный эффект). Это возможно в случае, когда в канале генерируется электровихревое течение. В случае когда вдоль продольной оси канала создана асимметрия вихревой структуры течения, в этом направлении возникает перепад давления, который и определяет насосный эффект в канале. Это явление можно использовать для конструирования МГД-насосов, в которых насосный эффект будет создаваться электровихревым течением.

3.2. Безобмоточный насос «Зигзаг»

Если взять плоский Z-образный канал, с охватывающим его П-образным ферромагнитным сердечником (рис.3.6), пропустить вдоль него (от входного патрубка к выходному) электрический ток, то как было показано выше, в канале возникнет слабый насосный эффект и, если канал не заперт, то через него (снизу вверх, рис.3.6) начнет прокачиваться жидкий металл.

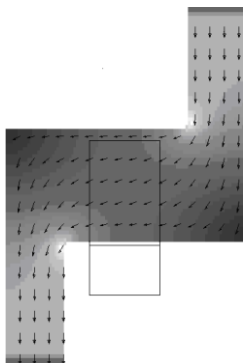


Рис.3.6

Z-образный канал с охватывающим его П-образным сердечником. Вдоль канала протекает электрический ток, и в области сердечника возникает электровихревое течение. В канале возникает насосный эффект

Если П-образный сердечник отклонить от вертикальной оси в сторону (как показано на рис.3.7), то асимметрия вихревой структуры возрастет и насосный эффект значительно усилится.

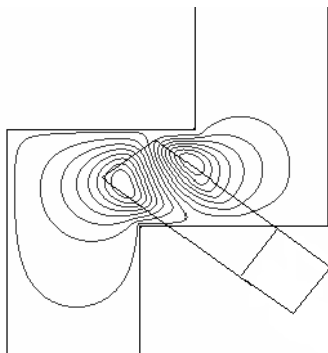


Рис.3.7

Z-образный канал с охватывающим его П-образным сердечником. Сердечник отклонен в сторону

Такой канал можно рассматривать как реальный МГД-насос [8]. Если эти насосы расположить друг за другом (рис.3.8), то можно создавать конструкции, развивающие приемлемые для практического использования давления и расходы жидкого металла.

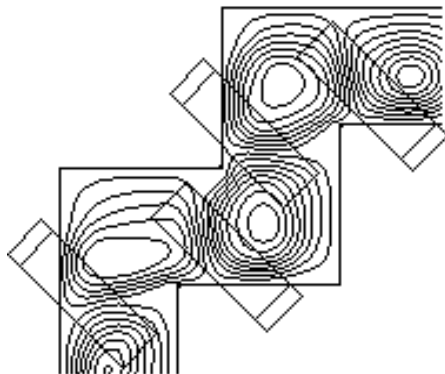


Рис.3.8

Схема электровихревого МГД-насоса, в котором качающие Z-образные каналы расположены последовательно, друг за другом

Из стеклотекстолита был изготовлен плоский и зигзагообразный в плане канал (рис.3.9). Ширина и высота канала были соответственно 71 и 8мм. Канал охватывали (как показано на рис.3.9) четыре П-образных ферромагнитных сердечника. Ширина сердечников и их полюсов составляла 40 мм, межполюсной зазор равнялся 16 мм.

С использованием математических моделей для определения объемных сил и турбулентного течения жидкости в плоском канале [55] были произведены расчеты поля скоростей (рис.3.9) и расходно-напорной характеристики (рис.3.10) экспериментальной модели. Испытания ее на галлиевом контуре показали близость рассчитанной характеристики к экспериментальным данным [7].

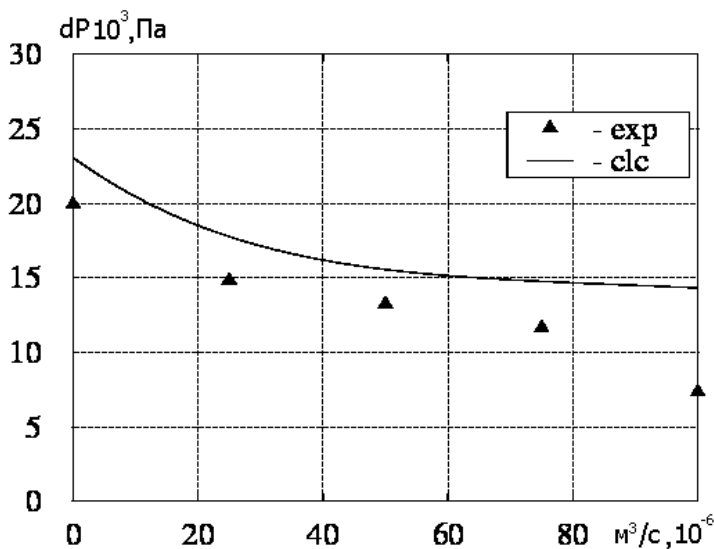


Рис.3.10

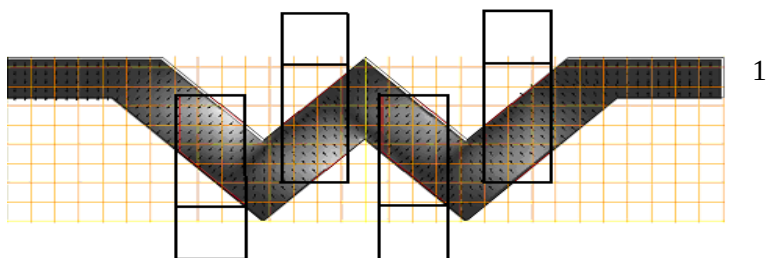
Расходно-напорная характеристика электровихревого насоса с зигзагообразным каналом. Вдоль канала течет ток 2500А

Для выяснения особенностей предлагаемого насоса были проведены численные и физические эксперименты. Численные эксперименты были выполнены с использованием разработанной математической модели. Для проведения физических экспериментов были сделаны экспериментальные модели с каналами из нержавеющей стали, которые затем испытывались на галлиевом контуре.

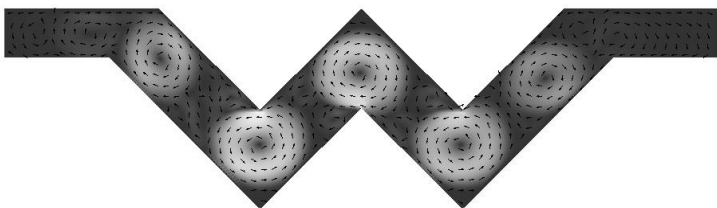
У экспериментальных моделей был плоский зигзагообразный канал, выполненный из сплюсненной нержавеющей трубы. Угол между прямыми участками канала составлял 90° . Ширина «узкого» канала равнялась 33 мм (рис.3.11). Ширина «широкого» канала составляла 59мм (рис.3.12), высота внутреннего просвета каналов 8,5 мм, толщина стенок каналов 2,5 мм. Прямые участки каналов попеременно с обеих боковых сторон охватывались четырьмя П-образными сердечниками. Ширина сердечника и межполюсной зазор у

сердечника «узкого» канала, были соответственно 30 и 13мм, у сердечника «широкого» канала - соответственно 50 и 15 мм.

Насос устанавливался на галлиевом контуре и вдоль канала пропускался переменный электрический ток. В физических экспериментах определялся перепад давления, развиваемый насосом (рис.3.11, 3.12, 3.13). В численных экспериментах находился перепад давления в стопорном режиме для нескольких вариантов конфигурации канала насоса (рис.3.11,3.12).



2



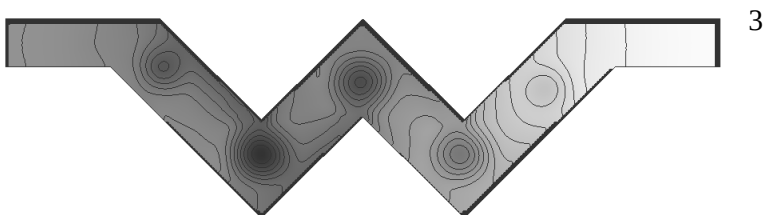
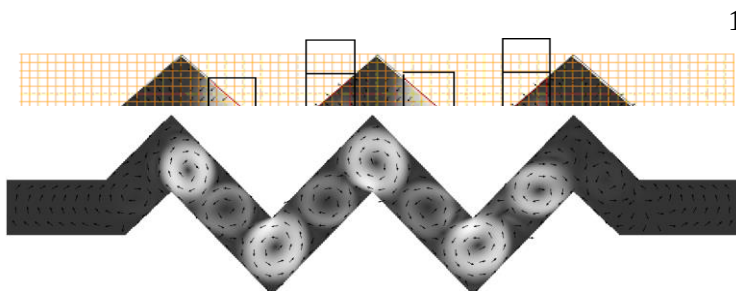


Рис.3.11

Последовательно приведены: 1) поле сил (в одной клетке сетки 10 мм),
2) поле скорости и 3) поле давления. Расчет: $\Delta P = 32.58$ кПа;
эксперимент: $\Delta P = 34 \pm 4$ кПа ($I = 1500$ А, высота просвета канала - 0.0085 м, ширина канала – 33 мм, ширина сердечника – 30 мм, межполюсной зазор – 0.013 м, рабочая среда – галлиевый сплав)

На галлиевом контуре были проведены эксперименты с электровихревым насосом, имеющим широкий зигзагообразный канал с четырьмя П-образными сердечниками, результаты экспериментов оказались близкими к расчетным (рис.3.12). В экспериментах была получена также напорно-расходная характеристика этого насоса (рис.3.13).



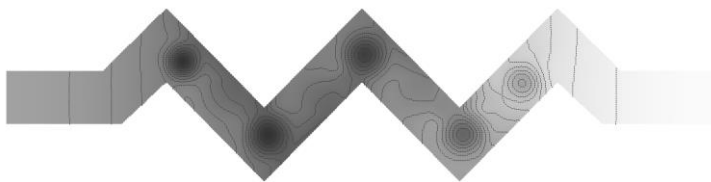


Рис.3.12

Последовательно приведены: 1) поле сил (в одной клетке сетки 10 мм), 2) поле скорости и 3) поле давления. Расчет: $\Delta P = 27$ кПа; эксперимент: $\Delta P = 19,8 \pm 3$ кПа ($I = 1500$ А, высота просвета канала - 0.0085 м, ширина канала - 59 мм, ширина сердечника - 50 мм, межполюсной зазор - 0.015 м, рабочая среда - галлий)

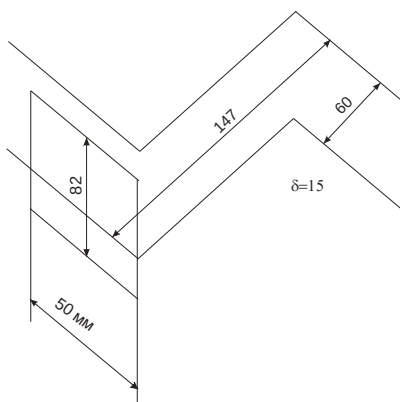


Рис.3.13,а

Схема канала электровихревого насоса

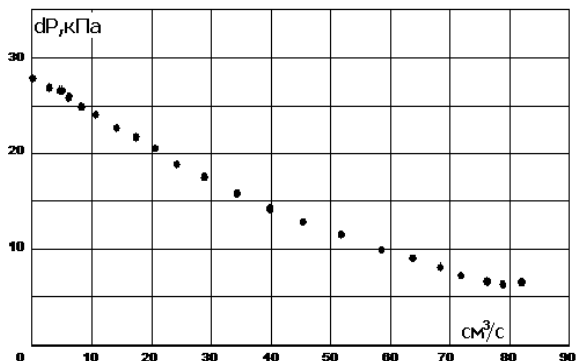


Рис.3.13,6

Напорно-расходная характеристика на галлиевом сплаве электровихревого насоса с четырьмя сердечниками при токе через канал в 2000А

Были рассчитаны перепады давления, создаваемые зигзагообразным каналом с различным числом П-образных сердечников с различным их расположением на канале и с различными сочетаниями этих сердечников (рис.3.14).

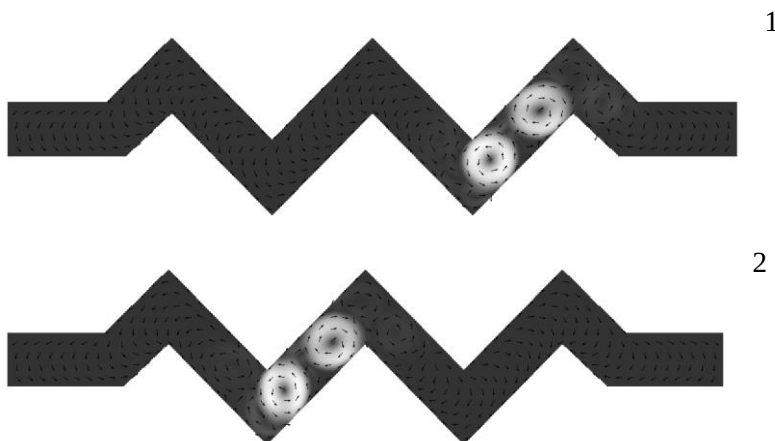


Рис.3.14,а

Один сердечник (ширина 59мм). Поле скорости. Расчет: 1 - $\Delta P=6.06$ кПа; 2 - $\Delta P=6,57$ кПа

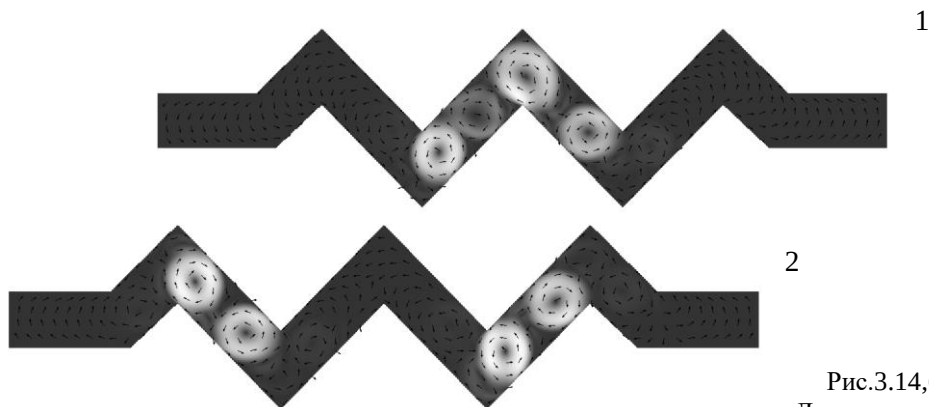


Рис.3.14,б
Два сердечника
(ширина 59мм). Поле скорости. Расчет: 1 - $\Delta P=13.50$ кПа; 2 - $\Delta P=12.70$ кПа

Результаты численных экспериментов показали, что давление, создаваемое насосом, практически пропорционально числу качающих секций в насосе, а зависимость давления, развиваемого одной качающей секцией, от расположения в канале насоса не является сильной.

Электромагнитные силы в канале «зигзаг» (рис.3.11) перпендикулярны (во всей области канала) линиям потенциального тока жидкости, поэтому причиной начала проточного течения жидкости в канале они быть не могут. Однако в силу того что эти силы имеют вихревую составляющую, в канале генерируется электровихревое течение; таким образом, начальные условия в канале меняются (по сравнению с условиями традиционной схемы насосов) и уже это электровихревое течение создает в канале насосный эффект.

В случае рассматриваемого в этом параграфе электровихревого насоса в его плоском зигзагообразном канале возбуждается электровихревое течение. В результате специальной формы канала и специального расположения П-образных сердечников при протекании электрического тока в канале (как видно из рис.3.7, 3.8) возбуждается система вихрей, имеющих асимметрию. Как показывают результаты численных и физических экспериментов, в канале такого насоса возникает

существенный насосный эффект. Каждый прямой участок канала со своим сердечником является элементарным насосом (рис.3.14). При соединении таких элементарных насосов в последовательную цепь насосный эффект, производимый ими, суммируется (рис.3.12,3.14).

Как показали физические эксперименты с моделями насосов на галлиевом контуре, электровихревые насосы с зигзагообразным каналом имеют характеристики, позволяющие использовать их на реальном производстве для литья жидких металлов (таких, например, как магний и подобных ему металлов и сплавов). Кроме того, характеристики насоса можно изменять увеличивая количество качающих элементов, поднимая силу тока, изменяя ширину канала, меняя угол между прямыми участками и т. д.

Электровихревой насос с зигзагообразным каналом легко превратить в погружной насос, который располагается ниже уровня жидкого металла. При этом его старт происходит сразу после включения электрического тока, без предварительной операции по заполнению жидким металлом канала, что удобно при его эксплуатации. Для этого он без специальных сложностей может быть заключен в обсадную трубу, а электрический ток может подаваться по металлопроводу. Канал такого насоса очень прост в изготовлении, а его форма без особых сложностей позволяет осуществлять периодическую очистку от неметаллических включений, которые со временем в процессе работы засоряют канал любого МГД-насоса.

3.3. Электровихревой насос с непроводящими перегородками

Асимметрию вихревой структуры, которая создается в плоском канале с электрическим током П-образными сердечниками, можно обеспечить введением в канал поперечных непроводящих перегородок (рис.3.15).

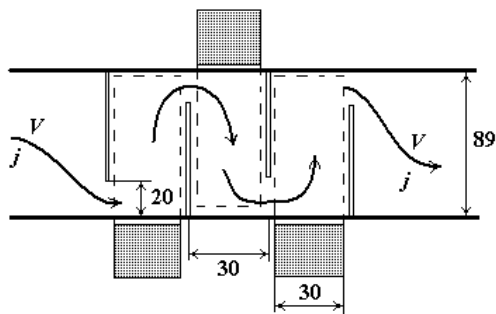


Рис.3.15

Электровихревой насос с непроводящими перегородками. Величина межполюсного зазора – 20 мм, толщина слоя жидкого металла в канале – 10 мм

При этом, как было показано ранее, такой канал при протекании электрического тока будет создавать напор, а если канал не заперт, то он будет создавать расход жидкого металла. Если в плоском канале расположить друг за другом несколько таких секций с перегородками, то напор, создаваемый таким каналом, возрастет пропорционально количеству секций и его уже можно рассматривать как МГД-насос.

Экспериментальная модель представляла собой плоский канал с прямоугольным поперечным сечением (рис.3.15), выфрезерованный в текстолитовой плите. Ширина канала 89 мм, глубина 10 мм. В канале располагались (на расстоянии 30 мм друг от друга) непроводящие перегородки. В перегородках поочередно (то у одного края канала, то у другого) были сделаны окна шириной 20 мм. Области между перегородками (то с одной стороны канала, то с другой) охватывались П-образными сердечниками.

В модели было три секции с перегородками и три П-образных сердечника. Ширина сердечников 30 мм, толщина межполюсного зазора 20 мм. Канал устанавливался на галлиевом контуре. В эксперименте определялась напорно-расходная характеристика канала при протекании вдоль его оси электрического тока силой 1580А. В эксперименте (рис.3.16) было обнаружено, что такой канал развивает максимальный напор в 320 Па и обеспечивает относительно небольшой расход.

Такой насос является малоэффективным МГД-насосом. Для создания практически приемлемого напора необходимо последовательное включение большого количества секций, что ведет к увеличению гидравлического сопротивления канала. Однако такой насос может быть использован для специфических операций, например, как сепаратор жидкого металла от неметаллических включений. Известно, что любой МГД-насос очищает жидкий металл от металлических включений, а объединение многих элементарных насосов (которыми являются секции с перегородками) в сочетании со сложным каналом должно усиливать эффект сепарации.

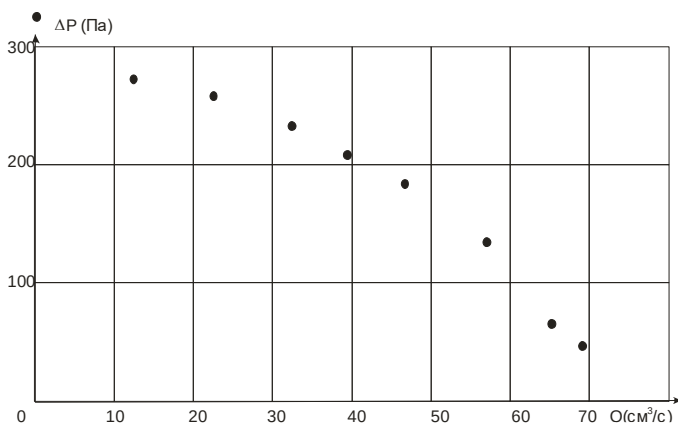


Рис.3.16

Напорно-расходная характеристика электровихревого насоса с непроводящими перегородками, полученная на галлиевом контуре при токе в 1580 А

4. Электровихревые течения в ваннах мощных алюминиевых электролизеров

В 1886 г. П.Эру и Ч.Холлом был предложен способ получения алюминия путем электролиза криолито-глиноземного электролита. В плоской ванне **1** (рис.4.1), изготовленной из графитовых блоков, находится слой алюминия **2** (толщиной около 30 см), поверхность которого покрыта слоем (толщиной около

5см) расплавленного электролита 3. Почти вся поверхность электролита контактирует с угольными блоками, объединенными в анодный массив 4. Электрический ток подводится к анодному массиву электролизера при помощи анодных стояков 5 и анодных стержней 6. От анодного массива 4 через слой электролита 3 и жидкого металла 2 через графитовую подину ванны 7 с вмонтированными в нее катодными стержнями-блюдцами 8 постоянный электрический ток протекает к катодным шинам 9, расположенным ниже ванны электролизера, и обеспечивает восстановление из электролита на поверхности металла (как на катоде) жидкого алюминия. Борта ванны покрывает слой настyli (застывший электролит) 10, защищающей их от разрушающего воздействия расплава электролита [9].

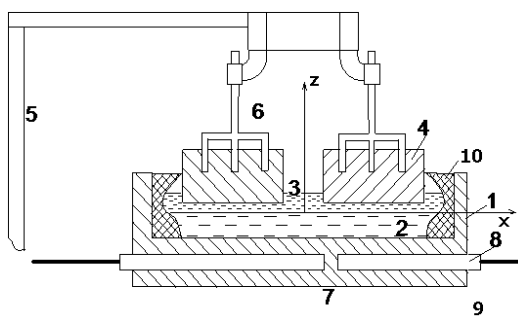


Рис.4.1

Сечение мощного алюминиевого электролизера (поперечного расположения) с обожженными анодами

Ток, протекая по расплаву и взаимодействуя со своим магнитным полем и полем токоподводящих шин (полем ошиновки), порождает объемную электромагнитную силу, воздействующую на жидкое содержимое ванны. В первые годы алюминиевого производства, когда применялись маломощные установки с силой тока 3-90 кА, действие электромагнитных сил проявлялось слабо и выражалось главным образом в перекосе поверхности жидкого металла в ванне. Достаточно эффективным методом борьбы с этим было создание специального расположения токоподводящих шин.

При этом в основном добивались снижения потенциальной составляющей электромагнитных сил [10].

По мере развития алюминиевой промышленности сила тока в электролизерах и их линейные размеры постоянно возрастали. В настоящее время применяются аппараты с силой тока в сотни килоампер (250кА) и размерами ванны в плане порядка десятка метров (14,5 x 3,85 x 0,5 м). В этом случае на первый план выдвигаются новые проблемы. При таких больших токах и линейных размерах циркуляционные течения, обусловленные вихревой частью электромагнитных сил (электровихревые течения), становятся значительными и существенно влияют на процессы тепло-и массопереноса в расплавленном содержимом ванны электролизера (течения выносят тепло из-под анода, уменьшая перегрев металла и перемешивают электролит [11;12]) (рис.4.2).

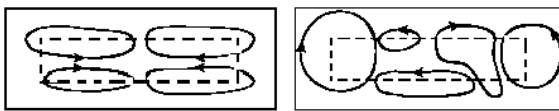


Рис.4.2

Примеры возможных циркуляционных течений в ванне мощного алюминиевого электролизера. Пунктиром изображена проекция анода на поверхность расплава в ванне

Однако в некоторых местах ванны интенсивность течения может возрасти настолько, что начнется размывание боковой настыли, защищающей стенки ванны от размывания электролитом [13]. Кроме того, циркуляционные течения могут приводить к колебаниям положения границы металл - электролит (так называемое явление неустойчивости) [14;15;16;17;12-24], которые ухудшают рабочие характеристики электролизера, могут привести к замыканию межэлектродного промежутка в ванне и вызвать аварийную ситуацию.

Борьба с этим явлением ведется, главным образом, путем снижения скорости циркуляции расплава, что достигается уменьшением электромагнитных сил вследствие снижения соответствующих компонент магнитного поля (поперечное

расположение электролизеров в цеху в одну линию, различные варианты ошиновок) [25].

По этой причине большое внимание в исследованиях уделяется проблеме магнитных полей и токов в реальных электролизерах. Существует целый ряд работ, посвященных нахождению полей и токов в ванне электролизера как на основе физического моделирования, так и с помощью численных расчетов [13;26-28]. Расчет магнитного поля в электролизере осложняется наличием ферромагнитных масс сложной конфигурации. Существует ряд работ, в которых магнитное поле измеряют непосредственно в ванне электролизера [13;26;28]. Так как температура расплава в ванне превышает 1000°C , а сам расплав весьма агрессивен, эти работы сопряжены с большими трудностями. Поэтому такие измерения ограничены лишь точками по периметру анодного массива [28]. В связи с этим представляется перспективным восстанавливать распределение магнитного поля в ванне электролизера по значениям магнитного поля на ее границе [25], затем, используя найденное расчетным путем распределение электрического тока (это значительно проще, чем расчет магнитного поля), можно получить распределение электромагнитных сил в ванне электролизера.

В большинстве работ, посвященных проблеме алюминиевых электролизеров [13;18;29;30], указывается на то, что основной причиной циркуляции в расплаве являются горизонтальные токи растекания и некомпенсированная поперечная составляющая магнитного поля [13;23].

Однако, как было показано в [31], даже при отсутствии токов растекания и вертикальной составляющей магнитного поля и поля ошиновки, при условии несовпадения проекции анода с поверхностью ванны (при протекании от анода к катоду через расплав электрического тока), в расплаве возникает циркуляционное течение. Интенсивность и топология этого течения зависит от формы электрода и ванны электролизера.

В результате анализа флуктуации рабочего напряжения на электролизерах обнаружено три типа колебаний границы раздела металл - электролит [32]: высокочастотные (0,8-1,2 Гц), среднечастотные (0,1-0,2 Гц) и низкочастотные (0,02-0,03 Гц).

В литературе эти колебания объясняют различными причинами.

Высокочастотные колебания, например, связывают с газодинамическим воздействием сходящих с анода пузырьков, образовавшихся в процессе электролиза[32]. Низкочастотные колебания объясняют, например, параметрическим влиянием колебания общего тока в серии электролизеров [30], электромагнитным воздействием горизонтальных токов растекания в расплаве и вертикальной компоненты магнитного поля [20], динамическим воздействием циркуляционных течений расплава.

Интересная гипотеза вращения случайно возникшего перекоса поверхности жидкого алюминия предложена в работе [20]. Дело в том, что при возникновении перекоса границы алюминий - электролит вследствие большой разности проводимостей электролита и алюминия возникает деформация линий электрического тока с появлением тангенциальной составляющей плотности электрического тока, направленной вдоль перекоса границы раздела фаз в слое алюминия. Взаимодействие этой компоненты плотности тока с вертикальной составляющей магнитного поля приводит к появлению сил, вращающих перекос границы вокруг центра ванны. Однако в этой работе из-за довольно грубого манипулирования основными уравнениями гидродинамики этот механизм не получил достаточного обоснования.

В работе [22] рассматривается два слоя жидкости в плоской ванне, описано три вида волн: капиллярные (малосущественные для процесса), короткие, обусловленные действием пинчевых сил, и длинные гравитационные волны.

В работе [33] рассматривается турбулентное течение в электролите и жидком алюминии в поле действия электромагнитных сил с позиции k - ε модели. Полагалось, что граница раздела фаз недеформируемая. После нахождения картины течения определялось распределение давления в слое и по нему, определялась деформация границы раздела фаз. Такой подход имеет свои недостатки, так как деформация границы влечет за собой перестройку течения, а решение пяти нелинейных уравнений на каждом шаге итерации ведет к большому расходу машинного времени.

По нашему мнению, возникновение низкочастотных колебаний расплава (наиболее опасных с точки зрения замыкания межполюсного расстояния) обусловлено в основном двумя механизмами:

1. Электромагнитные силы порождают интенсивные циркуляционные течения расплава в ванне электролизера, которые в результате нелинейных взаимодействий между собой и, деформацией границы раздела металл - электролит, порождают колебания этой границы [34;35].

2. Жидкий металл обладает электрической проводимостью, на два порядка большей, чем электролит, поэтому при возмущении поверхности жидкого алюминия (рис. 4.3) плотность электрического тока в точке возмущения заметно меняется, что приводит к перераспределению объемных сил ($f_{эм} \sim j$), а следовательно, к обратному влиянию на возмущения. Этот процесс может привести к появлению колебаний границы металл - электролит [16].

$$j : \frac{h}{h-\zeta}; \quad f_{эм}^r = j^r \times B^r \Rightarrow f_{эм} : \frac{h}{h-\zeta} .$$

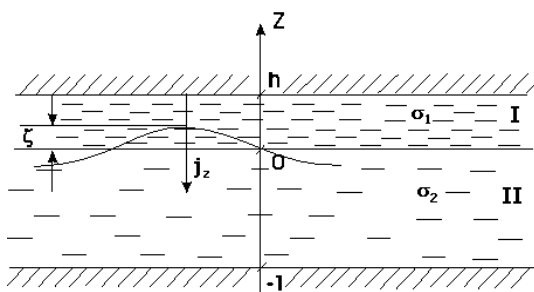


Рис.4.3

Схематическое представление возмущения границы металл (II)-электролит (I)

Совершенно избавиться от циркуляционных течений в ванне электролизера (в связи с принципиальными особенностями их конструкции) невозможно, однако этого и не нужно. Слабая

циркуляция играет положительную роль, заключающуюся в выносе тепла из-под анода и перемешивании электролита. Задача состоит в том, чтобы создать циркуляцию такой топологии и интенсивности, чтобы она, играя положительную роль в теплопереносе, не размывала настылъ и не приводила к неустойчивости границы металл - электролит.

Для качественного представления картины течения расплава в ванне алюминиевого электролизера заслуживают внимания так называемые однослойные математические модели, в которых расплав в ванне представляется в виде однородного слоя жидкости, в котором роль верхней твердой крышки играет поверхность анодного массива. В этом случае можно получить лишь приближенную картину течений в ванне в поле действия объемных электромагнитных сил реального электролизера при различных конструкциях ванн и ошиновок. Тем не менее результаты таких расчетов и исследований на физических моделях дают качественно верное представление о реальной циркуляции расплава, полученной из непосредственных измерений на реальных электролизерах [18;28;36].

Существует большое количество разнообразных конструкций электролизеров. Однако в настоящее время используются прямоугольные ванны с теплоизоляцией переменного сечения по высоте и периметру шахты [37]. На боковых стенках ванны формируется непроводящая настылъ из замерзшего электролита, которая улучшает тепловой режим электролизера и, препятствуя протеканию электрического тока к боковым стенкам ванны, снижает горизонтальную составляющую плотности тока в расплаве. Но более эффективно эта цель достигается тем, что в центральную часть подины ванны помимо обычных катодных стержней (блумсов) вводят Т-образные стержни, по которым ток отводится через днище вертикально вниз [38].

В настоящее время одним из способов расположения электролизеров в цеху является продольное расположение в два ряда (рис.4.4).

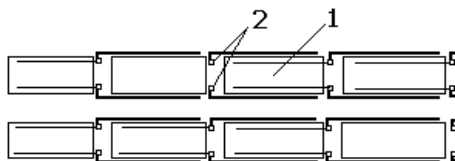


Рис.4.4

Продольное расположение электролизеров в цеху: 1- ванна электролизера, 2 - анодные стояки

При этом из-за влияния соседнего ряда в ванне электролизера появляется значительная поперечная составляющая магнитного поля, что приводит к перекосам поверхности алюминия в ванне и способствует общей циркуляции расплава. Все это отрицательно сказывается на работе электролизеров. Существует ряд изобретений по уменьшению поперечной (вертикальной) составляющей магнитного поля, например [39-43]. Интересны эксперименты с дополнительными токовыми шинами, проложенными под днищем катодного кожуха и компенсирующими вертикальную составляющую магнитного поля [42;43]. Кроме уменьшения вертикальной составляющей магнитного поля при проектировании ошиновки подбирают длину шин такой, чтобы предотвратить появление паразитных токов. В то же время магнитное поле самих шин не должно оказывать существенного воздействия на расплав в ванне.

Наиболее эффективное, на наш взгляд, поперечное расположение электролизеров в один ряд в цеху (рис.4.5), при этом даже при токах в 255 кА удастся значительно снизить вертикальную составляющую магнитного поля. Анодные стояки при таком расположении, как правило, размещают у одного из бортов анодного кожуха [44]. Влияние анодных стояков своих или соседних в ряду электролизеров приводит к ослаблению или усилению циркуляции расплава в зависимости от их местоположения.

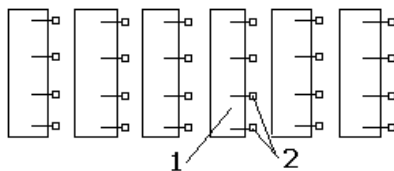


Рис.4.5

Поперечное расположение электролизеров в цеху. 1 - ванна электролизера, 2 - анодные стояки

Представляет также интерес предложение, в котором управление циркуляцией расплава происходит путем перераспределения плотности тока на подошве анода [45;46].

Как видим, существует большое многообразие конструктивных решений алюминиевых электролизеров с различными формами анодных массивов, ванн и способов ошиновки. Главной целью этих решений является уменьшение силового воздействия на расплав со стороны электромагнитных полей путем снижения или симметризации тех или иных компонент магнитного поля. Однако следует заметить, что главной задачей является снижение циркуляции самого расплава и уменьшение колебаний границы алюминий - электролит. Для ее достижения необходимо (на основе физического и математического моделирования) изучение гидродинамических процессов в слоях жидкого алюминия и электролита в ванне алюминиевого электролизера.

Таким образом, для создания электролизеров, обладающих высокими эксплуатационными качествами, представляется важным понимать механизмы, обуславливающие гидродинамические процессы в слое жидкого алюминия и расплавленного электролита, находящихся в ванне электролизера, уметь рассчитывать картину течений [12; 21; 23; 34; 36;47;48].

5. Редукция уравнений Навье - Стокса для течений в системе из двух тонких слоев жидкости

Расплав, находящийся в ванне мощного электролизера, представляет собой слой жидкого алюминия толщиной 30 - 50 см, поверх которого располагается слой расплавленного электролита толщиной до 5см. Электролит и жидкий алюминий не смешиваются, но их плотности очень близки. В плане размеры ванны составляют по одной стороне 3-4 м, по другой - 10-12м. Таким образом, расплав в ванне с большой степенью достоверности можно считать тонким плоским слоем и использовать соответствующие приближения и допущения.

Для описания течения в плоском слое, т.е. когда толщина слоя много меньше его размеров в плане (рис.3.22), можно использовать приближенные двумерные уравнения, полученные редукцией трехмерных уравнений Навье - Стокса.

Рассмотрим тонкий слой жидкого металла. Снизу металл ограничен твердой поверхностью, а сверху располагается тонкий слой расплавленного электролита, верхняя граница которого ограничена твердой поверхностью. За единицу длины выберем толщину слоя металла d (рис.5.1). Физические величины, относящиеся к слою электролита, обозначим индексом I, а относящиеся к слою металла - индексом II. Пусть на границе раздела металл - электролит возможно возникновение небольших вертикальных возмущений границы ζ таких, чтобы выполнялось условие $\partial\zeta/\partial x, \partial\zeta/\partial y = 1$.

Представим планарные компоненты скорости (как в [55]) в виде ряда

$$v_i^k(x, y, z, t) = \sum_j \bar{v}_{i,j}^k(x, y, t) \varphi_j^k(z) + v_{0,i}^k(x, y, z, t) \quad (5.1)$$

Здесь индекс k , равный I, обозначает соответствие слою электролита, а k , равный II, - слою жидкого алюминия. Сходимость этого ряда зависит от удачного выбора функций $\varphi_j^k(z)$.

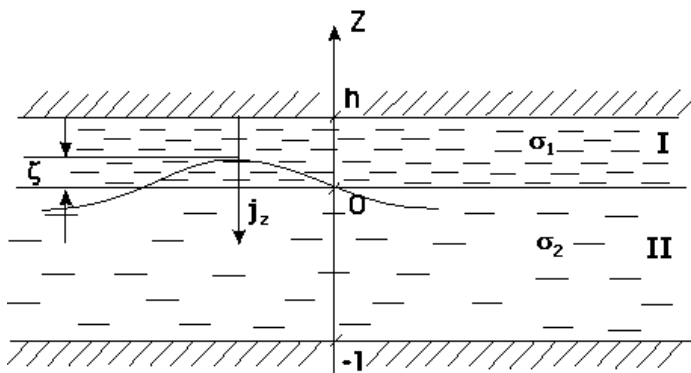


Рис.5.1

Схематическое представление возмущения границы металл (II) - электролит (I)

Хорошие результаты дают функции, полученные из решения упрощенной задачи, описывающей тот или иной похожий процесс. При этом бывает достаточно использования одного члена с одной базисной функцией в разложении (5.1) [49]. В случае циркуляционного течения в плоских замкнутых полостях, наряду с этими течениями, существует замкнутое течение в поперечном сечении, которое обусловлено, с одной стороны, центробежными силами в планарных вихрях, с другой стороны – вязким трением в придонной области (в тонких слоях жидкости интенсивность такого течения много меньше интенсивности планарных циркуляционных течений).

В нашем случае для представления скорости ограничимся двумя членами ряда с базисными функциями, отвечающими за поперечный профиль течения в слое:

$$v_i^k(x, y, z, t) = v_i^k(x, y, t) \cdot \phi_1^k(z) + \Gamma_i^k(x, y, t) \cdot \phi_2^k(z) + v_{0i}^k(x, y, z, t) \quad (5.2)$$

Базисная функция $\phi_1^k(z)$ отвечает за выпуклый профиль «проточного» течения (в замкнутой полости это планарное циркуляционное течение). Функция $\phi_2^k(z)$ отвечает за течения в поперечном сечении слоя (индуцированные планарными вихрями

течения). Здесь $v_{0i}^k(x, y, z, t)$ - некая функция, находящаяся из частного решения этой или подобной задачи (в частности, она может быть равной нулю). Наложим на эти функции дополнительные условия, которые в размерном виде запишутся как

$$\frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} \varphi_1^k dz \equiv 1; \quad \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} \varphi_2^k dz \equiv 0; \quad \int_{-d/2}^{d/2} v_{0i}^k(x, y, z, t) dz \equiv 0,$$

где d – толщина слоя жидкого алюминия, поперек которого происходит осреднение.

Для упрощения трехмерной системы уравнения Навье – Стокса, в случае плоского слоя, приведем эти уравнения к двумерному виду. Однако для сохранения информации о трехмерности течения необходимо выразить вертикальную компоненту скорости через планарные составляющие V_x, V_y .

Выразим в уравнении непрерывности V_x, V_y с помощью (5.2):

$$\left(\frac{\partial v_{0x}}{\partial x} + \frac{\partial v_{0y}}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial \bar{v}_x^{\text{II}}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}_y^{\text{II}}}{\partial y} \right) \varphi_1^{\text{II}} + \left(\frac{\partial \Gamma_x^{\text{II}}}{\partial x} + \frac{\partial \Gamma_y^{\text{II}}}{\partial y} \right) \varphi_2^{\text{II}} + \frac{\partial v_z^{\text{II}}}{\partial z} = 0. \quad (5.3)$$

Проинтегрируем это уравнение непрерывности поперек слоя от -1 до z (здесь и далее перейдем к безразмерному виду, за единицу длины выбрана толщина слоя алюминия d , за единицу скорости - v/d , за единицу времени - d^2/ν) и, учитывая, что

$$v|_{z=0} = \frac{d\zeta}{dt}; \quad v|_{z=-1} = 0, \quad (5.4)$$

получим

$$v_z^{\text{II}} = \frac{d\zeta}{dt} \cdot \Phi_1 - \left(\frac{\partial \Gamma_x^{\text{II}}}{\partial x} + \frac{\partial \Gamma_y^{\text{II}}}{\partial y} \right) \cdot \Phi_2 - \Phi_0, \quad (5.5)$$

здесь $\zeta(x, y, t) = 1$ - отклонение поверхности раздела от равновесного положения $z = 0$;

$$\Phi_0 \equiv \left(\frac{\partial}{\partial x} \int_{-1}^z v_{0x} dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-1}^z v_{0y} dz \right); \quad \Phi_1 \equiv \int_{-1}^z \varphi_1 dz; \quad \Phi_2 \equiv \int_{-1}^z \varphi_2 dz;$$

$$\Phi_0(z=0) = 0; \quad \Phi_0(z=-1) = 0;$$

$$\Phi_1(z=0) = 1; \quad \Phi_1(z=-1) = 0;$$

$$\Phi_2(z=0) = 0; \quad \Phi_2(z=-1) = 0.$$

Вернемся к уравнению непрерывности, проинтегрируем его поперек слоя в пределах от -1 до 0 (рис.5.1) и, учитывая (5.4), получим двумерный аналог уравнения непрерывности тонкого слоя несжимаемой жидкости со свободной поверхностью:

$$\frac{\partial \bar{v}_x^{\Pi}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}_y^{\Pi}}{\partial y} = -\frac{d\zeta}{dt}. \quad (5.16)$$

Запишем уравнения движения для второго слоя в безразмерном дивергентном виде (используя приближения мелкой воды, полагаем, что $v_z = v_x; v_y$ и $\partial/\partial z \approx \partial/\partial x; \partial/\partial y$, $\partial\zeta/\partial x, \partial\zeta/\partial y = 1$).

$$\begin{aligned}\frac{\partial v_x}{\partial t} + \frac{\partial v_x v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_z v_x}{\partial z} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \Delta v_x + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} + S \cdot f_x; \\ \frac{\partial v_y}{\partial t} + \frac{\partial v_x v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_y v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z v_y}{\partial z} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \Delta v_y + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} + S \cdot f_y;\end{aligned}\quad (5.7)$$

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial z} + G(1 - \beta);$$

$$\beta = \rho_1 / \rho_2; \quad G = \frac{g \cdot d^3}{\nu^2}; \quad S = \frac{I^2 \mu_0 d^3}{2\nu^2 \rho AB(A+B)};$$

$$\Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

Проинтегрируем последнее третье уравнение в системе (5.7) по z от -1 до ζ , после чего определим $\frac{\partial p}{\partial x}; \frac{\partial p}{\partial y}$:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial \zeta}{\partial x} G(1 - \tilde{\rho}); \quad \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial \zeta}{\partial y} G(1 - \tilde{\rho})$$

Отсюда уравнения (5.7) можно записать в виде

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} + \frac{\partial v_x v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_z v_x}{\partial z} = -G(1 - \tilde{\rho}) \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \Delta v_x + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} + S \cdot f_x;$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial t} + \frac{\partial v_x v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_y v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z v_y}{\partial z} = -G(1 - \tilde{\rho}) \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \Delta v_y + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} + S \cdot f_y.$$

Систему уравнений (5.8) после подстановки в нее выражений (5.2) и (5.5) можно записать в виде (уравнения

описывают движение металла в слое жидкого алюминия, и для упрощения верхний индекс II опустим):

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial t} \varphi_1 + \frac{\partial \Gamma_x}{\partial t} \varphi_2 + \frac{\partial}{\partial x} (2\bar{v}_x \varphi_1 v_{0x} + 2\Gamma_x \varphi_2 v_{0x} + v_{0x}^2 + \bar{v}_x^2 \varphi_1^2 + 2\bar{v}_x \Gamma_x \varphi_1 \varphi_2 + \Gamma_x^2 \varphi_2^2) + \\
 & \frac{\partial}{\partial y} (\bar{v}_x \varphi_1 v_{0y} + \Gamma_x \varphi_2 v_{0y} + \bar{v}_y v_{0x} \varphi_1 + \Gamma_y \varphi_2 v_{0x} + v_{0x} v_{0y} + \bar{v}_x \bar{v}_y \varphi_1^2 + \bar{v}_x \Gamma_y \varphi_1 \varphi_2 + \bar{v}_y \Gamma_x \varphi_1 \varphi_2 + \\
 & + \Gamma_x \Gamma_y \varphi_2^2) + \frac{\partial}{\partial z} [-\bar{v}_x \varphi_1 \Phi_0 + \Gamma_x \varphi_2 \Phi_0 + \Phi_1 v_{0x} \frac{d\zeta}{dt} - \left(\frac{\partial \Gamma_x}{\partial x} + \frac{\partial \Gamma_y}{\partial y} \right) \Phi_2 v_{0x} - \Phi_0 v_{0x} + \\
 & \bar{v}_x \varphi_1 \Phi_1 \frac{d\zeta}{dt} - \left(\frac{\partial \Gamma_x}{\partial x} + \frac{\partial \Gamma_y}{\partial y} \right) \Phi_2 \varphi_1 \bar{v}_x + \frac{d\zeta}{dt} \Gamma_x \Phi_1 \varphi_2 - \left(\frac{\partial \Gamma_x}{\partial x} + \frac{\partial \Gamma_y}{\partial y} \right) \Gamma_x \varphi_2 \Phi_2] = \\
 & -G(1-\tilde{\rho}) \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \Delta(\bar{v}_x \varphi + \Gamma_x \varphi_2 + v_{0x}) + \bar{v}_x \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial z^2} + \Gamma_x \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 v_{0x}}{\partial z^2} + S f_x.
 \end{aligned} \tag{5.9}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial t} \varphi_1 + \frac{\partial \Gamma_y}{\partial t} \varphi_2 + \frac{\partial}{\partial x} (\bar{v}_x \varphi_1 v_{0y} + \Gamma_x \varphi_2 v_{0y} + \bar{v}_y v_{0x} \varphi_1 + \Gamma_y \varphi_2 v_{0x} + v_{0x} v_{0y} + \bar{v}_x \bar{v}_y \varphi_1^2 + \\
 & \bar{v}_x \Gamma_y \varphi_1 \varphi_2 + \bar{v}_y \Gamma_x \varphi_1 \varphi_2 + \Gamma_x \Gamma_y \varphi_2^2) + \frac{\partial}{\partial y} (2\bar{v}_y \varphi_1 v_{0y} + 2\Gamma_y \varphi_2 v_{0y} + v_{0y}^2 + \bar{v}_y^2 \varphi_1^2 + \\
 & 2\bar{v}_y \Gamma_y \varphi_1 \varphi_2 + \Gamma_y^2 \varphi_2^2) + \frac{\partial}{\partial z} [-\bar{v}_y \varphi_1 \Phi_0 + \Gamma_y \varphi_2 \Phi_0 + \Phi_1 v_{0y} \frac{d\zeta}{dt} - \left(\frac{\partial \Gamma_x}{\partial x} + \frac{\partial \Gamma_y}{\partial y} \right) \Phi_2 v_{0y} - \\
 & \Phi_0 v_{0y} + \bar{v}_y \varphi_1 \Phi_1 \frac{d\zeta}{dt} - \left(\frac{\partial \Gamma_x}{\partial x} + \frac{\partial \Gamma_y}{\partial y} \right) \Phi_2 \varphi_1 \bar{v}_y + \frac{d\zeta}{dt} \Gamma_y \Phi_1 \varphi_2 - \left(\frac{\partial \Gamma_x}{\partial x} + \frac{\partial \Gamma_y}{\partial y} \right) \Gamma_y \varphi_2 \Phi_2] = \\
 & -G(1-\tilde{\rho}) \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \Delta(\bar{v}_y \varphi + \Gamma_y \varphi_2 + v_{0y}) + \bar{v}_y \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial z^2} + \Gamma_y \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 v_{0y}}{\partial z^2} + S f_y.
 \end{aligned} \tag{5.10}$$

Вместе с уравнением (5.6) мы получили три уравнения для описания течения во втором слое (слое алюминия), описываемые пятью динамическими переменными $\bar{v}_x$, $\bar{v}_y$, Γ_x , Γ_y , ζ (функции v_{0x} , v_{0y} для ряда задач могут быть найдены из решения в каком-либо приближении задачи о течении электролита в первом слое). Полученных уравнений меньше, чем неизвестных переменных; для того чтобы преодолеть имеющуюся трудность и получить нужное число уравнений, подберем две функции ψ_1 , ψ_2 такие, чтобы выполнялось условие

$$\int_{-1}^0 \psi_1 \cdot \varphi_2 dz = 0; \quad \int_{-1}^0 \psi_2 \cdot \varphi_1 dz = 0. \tag{5.11}$$

Для нашего случая $\psi_1 = 1$; $\psi_2 = 1 + \beta z$, где β - некий коэффициент, найденный из условия (5.11).

Умножив систему (5.9) – (5.10) последовательно на ψ_1 и ψ_2 и проинтегрировав их по z от -1 до 0 вместе с уравнением (5.6), получим пять уравнений для нахождения пяти динамических переменных ($\bar{v}_x$, $\bar{v}_y$, Γ_x , Γ_y , ζ), описывающих течение в слое алюминия и деформацию границы раздела металл - электролит. Отметим, что на границе по периметру области должны выполняться условия: $v = 0$; $\Gamma = 0$; $\partial\zeta/\partial n = 0$.

5.а. Определение функций ϕ^k , ϕ^k_2 , v_{0i}

Для того чтобы реально использовать предложенную математическую модель, необходимо определить базисные функции ϕ^k , ϕ^k_2 и функцию v_{0i} , учитывающие турбулентный характер течения при наличии различных электромагнитных сил в слое жидкого алюминия и электролита. Электролит обладает большой вязкостью (в четыре раза большей, чем жидкий алюминий). Толщина его слоя относительно мала (в шесть раз меньше слоя алюминия), поэтому в то время как в слое алюминия числа Рейнольдса (определенные по толщине слоя) достигают десятков тысяч и течение носит турбулентный характер, числа Рейнольдса в электролите не превышают тысячи. Таким образом, будем считать течение алюминия турбулентным, а течение электролита (с известной долей оптимизма) ламинарным.

Профиль ламинарного течения в тонком слое параболический. Турбулентный профиль имеет уплощенное ядро и резкое падение скорости вблизи стенки.

Представим скорость в первом и втором слое соответственно как

$$v_i^I = k_{i0} + k_{i1}z + k_{i2}z^2, \quad (5.12)$$

$$v_i^{II} = A_{i0}(1 - z^{2n}) + A_{i1} + A_{i2}z + A_{i3}z^2 + A_{i4}z^3.$$

Если допустить, что течение в первом слое нетурбулентное, то приближенно можно описывать течение в первом слое простейшим уравнением

$$\frac{\partial^2 v_i^I}{\partial z^2} = F_i^I, \quad (5.13)$$

где $F_i^I = \frac{\partial p}{\partial \chi_i} + S f_i$.

Кроме того, для течения в этих слоях будут выполняться условия

$$\begin{aligned} v_i^I|_{z=h} = 0; \quad v_i^I|_{z=0} = v_i^{II}|_{z=0}; \quad \bar{\eta} \frac{\partial v_i^I}{\partial z}|_{z=0} = \frac{\partial v_i^{II}}{\partial z}|_{z=0}; \\ v_i^{II}|_{z=-1} = 0; \quad \int_{-1}^0 v_i^{II} dz = \bar{v}_i^{II}; \end{aligned} \quad (5.14)$$

$$\frac{\partial v_i^{II}}{\partial z}|_{z=-1} = 0, 5 \bar{v}_i^{II} (\kappa_1 + \kappa_2 |v|); \quad \bar{\eta} \equiv \eta_l / \eta_{m\phi}; \quad \eta_{m\phi} = \eta_2 (1 + 0, 5 \kappa_2 |v|).$$

Отметим, что при нашем выборе единиц $|v| \equiv \text{Re}$.

Положим, что

$$\int_{-1}^0 A_0 (1 - z^{2n}) dz = \bar{v}_i^{II}; \quad \frac{\partial A_0 (1 - z^{2n})}{\partial z}|_{z=-1} = 0, 5 (\kappa_1 + \kappa_2 |v|) \bar{v}_i^{II}.$$

Тогда для выполнения (3.25) необходимо, чтобы

$$(A_{1i} + A_{2i} z + A_{3i} z^2 + A_{4i} z^3)|_{z=-1} = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (A_{1i} + A_{2i} z + A_{3i} z^2 + A_{4i} z^3)|_{z=-1} = 0,$$

$$\int_{-1}^0 (A_{1i} + A_{2i} z + A_{3i} z^2 + A_{4i} z^3) dz = 0.$$

Из этих условий можно составить систему уравнений и найти неизвестные коэффициенты k_{ij} и A_{ij} :

$$n = \frac{0, 5 (\kappa_1 + \kappa_2 |v|) - 1}{2}; \quad A_{0i} = \frac{0, 5 (\kappa_1 + \kappa_2 |v|)}{0, 5 (\kappa_1 + \kappa_2 |v|) - 1} \bar{v}_i^{II};$$

$$A_{1i} = \frac{h^2 \bar{\eta} F_i^I}{2(6h + \bar{\eta})} - \frac{\bar{\eta}}{6h + \bar{\eta}} \frac{\kappa_1 + \kappa_2 |v|}{\kappa_1 + \kappa_2 |v| - 2} \bar{v}_i^{II};$$

$$A_{2i} = 6A_{1i}; \quad A_{3i} = 9A_{1i}; \quad A_{4i} = 4A_{1i}; \quad (5.15)$$

$$k_{0i} = -\frac{h^2 \bar{\eta} F_i^I}{2(6h + \bar{\eta})} + 6 \frac{\bar{\eta}}{6h + \bar{\eta}} \frac{\kappa_1 + \kappa_2 |v|}{\kappa_1 + \kappa_2 |v| - 2} \bar{v}_i^{II};$$

$$k_{1i} = -\frac{3h^2 F_i^I}{6h + \bar{\eta}} + 6 \frac{\bar{\eta}}{6h + \bar{\eta}} \frac{\kappa_1 + \kappa_2 |v|}{\kappa_1 + \kappa_2 |v| - 2} \bar{v}_i^{II}; \quad k_{2i} = \frac{F_i^I}{2}.$$

Таким образом, после выделения получим, что

$$\bar{v}_{0i}^{\text{II}} = -\frac{h^2 \bar{\eta} F_i^{\text{I}}}{6h + \bar{\eta}} \left(\frac{1}{2} + 3z + \frac{9}{2} z^2 + 2z^3 \right); \quad (5.16)$$

$$\begin{aligned} \varphi_1^{\text{II}} = & \frac{0,5(\kappa_1 + \kappa_2 |v|)}{0,5(\kappa_1 + \kappa_2 |v|) - 1} (1 - z^{0,5\kappa_1 + \kappa_2 |v| - 1}) - \\ & - \frac{\bar{\eta}}{6h + \bar{\eta}} \frac{\kappa_1 + \kappa_2 |v|}{\kappa_1 + \kappa_2 |v| - 2} (1 + 6z + 9z^2 + 4z^3). \end{aligned} \quad (5.17)$$

Похожим образом находим выражения для $\varphi_2^{\text{I}}, \varphi_2^{\text{II}}$:

$$\varphi_2^{\text{I}} = 1 - \frac{4}{h} z + \frac{3}{h^2} z^2; \quad (5.18)$$

$$\varphi_2^{\text{II}} = 1 - \frac{4\bar{\eta}}{h} z - 3\left(3 + \frac{4\bar{\eta}}{h}\right) z^2 - 8\left(1 + \frac{\bar{\eta}}{h}\right) z^3. \quad (5.19)$$

Таким образом, $v_i^{\text{II}} = \bar{v}_i^{\text{II}} \varphi + \Gamma \varphi_2^{\text{II}} + v_{0i}^{\text{II}}$.

После подстановки (5.16) – (5.19) в систему уравнений (5.9) – (5.10) и проецирования их на ψ_1 и ψ_2 можно получить систему двумерных уравнений для расчета гидродинамической картины течения в слое алюминия и электролита.

6. Циркуляционный механизм колебания границы раздела металл – электролит

Из приведенного выше можно видеть, какую важную роль в полученных приближенных уравнениях движения выполняют функции, отвечающие за профиль течения в слое. От того, насколько удачно будут выбраны эти функции, зависит степень достоверности описания реальных явлений полученными уравнениями. В то же время надо заметить, что второй член разложения (5.2) определяет объемные циркуляционные течения, индуцированные центробежными силами, вызванными планарной циркуляцией. По величине эти течения много меньше планарных. Если слой электролита много тоньше слоя металла или вязкость электролита много меньше турбулентной вязкости металла, то третьим членом разложения также можно пренебречь. Таким образом, скорость течения жидкости во втором слое упрощенно представим в виде: $v_i(x, y, z, t) = \bar{v}_i(x, y, t) \varphi_1(z)$, $i = x, y$. Здесь $\varphi_1(z)$ описывает некий

выпуклый турбулентный профиль. Тогда уравнения (5.9)-(5.10) упрощаются и их можно представить в виде

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{v}_j \bar{v}_i q)}{\partial x_j} + \bar{v}_i q_1 \frac{\partial \zeta}{\partial t} = -G(1 - \beta) \frac{d\zeta}{dx_i} + \Delta \bar{v}_i - \kappa_1 \bar{v}_i - \kappa_2 |\bar{v}| \bar{v}_i + S\gamma \cdot f_i; \quad (6.1)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \bar{v}_i \frac{\partial \zeta}{\partial x_i} = -\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_i}; \quad i, j = x, y, \text{ где}$$

$$q = \int_{-1}^0 \varphi_1^2 dz; \quad q_1 = \varphi_1(z=0) - 1; \quad S\gamma = \frac{I_0^2 \mu_0 d^3}{\nu_2^2 \rho_2 AB(A+B)}; \quad (6.2)$$

$$G = \frac{gd^3}{\nu_2^2}; \quad \beta = \frac{\rho_1}{\rho_2}; \quad j_z = \frac{I_0}{AB}; \quad f_x = -j_z B_y \vartheta; \quad f_y = -j_z B_x \vartheta;$$

здесь A, B – длина и ширина анодного массива;

ρ, ν – плотность и кинематическая вязкость жидкости;

$\kappa_1 = 13,8$, $\kappa_2 = 9,37 \cdot 10^{-3}$ – это экспериментально найденные константы, отвечающие за ламинарное и турбулентное трение жидкости о дно слоя [166];

θ – функция скачка, равная 1 в области проекции анода, и равна 0 вне ее.

Система уравнений (6.1) решалась численно с использованием Галеркинской процедуры на каждом временном шаге. Искомые величины v_x , v_y , ζ , с учетом граничных условий, представлялись рядами с разложением по тригонометрическому базису:

$$v_x = \sum_{m,n=1}^{m^*n^*} A_{mn} \psi_{mn}^{cs} \quad v_y = \sum_{m,n=1}^{m^*n^*} B_{mn} \psi_{mn}^{sc} \quad \zeta = \sum_{m,n=1}^{m^*n^*} D_{mn} \psi_{mn}^{ss};$$

$$\psi_{mn}^{cs} = \cos \left\{ \frac{m\pi x}{l} - [1 + (-1)^m] \frac{\pi}{4} \right\} \sin \left\{ \frac{m\pi y}{c} - [1 + (-1)^n] \frac{\pi}{4} \right\};$$

$$\psi_{mn}^{sc} = \sin \left\{ \frac{m\pi x}{l} - [1 + (-1)^m] \frac{\pi}{4} \right\} \cos \left\{ \frac{m\pi y}{c} - [1 + (-1)^n] \frac{\pi}{4} \right\}; \quad (6.3)$$

$$\psi_{mn}^{ss} = \sin \left\{ \frac{m\pi x}{l} - [1 + (-1)^m] \frac{\pi}{4} \right\} \sin \left\{ \frac{m\pi y}{c} - [1 + (-1)^n] \frac{\pi}{4} \right\},$$

где l, c – длина и ширина ванны, $m^* = 4, n^* = 4$,

$A_{mn}(t)$, $B_{mn}(t)$, $D_{mn}(t)$ – амплитуды разложения, рассчитывались методом Рунге - Кутта [54].

В этом случае для упрощения рассматривается некая модельная ситуация, в которой считается, что ток имеет в расплаве лишь вертикальную составляющую. Компоненты магнитного поля B_x , B_y определялись методом аппроксимации данных (восстановлением значений магнитного поля на всей площади ванны по измеренным значениям по контуру проекции анода реального электролизера [50]). Из работы [51] брались исходные значения измеренного магнитного поля. В результате вычислений находилась кинетическая энергия вихревого движения в слое E и потенциальная энергия деформированной границы раздела слоев U . Соответственно мы их определяли как $E = k_1 \sum (A_{mn}^2 + B_{mn}^2)$ и $U = k_2 \sum D_{mn}^2$, где k_1 , k_2 – коэффициенты пропорциональности.

Проведенные расчеты показали, что до некоторого значения jS^* процесс характеризуется монотонным ростом с течением времени кинетической энергии циркуляционных течений в ванне электролизера вплоть до стационарного значения, без заметного возбуждения колебания границы раздела (рис.6.1). При этом величина кинетической энергии в установившемся режиме E пропорциональна квадрату силы тока jS (рис.6.2). При $jS > jS^*$ в системе, начиная с некоторого момента времени, пороговым образом начинает расти потенциальная энергия границы раздела сред U (рис.6.3), что связано с появлением заметных колебаний границы (рис.6.4). Это явление влечет за собой ограничение роста E . В дальнейшем процесс характеризуется обменом между кинетической энергией вихревого движения и потенциальной энергией деформации границы раздела слоев электролита и металла. Из (рис.6.3) видно, что каждому локальному максимуму E соответствует локальный минимум U и наоборот.

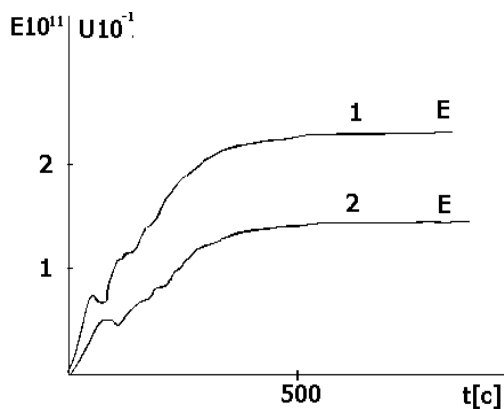


Рис.6.1

Рост кинетической энергии вихревого движения жидкого алюминия в электролизере поперечного расположения. Толщина слоя электролита 5 см, слоя алюминия 25 см, ширина и длина ванны 3,85 м и 14,5 м; анода соответственно 3,15 м и 13,45 м; 1 - ток в электролизере 208286 А, 2 - ток в электролизере 232782 А

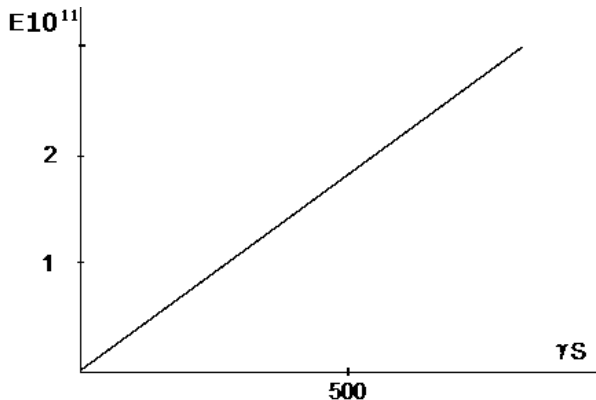


Рис.6.2

Зависимость кинетической энергии вихревого движения алюминия от безразмерного силового параметра γS (квадрат силы тока)

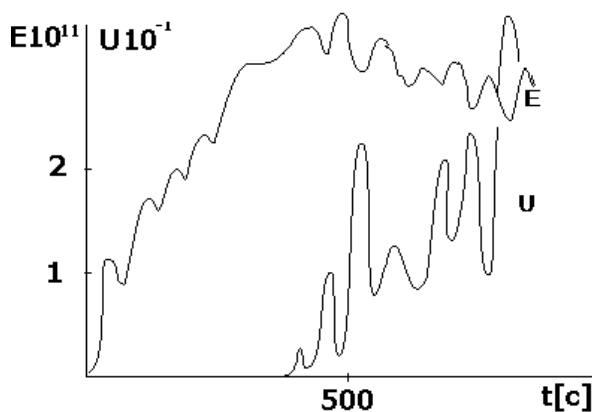


Рис.6.3

Временная зависимость кинетической энергии E циркуляционного течения и потенциальной энергии U деформации границы раздела металл - электролит. Толщина слоя электролита и металла соответственно 5 см и 25 см, длина и ширина ванны 14,5 и 3,85м; анода – 13,45 и 3,06 м. Сила тока 255000А. Видно, что начало неустойчивости границы раздела происходит пороговым образом

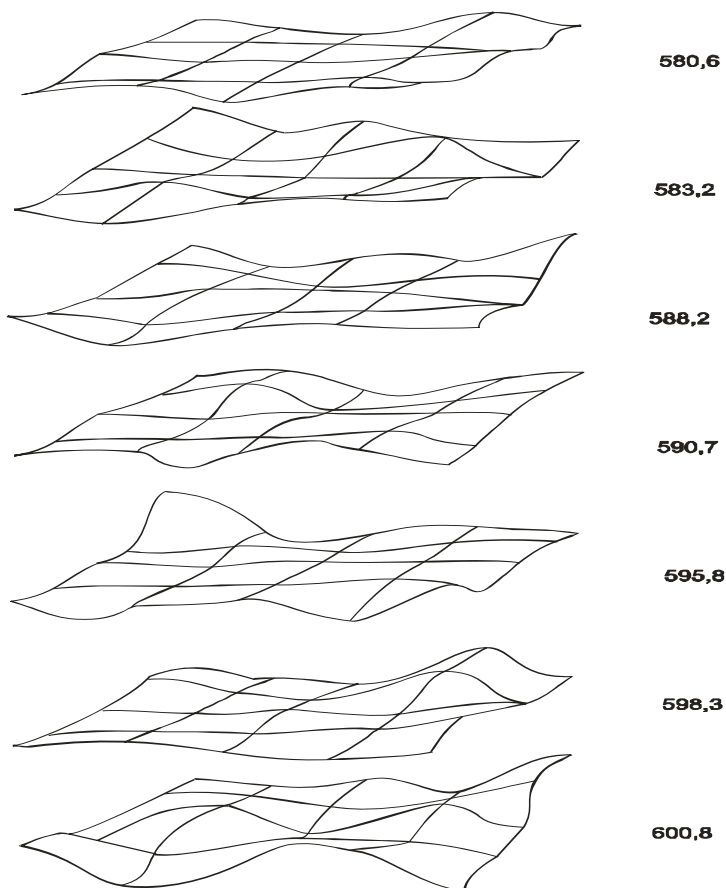


Рис.6.4

Картина колебаний границы раздела металл - электролит. Справа цифрами указано время в секундах от начала процесса

Таким образом, вихревые планарные течения могут приводить к колебанию границы раздела металл - электролит в ваннах алюминиевых электролизеров и играют важную роль в механизме, приводящем к неустойчивости этой границы.

7. «Токовый» механизм неустойчивости границы раздела металл - электролит

Как было показано выше, планарные вихревые течения в ванне электролизера могут вызвать неустойчивость положения границы раздела металл - электролит в ванне. Однако они не являются единственной причиной рассматриваемого явления. Существуют и другие механизмы возникновения неустойчивости [34; 35; 16; 17; 52; 23; 24; 53].

Рассмотрим электромагнитные силы, действующие на расплав в ванне электролизера, в частности, главную их часть ту, которая обусловлена взаимодействием поперечной слою составляющей плотности электрического тока с магнитным полем от всех токоведущих элементов электролизера.

Электрический ток, текущий через расплав в ванне от анода к катоду, последовательно течет через слой электролита и слой жидкого алюминия. Электрическая проводимость расплавленного электролита на четыре порядка ниже, чем проводимость жидкого алюминия. По этой причине плотность электрического тока в каждой точке под анодным массивом в расплаве будет зависеть от толщины электролита в этой точке. Таким образом, любое отклонение от равновесного положения границы раздела металл - электролит приведет к изменению плотности электрического тока в этой точке [16; 20]. Поперечная компонента плотности электрического тока (рис.5.1) в безразмерном виде может быть представлена как

$$j = \tilde{h}/(\tilde{h} - \zeta) \quad \text{где} \quad \tilde{h} = h/d.$$

Отсюда, деформация границы металл - электролит приводит к перераспределению вертикальной компоненты плотности электрического тока. В результате изменится распределение объемных сил в слоях, что в свою очередь скажется на деформации границы металл - электролит. Таким образом, существует обратная связь между колебаниями границы и объемными силами, действующими на расплав в ванне.

Рассмотрим частный случай. Пусть в расплаве существует лишь вертикальная компонента электрического тока, пусть

скорости жидкости малы, а $\zeta \ll a, b$; $\partial\zeta/\partial x; \partial\zeta/\partial y = 1$. В этом случае уравнения (6.1) упрощаются:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial t} &= -G(1-\tilde{\rho}) \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \kappa_1 \bar{v}_x - S\gamma \cdot B_y \cdot \theta \cdot \tilde{h}/(\tilde{h}-\zeta); \\ \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial t} &= -G(1-\tilde{\rho}) \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \kappa_1 \bar{v}_y + S\gamma \cdot B_x \cdot \theta \cdot \tilde{h}/(\tilde{h}-\zeta); \\ \frac{\partial \zeta}{\partial t} &= -\left(\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial y} \right).\end{aligned}\tag{7.1}$$

Продифференцируем первое уравнение из (7.1) по x , второе по y и с учетом третьего сложим эти уравнения, после чего получим

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} + \kappa_1 \frac{\partial \zeta}{\partial t} - G(1-\tilde{\rho}) \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right) = S\gamma \left[\frac{\partial}{\partial y} (B_x \cdot \theta \cdot \tilde{h}/(\tilde{h}-\zeta)) - \frac{\partial}{\partial x} (B_y \cdot \theta \cdot \tilde{h}/(\tilde{h}-\zeta)) \right] \tag{7.2}$$

Запишем граничные и начальные условия:

$$\zeta(t=0)=0; \quad \frac{\partial \zeta(t=0)}{\partial t}=0; \quad \frac{\partial \zeta(x=\pm l/2)}{\partial x}=0; \quad \frac{\partial \zeta(y=\pm c/2)}{\partial y}=0. \tag{7.3}$$

Гиперболическое нелинейное уравнение (7.2) с краевыми условиями (7.3) решалось численно, методом сеток с числом узлов, равным 94 по длине ванны и 24 по ее ширине. В первом случае аппроксимация осуществлялась явными конечно-разностными схемами [54], во втором случае аппроксимация осуществлялась с использованием метода расщепления по неявным разностным схемам с применением метода двусторонней прогонки.

Задачей численного эксперимента являлось исследование влияния различных технологических факторов на устойчивость положения границы металл - электролит. В расчетах определялась величина $U = \frac{1}{N \cdot M} \sum_{i,j=1}^{N,M} |\zeta_{i,j}|$, которая с точностью до постоянного коэффициента равна потенциальной энергии границы раздела. По

поведению величины U оценивалась стабильность границы раздела.

В процессе работы алюминиевого электролизера с накоплением алюминия увеличивается толщина его слоя в ванне, соответственно уменьшается толщина слоя электролита, поэтому величина $\tilde{h} = h/d$ является величиной переменной. Из практического опыта известно, что с утоньшением слоя электролита возникают колебания границы раздела металл - электролит, приводящие даже к замыканию межполюсного расстояния (анод-катод), что резко снижает технико-экономические показатели работы электролизера и может привести к аварийной остановке в его работе. Устраняют это явление, увеличивая толщину слоя электролита путем поднятия анодного массива (увеличивая $\tilde{h}$).

Численные эксперименты показали, что характер колебаний границы раздела слоев существенно зависит от $\tilde{h}$. На (рис.7.1) представлена временная зависимость величины U для разных значений $\tilde{h}$. При этом число $S\gamma = 1,34 \cdot 10^9$ оставалось постоянным. Эта ситуация соответствовала рабочему току электролизера $I_0 = 255$ кА с размерами анодного массива в плане, равными $A = 13,45$ м и $B = 3,06$ м.

При относительно толстом слое электролита $\tilde{h} = 0,3$ ($h = 0,09$ м; $d = 0,3$ м) наблюдаются периодические колебания величины U (следовательно, и самой границы) с периодом 24 – 26 с. (рис.7.1, кривая 1). С уменьшением $\tilde{h}$ до 0,1 растет амплитуда колебаний с проявлением нелинейности.

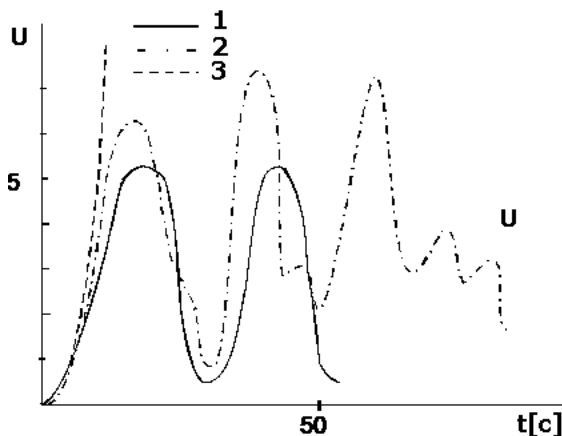


Рис.7.1

Временная зависимость потенциальной энергии деформации границы раздела металл-электролит для разных значений межполюсного зазора:
1 – 0,3 м; 2 – 0,1 м; 3 – 0,05 м

Такие колебания потенциальной энергии обусловлены появлением на границе раздела слоев внутренних волн, распространяющихся вдоль длинной стороны ванны электролизера (рис.7.2). При дальнейшем уменьшении $\tilde{h}$ до 0,05 ($h = 0,015$ м; $d = 0,3$ м.) наблюдается потеря устойчивости, сопровождающаяся неограниченным ростом потенциальной энергии (рис.7.1, кривая 3).

Аналогичные явления имеют место также, когда величина $\tilde{h}$ остается постоянной, а силовой параметр $S\gamma$ изменяется. На (рис.7.3,а) представлена зависимость U от $S\gamma$ при $\tilde{h} = 0,05$. Такая схожесть процессов обусловлена тем, что при уменьшении $\tilde{h}$ или при увеличении $S\gamma$ растет роль силового члена в уравнении (7.2).

Были проведены численные исследования системы на устойчивость колебаний границы металл - электролит. Процесс считался неустойчивым, если в какой-либо момент времени после начала процесса амплитуда колебаний начинала неограниченно расти. В результате была получена нейтральная кривая (рис.7.3,б),

которая делит область параметров задачи $\tilde{h}$ и $S\gamma$ на область устойчивых (под кривой) и неустойчивых (над кривой) колебаний.

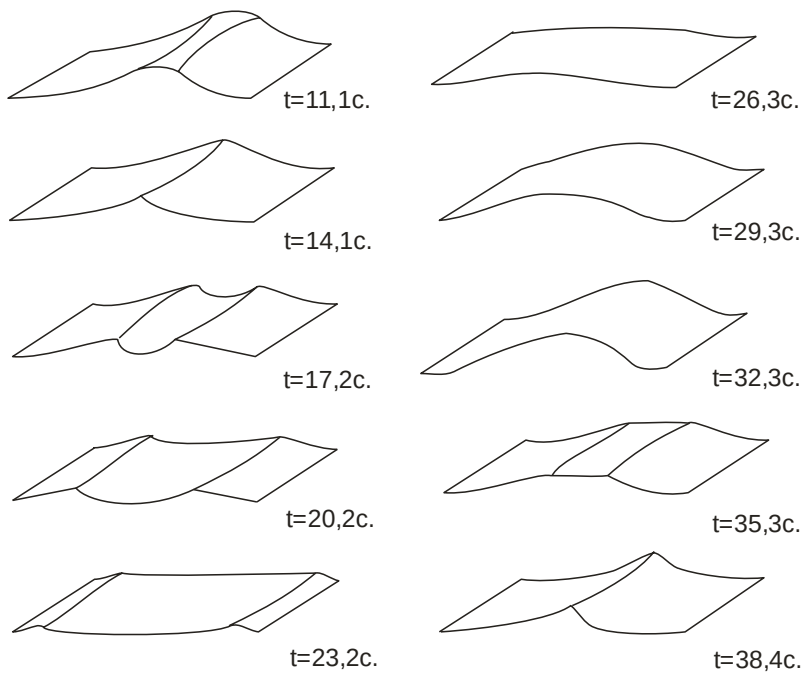


Рис.7.2

Картина колебания границы металл - электролит под действием
«токового» механизма

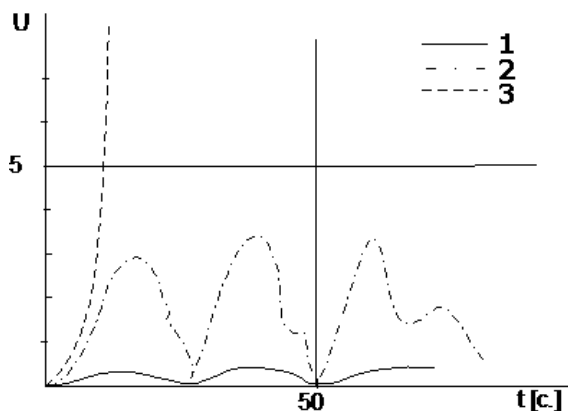


Рис.7.3,а

Временная зависимость колебания потенциальной энергии для разных значений электрического тока. Кривые 1,2,3 построены для возрастающих значений электрического тока (вплоть до 255000А)

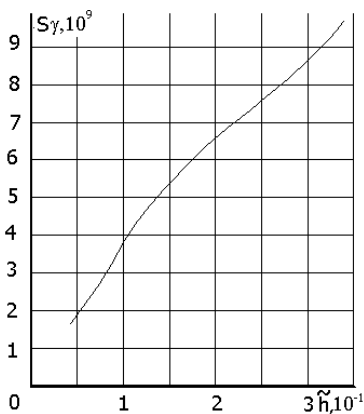


Рис.7.3,б

Нейтральная кривая устойчивости границы раздела металл - электролит для «токового» механизма неустойчивости

Можно считать, что стабильность границы раздела зависит от $S\gamma = \frac{I_0^2 \mu_0 d^3}{v_2^2 \rho_2 AB(A+B)}$ и от $\tilde{h} = h/d$. Как мы видим, увеличивая

толщину слоя электролита или уменьшая толщину слоя жидкого алюминия, мы повышаем стабильность границы раздела. Повышая силу тока, уменьшая вязкость металла, снижая его плотность, уменьшая линейные размеры анодного массива, мы понижаем стабильность границы раздела металл - электролит.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Хрипченко С.Ю.* Электровихревые течения в тонких слоях проводящей жидкости // Магнитная гидродинамика. 1991. №1. С.126-129.
2. *Хрипченко С.Ю.* Электровихревые течения в плоских каналах с ферромагнитными сердечниками // Магнитная гидродинамика. 1984. №3. С.71-76.
3. *Kolesnichenko I., Khripchenko S.* Mathematical simulation of hydrodinamical processes in the centrifugal MHD-pump// Magnetohydrodinemics. 2002. Vol. 38, N 4. P. 39-46.
4. *Колесниченко В.И., Хрипченко С.Ю.* Экспериментальное исследование вихревых движений жидкости в плоской замкнутой полости// Магнитная гидродинамика. 1989. №2. С.69-72.
5. *Хрипченко С.Ю.* Электровихревые течения в каналах МГД-устройств. Екатеринбург: УрО РАН, 2009. 261 с.
6. *Баранников В.А., Хрипченко С.Ю.* Электровихревые течения в плоском закрытом канале // Магнитная гидродинамика. 1981. №2. С.77 -80.
7. *Denisov S., Dolgikh V., Khripchenko S.* Electro vortex MHD-pumps // Fourth International PAMIR Conference . “ Magneto Hydro Dynamic at Dawn of Third Millennium” Presqu’ ile de Crieus, France. 2000. Vol. 2. P. 687-692.
8. *Долгих В.М., Денисов С.А., Колесниченко И.В., Хрипченко С.Ю.* Электромагнитный насос для электропроводных жидкостей: патент № 2325023 РФ, зарегистрирован в

Гос.реестре изобретений РФ 20.05.2008 (приоритет от 04.10.2006).

9. *Ветюков М.М., Цыплаков Ф.М., Школьников С.Н.* Электрометаллургия алюминия и магния. М.: Metallurgy, 1987. 320 с.
10. *Крюковский В.А.* О создании высокоэффективных мощных алюминиевых электролизеров //Цветные металлы. 1987. №10. С. 73-79.
11. *Коробов М.А., Янко Э.А.* Особенности теплопередачи в алюминиевом электролизере //Цветные металлы. 1966. №11. С.59-63.
12. *Бояревич В.* Магнитогидродинамические волны границы раздела и распределение возникающего тепла, обусловленные динамическим взаимодействием токов в алюминиевом электролизере // Магнитная гидродинамика. 1992. №4. С.47-55.
13. *Меерович Э.А.* Магнитное поле и электродинамические силы в зоне расплава мощных электролизеров //АН СССР. 1962. 230 с.
14. *Almukhametov V. F., Krukovsky V. A., Kolesnichenko V. I., Khripchenko S. Yu.* Magneto-hydrodynamic Phenomena in Production of Aluminum by Electrolysis// Light Metals. 1990.
15. *Альмухаметов В.Ф., Крюковский В.А., Деркач А.С., Хрипченко С.Ю.* Циркуляционные течения жидкого металла в алюминиевом электролизере // Цветные металлы. 1988. №10. С.64-67.
16. *Колесниченко В.И., Хрипченко С.Ю.* Колебание поверхности жидкого катодного алюминия // Магнитная гидродинамика.1989.№3. С.125-127.
17. *Колесниченко В.И., Пичугин А.М., Хрипченко С.Ю.* Влияние различных факторов на колебание границы раздела электролит - металл в алюминиевом электролизере// Цветные металлы. 1990. №1. С.58-60.
18. *Сираев Н.С., Калужский Н.А., Циплаков А.М.* Циркуляция электролита и металла в алюминиевых электролизерах различной мощности и конструкций // Цветные металлы.- 1983. №9. С.37.

19. *Абрамов А.А., Скворцов А.П., Пряхин Г.С.* Анализ причин нестабильности работы мощных алюминиевых электролизеров // Цветные металлы. 1985. №6. С.44-47.
20. *Sele T.* Instabilitis of the metal surface in electrolytic alumina redaction cells// Met. Trans. vol.8B (1977). P. 613-618.
21. *Moreau R.J., Ziegler D.* Stability of aluminum cells – a new approach// Light Metals.1986. P. 359-364
22. *Urata.N.* Magnetics and metal pad instability// Light Metals. 1985. P. 581-589.
23. *Снейд А.Д., Ванд А.* МГД-неустойчивость в алюминиевых электролизерах //Магнитная гидродинамика. 1996. Т.32, №4. С. 487-493.
24. *Kurenkov A., Thess A., Zikanov O., Segatz M., Droste Ch., Vogelsang D.* Stability of aluminum reduction cells with mean flow // Magnetohydrodynamics. 2004. Vol.40, No. 2. P. 203-212.
25. Исследование МГД неустойчивости в алюминиевых электролизерах: Отчет по НИР/ Отдел магнитной динамики. 1986. инв.02.87.0021780.
26. *Скворцов А.П., Абрамов А.А., Деркач А.С., Спущкий И.З., Ципкин М.Г.* О характере распределения тока по анодам алюминиевого электролизера //Цветные металлы. 1985. №5. С. 53-55.
27. *Белянин А.И.* и др. Распределение тока в расплавленном алюминии в зависимости от типа ошиновки алюминиевого электролизера // Цветные металлы. 1966. №2. С.51.
28. *Сираев Н.С., Дымов В.Н., Деркач А.С.* Экспериментальное исследование магнитных полей и скоростей движения расплава в алюминиевых электролизерах различного типа и мощности // Цветные металлы. 1985.С 51-53.
29. *Дограмаджи М.Ф., Гефтер С.Э.* Волнение расплавленного металла в алюминиевых электролизерах //Цветные металлы. 1965. №9. С.49.
30. *Абрамов А.А., Скворцов А.П., Пряхин Г.С.* Анализ причин нестабильности работы мощных алюминиевых электролизеров // Цветные металлы. 1985. №6. С. 44-47.

31. Альмухаметов В.Ф. Хрипченко С.Ю. Механизмы генерации ЭВТ в ванне электролизера со сплошным анодом // Магнитная гидродинамика. 1987. №3. С.101-104.
32. Пеце Ц. Особенности технологического происхождения колебания напряжения на алюминиевых электролизерах // Бюллетень МТС СЭВ по производству алюминия из глинозема. Будапешт, 1978. №7. С. 79-100.
33. Ewans J. Zundeleovich Y., Sharma D. A matematical model for prediction of currents, magnetic fields, melt velocities, melt topography and current efficiency in Hall-Herault cells// Metall.Trans.1981.vol. 12B.P. 353-360.
34. Манн М.Э., Хрипченко С.Ю. Полуэмпирическая модель гидродинамических процессов в ванне алюминиевого электролизера // Магнит. гидродинамика. 1992. №1. С.87-95.
35. Almukhametov V. F., Krukovsky V. A., Kolesnichenko V. I., Khripchenko S. Yu. Magneto-hydrodynamic Phenomena in Production of Aluminum by Electrolysis// Light Metals. 1990.
36. Горбачев Е.В., Щербинин Э.В. О моделировании магнитогидродинамических процессов в алюминиевых электролизерах // Магнитная гидродинамика. 1990. №3. С. 107 -114.
37. Электролизер для получения алюминия. А. С. №188016, 1966 (СССР)..
38. Способ отвода тепла от катодов алюминиевых электролизеров большой мощности. А.С. №203268,1967 (СССР).
39. Ошиновка торцевых алюминиевых электролизеров. А. С. №327836, 1977 (СССР).
40. Способ ошиновки алюминиевых электролизеров. А. С. №461662, 1977 (СССР).
41. Устройство для компенсации магнитного поля в серии алюминиевых электролизеров. А.С. №682141, 1979 (Франция).
42. Способ обеспечения симметрии вертикальной составляющей магнитного поля в электролизерах для получения алюминия. А. С. 31093255, 1984 (Франция).

43. Ошиновка алюминиевых электролизеров. А. С. №1082329, 1984 (Швейцария)
44. Способ управления работой алюминиевого электролизера. А. С. №1234453, 1986 (СССР).
45. Способ электролитического получения алюминия. А. С. №1054451, 1983 (СССР).
46. Способ работы алюминиевого электролизера. А. С. №1011733, 1986 (СССР)
47. *Munger D., Vincent A.* Direct simulation of VHD instabilities in aluminum reductijn cells //Magnetohydrodynamics. 2006. Vol.42, No.4. P. 417 – 425.
48. *Ewans J. Zundeleovich Y., Sharma D.* A matematical model for prediction of currents, magnetic fields, melt velocities, melt topography and current efficiency in Hall-Herault cells// Metall. Trans.1981. vol. 12B. P. 353-360.
49. *Зимин В.Д., Хрипченко С.Ю.* Представление уравнений магнитной гидродинамики в двумерном виде для течений в плоских каналах с ферромагнитными сердечниками // Магнитная гидродинамика. 1979. №4.С.117-122.
50. *Кутин В.А., Курко И.М., Деркач А.С.* Аппроксимация измерений магнитного поля и скорости течения металла в электролизерах типа ОА // Цветные металлы. 1988. №9. С.52.
51. *Сираев Н.С., Дымов В.Н., Деркач А.С.* Исследование магнитных полей и скоростей движения расплава в алюминиевых электролизерах // Цветные металлы. 1986. №4. С. 42-46.
52. *Lee H.C., Evans W.* A physical model for electromagneticalles driven flow in Hall cells // Light Metals. 1985. P. 569-579.
53. *Munger D., Vincent A.* Direct simulation of VHD instabilities in aluminum reductijn cells //Magnetohydrodynamics.2006.Vol.42, No.4.P.417 – 425.
54. *Камешкин Н.Н.* Численные методы. М.: Наука, 1988. 264с.
55. *С.Ю.Хрипченко* Магнитная гидродинамика в плоских слоях проводящей жидкости: учеб. пособие к спецкурсу/ Перм. гос. ун-т. Пермь, 2010. 104с.

