

«Пермский государственный университет»

С.Ю.Хрипченко

МАГНИТНАЯ ГИДРОДИНАМИКА В ПЛОСКИХ СЛОЯХ ПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ

Допущено методическим советом Пермского государственного университета в качестве учебного пособия к спецкурсу
для студентов механико-математического факультета, обучающихся по специальности «Механика. Прикладная
математика»

Пермь 2010

ББК 30.125

Х 93

Хрипченко С.Ю.

Х 93 Магнитная гидродинамика в плоских слоях проводящей жидкости: учеб. пособие к спецкурсу / С.Ю.Хрипченко; Перм. гос. ун-т. – Пермь, 2010. – 104с. ISBN 978-5-7944-1430-1

Данное пособие предназначено для студентов университета, слушающих спецкурс «Магнитная гидродинамика в плоских слоях проводящей жидкости», а также для студентов высших учебных заведений, прослушавших курсы электродинамики и механики сплошных сред и начинающих изучать магнитную гидродинамику. Пособие подготовлено на основе результатов исследовательских работ автора и руководимого им научного коллектива. Оно может быть полезно также для аспирантов, желающих работать в области магнитной гидродинамики.

УДК 532.538.4

ББК 30.125

Печатается по решению редакционно-издательского совета Пермского государственного университета

Рецензенты: коллектив лаборатории физической гидродинамики Ин-та механики сплошных сред УрО РАН (зав. лаб. д. ф.-м. н., проф. П.Г.Фрик); доц. Перм. гос. техн. ун-та, к.ф.-м.н. В.И.Колесниченко

ISBN 978-5-7944-1430-1

© Хрипченко С.Ю., 2010

Содержание

Лекция 1. Течение проводящей жидкости в тонком слое (с твердыми границами) с током в щели ферромагнитного массива. Приближенные уравнения для индукции магнитного поля. Приближенные уравнения для описания гидродинамики процесса.	5
Лекция 2. Примеры точных решений системы приближенных МГД-уравнений. Безындукционное приближение для электровихревых течений в плоском канале, находящемся в щели ферромагнитного массива.	15
Лекция 3. Условие генерации электровихревых течений (ЭВТ) в тонких слоях проводящей жидкости.	23
Лекция 4. Возникновение насосного эффекта под действием потенциальных электромагнитных сил в плоском МГД-канале с постоянным электрическим током.	30
Лекция 5. Возникновение насосного эффекта при протекании по МГД-каналу переменного электрического тока.	39
Лекция 6. Приближенные двумерные уравнения для описания турбулентных течений в плоских каналах технологических устройств.	47
Лекция 7. Математическая модель для описания электромагнитных сил, генерируемых в плоских каналах с жидким металлом реальных технологических МГД - устройств при электровихревых течениях.	58
Лекция 8. Определение функции рассеяния для магнитного поля.	68
Лекция 9. Использование принципа взаимодействия тока с собственным магнитным полем в технологических устройствах с плоским каналом.	75

Лекция 10. Электровихревые МГД-насосы и устройства для металлургических технологий.	88
--	-----------

Список использованной литературы	100
---	------------

Лекция 1

Течение проводящей жидкости в тонком слое (с твердыми границами) с током в щели ферромагнитного массива. Приближенные уравнения для индукции магнитного поля. Приближенные уравнения для описания гидродинамики процесса

При протекании по объему проводящей жидкости электрического тока в присутствии магнитного поля на жидкость действуют объемные силы, обусловленные взаимодействием

электрического тока и магнитного поля. Магнитное поле при этом может создаваться как внешними (сторонними) источниками, так и током, протекающим по жидкости.

В случае, когда поле токов в жидкости много меньше поля сторонних источников, первым полем пренебрегают, в противном случае этим полем пренебрегать нельзя вследствие того, что взаимодействие тока в жидкости со своим полем при определенных условиях может породить специфические явления, называемые электровихревыми течениями, или сокращенно ЭВТ [1].

Для определения электромагнитных сил важно знать характер растекания, а также границы области протекания электрического тока в объеме. Действительно, если в однородном бесконечном проводящем пространстве протекает электрический ток с однородной плотностью и нет стороннего магнитного поля (поля от внешних источников), то электромагнитные силы в этом случае теряют физический смысл вследствие невозможности определения магнитного поля, создаваемого током, текущим в бесконечном пространстве. Таким образом, область протекания электрического тока должна быть ограничена.

Электромагнитные силы, действующие в проводящей жидкости, могут быть вихревыми и потенциальными либо носить смешанный характер. Если в объеме проводящей жидкости протекает электрический ток, а магнитное поле сторонних источников отсутствует, то условием возникновения вихревых электромагнитных сил является неоднородное растекание электрического тока в объеме [1;2]. Действительно пусть по объему проводящей жидкости течет постоянный электрический ток, имеющий во всем объеме одно направление для вектора плотности электрического тока. Для определенности совместим ось x декартовой системы координат с направлением вектора плотности электрического тока. Тогда в объеме будут присутствовать только y и z компоненты магнитного поля, создаваемые электрическим током, протекающим в объеме. Электромагнитная сила, действующая на жидкий проводник, равна $\vec{f} = \vec{j} \times \vec{B}$. Возьмем операцию ротора от этих сил. Вследствие того что в рассматриваемом случае плотность электрического тока не меняется вдоль оси x , ротор электромагнитных сил будет иметь только одну x компоненту, а так как $\text{div} B = 0$ и $\text{div} j = 0$, то

$$(\text{rot} f)_x = \frac{\partial f_z}{\partial y} - \frac{\partial f_y}{\partial z} = (B_z \frac{\partial j_x}{\partial z} + B_y \frac{\partial j_x}{\partial y}).$$

Из этого выражения видно, что если $\vec{j}$ распределен по объему однородно, то $\text{rot} \vec{f} \equiv 0$. В противоположном случае электромагнитные силы будут иметь вихревую составляющую, которая будет генерировать вихревое движение жидкости в объеме (ЭВТ).

Расчет многих видов технологических МГД-устройств сводится к решению задачи о движении проводящей жидкости с электрическим током в плоском канале (толщина такого канала много меньше его размеров в плане), расположенном между полюсами ферромагнитных сердечников. Таким образом, жидкость в таком канале можно считать тонким слоем, расположенным в щели между ферромагнитными массивами. Движение жидкости в тонких слоях имеет специфические отличия от движения в объеме. Так, например, ЭВТ в плоском слое с электрическим током могут возникать и при однородном растекании электрического тока по сечению слоя [3,4]. Кроме этого, имеются и другие существенные различия между ЭВТ в объеме и ЭВТ в тонком слое проводящей жидкости.

Магнитогидродинамические явления в плоском слое проводящей жидкости (рис.1.1) с протекающим по жидкости электрическим током и помещенном в щель между ферромагнитными массивами, без учета тепловых явлений описываются системой уравнений Навье-Стокса, диффузии магнитного поля и уравнениями неразрывности для скорости и магнитного поля.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) \vec{v} &= -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \vec{v} + \frac{1}{\rho} \vec{f}_{em}, \\ \frac{\partial B}{\partial t} + \text{rot}[\vec{v} \cdot \vec{B}] + \frac{1}{\sigma \mu} \Delta \vec{B} &= 0. \end{aligned} \quad (1.1.)$$

$$\text{div} \vec{v} = 0$$

$$\text{div} \vec{B} = 0.$$

Здесь $\vec{f}_{em}$ - объемная электромагнитная сила,

действующая на жидкость. Эту силу можно выразить через магнитное

поле в слое: $\vec{f}_{em} = \vec{j} \times \vec{B} = \frac{1}{\mu} \text{rot} \vec{B} \times \vec{B}$.

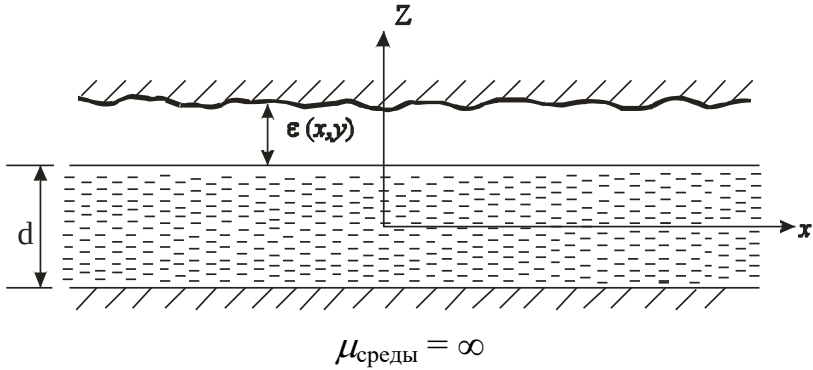


Рис. 1.1.

Плоский слой проводящей жидкости с электрическим током помещенный в щель между ферромагнитными массивами.

Приняв в качестве единиц длины, скорости, давления, магнитного поля и плотности тока соответственно d , $\frac{v}{d}$, $\frac{\rho v^2}{d^2}$, $\frac{\mu_0 I}{d}$, $\frac{I}{d^2}$, где v , ρ , I , μ_0 - соответственно кинематическая вязкость, плотность, сила тока, магнитная проницаемость вакуума, систему уравнений (1.1.) запишем в безразмерном виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) \vec{v} &= -\nabla p + \Delta \vec{v} + S \vec{f}_{em}, \\ \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + Bt \cdot \text{rot}[\vec{v} \cdot \vec{B}] + \Delta \vec{B} &= 0, \\ \text{div} \vec{v} &= 0, \\ \text{div} \vec{B} &= 0. \end{aligned} \tag{1.2.}$$

Здесь $S = \frac{I^2 \mu_0}{\rho v^2}$, $Bt = \sigma \mu_0 v$.

Решение этой системы уравнений все еще представляет собой сложную вычислительную задачу, однако в данном случае она может быть значительно упрощена.

Рассмотрим тонкий слой жидкости, ограниченный сверху и снизу параллельными твердыми поверхностями. Толщина слоя d много меньше его линейных размеров в плане ($d \ll L$). Поместим слой в зазор между ферромагнитными массивами (в общем случае переменной толщины $\delta = [1 + \varepsilon(x, y)]$, выражение записано в безразмерном виде). Выберем правую декартовую систему координат и расположим ее начало в середине слоя, а ось z ориентируем нормально поверхности слоя (рис.1.1). Сделаем для рассматриваемого случая допущения

$$\mu_{\text{зазора}} = \mu_0; \quad \mu_{\text{ферромагнетика}} = \infty; \quad v_z = v_x, v_y;$$

$$B_z \neq B_x, B_y, \quad \delta = [1 + \varepsilon(x, y)] = L/d.$$

Для величин, меняющихся поперек слоя от нуля до максимума, $\frac{\partial}{\partial z} \neq \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}$.

Так как верхняя и нижняя границы щели между ферромагнитными массивами в общем случае не параллельны, то магнитно-силовые линии в зазоре искривляются и поперечную компоненту поля можно представить в виде $B_z = B(x, y) + B'_z(x, y)$. Будем рассматривать случаи, когда искривление магнитных линий (рассеяние поля) невелико, поэтому $B'_z = B(x, y)$. Так как на поверхности ферромагнетика и воздушного зазора магнитно-силовые линии входят в поверхность ферромагнетика под прямым углом, положим

$B'_z(x, y) = 0$ на границе зазора. Принимая эти допущения, проекции уравнений (1.2.) принимают вид:

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} + SB\left(\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B}{\partial x}\right), \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} + SB\left(\frac{\partial B_y}{\partial z} - \frac{\partial B}{\partial y}\right), \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0, \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial t} + \frac{\partial^2 B_x}{\partial z^2} = -Bt \cdot B \frac{\partial v_x}{\partial z}, \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial t} + \frac{\partial^2 B_y}{\partial z^2} = -Bt \cdot B \frac{\partial v_y}{\partial z}, \quad (1.7)$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} + v_x \frac{\partial B}{\partial x} + v_y \frac{\partial B}{\partial y} = B \frac{\partial v_z}{\partial z} + Bt^{-1} \left(\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B}{\partial y^2} \right) + Bt^{-1} \frac{\partial^2 B'_z}{\partial z^2}, \quad (1.8)$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B'_z}{\partial z} = 0. \quad (1.9)$$

Приближенные уравнения для индукции магнитного поля.

При описании электродинамических процессов в слое нельзя ограничиваться рассмотрением лишь области течения электропроводной жидкости. Это объясняется тем, что входящая в уравнение из системы (1.2) индукция магнитного поля зависит не только от локальных свойств жидкости в слое, но и от геометрии и свойств всей внешней по отношению к слою области. Однако задача сильно упрощается, если рассматривается МГД-течение в тонком слое проводящей жидкости, помещенном в щель между ферромагнитными массивами, магнитная проницаемость которых близка к бесконечности и намного превосходит магнитную проницаемость щели. В этом случае необходимая информация о внешней области будет содержаться в условиях для магнитного поля, заданных на границе жидкого слоя и границе щели между ферромагнитными массивами.

Исключим из (1.8) V_z и B'_z при помощи (1.5) и (1.9), проинтегрируем полученное уравнение поперек жидкого слоя, после чего получим

$$\frac{\partial B}{\partial t} + \frac{\partial V_x B}{\partial x} + \frac{\partial V_y B}{\partial y} = Bt^{-1} \left(\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B}{\partial y^2} \right) - Bt^{-1} \left(\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} \right)^{+\frac{1}{2}}_{-\frac{1}{2}}, \quad (1.10)$$

где $V_x = \int_{-\frac{1}{2}}^{+\frac{1}{2}} v_x dz$; $V_y = \int_{-\frac{1}{2}}^{+\frac{1}{2}} v_y dz$ имеют смысл осредненных по толщине

слоя планарных компонент скорости жидкости в слое.

В общем случае нижняя и верхняя поверхности щели между ферромагнитными массивами заданы уравнениями $z_1 = \varepsilon_1(x, y)$ и $z_2 = \varepsilon_2(x, y)$. В наших приближениях, не нарушая общности, можем положить, что нижняя поверхность щели совпадает с нижней поверхностью слоя и является плоской поверхностью и только верхняя поверхность щели задана уравнением $z = \frac{1}{2} + \varepsilon(x, y)$. Пусть

$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x}, \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = 1$. Тогда на поверхностях щели выполняются условия:

$$B_x = B_y = 0 \quad \text{при} \quad z = -\frac{1}{2}; \quad (1.11)$$

$$B_x = -B \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \quad \text{при} \quad z = \frac{1}{2} + \varepsilon; \quad (1.12)$$

$$B_y = -B \frac{\partial \varepsilon}{\partial y}. \quad (1.13)$$

Кроме того, в области между ферромагнетиком и жидким слоем выполняется условие отсутствия электрического тока $\text{rot} \vec{B} = 0$. Или

$$\frac{\partial B}{\partial y} = \frac{\partial B_y}{\partial z}, \quad (1.14)$$

$$\frac{\partial B}{\partial x} = \frac{\partial B_x}{\partial z}.$$

Проинтегрируем (1.14) по толщине промежутка между слоем жидкости и поверхностью щели: $\frac{1}{2} \leq z \leq \frac{1}{2} + \varepsilon$.

$$\frac{\partial B}{\partial x} \varepsilon = B_{x \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2} + \varepsilon}; \quad \frac{\partial B}{\partial y} \varepsilon = B_{y \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2} + \varepsilon}. \quad (1.15)$$

Учитывая (1.12), (1.13) из (1.15) найдем B_x и B_y при $x = \frac{1}{2}$ подставим в (1.10) и получим уравнение для магнитного поля в тонком слое проводящей жидкости, помещенной в щель между ферромагнитными массивами [5].

$$\frac{\partial B}{\partial t} + V_x \frac{\partial B}{\partial x} + V_y \frac{\partial B}{\partial y} = B t^{-1} \Delta [B(1 + \varepsilon)]. \quad (1.16)$$

Здесь $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$.

Как видно, это уравнение совпадает с уравнением в [6;7] для постоянного немагнитного зазора $1 + \varepsilon = \text{const}$. Однако, когда зазор не постоянный, уравнения существенно различаются. Величина зазора входит под знак оператора Лапласа и, будучи функцией координат, не может быть просто вынесена из-под него.

Приближенные уравнения для описания гидродинамики процесса

Вернемся к системе уравнений (1.3)-(1.5). После упрощений с использованием приближения тонкого слоя уравнения остаются еще достаточно сложными. Представим компоненты скорости V_x , V_y в виде ряда:

$$v_x = V_{x_1}(x, y) f_1(\alpha_i \dots z) + V_{x_2}(x, y) f_2(\alpha_i \dots z) + \dots V_{x_j}(x, y) f_j(\alpha_i \dots z). \quad (1.17)$$

При этом представлении функции $f_j(\alpha_i \dots z)$ описывают профиль течения поперек слоя. Эти функции должны удовлетворять граничным условиям. Кроме того, удобно, чтобы эти функции удовлетворяли дополнительным

условиям: $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} f_1(\alpha_i \dots z) dz = 1$, при $j \geq 2$ $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} f_j(\alpha_i \dots z) dz = 0$.

Для определения вида $f_1(\alpha_i \dots z)$ привлекают дополнительную информацию, получаемую из каких-либо априорных гипотез о виде течения. Для относительно простых течений с выпуклым профилем компоненты скорости (V_x , V_y) можно представить только первым членом ряда (1.17). При этом $V_{x_1}(x, y)$, $V_{y_1}(x, y)$ имеют смысл планарных компонент средней по толщине слоя скорости.

В рассматриваемом случае представим V_x , V_y первым членом ряда (1.17), при этом $f_1(\alpha_i \dots z)$ найдем из точного решения линеаризованных уравнений (1.3)-(1.7). При этом полагаем, что истинный профиль течения мало отличается от навязанного нами.

$$v_x = V_x(x, y) f(\alpha, z), \quad v_y = V_y(x, y) f(\alpha, z). \quad (1.18)$$

$$f(\alpha, z) = \frac{\alpha \cdot \operatorname{ch} \alpha}{(\alpha \cdot \operatorname{ch} \alpha - \operatorname{sh} \alpha)} \left(1 - \frac{\operatorname{ch} 2\alpha z}{\operatorname{ch} \alpha} \right).$$

$$\alpha = \frac{Ha \cdot B}{2}, \quad Ha = Bd \sqrt{\frac{\sigma}{\rho \nu}} = I \mu_0 \sqrt{\frac{\sigma}{\rho \nu}}.$$

Подставляя (1.15) и (1.18) в (1.3)-(1.5), получим уравнения для V_x , V_y , p в слое.

Таким образом, вместе с уравнением (1.16) для индукции магнитного поля мы получили замкнутую систему уравнений для описания МГД-процессов в тонком слое проводящей жидкости, находящейся в щели между ферромагнитными массивами. В дивергентном виде эта система уравнений запишется следующим образом:

$$\frac{\partial V_x}{\partial t} + \frac{\partial q V_x^2}{\partial x} + \frac{\partial q V_x V_y}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} - g V_x - S \cdot B \frac{\partial B(1 + \varepsilon)}{\partial x}, \quad (1.19)$$

$$\frac{\partial V_y}{\partial t} + \frac{\partial q V_x V_y}{\partial x} + \frac{\partial q V_y^2}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} - g V_y - S \cdot B \frac{\partial B(1 + \varepsilon)}{\partial y}, \quad (1.20)$$

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} = 0, \quad (1.21)$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} + V_x \frac{\partial B}{\partial x} + V_y \frac{\partial B}{\partial y} = B t^{-1} \Delta [B(1 + \varepsilon)], \quad (1.22)$$

$$\text{где } g = \frac{4\alpha^2 sh\alpha}{\alpha \cdot ch\alpha - sh\alpha}, \quad q = \frac{\alpha^2}{(\alpha \cdot ch\alpha - sh\alpha)^2} \left[ch^2\alpha - \frac{3sh2\alpha}{4\alpha} + \frac{1}{2} \right].$$

(1.23) В этих уравнениях функции g и q учитывают эволюцию профиля скорости от точки к точке в тонком слое и могут быть найдены совместно с полем скоростей и магнитным полем в слое. Функция q является слабопеременной функцией α при $\alpha = 0$, $q = 6/5$, при $\alpha \rightarrow \infty$, $q \rightarrow 1$. Поэтому в расчетах с использованием уравнений (1.19) – (1.22) q удобно задавать как постоянное число. Функция g существенно зависит от параметра α . Когда $\alpha = 0$ (это соответствует течению Пуазейля), $g = 12$, а когда $\alpha \rightarrow \infty$, тогда $g \rightarrow 2Ha|B|$.

Заметим, что аналогичный функции g профильный интеграл был введен в работе [8] применительно к описанию одномерных течений в кондукционных устройствах с внешним магнитным полем.

Лекция 2

Примеры точных решений системы приближенных МГД-уравнений. Безындукционное приближение для электровихревых течений в плоском канале, находящемся в щели ферромагнитного массива

Рассмотрим несколько простейших примеров, когда система уравнений (1.19)-(1.22) имеет точное решение.

1. Течение проводящей жидкости в плоском канале прямоугольного сечения (толщиной d) под действием постоянного градиента давления $A = \frac{\partial p}{\partial x}$. Вдоль канала в

направлении оси x с постоянной по сечению плотностью протекает электрический ток. Канал помещен в плоскопараллельную щель толщиной $1 + \varepsilon_0$ между ферромагнитными пластинами (рис.2.1).

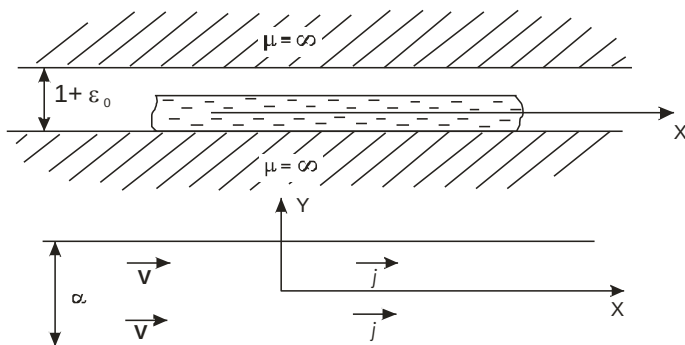


Рис.2.1

Плоский бесконечный канал с электрическим током в плоскопараллельной щели между ферромагнитными массивами

Так как канал, в котором течет жидкость, плоский, то и течение жидкости будет иметь два пограничных слоя у боковых стенок канала. Покажем это на примере простого одномерного течения вязкой жидкости в плоском канале под действием внешнего перепада давления. Такое одномерное течение будет описываться уравнением

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) = 0. \quad (2.1)$$

При этом $\frac{\partial p}{\partial x} = -A$, а профиль скорости вдоль поперечной координаты

(z) будет квадратичным, тогда $\frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} = c^2 v_x$, где c – коэффициент,

зависящий от вязкости жидкости, перепада давления и геометрии задачи. Таким образом, принимая все это во внимание и переобозначив

c^2 на $\frac{c^2}{\nu}$ и A на $\frac{A}{\nu}$, уравнение (2.1) можно переписать в виде

$$\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + c^2 v_x + A = 0.$$

Решением этого уравнения в случае обычных граничных условий для скорости будет выражение $v_x = e^{-cy} - \frac{A}{c^2}$. Таким образом, течение вязкой жидкости в плоском канале сопровождается наличием пограничных слоев на боковых стенках канала.

Так как толщина пограничного слоя много меньше ширины канала, то вязкая диссипация в пограничных слоях много меньше вязкой диссипации при трении о верхнюю и нижнюю плоские стенки канала, поэтому ею можно пренебречь и допустить проскальзывание жидкости на боковых стенках канала. При этом граничные условия на боковых стенках ставятся только для нормальной компоненты скорости. $V_y = 0$ при $y = \pm \frac{a}{2}$. На боковых границах при $y = \pm \frac{a}{2}$ безразмерное значение магнитного поля определяется из закона полного тока: $B = \pm \frac{1}{2(1 + \varepsilon_0)}$. При этих граничных условиях решение системы уравнений (1.19)-(1.22) будет иметь вид $V_y = 0$; $V_x = -\frac{A}{g}$; $B = \frac{y}{a(1 + \varepsilon_0)}$.

Как видно из (рис.2.2), максимальная скорость течения имеет место на оси канала (в области минимального магнитного поля). Жидкость устремляется в область, где диссипация ее энергии (за счет движения в магнитном поле) минимальна. В то же время, как следует из решения, течение в этом случае не оказывает воздействия на магнитное поле.

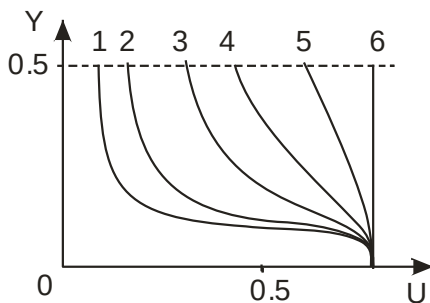


Рис.2.2

Профиль скоростей течения электропроводной жидкости в плане бесконечного плоского канала с электрическим током, помещенным в плоскопараллельную щель между ферромагнитными массивами. Цифрами 1,2,3,4,5,6 отмечены профили для различных значений магнитного поля - от максимального до поля, равного нулю

2. Разберем еще один пример. Оценим возможность генерации вихревых течений проводящей жидкости в плоской прямоугольной полости, помещенной в щель между ферромагнитными массивами, когда электромагнитные силы изначально потенциальны. Вихревое движение в этом случае может возникнуть лишь тогда, когда течение, возникшее в результате малого возмущения, так деформирует магнитное поле, что электромагнитные силы в полости становятся вихревыми и усиливают первоначальное возмущение. При этом должна реализовываться уникальная ситуация, когда течение с малым магнитным числом Рейнольдса приводит к заметному искажению магнитного поля.

Пусть имеется плоская полость, квадратная в плане. Поместим ее в зазор между двумя ферромагнитными полупространствами (рис.2.3).

По проводящей жидкости в полости течет постоянный электрический ток с однородной по поперечному сечению плотностью. Электрический ток, протекая по слою жидкости, создает магнитное поле. Пусть в зазоре дополнительно с полем от тока в жидкости существует магнитное поле от внешнего источника, которое достаточно велико. В этом случае α велико и $g \approx 2Ha|B|$ и уравнения (1.19)-(1.22) для стационарных течений в присутствии постоянного магнитного поля можно привести к виду

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \Delta \psi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Delta \psi}{\partial y} = 2Ha \left(\frac{\partial B}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} \frac{\partial \psi}{\partial y} + B \Delta \psi \right) + \frac{S}{2} \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \frac{\partial B^2}{\partial x} - \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \frac{\partial B^2}{\partial y} \right), \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} \cdot \frac{\partial B}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \cdot \frac{\partial B}{\partial y} = Bt^{-1} \Delta [B(1 + \varepsilon)], \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = V_x \quad - \frac{\partial \psi}{\partial x} = V_y.$$

Пусть полость ограничена стенками так, что ее размеры (за единицу длины и ширины взята толщина слоя d) в плане будут: ширина и длина – a , толщина – 1. Начало координат в центре слоя (полости). Оси

x и y направлены параллельно боковым сторонам полости. Ось z направлена нормально плоскости слоя (рис.2.3).

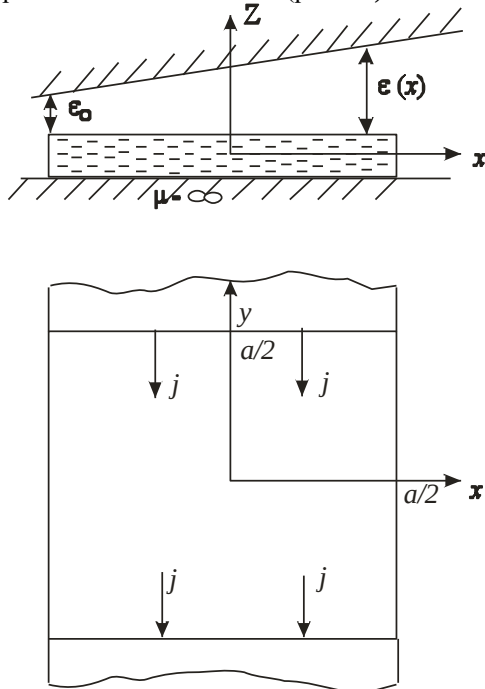


Рис.2.3

Плоский слой проводящей жидкости с постоянным электрическим током, помещенный в клинообразную щель между ферромагнитными массивами. Электромагнитные силы в канале изначально потенциальны

Сверху и снизу на полость наложены ферромагнитные пластины с переменным вдоль оси x зазором $\delta = 1 + \epsilon(x)$. Электрический ток по проводящей жидкости в полости течет вдоль слоя в направлении, противоположном оси y . На жидкость в слое будут действовать объемные электромагнитные силы, но если (как следует из (2.2) и (2.3)) $\frac{\partial B}{\partial y} = 0$, то равновесие (отсутствие движения) в системе возможно.

Магнитное поле в зазоре при $\psi = 0$ и $\epsilon = \epsilon(x)$, как следует из (2.3) есть

$$B = \frac{C}{1 + \varepsilon(x)} \frac{x}{a} + \frac{k}{1 + \varepsilon(x)}.$$

Первый член в этом выражении имеет смысл собственного поля тока, протекающего по проводящей жидкости в полости, а второй член имеет смысл поля от внешнего источника. Для нашего случая

$$C = 1, \quad k = \frac{B_{\text{внешнее}}}{B_{\text{тока}}}, \quad \varepsilon = mx, \quad m = 1.$$

Предположим, что в систему внесено возмущение скорости и магнитного поля. Другими словами появилась малая ψ , а магнитное поле получило малую добавку $B = B + \tilde{B}$.

Подставим эти выражения для $\tilde{\psi}$ и B в уравнения (2.2) и (2.3) после этого уравнения можно привести к виду

$$\begin{aligned} 2Ha\Delta\psi + S \cdot m \frac{\partial B}{\partial y} &= 0, \\ \Delta B - \frac{Bt(1-mka)}{a} \frac{\partial \psi}{\partial y} &= 0. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Эта система уравнений имеет точное решение вида

$$\tilde{\psi} = A \sin(\pi n \frac{x}{a}) \cdot \sin(\pi l \frac{y}{a}), \quad B = N \sin(\pi n \frac{x}{a}) \cdot \cos(\pi l \frac{y}{a}). \quad (2.5)$$

$$\text{при выполнении условия} \quad Ha = \frac{2\pi^2(n^2 + l^2)^2}{ma l^2(1 - mka)} \quad (2.6)$$

Таким образом, в рассматриваемом случае при выполнении условия (2.6) возмущения вида (2.5) не будут затухать. Следовательно, возможно состояние изотермической МГД-неустойчивости слоя проводящей жидкости с электрическим током, находящегося в щели ферромагнитного массива. Это явление замечательно тем, что в обычном виде понятие «безындукционное приближение», широко используемое в магнитной гидродинамике, в этом случае не выполняется. Действительно, малые возмущения движения проводящей жидкости приводят к малым возмущениям магнитного поля, пренебрегать которыми в этом случае нельзя, так как они, усиливая породившие их возмущения скорости, возрастают и становятся в рассматриваемом явлении существенными.

Поставленный в работе [9] эксперимент отличался от описанной выше задачи лишь тем, что на полость не накладывалось внешнего

магнитного поля, а поле создавалось током, протекающим по жидкому металлу в полости. Поэтому порог возникновения неустойчивости, которая была обнаружена в эксперименте, был ниже, чем предсказывалось теоретически для рассмотренного случая с внешним магнитным полем.

Безындукционное приближение для электровихревых течений в плоском канале, находящемся в щели ферромагнитного массива

При течении проводящей жидкости через магнитное поле имеет место эффект так называемого увлечения магнитного поля движущейся жидкостью, однако, когда скорость движения, или проводимость жидкости или характерные размеры области течения малы искажение магнитного поля за счет увлечения его течением незначительно и его можно не принимать во внимание. Условием, когда воздействием течения проводящей жидкости на магнитное поле можно пренебречь, является малость магнитного числа Рейнольдса $Re_m = 1$ ($Re_m = \sigma \mu \nu L$). Это так называемое условие безындукционного приближения в магнитной гидродинамике [10]. Однако, как мы видели на примере изотермической неустойчивости для электровихревых течений в плоских каналах [5], такое условие для безындукционного приближения не всегда приемлемо. Действительно, в этом случае даже малое возмущение скорости ($Re_m = 1$) приводит к существенным деформациям магнитного поля [9]. Таким образом, для рассматриваемых нами электровихревых течений в плоских слоях проводящей жидкости, находящихся в щели между ферромагнитными массивами, область безындукционного приближения должна определяться несколько иначе, чем обычно [11]. Электровихревое течение проводящей жидкости в плоском слое в щели между ферромагнитными массивами, как было показано ранее, можно описать при помощи приближенных уравнений (1.19)-(1.22).

Ограничимся рассмотрением медленных течений, таких, чтобы

$$V_x, V_y = \frac{(1+\varepsilon)}{Bt \cdot a} \quad (2.7)$$

Тогда уравнение (1.22) упрощается. Членами, содержащими скорость, можно пренебречь и уравнение запишется как

$$\Delta[B(1+\varepsilon)]=0.$$

При этом скорость движения проводящей жидкости не будет оказывать влияния на магнитное поле и магнитное поле может быть найдено отдельно.

Таким образом, условие (2.7) является условием безындукционного приближения. Вернемся к этому условию, записанному в безразмерном виде, и перепишем его, используя обычные размерные величины, затем преобразуем его:

$$V = \frac{(1+\varepsilon)}{Bt \cdot a} \rightarrow \frac{v}{\nu/d} = \frac{\delta/d}{\sigma\mu_0\nu \cdot a/d} \rightarrow v d \sigma \mu_0 = \frac{\delta}{a} \quad (2.8)$$

$$\text{Re}_m = \frac{\delta}{a}$$

Мы получили более привычную форму условия для безындукционного приближения, из которого видно, что для электровихревых течений в плоских каналах в щели между ферромагнитными массивами это условие жестче, чем в обычном случае. Другими словами, в тонком слое проводящей жидкости с электрическим током, помещенном в щель между ферромагнитными массивами, у которого отношение планарных размеров к толщине щели между ферромагнитными массивами (где расположен слой) велико ($\frac{\delta}{a} = 1$), может возникнуть ситуация, когда даже медленное течение ($\text{Re}_m = 1$) существенно искажает магнитное поле.

Лекция 3

Условие генерации электровихревых течений (ЭВТ) в тонких слоях проводящей жидкости

Для возникновения ЭВТ в объеме проводящей жидкости достаточно неоднородного растекания электрического тока в этом объеме [1;2]; однако для генерации ЭВТ в тонких слоях этого условия недостаточно, более того оно часто не является даже необходимым [12].

Тонкий бесконечный слой проводящей жидкости (толщиной d), по которому в плоскости слоя течет постоянный электрический ток, поместим в зазор (толщиной δ) между бесконечными ферромагнитными массивами (рис.1.1). В этом случае магнитное поле в зазоре между массивами будет иметь одну доминирующую

компоненту. Эта компонента направлена поперек зазора и слабо изменяется в этом направлении. Если плотность электрического тока поперек зазора также не изменяется, то справедливо безразмерное выражение для ротора электромагнитных сил в слое жидкого металла:

$$\text{rot}_z f_{em} = S \cdot B \left(\frac{\partial B}{\partial x} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} - \frac{\partial B}{\partial y} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right).$$

В размерном виде это выражение запишется так:

$$\text{rot}_z f_{em} = \frac{B_z}{\mu_0} \left(\frac{\partial B_z}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\delta}{d} \right) - \frac{\partial B_z}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\delta}{d} \right) \right). \quad (3.1)$$

Здесь δ - ширина щели между ферромагнитными массивами (немагнитный зазор), d - толщина слоя проводящей жидкости.

Из (3.1) видно, что объемная электромагнитная сила, действующая на проводящую жидкость в слое, будет вихревой (а следовательно возможна генерация в слое электровихревого течения), когда $\frac{d}{\delta} = f(x, y)$, что может иметь место в случае $\delta = \delta(x, y)$ и или

$d = d(x, y)$, где x, y - пространственные координаты, лежащие в плоскости слоя. При этом характер растекания электрического тока в плоскости слоя не имеет существенного значения. Отметим, что в рассматриваемом случае, когда $\text{rot } \vec{f}_{em} = 0$, магнитное поле неизменно вдоль линии электрического тока. Действительно, ротор электромагнитных сил в нашем случае имеет лишь одну поперечную компоненту z . В нашем двумерном случае $\text{div } \vec{j} = \frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} = 0$, а

$$\vec{f}_{em} = \vec{j} \times \vec{B}; \text{ исходя из этого, получим } (\text{rot } \vec{f}_{em})_z = -j_y \frac{\partial B_z}{\partial y} - j_x \frac{\partial B_z}{\partial x}$$

(3.2)

Из выражения (3.2) видно, что в рассматриваемом случае при наших допущениях $\text{rot } \vec{f}_{em} = 0$ в случае, когда магнитное поле не меняется вдоль линий электрического тока.

Если толщина слоя жидкости является функцией продольных координат, то для того чтобы силы в слое оставались безвихревыми, вышеприведенного условия недостаточно, необходимо также, чтобы толщина слоя оставалась неизменной вдоль линий электрического тока.

Верны и обратные утверждения, которые и являются условиями генерации ЭВТ в плоском слое проводящей жидкости, помещенном в щель между ферромагнитными массивами

Для того чтобы в плоском слое проводящей жидкости, помещенном в щель между ферромагнитными массивами, генерировались электровихревые течения, необходимо и достаточно выполнения одного из двух либо в сочетании условий:

1. Зазор между ферромагнитными массивами должен изменяться в направлении линий электрического тока.
2. Толщина слоя проводящей жидкости с электрическим током должна изменяться в направлении линий электрического тока.

Эти два условия определяют то, что электромагнитные силы в слое изначально носят вихревой характер.

Как уже говорилось, для генерации вихревых сил в слое величина зазора между ферромагнитными массивами должна меняться вдоль линий электрического тока. Это изменение может происходить плавным образом, а может скачкообразно. Например, происходит резкое увеличение зазора или мы имеем дело с границей ферромагнитных сердечников (рис.3.1).

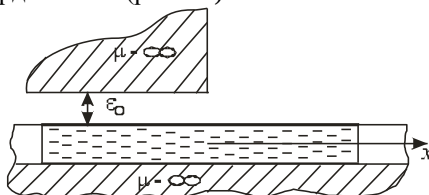


Рис.3.1

Плоский слой проводящей жидкости с постоянным электрическим током, помещенный в плоскопараллельную щель между ферромагнитными сердечниками, имеющую резкое расширение

При скачкообразном изменении зазора, когда его величину можно описать ступенчатой функцией, ротор электромагнитных сил, как легко показать, выразится через δ - функцию. Таким образом, ротор электромагнитных сил в плоскопараллельном слое проводящей жидкости, помещенной в плоскопараллельный зазор между полюсами ферромагнитных сердечников, будет отличен от нуля лишь на границе полюсов сердечников там, где зазор скачком увеличивается. Этот эффект имеет прикладное значение: его можно использовать, например, для перемешивания жидкого ядра непрерывного слитка при непрерывной разливке стали. Если по слитку продольно пропустить электрический ток и приложить ферромагнитные бруски, то края этих брусков (рис.3.2) будут генерировать ЭВТ в жидком ядре слитка.

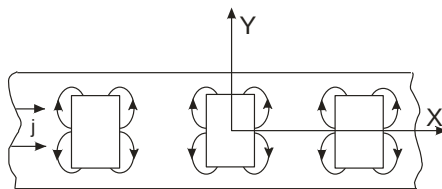


Рис.3.2

Электровихревые течения генерируются краями ферромагнитных брусков в плоском канале с жидким металлом при протекании по нему электрического тока

Другие случаи генерации ЭВТ в тонких слоях в щели ферромагнитных массивов возможны вследствие неустойчивости. Например, как говорилось ранее, возможен вариант, когда изначально в слое действовали лишь потенциальные электромагнитные силы, но возникшее в результате малого возмущения первоначальное течение так искажает магнитное поле и линии электрического тока, что в слое возникают вихревые электромагнитные силы, усиливающие первоначальное возмущение и приводящие к появлению в слое в результате изотермической МГД-неустойчивости электровихревого течения [13-15]. Возможен также случай возникновения ЭВТ в плоскопараллельном слое, находящемся в плоскопараллельной щели ферромагнитного массива, в результате малого возмущения свободной поверхности слоя. Действительно, в данной ситуации электромагнитные силы изначально потенциальны и вихревого движения вызвать не могут, но если в результате возмущения свободная поверхность слоя деформируется (толщина слоя станет переменной в направлении линий электрического тока), в слое возникнут вихревые электромагнитные силы, которые в некоторых случаях могут усилить первоначальные возмущения и в слое возникнет в результате неустойчивости электровихревое течение (Впоследствии этот случай будет разобран более подробно).

Рассмотрим также ЭВТ возбуждаемое в тонких слоях без присутствия ферромагнитных массивов [12].

Возьмем тонкий слой проводящей жидкости. Сверху и снизу (до контакта с его верхней и нижней поверхностями) подведем к нему токопроводы (приходящие из бесконечности и уходящие вдоль оси z в бесконечность), при помощи токоподводов поперек слоя пропустим постоянный электрический ток (рис. 3.3).

Если слой ограничен в плане, а его границы совпадают с границами сечения токопроводов, то планарное ЭВТ в результате

действия электромагнитных сил может возникнуть лишь при неоднородном распределении плотности электрического тока в сечении токопроводов [12]. Если ток распределен равномерно, то электромагнитные силы (обусловленные взаимодействием тока с собственным полем) потенциальны и ЭВТ возникнуть не может. В электродинамическом отношении это явление подобно линейному пинчу.

В случае, когда сечение токопроводов в месте контакта меньше сечения слоя (в плане) и отличается от окружности, электромагнитные силы в слое уже не потенциальны.

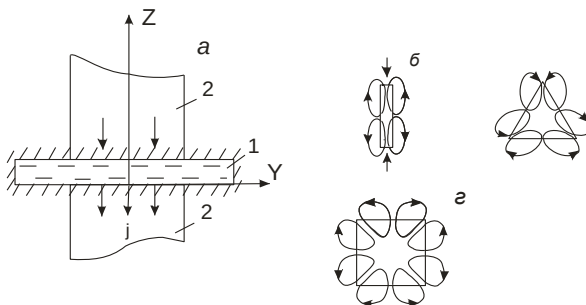


Рис.3.3

Примеры генерации ЭВТ в плоском слое проводящей жидкости в отсутствии ферромагнитных сердечников - 1. Электрический ток подводится электродами - 2 и протекает перпендикулярно плоскости слоя (а). Случай токового пятна прямоугольной формы (б), треугольной формы (в), квадратной формы (г)

В рассматриваемом нами случае ротор электромагнитных сил имеет одну компоненту, направленную нормально плоскости слоя. В цилиндрической системе координат он будет иметь следующий вид:

$$\text{rot}_z f_{em} = - \frac{\partial(j_z B_\varphi)}{\partial \varphi} . \quad (3.3)$$

Из этого выражения видно, что если электромагнитная сила не зависит от φ , то даже при произвольной зависимости тока и магнитного поля от r электромагнитная сила в слое остается потенциальной. При несовпадении границ «токового пятна» (сечения токопроводов) с

границами слоя эта ситуация возможна только для круглого сечения токопроводов. При любой другой конфигурации появляется зависимость от φ и, как следует из (3.3), силы становятся вихревыми.

Действительно, как показывают расчеты, очень узкий в поперечном сечении токопровод вызывает четырехконтурную циркуляцию жидкого проводника в слое, треугольный – шестиконтурную, квадратный – восьмиконтурную (рис.3.3). Каждая прямая сторона границы сечения токопровода вызывает двухконтурную циркуляцию. При приближении сечения токопроводов к кругу растет число контуров циркуляции, снижается ее интенсивность и при круглом сечении токопроводов циркуляция в плоском слое отсутствует.

Таким образом, несовпадение границы поперечного сечения токопроводов с границами слоя проводящей жидкости является причиной возникновения планарных ЭВТ в слое, при этом форма «токового пятна» существенно влияет на топологию ЭВТ в слое [12]. Описанное выше явление имеет место в мощных алюминиевых электролизерах, где электрический ток большой силы, текущий по анодному массиву (обычно прямоугольного поперечного сечения) и контактирующему с ним расплаву в ванне, вызывает в расплаве планарное ЭВТ, на интенсивность которого наравне с другими факторами влияет форма сечения анодного массива [16]. Таким образом, как было показано, электровихревые течения в плоских слоях проводящей жидкости имеют ряд существенных отличий от электровихревых течений в объеме.

В заключении этой лекции отметим похожее явление. При ЭВТ вихревое течение в проводящей жидкости возбуждается взаимодействием протекающего по ней электрического тока со своим магнитным полем. Возможна сходная ситуация, когда переменное магнитное поле взаимодействует с индуцированным в проводящей жидкости электрическим током и создает в ней электромагнитные силы, которые генерируют вихревое движение [17]. По аналогии с электровихревыми течениями такие течения в дальнейшем мы будем называть магнитовихревыми течениями (МВТ).

Если в локальной области плоского слоя создать переменное во времени нормальное слою магнитное поле, то в плоскости слоя индуцируется электрический ток, линии которого будут замкнутыми и охватывать линии магнитного поля. Взаимодействие магнитного поля с индуцированным электрическим током приведет к появлению в слое объемных электромагнитных сил, которые (в случае несовпадения границ области магнитного поля с границами слоя проводящей

жидкости и в случае отличия границ области от окружности) вызовут планарную циркуляцию жидкости в слое (т.е. к появлению так называемого магнитовихревого течения). Действительно переменное магнитное поле в этом случае направлено к слою так же, как и электрический ток в предыдущем примере, а индуцированный ток имеет в слое линии тока схожие с магнитно-силовыми линиями предыдущего примера. Таким образом, электромагнитные силы в этих примерах подобны, поэтому ход рассуждений о характере сил в последнем случае такой же, как в предыдущем примере.

Отметим, что явление генерации вихревых течений переменным магнитным полем в плоских каналах может найти и находит применение в создании различного рода перемешивателей жидкого металла и насосов для его перекачивания [18;19;20].

Лекция 4

Возникновение насосного эффекта под действием потенциальных электромагнитных сил в плоском МГД-канале с постоянным электрическим током

Одним из назначений различного рода МГД-устройств является перекачивание жидкого металла, при этом электромагнитные силы в МГД-каналах таких устройств создают транзитное течение металла через канал, чем и обеспечивают работу таких устройств.

Для правильного описания гидродинамических процессов в МГД-устройствах мало, пусть даже очень тщательно, решить лишь одну электродинамическую часть задачи, крайне упрощая ее гидродинамическую часть. Например, часто (при решении подобного рода задач) полагают, что жидкость в МГД-канале движется как твердое тело (пластина), а гидродинамику процесса учитывают введением эмпирических коэффициентов трения [21;22;23]. Такой подход может быть оправдан лишь в некоторых случаях для каналов простейших форм (прямая труба и простейшее распределение электромагнитных сил) [24;25], но он не позволяет понять механизм явлений, имеющих место в МГД-канале более сложной формы, не дает подхода к конструированию новых МГД-машин.

Рассмотрим возможность возникновения перепада давления или транзитного течения в канале с электропроводной жидкостью, по которой протекает электрический ток. Электрический ток, взаимодействуя с магнитным полем, создает в электропроводной

жидкости в канале объемные силы. Будем рассматривать момент, когда жидкость в канале только начала движение под действием электромагнитных сил. Будем рассматривать период времени, когда все переходные электродинамические процессы уже завершены, но переходные гидродинамические процессы еще далеки до завершения. Так как в реальных МГД-устройствах индуктивность и емкость устройств чрезвычайно малы, то и времена переходных электродинамических процессов много меньше времен переходных гидродинамических процессов. Таким образом, в начальный момент времени зарождающееся течение в МГД-канале будет описываться уравнениями Навье-Стокса, в правой части которых представлена электромагнитная сила, найденная из решения электродинамической задачи без учета движения жидкой проводящей среды:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \vec{v} + \vec{f}_{em} \quad (4.1)$$

однако если $\tau = r^2/\nu$, где τ -характерное время процесса, r - характерный размер задачи, ν - кинематическая вязкость, то (2.57) упрощается:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \vec{f}_{em}. \quad (4.2)$$

Применим к обеим частям этого уравнения операцию *rot* и получим

$$\frac{d \operatorname{rot} \vec{v}}{dt} = \operatorname{rot} \vec{f}_{em} \quad (4.3)$$

Это означает, что скорость изменения завихренности в жидкости равняется завихренности электромагнитных сил действующих на жидкость. Отсюда следует, что если в канале на жидкость действуют

только потенциальные силы, то, пока $\tau = \frac{r^2}{\nu}$, завихренность в

жидкости остается постоянной, и если в самом начале она была нулевой, то за время τ она и останется такой. Другими словами, если в МГД-канале на покоящуюся жидкость начинают действовать потенциальные силы, то вязкая жидкость может начать движение из состояния покоя только по линиям потенциального тока. Это будет происходить до тех пор, пока завихренность (вызванная вязким трением жидкости о стенки канала) не заполнит весь объем жидкости в канале.

Приведем оценку. Для канала с характерным размером, равным 0,01м, с жидким металлом ($\nu = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$) время τ составит 100 секунд. Разумеется, реальное время, когда жидкость после включения потенциальных сил ведет себя как невязкая и движется потенциально, гораздо меньше оценки, но все равно оно остается достаточно большим, чтобы принять это во внимание.

Для жидкости, находящейся в плоском канале, ситуация еще менее критична. Пусть течение жидкости в слое стационарно и имеет малые скорости ($V_x, V_y = 1$), тогда в уравнениях (8.19)-(8.20) членами в левой части можно пренебречь. Продифференцировав первое уравнение по x , а второе по y , вычтем одно уравнение из другого и мы получим

$$g \left(\frac{\partial V_x}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial x} \right) = \frac{\partial f_x}{\partial y} - \frac{\partial f_y}{\partial x} \quad (4.4)$$

Уравнение (4.4) можно представить в виде $g \text{rot}_z \vec{v} = \text{rot}_z \vec{f}$.

Таким образом, если в плоском канале электромагнитные силы действующие на жидкость, потенциальны ($\text{rot}_z \vec{f} = 0$), то стационарное медленное течение жидкости ($V_x, V_y = 1$ ($\text{Re} = 1$)) будет также безвихревым ($\text{rot}_z \vec{v} = 0$).

Для того чтобы жидкость двигалась в канале, необходимо, чтобы на нее действовали силы, но этого условия недостаточно. Действительно, когда на жидкость действуют вихревые силы, в жидкости всегда возникает вихревое движение. В случае действия потенциальных сил движение в жидкости может возникнуть только в случае, когда объем, в котором содержится жидкость, не замкнут. В противном случае потенциальные силы в жидкости приведут к перераспределению давления на границе области. Но даже если область с жидкостью не замкнута (есть возможность протока через канал), то для возникновения сквозного течения в таком канале необходимо, чтобы объемные потенциальные силы, действующие на жидкость, имели проекцию на линии возможного тока жидкости через канал. В МГД-каналах движение жидкого проводника обеспечивается объемными электромагнитными силами. Электромагнитные силы обусловлены взаимодействием электрического тока, текущего по проводящей жидкости в канале с магнитным полем. Растекание постоянного электрического тока в канале будет описываться тем же

уравнением, что и потенциальное течение жидкости в канале; по этой причине, для того чтобы потенциальные электромагнитные силы создали транзитное течение в канале, необходимо, чтобы линии электрического тока и линии тока жидкости не совпадали [26;27;28].

Действительно, так как электромагнитная сила, действующая на металл, является векторным произведением плотности тока и магнитного поля, то при совпадении линий электрического тока ψ_j и

линий тока жидкости ψ силы, способные вызвать движение, будут перпендикулярны направлению возможного течения. Таким образом, при протекании постоянного электрического тока по каналу МГД-устройства, в котором токоподводы совмещены с входом и выходом канала (если $\delta, d = \text{const}$), течение через такой канал возникнуть не может и перепад давления между входом и выходом канала будет отсутствовать. Для работы насоса необходим некоторый угол между линиями ψ_j и ψ . На практике это осуществляется путем подвода

электрического тока через стенки канала [23], а при совмещении токоподводов с входным и выходным патрубками канала эффект достигается путем введения в стенки канала вставок с большей проводимостью или размещением в канале проводящих перегородок (рис. 4.1.- 4.3).

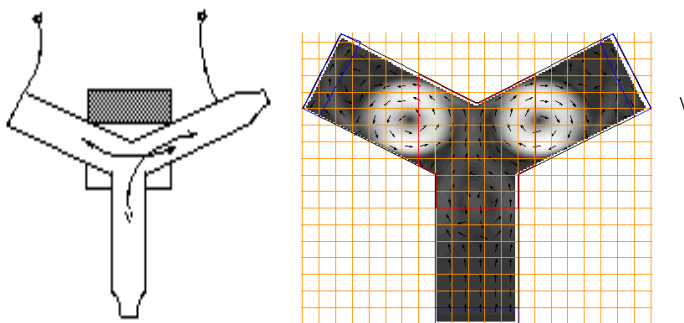


Рис 4.1

Схема течения жидкого металла и электрического тока в простейшем безобмоточном кондукционном насосе (конструкции Кабакова). Слева

приведена расчетная картина поля скоростей в канале насоса в стопорном режиме

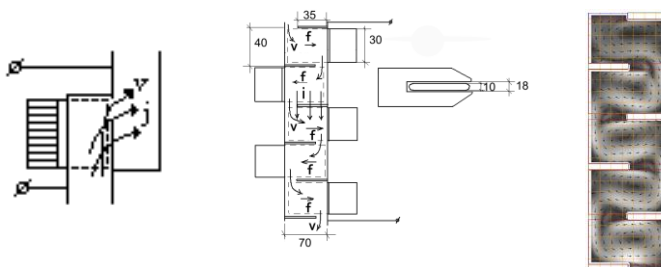


Рис. 4.2

Схема протекания электрического тока и жидкого металла в каналах кондукционных насосов имеющих проводящие перегородки

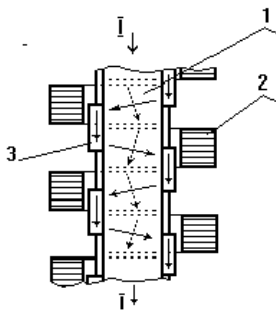


Рис. 4.3

Схема протекания электрического тока и жидкого металла в канале кондукционного насоса, имеющего в стенках вставки с большей, чем у стенки и жидкого металла, проводимостью. 1 - канал, 2 - П-образный сердечник, 3 – вставки с большей электрической проводимостью

Эти рассуждения в полной мере справедливы для МГД-каналов с постоянным электрическим током, когда $\delta, d - \text{const}$ ($\text{rot} \vec{f}_{em} = 0$).

Рассмотрим пример. Возьмем металлическую полосу, имеющую резкое расширение (рис. 4.4, 4.5).

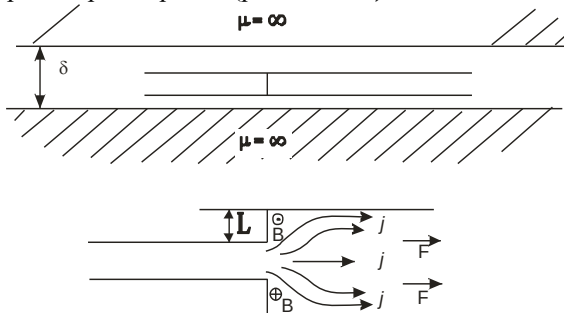


Рис. 4.4

Плоский канал с жидким металлом, имеющий резкое расширение. По металлу вдоль канала течет электрический ток. Канал помещен в плоскопараллельную щель между ферромагнитными массивами

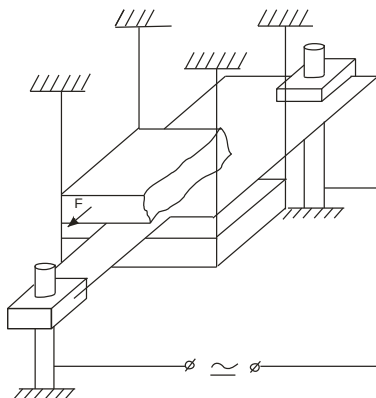


Рис.4.5

Схема экспериментальной установки по измерению электромагнитных сил, действующих в осевом направлении на металлическую полосу с резким расширением, когда по ней протекает электрический ток, и она находится в щели ферромагнитного массива

Эта полоса по всей своей длине помещена в плоскопараллельный зазор между двумя ферромагнитными пластинами. Если по пластине в направлении ее оси пропустить

постоянный электрический ток, то в области ее расширения вектор плотности тока в пластине будет иметь как продольную, так и поперечную компоненты. Вертикальная компонента магнитного поля в зазоре (созданного электрическим током в пластине), взаимодействуя с поперечной компонентой вектора плотности электрического тока в области расширения пластины, создает электромагнитную силу. Эта электромагнитная сила имеет продольную оси пластины компоненту (рис.4.6). Если пластина не закреплена, то под действием этой силы она начнет перемещаться вдоль оси в сторону расширения [29].

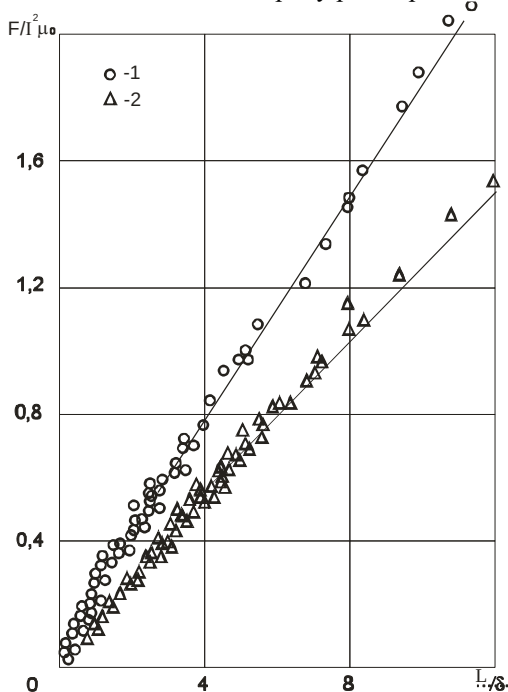


Рис. 4.6

Экспериментальная зависимость безразмерной силы ($F/L\mu_0$), действующей на алюминиевую пластину с резким расширением в направлении продольной оси, от отношения длины плеча к толщине зазора между ферромагнитными массивами (L/δ)

По-другому ведет себя жидкость в канале той же конфигурации. В рассматриваемом случае электромагнитные силы будут потенциальными, как было показано ранее, в этом случае

жидкость в канале может начать движение только по линиям потенциального тока. Эти линии совпадают с линиями электрического тока в канале (так как описываются одним и тем же уравнением $\Delta\varphi = 0$); значит электромагнитные силы действующие на жидкость, будут направлены перпендикулярно линиям возможного движения жидкости. Следовательно, жидкость в канале останется неподвижной, а перепад давления между входом и выходом из канала (точки 2 и 3 на рис. 4.7.) будет отсутствовать [30].

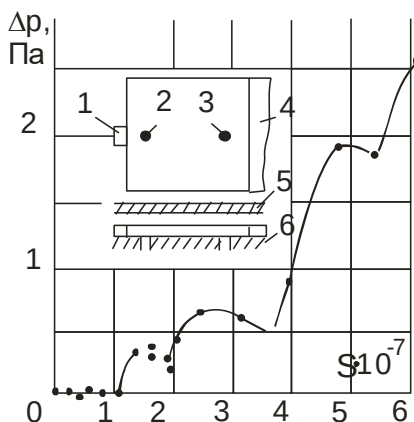


Рис.4.7

Экспериментальная зависимость перепада давления на концах плоского канала (точки 2 и 3), имеющего резкое расширение помещенного в плоскопараллельную щель между ферромагнитными массивами от параметра

$$S = I^2 \mu_0 / \rho v^2$$

Был поставлен эксперимент. Была изготовлена плоская квадратная в плане кювета (100x100x10 мм) (рис.4.7). Одна боковая стенка (100x10 мм) являлась сплошным медным электродом 4, в противоположной стенке электрод (10x10 мм.) располагался в ее середине - 1. Кювета заполнялась жидким галлиевым сплавом (Ga 87,5%; Sn10,5%; Zn2%) и помещалась в плоскопараллельный зазор между ферромагнитными пластинами 5 и 6, значительно перекрывающими ее площадь в плане. От одного электрода к другому через сплав в кювете пропускался постоянный электрический ток, силу которого можно было менять в разных экспериментах. Между точками 2 и 3, расположенными у противоположных концов кюветы, при помощи специальной манометрической системы [31] измерялся

перепад давления. Возникновение перепада давления должно было свидетельствовать о том, что в случае бесконечно длинного плоского канала с резким расширением, помещенного в плоскопараллельный зазор между ферромагнитными массивами, в канале должно возникнуть транзитное течение.

Как показал эксперимент [32], перепад давления не возникает вплоть до значения параметра $S \sim 10^7$ ($I \sim 150$ А). Дальнейшее пороговое появление перепада давления вызвано описанной в предыдущей лекции изотермической МГД-неустойчивостью [9;32].

Таким образом, если в МГД-канале присутствуют только потенциальные электромагнитные силы, то для того чтобы они перекачивали жидкий металл, необходимо, чтобы линии электрического тока в жидком металле не совпадали с линиями гидродинамического тока жидкого металла в МГД-канале. Это может быть достигнуто различными приемами:

1. Электрический ток подводится через боковые стенки канала [23;33] (рис.4.1). Действительно, поскольку линии тока жидкости вблизи стенок канала направлены всегда вдоль этих стенок, то линии электрического тока (в случае если электрический ток подведен через стенки канала), по крайней мере вблизи стенок, будут пересекать линии тока жидкости, что является условием для реализации насосного эффекта в МГД-канале.
2. В случае совпадения токоподводов с входным и выходным отверстиями канала линии электрического тока будут совпадать с линиями тока жидкости в канале. Для того чтобы «развязать» линии электрического и гидродинамического тока, в канал вводят проводящие перегородки [26,27] (проницаемые для электрического тока и не проницаемые для линий тока жидкости) – (рис.4.2). Того же эффекта можно добиться введением в канал или в его стенки вставок с большей, чем у проводящей жидкости в канале, проводимостью (рис.4.3).

Лекция 5

Возникновение насосного эффекта при протекании по МГД-каналу переменного электрического тока

Выше говорилось о МГД-канале, где действуют потенциальные силы, обусловленные протеканием постоянного электрического тока. Ситуация меняется, если по каналу протекает переменный электрический ток. Его растекание будет описываться не уравнением Лапласа, а уравнением Гельмгольца, поэтому возможны случаи, когда условие пересечения линий электрического тока и тока жидкости в канале выполняется даже в случае совмещения токоподводов со входом и выходом МГД-канала [3;34]. Поясним это примерами.

1. Возьмем трубу произвольного сечения. Пусть ее заполняет электропроводная жидкость такая, что в одной части трубы у нее будет эффективная электрическая проводимость σ_1 , а в другой σ_2

(рис.5.1). Пусть $\sigma_1 = \sigma_2$. Тогда если пропустить по жидкости в трубе вдоль ее оси переменный электрический ток, он потечет в области σ_1 (в результате скин-эффекта) в поверхностном слое δ_1 , а в области σ_2 - в слое δ_2 (Здесь рассматривается труба с поперечным размером D ? δ_1, δ_2 .) Так как $\sigma_1 = \sigma_2$, то $\delta_1 > \delta_2$.

Таким образом, при перетекании тока из области σ_1 в область σ_2 появится поперечная компонента плотности тока. В направлении линий тока жидкости в таком канале будет иметь место составляющая электромагнитных сил, и если входной и выходной концы трубы открыты, в трубе возникнет транзитное течение (из области с меньшей электрической проводимости в область с большей проводимостью). Этот эффект должен быть чувствителен к геометрии канала, частоте электрического тока, эффективным электрическим проводимостям и их соотношениям.

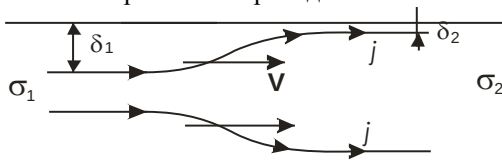


Рис.5.1

Протекание переменного электрического тока по трубе с неоднородно электропроводящей жидкостью

2. Возьмем плоскую трубу прямоугольного сечения (рис.5.2), поместим ее в зазор между ферромагнитными массивами. Пусть

отношение высоты сечения трубы d к толщине зазора δ между массивами будет меньше, чем в другой ее части: $\frac{d_1}{\delta_1} < \frac{d_2}{\delta_2}$. Тогда

несложно показать, что переменный ток, протекая по такой трубе, ведет себя так, как если бы в одной части трубы проводимость жидкости была $\sigma_{эфф1} = \frac{d_1}{\delta_1} \sigma$, а в другой части $\sigma_{эфф2} = \frac{d_2}{\delta_2} \sigma$.

Таким образом, в одной части трубы эффективная проводимость будет меньше эффективной проводимости в другой части трубы $\sigma_{эфф1} < \sigma_{эфф2}$ и случай станет подобен ранее рассмотренному примеру 1. Конечно, в области, где зазор между ферромагнитными массивами и высота трубы изменяются, электромагнитные силы могут иметь вихревую составляющую, что может существенно повлиять на транзитное течение в трубе.

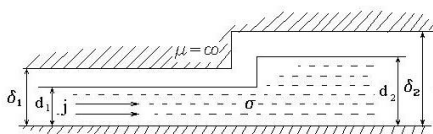


Рис.5.2

Плоский канал переменной толщины с переменным электрическим током в зазоре переменной высоты между ферромагнитными массивами

- Возьмем плоскую трубу с проводящей жидкостью и на часть ее сверху и снизу наложим плоские ферромагнитные сердечники так, чтобы их поверхность составляла острый угол, а изменение зазора было направлено вдоль оси трубы (рис.5.30).

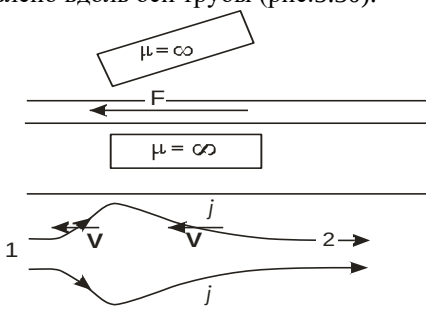


Рис.5.3

Плоский канал постоянной толщины с переменным электрическим током в зазоре переменной высоты между ферромагнитными массивами

Если по трубе пропустить переменный ток, то в областях 1 (примыкающей к сердечникам) и 2 (перекрытой ими) линии электрического тока вытесняются к периферии трубы. В этих областях появляются противоположно направленные друг к другу поперечные составляющие вектора плотности электрического тока. Взаимодействие этих составляющих вектора плотности электрического тока с магнитным полем электрического тока текущего по трубе в областях 1 и 2, приводит к появлению электромагнитных сил продольных оси пластины. Силы в этих областях встречно направлены, но так как в области 2 магнитное поле в среднем больше магнитного поля в области 1, то в результате появляется нескомпенсированная сила, направленная вдоль оси трубы в направлении уменьшения зазора между ферромагнитными пластинами. Покажем это [3].

Будем рассматривать начальный момент времени, когда течение еще не успело возникнуть, но все переходные электрические процессы уже завершились. В этом случае уравнение для магнитного поля (1.16) может быть представлено как

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \Pi^{-1} \Delta[B(1 + \varepsilon)] , \quad (5.1)$$

где $\Pi = \sigma \mu_0 \omega d^2$; d , σ , ω , μ_0 - толщина слоя, проводимость жидкости в слое, круговая частота электрического тока (магнитного поля), магнитная проницаемость зазора между ферромагнитными массивами соответственно. Пусть в области 1 при $x \leq 0$ зазор слабо расширяется: $(1 + \varepsilon = 1 + \varepsilon_0 + mx)$. В области 2 при $x > 0$, где ферромагнитные сердечники не перекрывают канал можно допустить, что зазор резко расширяется, и задать его приближенно экспоненциальной функцией: $1 + \varepsilon = \varepsilon_0 + \exp\{\alpha x\}$. Здесь α - некий числовой коэффициент.

Из закона полного тока определяем магнитное поле на границе при

$$y = \pm \frac{a}{2}: \quad B = 0,5[1 + \varepsilon(x)]^{-1}. \quad (5.2)$$

Подставим в (5.1) магнитное поле в виде $B = B \cdot \exp\{i\omega t\}$ и, учитывая граничные условия (5.2), найдем решение этого уравнения в области 1 и 2.

При $x \leq 0$.

$$B_1 = 0,5(1 + \varepsilon_0 + mx)^{-1} \cdot \frac{Sh\lambda_1 y}{Sh\{\lambda_1 \frac{a}{2}\}}.$$

При $x > 0$

$$B_2 = 0,5(1 + \varepsilon_0 + \exp\{\alpha x\})^{-1} \cdot \frac{Sh\lambda_2 y}{Sh\{\lambda_2 \frac{a}{2}\}},$$

где
$$\lambda_1 = (1+i) \sqrt{\frac{\Pi}{2(1+\varepsilon_0+mx)}}, \quad \lambda_2 = (1+i) \sqrt{\frac{\Pi}{2(\varepsilon_0+\exp\{\alpha x\})}}$$

Определив B , можно найти компоненты плотности тока и функцию тока (рис.5.4):

$$j_x = -\frac{\partial B(1+\varepsilon)}{\partial y}; \quad j_y = -\frac{\partial B(1+\varepsilon)}{\partial x}.$$

$$\psi_1 = \frac{(Sh\{\lambda_1 y/2\})}{Sh\{\lambda_1 a/2\}} \quad \text{при } x \leq 0; \quad \psi_2 = \frac{(Sh\{\lambda_2 y/2\})}{Sh\{\lambda_2 a/2\}} \quad \text{при } x > 0.$$

Взаимодействие j_y с поперечным слоем магнитным полем в зазоре и определяет возникновение электромагнитных сил в направлении оси трубы ($f_x = \text{Re } j_y \cdot B^*$), где j_y и B - эффективные значения плотности тока и индукции магнитного поля в зазоре.

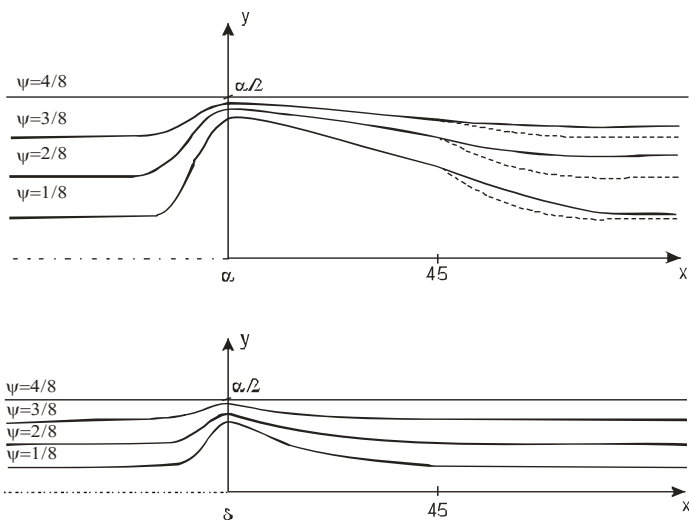


Рис. 5.4

Расчетная картина линий переменного (50Гц) электрического тока для полосы шириной 160 и 80 мм. Толщина медной полосы 2 мм. Ширина ферромагнитных брусков 90 мм

Силы f_1 и f_2 (электромагнитные силы соответственно в областях 1 и 2) действуют в противоположных направлениях, но при соответствующих значениях α силы f_1 в области 1 в среднем выше по значению, чем f_2 в области 2. По этой причине интегральная сила в области 1 будет выше, чем в 2.

Таким образом на жидкость в плоской трубе в областях 1 и 2 будет действовать результирующая сила направленная вдоль оси трубы из области 2 в область 1. (рис.5.3).

В эксперименте [3] плоская труба с металлом моделировалась прямоугольной медной полосой. Сверху и снизу на нее накладывались ферромагнитные параллелепипеды (сердечники), набранные из пластин трансформаторной стали (рис.5.5). Плоскости сердечников, образующие зазор между ними, были наклонены под некоторым углом по отношению друг к другу так, чтобы зазор между сердечниками линейно расширялся в направлении оси полосы. Полоса неподвижно закреплялась за свои концы, и вдоль нее пропусклся переменный (50Гц) или постоянный электрический ток. Сердечники, между которыми находилась полоса, закреплялись на отдельном подвесе, по

отклонению которого из положения равновесия можно было судить о продольной силе, действующей на сердечники и на медную полосу.

Как показал эксперимент, при протекании вдоль полосы постоянного электрического тока, силы действующей на сердечник, а следовательно и на полосу в продольном направлении, не возникало. При протекании переменного тока (50 Гц) в эксперименте явно обнаруживалось возникновение продольных электромагнитных сил, близких к расчетным (рис.5.6).

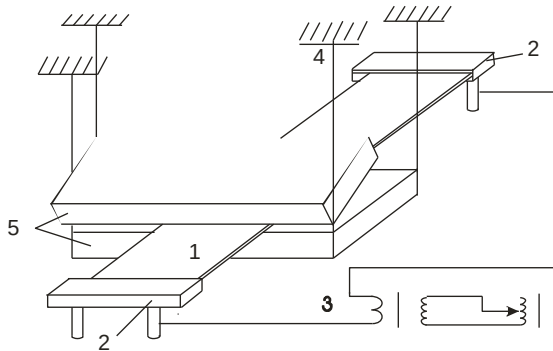


Рис. 5.5

Схема экспериментальной установки по исследованию «скин слойного механизма» генерации продольных электромагнитных сил: 1 - медная пластина, 2 - держатели, 3 – источник переменного тока, 4 – подвес, 5 – шихтованные ферромагнитные бруски

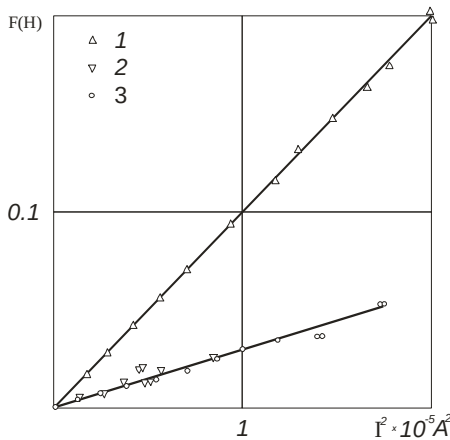


Рис.5.6

Зависимость силы F , действующей на проводящую полосу от квадрата переменного электрического тока (50 Гц). 1 - ширина медной полосы 160 мм, 2 - ее ширина 80 мм. Точки - эксперимент, линии - теоретическая зависимость

«Развязать» линии тока жидкости через МГД-канал и линии электрического тока в случае переменного тока возможно также за счет специальной геометрии МГД-канала.

Пусть имеется «плоский» канал, в некоторой области он резко расширяется (рис.5.7). Этот канал помещен в плоскопараллельную щель между ферромагнитными массивами. При протекании постоянного тока по жидкости вдоль канала возникшие в жидкости электромагнитные силы, как было показано ранее, вызвать транзитное течение или создать перепад давления между входом и выходом из канала не могут. Однако если электрический ток будет переменный, то он будет описываться уже не уравнением Лапласа (как потенциальное течение), а уравнением Гельмгольца.

Таким образом, линии электрического тока не будут совпадать с линиями течения в канале. Электрический ток за счет скин-эффекта будет вытесняться к боковым границам канала в области его резкого расширения.

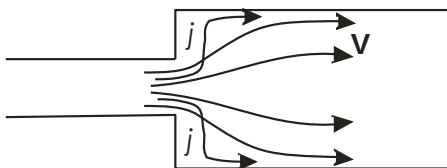


Рис.5.7

Схема растекания переменного электрического тока и безвихревого течения жидкости через канал имеющий резкое расширение

В этом месте линии электрического тока не будут совпадать с линиями тока жидкости через канал, в результате проекция электромагнитных сил на линии тока жидкости будет отличной от нуля, что может привести к возникновению транзитного течения.

Описанный механизм будет действовать и в плоском канале, заполненном жидким металлом, в результате действия которого в канале возникает перепад давления.

Лекция 6

Приближенные двумерные уравнения для описания турбулентных течений в плоских каналах технологических устройств

Как мы видели, при течении проводящей жидкости через магнитное поле уже при небольших числах Гартмана ($M \sim 10$) профиль течения проводящей жидкости в слое уплощается. У твердых поверхностей, ограничивающих слой снизу и сверху, появляется Гартмановский пограничный слой, при этом вязкое трение в жидкости возрастает. Было показано, что при больших числах Гартмана $g'' : M$. Таким образом, силы трения в слое становятся пропорциональными, как по скорости течения, так и по величине магнитного поля. Максимальные силы торможения в этом случае действуют в местах максимального значения вертикальной компоненты магнитного поля. Однако следует учитывать, что эти эффекты в полной мере справедливы для ламинарных течений.

При турбулентном течении на первый план выдвигаются эффекты, обусловленные турбулентной диссипацией (так называемым турбулентным трением). Магнитное поле способно «подавлять» турбулентное течение и ламинизировать его [35;36;37]. Границы области ламинарного течения определяются условием $Re/M < 215$

[37]. В большинстве реальных МГД-устройств этот предел превышен и течение в канале турбулентное; кроме того, в рассматриваемых в настоящей работе МГД-устройствах площадь МГД-канала превышает площадь, перекрытую полюсами сердечников, создающих магнитное поле. Таким образом, во многих случаях можно считать, что определяющим является турбулентное трение о стенки канала без учета действия магнитного поля.

В предыдущих лекциях был продемонстрирован подход, когда редукция трехмерных уравнений гидродинамики в двумерные осуществлялась на основе информации о поперечном слое профиле скоростей продольного течения жидкости. Такая информация получалась на основе решения линеаризованной системы уравнений гидродинамики. Такой подход приемлем, когда число Re , определяемое по размеру толщины слоя, меньше турбулентного порога. Подобный подход можно применить для редукции трехмерных уравнений в двумерные и в случае турбулентных течений.

В реальных технологических процессах скорость течения жидкого металла в плоских каналах большинства МГД-машин настолько велика, что течение в этих каналах турбулентно. В этом случае для его описания воспользуемся уравнением Рейнольдса и уравнением неразрывности. Как уже говорилось, мы пренебрегаем (для простоты) влиянием течения на электромагнитные силы, которые действуют на жидкий металл. В безразмерном виде и в приближении

плоского слоя уравнение Рейнольдса в дивергентном виде можно записать так:

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{v}_j \bar{v}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \Delta \bar{v}_i + \frac{\partial(-v'_i v'_j)}{\partial x_j} + \tilde{S} \cdot f_i, \\ \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_i} = 0. \end{cases} \quad (6.1)$$

где $\bar{v}_i$, v'_i - соответственно осредненная по времени и пульсационная составляющие скорости турбулентного течения; f_i - составляющая объемных сил. $\tilde{S} = \frac{f_0 h^3}{\rho \nu^2}$ - безразмерный комплекс. Здесь за единицу длины, скорости, объемных сил взяты соответственно h , ν/h , f_0 . Далее можно использовать любую полуэмпирическую теорию замыкания по первым моментам например, гипотезу Прандтля [204].

$$v'_x v'_z = -\lambda \left(\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial z} \right) \left| \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right|; \quad v'_y v'_z = -\lambda \left(\frac{\partial \bar{v}_y}{\partial z} \right) \left| \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right|, \text{ где } \lambda -$$

некий коэффициент.

На этом уровне приближения мы допускаем, что течение имеет выпуклый профиль скоростей $\partial f / \partial z > 0$. Представим

$$\bar{v}_x = V_x(x, y, t) \cdot f(z); \quad \bar{v}_y = V_y(x, y, t) \cdot f(z). \quad (6.2)$$

Оси X и Y выбранной декартовой системы координат лежат в плоскости слоя. Начало координат совпадает с нижней поверхностью слоя, а ось Z направлена нормально нижней и верхней поверхностям слоя. Учитывая, что $\bar{v}_z \ll \bar{v}_x, \bar{v}_y$; $\partial/\partial z \gg \partial/\partial x, \partial/\partial y$, подставим (6.2) в (6.1), затем осредним это уравнение поперек слоя:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_x}{\partial t} \int_0^1 f(z) dz + \frac{\partial V_x^2}{\partial x} \int_0^1 f^2(z) dz + \frac{\partial V_y V_x}{\partial y} \int_0^1 f^2(z) dz = -\frac{\partial p}{\partial x} + \\ + \Delta V_x + V_x \left. \frac{\partial f(z)}{\partial z} \right|_0^1 + |V| V_x \cdot \lambda \left(\frac{\partial f(z)}{\partial z} \right)^2 \Big|_0^1 + \mathcal{S}_x \end{aligned} \quad (6.3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_y}{\partial t} \int_0^1 f(z) dz + \frac{\partial V_x V_y}{\partial x} \int_0^1 f^2(z) dz + \frac{\partial V_y^2}{\partial y} \int_0^1 f^2(z) dz = -\frac{\partial p}{\partial y} + \\ + \Delta V_y + V_y \left. \frac{\partial f(z)}{\partial z} \right|_0^1 + |V| V_y \cdot \lambda \left(\frac{\partial f(z)}{\partial z} \right)^2 \Big|_0^1 + \mathcal{S}_y \end{aligned} \quad (6.4)$$

Здесь $\Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ - двумерный оператор Лапласа. Несмотря

на то что этот член в приближении тонкого слоя много меньше других членов, в уравнении он сохранен для удобства численного счета.

Для того чтобы найти интегралы от профильной функции в уравнении, определим ее так, чтобы

$$\int_0^1 f(z) dz = 1. \quad (6.5)$$

Кроме того, известно [5], что $\int_0^1 f^2(z) dz$ имеет слабое различие

для широкого спектра выпуклых профилей скорости. Так, для $f(z)$, описывающей профиль Пуазейля, $\int_0^1 f^2(z) dz = 6/5$, а для коробчатого

(полностью плоского) профиля $\int_0^1 f^2(z) dz = 1$. Турбулентный профиль

для средней скорости турбулентного течения в канале более плоский, чем профиль Пуазейля. Для определенности его можно представить как $f(z) \approx k \cdot z^{1/7}$ [38], где $k=1,2618$ получено из условия нормировки,

аналогичного (3.5): $2 \int_0^{\frac{1}{2}} f(z) dz = 1$. Тогда $\int_0^1 f^2(z) dz = 1,0158$. Таким

образом, не допуская большой ошибки для удобства, в уравнениях далее будем считать, что $\int_0^1 f^2(z) dz = 1$.

Однако на границе слоя у верхней и нижней плоских стенок, необходимо уметь определять $\left. \frac{\partial f(z)}{\partial z} \right|_0 = \kappa_1$ и $\lambda \left(\frac{\partial f(z)}{\partial z} \right)^2 \Big|_0 = \kappa_2$, так

как выбранная нами аппроксимация $f(z) \approx k \cdot z^{1/7}$ хорошо описывает ядро течения и далека от реальности вблизи стенок, в области так называемого ламинарного подслоя. По этой причине величины κ_1 , κ_2 будем находить из эксперимента. В результате приближенные двумерные уравнения, описывающие турбулентное течение жидкости в тонком слое, ограниченном сверху и снизу плоскими параллельными пластинами (течение в плоском канале), можно написать в виде

$$\begin{cases} \frac{\partial V_x}{\partial t} + \frac{\partial V_x^2}{\partial x} + \frac{\partial V_y V_x}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \Delta V_x + \kappa_1 V_x + \kappa_2 |V| V_x + \tilde{S} f_x, \\ \frac{\partial V_y}{\partial t} + \frac{\partial V_x V_y}{\partial x} + \frac{\partial V_y^2}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \Delta V_y + \kappa_1 V_y + \kappa_2 |V| V_y + \tilde{S} f_y, \\ \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} = 0. \end{cases} \quad (6.6)$$

В предлагаемых уравнениях турбулентное трение при течении в плоском канале определяется трением в ламинарных подслоях у верхней и нижней стенок канала. Трение за счет сдвиговых течений в плоскости слоя существенно меньше и играет вторичную роль.

Определение коэффициентов κ_1 , κ_2

Строго говоря, коэффициенты κ_1 , κ_2 находятся из эксперимента, однако κ_1 можно определить из следующих соображений: при медленных течениях линейный по скорости член, отвечающий за трение, превосходит квадратичный член. Поэтому при медленных скоростях квадратичным членом в уравнениях можно пренебречь. При малых скоростях профиль течения в плоском слое параболический (профиль Пуазейля), поэтому $\kappa_1 = 12$ [5]. При больших скоростях квадратичный член значительно превосходит линейный, при этом становится маловажным значение коэффициента κ_1 , поэтому в

уравнения могут одновременно входить эти два члена. У линейного члена будет постоянный коэффициент $\kappa_1 = 12$. В случае, когда в плоском канале присутствует поперечное магнитное поле, профиль скоростей в плоском канале будет уже профилем Гартмана [5] и $\kappa_1 = g(B)$. Такое представление κ_1 наиболее удачно, так как учитывает дополнительное сопротивление в проводящей жидкости при течении в магнитном поле (при стремлении поля к нулю) $g \rightarrow 12$.

Известны многочисленные эксперименты по определению эмпирических характеристик турбулентных течений при транзитном движении по круглым и плоским трубам [39], используя эти эмпирические зависимости, можно было бы получить значение $\kappa_2 = 4,83 \cdot 10^{-3}$. Однако в нашем случае необходимо получить значения κ_1 , κ_2 для циркуляционных течений, генерируемых объемными силами в замкнутой плоской полости. Экспериментальное определение κ_1 , κ_2 в общем случае является сложной задачей, однако в некоторых случаях ее можно существенно упростить. Для одновихревого течения в квадратной или круглой (в плане) плоской кювете, в точках, лежащих на прямой, проходящей через центр кюветы и середину боковой стороны (пример взят для квадратной в плане кюветы) уравнения (6.6) упрощаются и принимают вид

$$-\kappa_1 V_x - \kappa_2 |V| V_x + \tilde{S} f_x = 0.$$

Аналогично выглядит уравнение и для плоской цилиндрической кюветы. Экспериментальная установка представляла собой цилиндрическую полость. Высота полости была мала в сравнении с ее диаметром [40]. Полость заполнялась низкотемпературным галлиевым сплавом (рис.6.1).

Из центрального медного цилиндрического электрода к внешней кольцевой границе, представляющей собой сплошной медный электрод, радиально растекался электрический ток. Радиальная компонента плотности электрического тока в сплаве, взаимодействуя с аксиальным (однородным в области полости) магнитным полем, приводила сплав в азимутальное вращение. Магнитное поле создавалось системой катушек Гельмгольца. Постоянный ток в катушках контролировался, и, таким образом, контролировалась величина индукции магнитного поля в слое металла. Электрический ток к цилиндрической полости подводился и отводился симметрично расположенными по обе стороны полости цилиндрическими коаксиальными медными электродами. В результате действие

магнитного поля на металл в полости токоподводов было сведено к минимуму. По радиусу полости располагались три точки 1,2,3 для измерения скорости при помощи трубки Пито-Прандтля. На (рис.6.2) приведены экспериментальные зависимости безразмерной скорости (Re) в точках 1,2,3 (рис.6.1) от величины электромагнитной силы в этих точках измерения.

Как видно, в эксперименте получена зависимость, близкая к корневой, в отличие от результатов эксперимента Ли и Эванса [41], где была получена линейная зависимость. В экспериментах Ли Эванса число Re было порядка 100 в отличие от наших, где Re был порядка 10 000.

В наших экспериментах реализовывался турбулентный режим, а Ли и Эванс фактически работали в дотурбулентном режиме течений.

После обработки результатов экспериментов методом наименьших квадратов были получены значения коэффициентов κ_1 , κ_2 для точек 1,2,3 близкие по значению друг к другу. Среднее значение коэффициентов по трем точкам измерений составило: $\kappa_1 = 13,8$; $\kappa_2 = 9,4 \cdot 10^{-3}$.

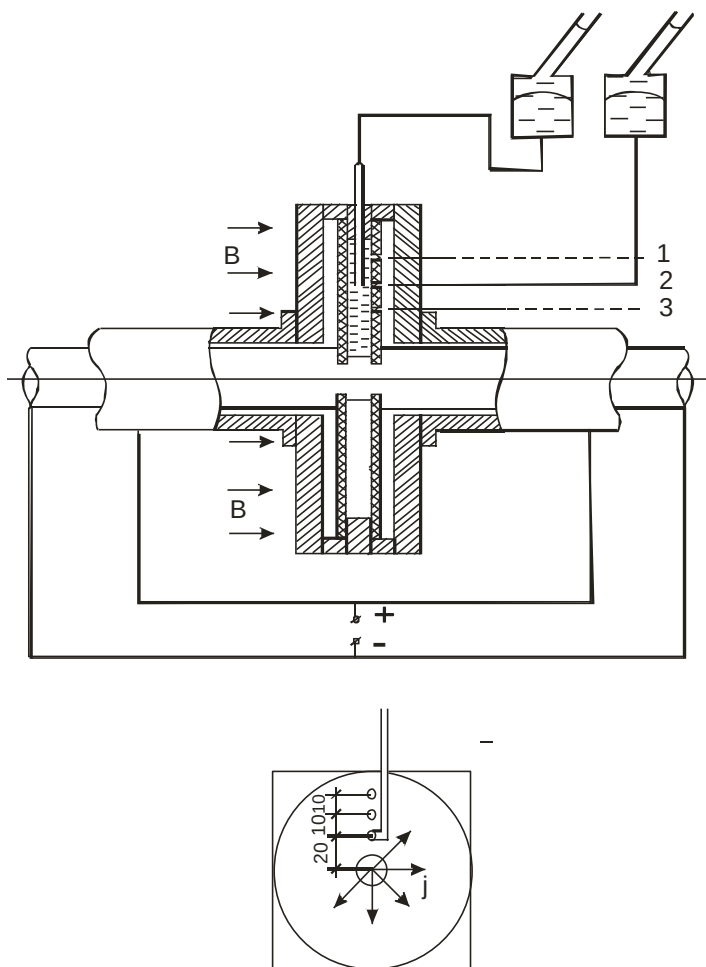


Рис.6.1
Схема экспериментальной модели для определения K_1 , K_2 .

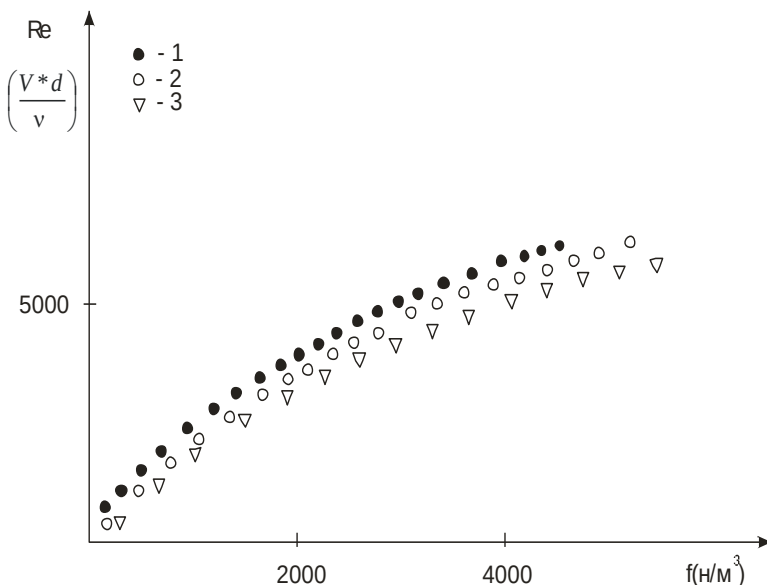


Рис.6.2
Зависимость $Re = \nu d / \nu$ от fS в точках измерения 1,2,3.

Для проверки математической модели, представленной уравнениями (6.6), был поставлен эксперимент [42]. Установка представляла собой выполненную из оргстекла квадратную в плане кювету 1 (рис.6.3) размерами 150X150X27мм, в которую заливался низкотемпературный галлиевый сплав (Ga 87,5%; Sn 10,5%; Zn 2%).

На дне кюветы по ее средней линии на расстоянии 25 мм от ее центра располагались два круглых ($D=8\text{мм.}$) медных электрода 2, посредством которых к сплаву подводился постоянный электрический ток (1200 А). На дне кюветы вровень с ее поверхностью по двум взаимно перпендикулярным направлениям, параллельно ее боковым стенкам, с пересечением на одном из токовых электродов 2 на расстоянии 10 мм друг от друга располагались измерительные электроды 3. Кювета закрывалась сверху плексигласовой крышкой и помещалась в однородное магнитное поле катушек Гельмгольца 4, нормально направленное слою жидкого сплава в кювете ($B=0,041\text{ Тл}$).

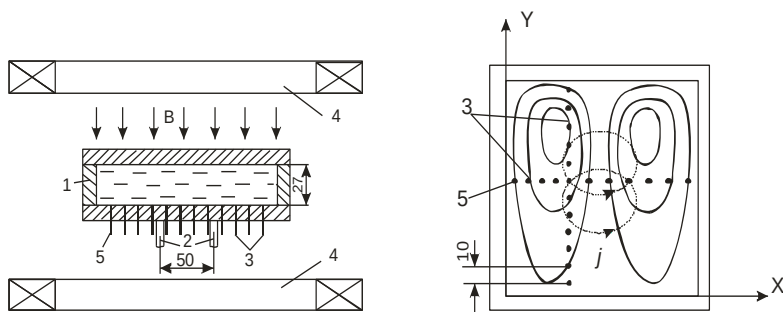


Рис.6.3.

Схема экспериментальной установки: 1- кювета; 2,3,5 - токоподводящие и измерительные электроды; 4 – катушки Гельмгольца.

При протекании через слой электрического тока с плотностью $\vec{j}$ в результате его взаимодействия с внешним магнитным полем в кювете возникало циркуляционное движение. При выключении электрического тока в жидкости, которая продолжает двигаться в магнитном поле по инерции, индуцируется э.д.с. В плоскости слоя устанавливается распределение потенциала, пропорциональное функции тока [42;43], для течения в слое. Если произвести измерение распределения потенциала сразу после выключения тока, пока течение существенно не затухло, то можно определить картину течения в интересующем нас режиме. В эксперименте определялось распределение функции тока вдоль двух взаимно перпендикулярных осей, на которых располагались измерительные электроды.

За нулевой выбирался потенциал электрода 5. Измерения производились через 1 секунду после выключения тока в кювете. Время затухания течения было порядка 20 секунд. Каждое измерение повторялось 10 раз. Как видно из (рис.6.4), кривая распределения функции тока вдоль выбранных осей, рассчитанная с использованием уравнений (6.1), повторяет зависимость, полученную в эксперименте.

$$\psi \cdot 10^3 \text{ м}^2/\text{с}$$

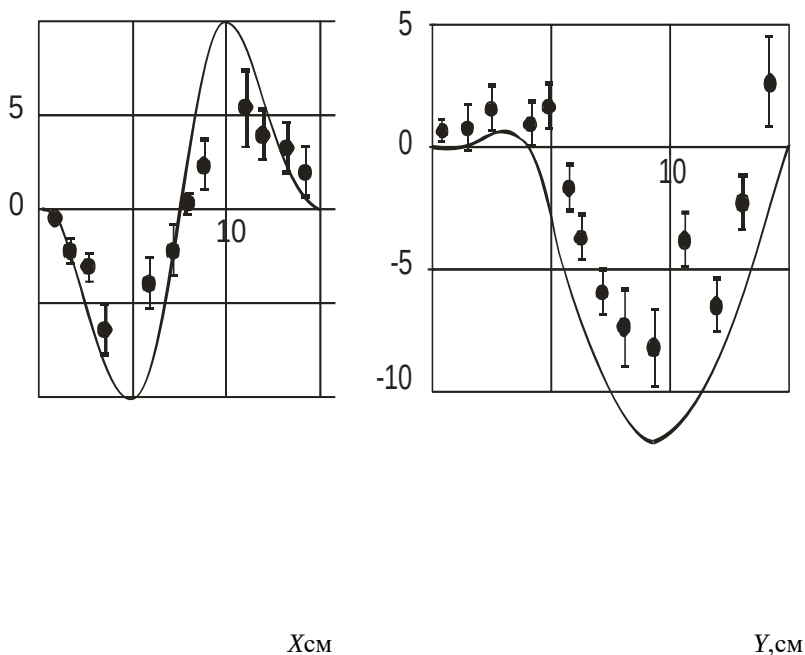


Рис.6.4.

Теоретическое (линия) и экспериментальное распределение функции тока жидкости в кювете по x при $y=7,5 \text{ cm}$ и по y при $x=5 \text{ cm}$.

Некоторое количественное несовпадение расчетных и экспериментальных значений объясняется главным образом тем, что потенциал измерялся через 1 секунду после выключения электрического тока в кювете (сам процесс измерения производился не автоматически, а вручную и так же занимал некоторое время). Значение скорости за это время успевало несколько снизиться по сравнению с исходным. Тем не менее даже при таких неблагоприятных обстоятельствах математическая модель (6.6) дает результаты, близкие к экспериментальным.

Это позволяет сделать вывод, что в случае турбулентного циркуляционного течения в плоском слое жидкости трение в вязком подслое у верхней и нижней стенок слоя является основным и для расчета реальных течений в плоских каналах появляется возможность использовать простую полуэмпирическую модель (6.4) [44]. Следует отметить, что если магнитное поле присутствует в значительной

области течения жидкости в плоском канале, то коэффициент κ_1 должен быть представлен как функция $g(M)$, отвечающая за Гартмановское трение, а в случае отсутствия магнитного поля этот коэффициент описывает простое ламинарное трение (см. выражение (1.23)).

Лекция 7

Математическая модель для описания электромагнитных сил, генерируемых в плоских каналах с жидким металлом реальных технологических МГД -устройств при электровихревых течениях

Движение жидкости в рассматриваемых нами случаях обусловлено объемными электромагнитными силами, действующими на жидкость в слое. Электрический ток, протекая по проводящей жидкости в слое, взаимодействует с магнитным полем и генерирует объемные электромагнитные силы. Магнитное поле в зазоре между ферромагнитными массивами может создаваться как сторонними источниками, так и тем же электрическим током, который протекает по жидкости в слое. Будем считать, что если поле от внешних источников присутствует, то оно имеет только одну компоненту, поперечную зазору, однородно и не зависит от параметров задачи. Существенной составляющей магнитного поля является магнитное поле от тока, протекающего по слою. Это поле также имеет поперечную компоненту, много большую всех остальных, в связи с тем, что толщина зазора между ферромагнитными массивами много меньше ширины слоя с током, размещенного в этом зазоре ($\delta = b$), и линейных размеров ферромагнитных массивов, полностью накрывающих этот слой [45-47] (рис.7.1). Для расчета магнитного поля от тока, протекающего по слою, используем закон полного тока, который в размерном виде запишется как

$$\oint_{L^m} \frac{\vec{B}}{\mu_s \mu_0} d\vec{l} = \int_{S^m} \vec{j} ds. \quad (7.1)$$

Здесь L^m - длина некоторого контура, S^m - поверхность, натянутая на этот контур; μ_s и μ_0 - относительная магнитная проницаемость

среды, которую пронизывает контур, и магнитная проницаемость вакуума.

В рассматриваемом случае интеграл в левой части распадется на четыре: 1 - интеграл от магнитного поля по магнитной линии (части общего контура 0,1) в немагнитном зазоре на левой границе слоя (рис.7.1), 3 – интеграл от магнитного поля по магнитной линии (4,5) в зазоре в области слоя и 2,4 - интегралы по линиям контура (1,2,3,4) и (5,6,7,0) в верхнем и нижнем ферромагнитных массивах.

$$\oint_{l^m} \vec{B} d\vec{l}^m = \frac{B_0 \delta}{\mu_0} + \frac{B_s \cdot l_{1,2,3,4}}{\mu_0 \mu_s} + \frac{B(x) \delta}{\mu_0} + \frac{B_s \cdot l_{5,6,7,0}}{\mu_0 \mu_s} = h \int_0^x j(x,t) dx \quad (7.2)$$

Так как по порядку величины $B_0, B_s, B(x)$ близки друг к другу, а $\mu_0 = \mu_s$, то в выражении (7.2) членами 2 и 4 можно пренебречь в сравнении с 1 и 3 отсюда

$$B(x) = B_0 + \frac{\mu_0 h}{\delta} \int_0^x j(x,t) dx. \quad (7.3)$$

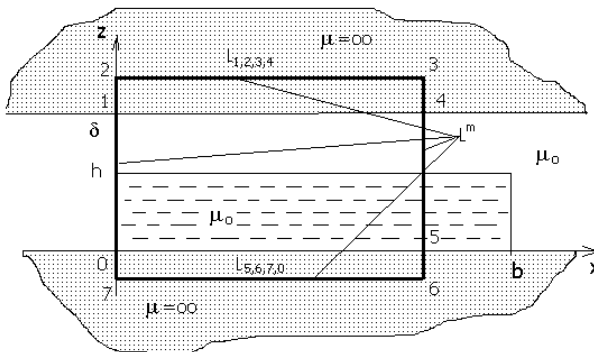


Рис.7.1

Плоский проводящий слой с электрическим током в зазоре между ферромагнитными массивами

В выражении (7.3) B_0 - это поле на левой границе плоского слоя.

Интегрируя магнитное поле по магнитно-силовой линии, охватывающей весь электрический ток в слое, находим, что $B_0 = \mu_0 I / 2\delta$. Отсюда индукция магнитного поля, создаваемая электрическим током, протекающим в плоском слое со свободной поверхностью, помещенном в щель между ферромагнитными массивами, в размерном виде будет определяться выражением

$$B(x) = \frac{\mu_0 I}{2\delta} + \frac{\mu_0}{\delta} h \int_0^x j(x, t) dx. \quad (7.4)$$

Таким образом, в простейшем случае, когда слой с проводящей жидкостью помещен в зазор между ферромагнитными массивами и его толщина много меньше линейных размеров массивов для определения магнитного поля, создаваемого током, текущим по слою, можно пользоваться формулой (7.4). Электромагнитные силы действующие на жидкий проводник в рассматриваемом случае при условии, что течения медленные и не оказывают заметного влияния на магнитное поле ($Re_m \ll d/\delta$), определяются векторным произведением плотности электрического тока в слое на магнитное поле, которое этот ток создает (найденное по формуле (7.4)).

Определение электромагнитных сил в плоском канале реальных технологических устройств

Гидродинамические процессы в МГД-каналах обусловлены объемными электромагнитными силами, которые являются результатом взаимодействия электрического тока, текущего по жидкому металлу в канале, и магнитного поля. В случае, когда магнитное поле в плоском канале создается внешним источником и оно и ток постоянны, задача о нахождении объемных электромагнитных сил сводится к решению двумерного уравнения Лапласа (для нахождения распределения электрического тока) и решению трехмерного уравнения Лапласа (для нахождения постоянного магнитного поля в канале). Конечно, такой подход оправдан только для случая, когда скорость движения жидкого металла мала ($Re_m \ll d/\delta$). В других случаях, когда электрический ток переменный, а также и магнитное поле переменное, задача несколько усложняется.

Рассмотрим случай, когда поле внешних источников отсутствует, а электромагнитные силы в МГД-канале обусловлены

взаимодействием электрического тока (в общем случае переменного) со своим магнитным полем усиленным ферромагнитным сердечником.

Электромагнитные силы, действующие на жидкий металл в МГД-канале, определяются взаимодействием протекающего по каналу электрического тока с магнитным полем, которое создается этим током и усиливается сердечником. Поэтому для определения электромагнитных сил необходимо найти распределение тока и магнитного поля в канале. В случае постоянного тока задачу можно упростить, так как ее относительно просто сделать двумерной. В случае переменного тока это сделать несколько сложнее (переменный электрический ток и создаваемое им магнитное поле взаимно влияют друг на друга), а так как сердечники в плане канала занимают ограниченную область, то задача остается существенно трехмерной. Однако постараемся упростить задачу.

Возьмем операцию rot от обеих частей уравнения, выражающего дифференциальный закон Ома. Учитывая, что плотность тока имеет только две компоненты, лежащие в плоскости канала, и, считая, что магнитное поле имеет только одну компоненту, перпендикулярную этой плоскости, а также, что $\text{div} V = 0$ и $\text{div} B = 0$, получим уравнение:

$$\frac{\partial j_y}{\partial x} - \frac{\partial j_x}{\partial y} = -\sigma \frac{\partial B_z}{\partial t} - \sigma v_x \frac{\partial B_z}{\partial x} - \sigma v_y \frac{\partial B_z}{\partial y}. \quad (7.5)$$

Так как $\text{div} \vec{j} = 0$, возможно ввести функцию тока, определяемую условием $j_x = \frac{\partial \psi_j}{\partial y}$; $j_y = -\frac{\partial \psi_j}{\partial x}$. Из закона полного тока имеем

$$\mu_0 \frac{d}{\delta} \int j_x dy = B_z,$$

где $\delta = \Delta / \mu$, Δ – зазор между полюсами сердечника, l – длина магнитно-силовой линии в сердечнике. Сравнивая это выражение с условием для функции тока получаем, что

$$\mu_0 \frac{d}{\delta} \psi_j = B_z. \quad (7.6)$$

В реальных условиях полюса ферромагнитного сердечника перекрывают ограниченную область плоского МГД-канала и за границей этой области вертикальная составляющая магнитного поля за счет рассеяния магнитного поля быстро убывает, поэтому учтем это

явление умножением левой части выражения (7.6) на функцию рассеяния $\varphi(x,y)$, найденную из решения отдельной задачи (к определению $\varphi(x,y)$ вернемся позже)

$$\mu_0 \frac{\varphi(x,y)d}{\delta} \psi_j = B_z \quad (7.7)$$

. Тогда уравнение (7.5) может быть записано в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \psi_j}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_j}{\partial y^2} = \mu_0 \sigma \frac{\varphi(x,y) \cdot d}{\delta} \frac{\partial \psi_j}{\partial t} + \\ + \mu_0 \sigma v_x \frac{\partial}{\partial x} \frac{\varphi(x,y) \cdot d \cdot \psi_j}{\delta} + \mu_0 \sigma v_y \frac{\partial}{\partial y} \frac{\varphi(x,y) \cdot d \cdot \psi_j}{\delta}. \end{aligned} \quad (7.8)$$

Представляя решение этого уравнения, в виде $\psi_j = \psi_j e^{i\omega t}$ и полагая, что скорость проводящей жидкости достаточно мала, уравнение (7.8) перепишем в виде.

$$\Delta \psi_j - i(\omega \sigma \varphi(x,y) d / \delta) \psi_j = 0 \quad . \quad (7.9)$$

Так как, введя функцию рассеяния для магнитного поля, мы задали распределение вертикальной компоненты магнитного поля непрерывной функцией во всей области МГД-канала, будем считать, что это уравнение описывает растекание тока во всем канале, как в области под сердечником, так и вне ее.

Для проверки адекватности предложенной модели решим модельные задачи и результаты сравним с результатами тестовых экспериментов.

На пластину, вдоль которой течет электрический ток, помещенную в зазор П-образного сердечника (рис.7.2), действует вытягивающая сила, которую мы можем найти при помощи предлагаемой математической модели.

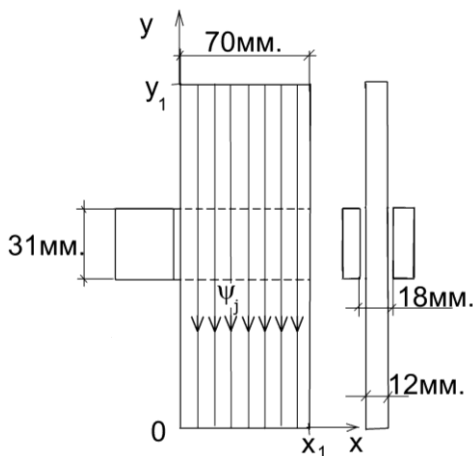


Рис.7.2

Проводящая пластина с электрическим током в зазоре П-образного ферромагнитного сердечника.

Граничные условия для этого случая будут задаваться в следующем виде:

$$\psi_j = 0 \quad \text{при } x = 0$$

$$\psi_j = \psi_{0j} \quad \text{при } x = x_1$$

$$\psi_j = \frac{x}{x_1} \psi_{0j} \quad \text{при } 0 \leq x \leq x_1, \quad \text{при } y = 0 \text{ и } y = y_1 \text{ в начале и в конце}$$

пластины.

Граничные условия для функции тока ψ_j при другой конфигурации пластины (рис.7.3) заданы исходя из следующих условий.

На участке $0 \leq x \leq x_1$ и $y = y_3$ происходит подвод электрического тока в канал, на участке $x = x_3, 0 \leq y \leq y_4$ происходит отвод электрического тока. Боковые границы канала непроницаемы для электрического тока. Участок $3 y_4 y_2$ при x_3 (рис.7.3,а) моделирует непроводящую перегородку в канале длиной l_n . Сбоку на канал надет П-образный ферромагнитный сердечник.

На левой и нижней границах области

$$\psi_j = 0 \quad \text{при } x = 0, y = 0;$$

$$\psi_j = \psi_{0j} \quad \text{при } x_1 \leq x \leq x_3 \text{ и } y \geq y_2;$$

на входе в канал

$$\psi_j = \frac{x}{x_1} \psi_{0j} \quad \text{при } 0 \leq x \leq x_1; y = y_2;$$

на выходе из канала

$$\psi_j = \left(1 - \frac{y}{y_4}\right) \psi_{0j} \quad \text{при } x = x_3; 0 \leq y \leq y_3; \quad \psi_j = \psi_{0j}$$

при $x = x_3; y \geq y_3$.

Уравнение (7.9) с соответствующими граничными условиями решалось методом блочной релаксации, при которой в каждой точке одновременно находились действительная и мнимая части функции тока ψ_j . По найденному распределению ψ_j , находилось распределение плотности тока j в канале, а по нему с использованием закона полного тока определялась индукция магнитного поля в зазоре между полюсами сердечника. Объемные электромагнитные силы, действующие на металл в канале, определялись как $\mathbf{f} = \mathbf{j} \times \mathbf{B}^*$, где $\mathbf{B}^*$ - комплексно сопряженная $\mathbf{B}$ функция (в этой формуле берутся эффективные значения плотности тока и индукции магнитного поля).

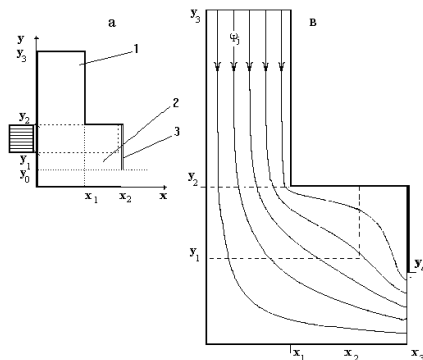


Рис.7.3

Модель плоского МГД-канала L-образной формы в плане. 1,2 - входная и соответственно выходная области канала

Как видно из (рис.7.4,7.5), экспериментальные значения электромагнитных сил, действующих на пластины различных размеров и форм при протекании по ним электрического тока, удовлетворительно совпадают с рассчитанными (вышеописанным методом) значениями. Таким образом, существенно трехмерную электродинамическую задачу удастся свести к двумерной задаче.

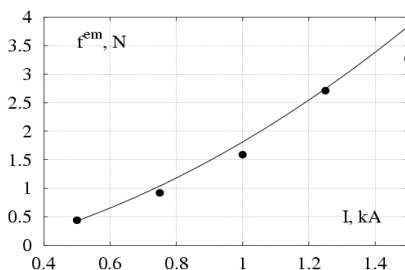


Рис.7.4

Электромагнитные силы, действующие на проводящую пластину с током, помещенную в зазор П-образного сердечника. Сплошная линия – расчетная кривая, точками обозначены результаты эксперимента

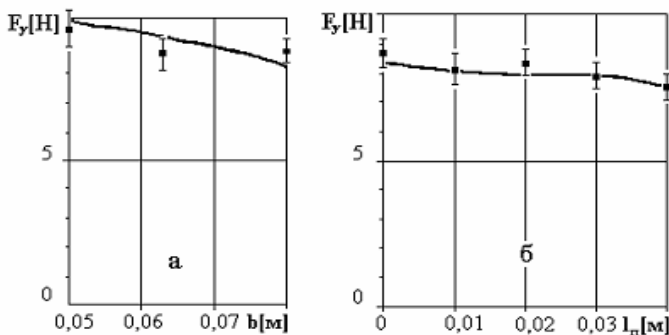


Рис.7.5

Зависимость составляющей электромагнитной силы F_y , действующей (вдоль оси Y) на алюминиевую L-образную в плане пластину, моделирующую МГД-канал: а - от ширины канала b , б - от длины непроводящей перегородки в канале l_n при токе в 800 А

Лекция 8

Определение функции рассеяния для магнитного поля

Полюса сердечника, направляющие магнитное поле в МГД-канал, ограничены в плане, поэтому вблизи их границ магнитное поле рассеивается. Это проявляется в том, что вблизи границ продольные компоненты поля становятся сравнимы с поперечной компонентой, а поперечная компонента уменьшается и стремится к нулю уже за пределами перекрытой полюсами сердечника области. Идея определения функции рассеяния для магнитного поля заключается в том, что на рассеяние магнитного поля главным образом влияет геометрия полюсов сердечника и зазора между ними. Поэтому для любой задачи о распределении магнитного поля, при любом способе создания магнитного поля его рассеяние в зазоре между полюсами будет зависеть главным образом от геометрии сердечника. Таким образом, для каждой формы полюсов может быть найдена своя функция рассеяния. Для ее нахождения предлагается решить трехмерную задачу о распределении постоянного магнитного поля между полюсами выбранных нами сердечников.

Так как магнитное поле вне полюсов сердечника можно описать уравнением Лапласа, то для поиска распределения магнитного поля

необходимо решить трехмерную задачу о распределении магнитного потенциала, который в случае создания магнитного поля ферромагнитными полюсами мы формально можно ввести. Для расчета рассматривалась область (рис.8.1), для которой решалось уравнение $\Delta\Phi = 0$. Эта трехмерная задача решалась сеточным методом.

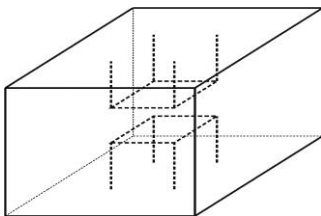


Рис.8
Вид расчетной области (пример)

Граничные условия задавались следующим образом:

- 1) верхняя грань большого куба: от внешних границ к внутренним границам малого куба (имитирующего верхний полюс сердечника) потенциал изменяется от 0 до 1;
- 2) боковые грани большого куба: потенциал = 0;
- 3) нижняя грань большого куба: от внешних границ к внутренним границам малого куба (имитирующего нижний полюс сердечника) потенциал изменяется от 0 до -1;
- 4) все боковые грани верхнего, внутреннего, малого куба: потенциал = 1;
- 5) все боковые грани нижнего, внутреннего, малого куба: потенциал = -1

Результаты численных расчетов представлены на (рис.8.2).

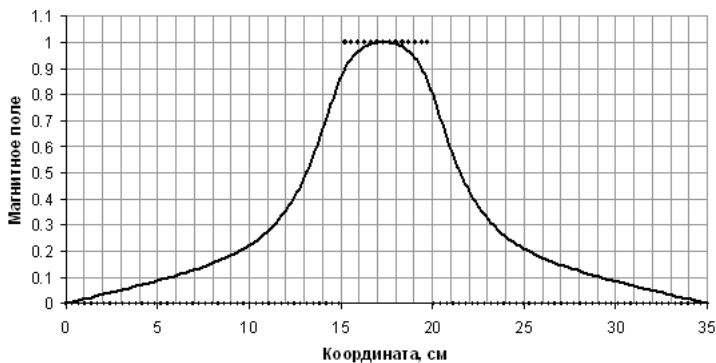


Рис. 8.2

Распределение вертикальной составляющей магнитного поля, создаваемого катушками намагничивания в сердечнике, подобном изображенному на рис.8.1. Отрезок пунктирной линии, параллельный оси координат, начинающийся в точке 15см и заканчивающийся в точке 20 см, обозначает область, перекрытую полюсами сердечника

Аналогично рассчитывается функция рассеяния для случая, когда магнитное поле создается электрическим током, текущим по пластине, вложенной в зазор между полюсами сердечника (рис.8.3, 8.4).

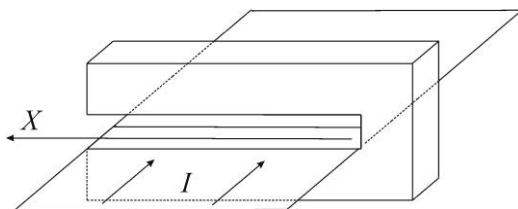


Рис.8.3

П-образный сердечник с пластиной, по которой течет электрический ток



Рис.8.4

Распределение магнитного поля в зазоре П-образного сердечника вдоль оси X . Магнитное поле создается током, протекающим по пластине находящейся в межполюсном зазоре (черной линией выделена область полюса)

Для проверки адекватности предлагаемого метода были поставлены эксперименты, в которых для различных форм сердечников и способов возбуждения магнитного поля, определялось распределение магнитного поля в области под полюсами сердечников.

С-образный сердечник. На катушки намагничивания подавался переменный электрический ток (рис.8.5).

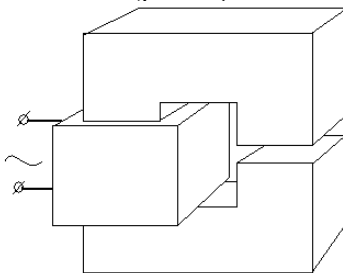


Рис.8.5

С-образный сердечник. Пунктирными линиями показаны направления, вдоль которых проводились измерения магнитного поля

Измерения величины магнитного поля (рис.8.6) производились датчиком, изображенным на (рис.8.7); основным его элементом, является катушка, в которой переменным магнитным полем индуцируется э.д.с., измеряемая вольтметром.

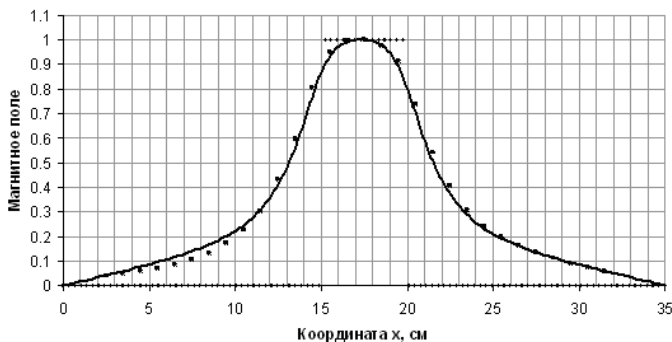


Рис.8.6

Распределение магнитного поля, в зазоре между полюсами сердечника и в прилегающей к ним области (расчет - сплошная линия, эксперимент - точки)

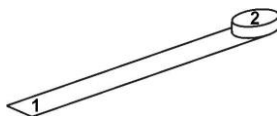


Рис.8.7

Датчик измерения переменного магнитного поля 1 – пластина-держатель, 2 – катушка

С-образный сердечник. Магнитное поле создавалось пластиной с электрическим током, находящейся в межполюсном зазоре. Использовалась медная пластина толщиной 2мм, по которой пропускался постоянный электрический ток силой в 500А. Ширина пластины равнялась ширине полюса сердечника (рис.8.8). Ток, протекающий по пластине, генерирует постоянное магнитное поле, усиливается С-образным сердечником.

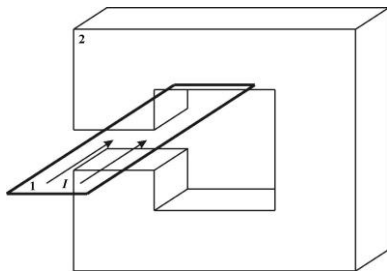


Рис.8.8

Схема установки для измерения магнитного поля в межполюсном зазоре ферромагнитного сердечника, создаваемого электрическим током, текущим по пластине в межполюсном зазоре: 1 – пластина, по которой течет электрический ток; 2 – С-образный сердечник

Измерения постоянного магнитного поля производились милитесламетром. Результаты таких замеров магнитного поля приведены на (рис.8.9).

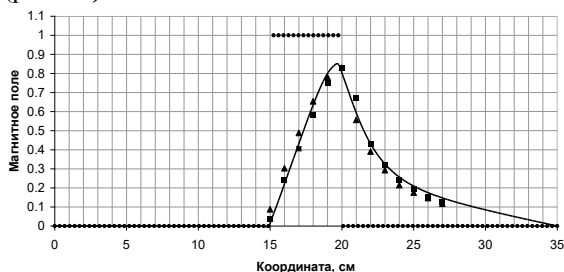


Рис.8.9

Распределение магнитного поля индуцированного током, протекающим по пластине (сплошная линия - расчет: треугольники – результаты эксперимента на постоянном токе, квадратики – на переменном токе)

П-образный сердечник с медной пластиной в зазоре, по которой течет электрический ток. Ширина медной пластины равнялась глубине паза в сердечнике (рис.8.10). Результаты эксперимента приведены на (рис.8.11). (сплошной кривой показаны результаты расчета, точками - результаты эксперимента.).

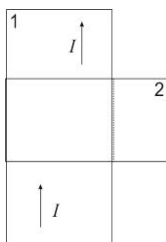


Рис.8.10

Вид сверху установки для измерения распределения магнитного поля в зазоре П-образного сердечника. 1 – пластина, по которой течет ток, 2 – П-образный сердечник

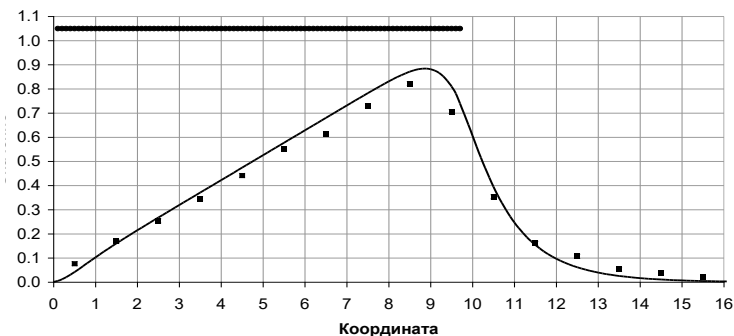


Рис.8.11

Распределение магнитного поля (под сердечником в поперечном оси пластины направлении), индуцированного током, протекающим по пластине, находящейся в зазоре П-образного сердечника (сплошная линия – расчет, точки – эксперимент)

Как показали физические эксперименты, проведенные с сердечниками различной формы, предложенная методика нахождения функции рассеяния магнитного поля достаточно хорошо учитывает рассеяние магнитного поля вблизи краев сердечника, а предложенная математическая модель с использованием этой функции адекватно отражает электродинамические процессы в плоских каналах МГД-устройств.

Лекция 9

Использование принципа взаимодействия тока с собственным магнитным полем в технологических устройствах с плоским каналом

Как уже говорилось в предыдущих лекциях, при протекании электрического тока по жидкому проводнику в канале и в присутствии магнитного поля в жидком проводнике возникают объемные силы, которые могут приводить к движению жидкости. Этот эффект можно использовать в различных технологических целях, например: для перекачивания жидкого металла в металлургических технологиях. Еще в начале прошлого века были известны простейшие конструкции МГД-насосов, представляющих собой электромагнит, между полюсами которого располагается металлическая труба с жидким

перекачиваемым металлом. К боковым стенкам трубы подводятся электроды, при помощи которых через жидкий металл перпендикулярно оси трубы пропусклся электрический ток (рис.9.1).

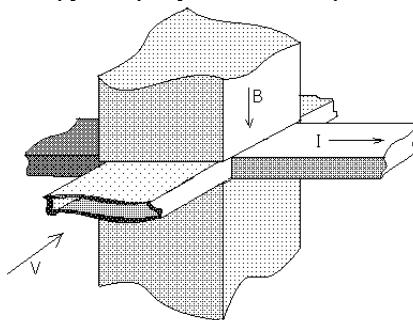


Рис.9.1

Простейшая схема кондукционного МГД-насоса

Несколько позднее по времени были созданы МГД-насосы, работающие на другом принципе. В каналах этих насосов электрический ток не подводился извне, как в кондукционных, а наводился переменным магнитным полем, создаваемым внешним индуктором. Взаимодействие этого тока с исходным магнитным полем порождало объемные электромагнитные силы, которые и обеспечивали работу таких насосов (получивших название индукционных МГД-насосов). Магнитное поле как в кондукционных насосах, так и индукционных обычно создается электрическими катушками, расположенными на ферромагнитных сердечниках вблизи канала насоса. Если по каналу перекачивается жидкий металл, имеющий высокую температуру, то электрические обмотки в этом случае могут перегреться и выйти из строя. По этой причине наиболее приемлемыми насосами для работы с высокотемпературными жидкими металлами будут такие, которые не имеют специальных катушек для создания магнитного поля. Для того чтобы создать такой насос, можно воспользоваться эффектом взаимодействия электрического тока, протекающего по жидкому металлу в канале, со своим магнитным полем. Один из возможных примеров такого эффекта приведен на (рис.9.2).

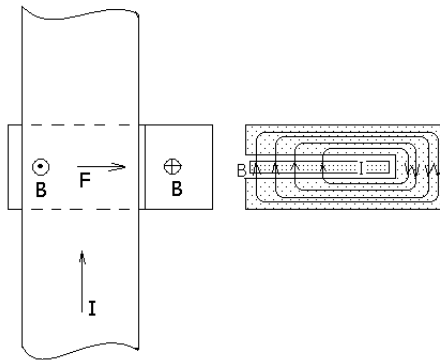


Рис.9.2

Проводник с электрическим током в зазоре П-образного ферромагнитного сердечника

Если по плоскому проводнику (рис.9.2) пропустить электрический ток и поместить его в зазор П-образного ферромагнитного сердечника, то магнитное поле, создаваемое этим током, вследствие того, что магнитная проницаемость сердечника много выше, чем магнитная проницаемость зазора и проводника, будет замыкаться через ферромагнитный сердечник так, что в зазоре и в проводнике магнитное поле будет иметь одно направление. Взаимодействие электрического тока с таким магнитным полем обусловит возникновение в проводнике электромагнитных сил, вытягивающих проводник в зазор сердечника. Направление электромагнитных сил, действующих на пластину, не зависит от направления протекания по проводнику электрического тока, поэтому эффект одинаков на постоянном и переменном токе.

Если твердый проводник заменить на плоский канал с жидким металлом и сделать в нем входное отверстие, как показано на (рис.9.3), то жидкий металл под действием электромагнитных сил начнет прокачиваться через этот канал, который по сути станет насосом.

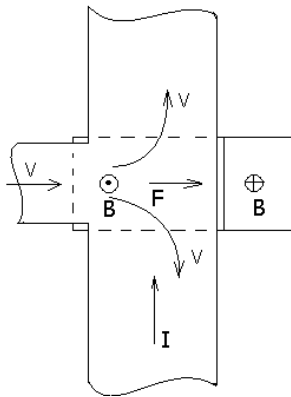


Рис.9.3

Схема простейшего МГД-насоса, использующего эффект взаимодействия тока со своим магнитным полем.

Приведенная здесь схема МГД-насоса, работающего на принципе взаимодействия тока с собственным магнитным полем, является типичной для так называемых безобмоточных МГД-насосов. Далее рассмотрим примеры различных схем безобмоточных МГД-насосов и технологических устройств.

Обычно канал таких насосов является плоским. По каналу течет переменный или постоянный электрический ток. Канал охватывает ферромагнитный сердечник, магнитное поле от тока в канале усиливается и специфическим образом искажается этим сердечником, после чего оно взаимодействует с электрическим током и обуславливает работу насоса.

Турбулентное течение в таких каналах описывается при помощи математической модели, приведенной в лекциях 6-7 (течение в канале будем рассчитывать при помощи приближенных уравнений (6.6), а вызывающие их электромагнитные силы будем находить при помощи модели, описанной в лекциях 7 и 8.

Насос с проводящими перегородками

Для того чтобы МГД-канал превратился в насос (как было показано в лекции 4), необходимо сделать так, чтобы линии электрического тока в канале не совпадали с линиями транзитного течения жидкого металла через канал. При этом чем ближе угол пересечения этих линий к прямому углу, тем сильнее насосный эффект в канале. «Развязать» линии тока жидкости и линии электрического тока

в канале насоса можно, введя в канал проводящие перегородки (рис.9.1.) [26].

Перегородки проницаемы для электрического тока и не проницаемы для тока жидкости, поэтому эти линии расцепляют на некоторый угол, в результате чего проекция электромагнитных сил на направление движения жидкости становится отличной от нуля. Как видно из рисунка, давление в таком канале можно наращивать, увеличивая общее количество перегородок с надетыми на канал сердечниками (рис.9.1).

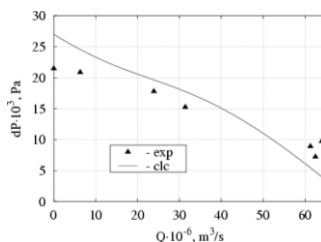
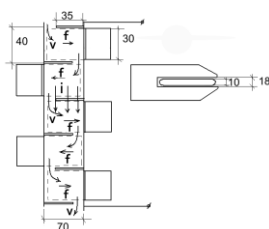


Рис.9.1

Рис.9.2

Электровихревой насос с перегородками внутри плоского канала и напорно-расходная характеристика электровихревого насоса с каналом, имеющим проводящие перегородки. Канал содержит 5 секций. Ток составлял 2000А.

Насос, состоящий из пяти секций, и с размерами указанными на (рис.9.1), был изготовлен в лаборатории. Для этого насоса была рассчитана напорно-расходная характеристика (рис.9.2), а также поле скоростей (рис.9.3) в его канале. Как показал эксперимент, на галлиевом контуре экспериментальная напорно-расходная характеристика (точки на Рис.9.2) близка к расчетной (сплошная линия).

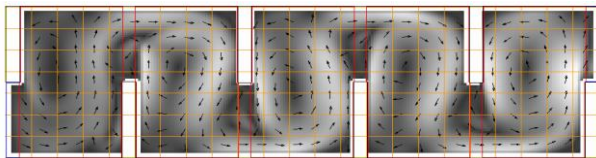


Рис.9.3

Картина течения в канале электровихревого насоса с перегородками при токе в 2000 А

Как видим, такой насос имеет приемлемые для промышленного использования характеристики. Однако неудобство заключается в том, что ввиду наличия большого количества перегородок внутри канала он обладает достаточно большим гидравлическим сопротивлением.

Насос, состоящий из 11 насосных секций и заключенный в защитный кожух для погружения в жидкий металл, был изготовлен в нашей лаборатории и испытывался на Соликамском магниевом заводе.

Безобмоточный насос конструкции Кабакова

С конца 60-х гг. и по сегодняшний день на ОАО «АВИСМА» для розлива магния из печи солевого разогрева на конвейере используется безобмоточный кондукционный насос (так называемый насос Кабакова). Этот насос (рис.9.4) не имеет электрических обмоток. В нем электрический ток течет по плоскому каналу, охваченному П-образным ферромагнитным сердечником. Электрический ток, взаимодействуя со своим полем, искаженным и усиленным этим сердечником, создает объемные силы, перекачивающие жидкий металл.

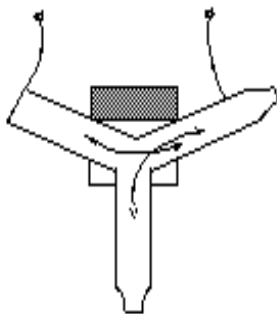


Рис.9.4

Фото и схематический эскиз насоса Кабакова

Насос состоит из трех плоских патрубков, сваренных концами под углом 120° . По двум патрубкам протекает электрический ток силой 4-5кА. П-образный сердечник, который надет на эти патрубки, усиливает магнитное поле тока в канале и направляет его в канал. В канале электрический ток взаимодействует с магнитным полем и генерирует электромагнитные силы, которые втягивают металл из третьего патрубка. Таким образом, насос перекачивает металл.

Нами был изготовлен экспериментальный образец насоса Кабакова. Для этого использовалась труба (1X18H9T) диаметром 42мм (рис.9.4). Сердечник шириной 32 мм с межполюсным зазором 16 мм набран из пластин трансформаторной стали. Электрический ток к каналу (с толщиной проходного сечения 9 мм и общей толщиной верхней и нижней стенок 6 мм) подводился по тем же трубам, что и перекачиваемый металл.

На основе разработанной нами математической модели была найдена картина течения (рис.9.5) и рассчитана напорно-расходная характеристика экспериментальной модели (сплошная линия на рис.9.6).

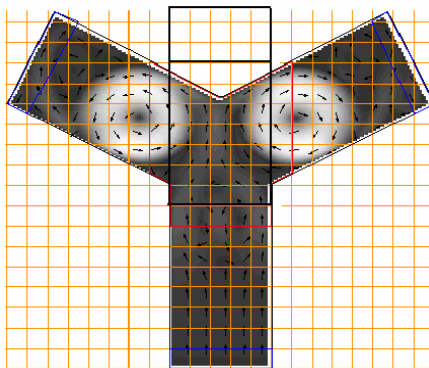


Рис.9.5

Картина течения в канале насоса «Кабакова»

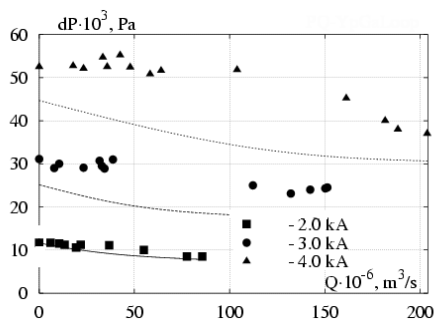


Рис.9.6

PQ-характеристика (на галлии) насоса Кабакова. Немагнитный зазор 16 мм, внешняя толщина канала 15 мм, внутренняя - 9 мм, ширина канала 50 мм.
(линии – расчет, точки – эксперимент)

На галлиевом контуре были получены напорно-расходные характеристики модели насоса конструкции Кабакова для разных значений электрического тока в канале (точки на рис.9.6.) и для разных значений глубины паза в П-образном сердечнике (рис.9.7).

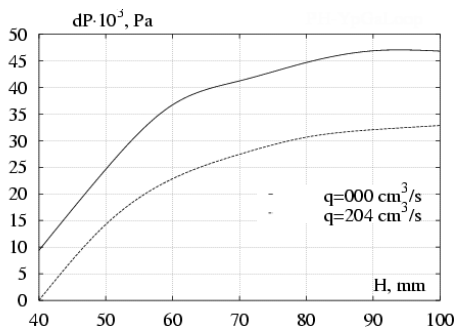


Рис.9.7

Зависимость перепада давления от глубины паза для электровихревого насоса Кабакова на галлии. Немагнитный зазор 16 мм, внешняя толщина 15 мм, внутренняя - 9 мм, ширина канала 50 мм. (линии – расчет, верхняя кривая – стопорный режим, нижняя соответствует расходу $q = 204 \text{ cm}^3/\text{с}$)

Как видно из результатов испытаний на галлиевом стенде и численных экспериментов, максимальное давление, развиваемое таким насосом, не велико. Насос очень прост в изготовлении и эксплуатации, однако имеет свои недостатки.

Для того чтобы повысить развиваемое давление, можно соединить последовательно два насоса. Однако для того чтобы удобно соединить два насоса в последовательную цепь, необходимо, чтобы второй насос не втягивал металл, как первый, а выталкивал его из себя. Это возможно сделать, если канал насоса Кабакова охватить двумя П-образными сердечниками, но такими, которые охватывают канал с противоположной (чем в насосе Кабакова) стороны (рис.9.8). Безобмоточный насос по этой схеме работает на том же принципе, что и насос Кабакова, но перекачивает металл, не втягивая его, а выталкивая из канала.

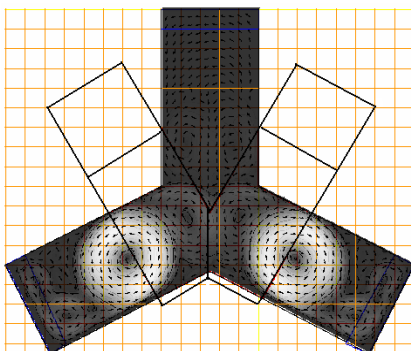


Рис.9.8

Картина течения в канале с противоположным конструкции насоса «Кабакова» расположением сердечников

Нами была рассчитана напорно-расходная характеристика модели насоса такой схемы (рис.9.9) и зависимость развиваемого насосом давления от силы рабочего тока (рис.9.10).

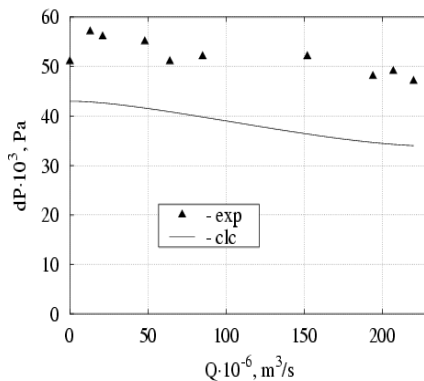


Рис.9.9

P/Q- характеристика безобмоточного насоса. Сплошной кривой показана расчетная зависимость, точками обозначены результаты физических испытаний на галлиевом стенде

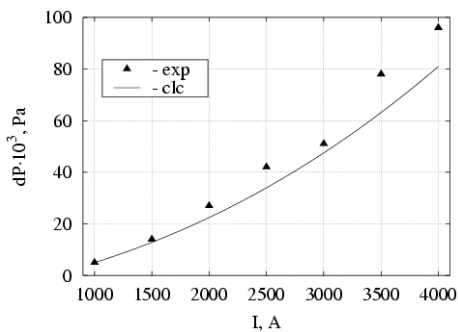


Рис.9.10

Зависимость напора от силы рабочего тока для безобмоточного насоса. Сплошной кривой показана расчетная зависимость, точками обозначены результаты физических испытаний на галлиевом стенде

Насос этой схемы легко совмещается с насосом по схеме Кабакова. Как видно, картина течения в канале подобна течению в канале насоса Кабакова. На рисунках видны два интенсивных вихря, генерируемых краями ферромагнитных сердечников. Это

электровихревое течение не играет определяющей роли при создании насосного эффекта в каналах этих насосов.

Безобмоточный насос Пуш-Пул

С целью увеличения развиваемого МГД-насосом давления мы объединили в последовательную гидравлическую цепь насос, описанный выше, и насос конструкции Кабакова. В результате был получен новый насос, который в дальнейшем будем называть Пуш-Пул [98].

Безобмоточный насос наружного расположения Пуш-Пул представляет собой вытянутую замкнутую петлю из металлической трубы (1) (рис.9.11). На противоположных концах петли труба имеет сплющенные участки (2,3), к которым подходят входной и выходной патрубки (4,5).

Сплюснутую часть трубы (2) с входным патрубком (рис.9.11, справа) охватывает П-образный ферромагнитный сердечник (6), а сплюснутую часть трубы (3) с выходным патрубком (5) (Рис.9.11, слева) охватывают два П-образных сердечника (7). Силовой трансформатор (8) индуцирует в петле электрический ток. Электрический ток в свою очередь создает магнитное поле, которое усиливается П-образными сердечниками и которое, взаимодействуя с электрическим током (в сплюснутых частях (2) с входным патрубком), создает втягивающие электромагнитные силы, действующие на жидкий металл, а в сплюснутых частях (3) с выходным патрубком создает выталкивающие силы. Этот процесс является физическим принципом работы насоса Пуш-Пул.

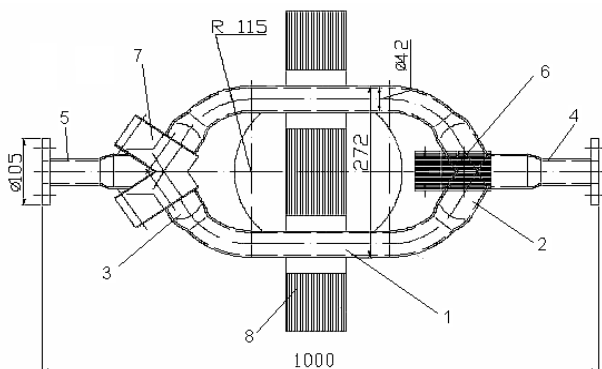


Рис.9.11

Безобмоточный насос наружного расположения Пуш-Пул

Физическая модель насоса Пуш-Пул

Была изготовлена физическая модель вышеописанного насоса (рис.9.12). Межполюсной зазор составлял 18 мм, внешняя толщина канала в сплюснутых частях составляла 16 мм, внутренняя часть равнялась 8 мм. Канал был изготовлен из нержавеющей немагнитной трубы диаметром 42 мм (рис.9.12).

Рабочие характеристики модели были рассчитаны с использованием нашей математической модели процесса. Модель прошла испытания на галлиевом контуре. Как показали лабораторные испытания и расчеты, насос развивает давление и расход, удовлетворяющие потребностям литейного производства.



Рис.9.12

Физическая модель насоса Пуш-Пул

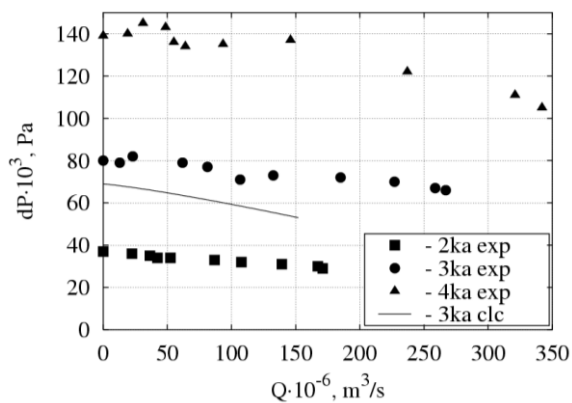


Рис.9.13

Напорно-расходная характеристика насоса Пуш-Пул, полученная на галлиевом контуре (точки - результаты эксперимента, сплошная кривая – расчетная зависимость)



Рис.9.14

Момент розлива магния в изложницы на конвейере при помощи насоса. Насос наружного расположения Пуш-Пул установлен на тигле перед литейным конвейером

Лекция 10

Электровихревые МГД-насосы и устройства для металлургических технологий

При протекании по проводящей жидкости электрического тока на жидкость действуют объемные силы, обусловленные взаимодействием электрического тока с собственным магнитным полем. Если плотность электрического тока неоднородна в объеме проводника, то эти силы имеют вихревую составляющую, которая генерирует вихревое течение жидкости, получившее в литературе название «электровихревое течение» (ЭВТ). В плоских МГД-каналах, помещенных в щель между ферромагнитными массивами, для возникновения электровихревого течения, как было показано в наших предыдущих лекциях, нужны особые условия. Для возникновения ЭВТ необходимо, чтобы в канале выполнялись условия, при которых зазор или толщина канала изменялись вдоль линий электрического тока. Эти условия реализуются вблизи краев полюсов ферромагнитных сердечников. Таким образом, для реализации электровихревого течения в плоском канале с электрическим током необходимо наложить на этот канал ферромагнитные сердечники с размерами полюсов, не выходящих за границы канала в плане, тогда края сердечников будут генерировать электровихревое течение.

Безобмоточный насос «Зигзаг»

Выше были описаны безобмоточные МГД-насосы, в которых объемные электромагнитные силы, обусловленные взаимодействием электрического тока в канале со своим магнитным полем, имеют составляющую, направленную вдоль линий тока потенциального течения в канале. Это является следствием того, что линии электрического тока и линии тока потенциального течения жидкости в канале пересекаются. В этом случае работа насоса главным образом определяется потенциальной частью электромагнитных сил в канале. Однако в некоторых случаях в МГД-канале может возникнуть насосный эффект, даже когда проекция электромагнитных сил на линии тока потенциального течения в канале отсутствует. Это возможно тогда, когда в канале генерируется электровихревое течение. В случае, когда вдоль продольной оси канала создана асимметрия вихревой структуры течения, в этом направлении возникает перепад давления, который и определяет насосный эффект в канале, его можно использовать для создания новых МГД-насосов.

Если взять плоский канал с охватывающим его П-образным ферромагнитным сердечником (рис.10.1), пропустить вдоль него (от входного патрубка к выходному) электрический ток, то в канале

возникнет слабый насосный эффект, и если канал не заперт, то через него (снизу вверх, рис.10.1) начнет прокачиваться жидкий металл.

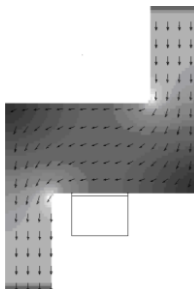


Рис.10.1

Z-образный канал с охватывающим его П-образным сердечником. Вдоль канала протекает электрический ток. В области границ сердечника генерируется вихревое течение. В канале возникает насосный эффект

Если П-образный сердечник отклонить от вертикальной оси в сторону (так, как показано на рис.10.2), то асимметрия вихрей возрастет и насосный эффект значительно усилится.

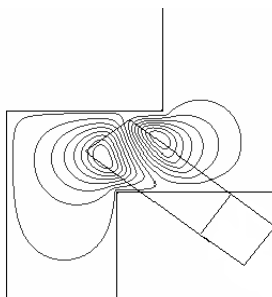


Рис.10.2

Z-образный канал с охватывающим его П-образным сердечником (сердечник отклонен в сторону)

В этом случае такой канал можно рассматривать как реальный МГД-насос [48]. Если эти насосы расположить друг за другом (рис.10.3), то можно создавать конструкции, развивающие приемлемые для практического использования давление и расходы жидкого металла.

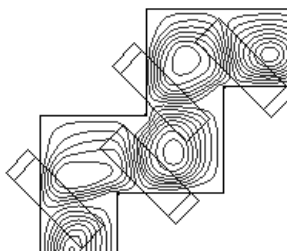


Рис.10.3

Схема электровихревого МГД-насоса, в котором качающие Z-образные каналы расположены последовательно друг за другом

Для реализации этого эффекта был изготовлен из стеклотекстолита плоский и зигзагообразный в плане канал (рис.10.4). Ширина и высота канала были соответственно 71 и 8мм. Канал охватывали (как показано на рис.10.4) четыре П-образных ферромагнитных сердечника. Ширина сердечников и их полюсов были 40 мм, межполюсной зазор равнялся 16 мм.

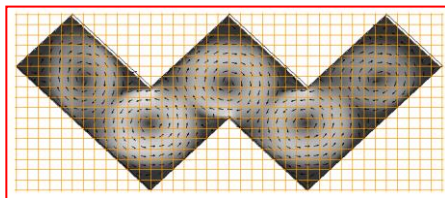


Рис.10.4

Картина течения в плоском зигзагообразном канале

С использованием разработанных математических моделей для определения объемных сил и турбулентного течения жидкости в плоском канале были произведены расчеты поля скоростей (рис.10.4) и расходно-напорной характеристики (рис.10.5) экспериментальной модели. Испытания ее на галлиевом контуре показали близость рассчитанной характеристики к экспериментальным данным [27].

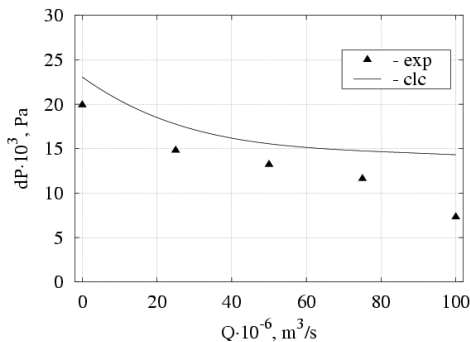


Рис.10.5

Расходно-напорная характеристика электровихревого насоса с зигзагообразным каналом. Вдоль канала течет ток 2500А

Для выяснения особенностей предлагаемого насоса были проведены численные и физические эксперименты. Численные эксперименты выполнены с использованием разработанной математической модели. Для проведения физических экспериментов изготавливались экспериментальные модели с каналами из нержавеющей стали, которые затем испытывались на галлиевом контуре и в условиях металлургического завода.

Электровихревой насос с непроводящими перегородками

Асимметрию вихревой структуры, которая создается в плоском канале с электрическим током, П-образными сердечниками, можно создать введением в канал поперечных непроводящих перегородок (рис.10.6).

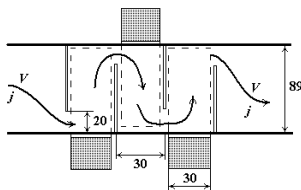


Рис.10.6

Электровихревой насос с непроводящими перегородками. Величина межполюсного зазора 20 мм, толщина слоя жидкого металла в канале 10 мм

Такой канал при протекании электрического тока будет создавать напор, а если этот канал не заперт, то он будет создавать расход жидкого металла. Если в плоском канале расположить друг за другом несколько таких секций с перегородками, то напор, создаваемый таким каналом, возрастет пропорционально количеству секций и его уже можно рассматривать как МГД-насос.

Экспериментальная модель представляла собой плоский канал с прямоугольным поперечным сечением (рис.10.7), выфрезерованный в текстолитовой плите. Ширина канала 89 мм, глубина 10 мм. В канале располагались (на расстоянии 30 мм друг от друга) непроводящие перегородки. В перегородках поочередно (то у одного края канала, то у другого) были сделаны окна шириной 20 мм. Области между перегородками (то с одной стороны канала, то с другой) охватывались П-образными сердечниками.

В модели было три секции с перегородками и три П-образных сердечника. Ширина сердечников, 30 мм, толщина межполюсного зазора, 20 мм. Канал устанавливался на галлиевом контуре. В эксперименте определялась напорно-расходная характеристика канала при протекании вдоль его оси электрического тока силой 1580А. В эксперименте (рис.10.7) было установлено, что такой канал развивает максимальный напор в 320 Па и обеспечивает относительно небольшой расход.

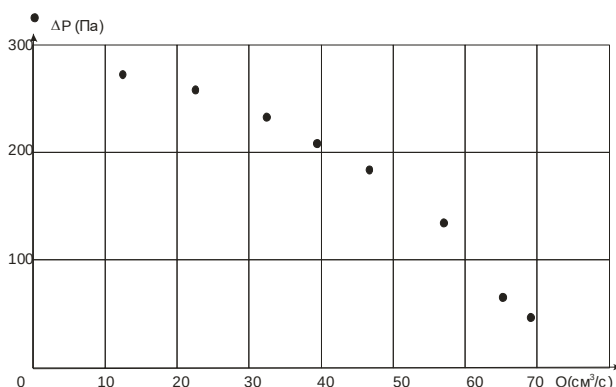


Рис.10.7

Напорно-расходная характеристика электровихревого насоса с непроводящими перегородками, полученная на галлиевом контуре при токе в 1580 А

Такой насос является малоэффективным МГД-насосом. Для создания приемлемого для практического применения напора необходимо последовательное включение большого количества секций, что ведет к увеличению гидравлического сопротивления канала. Однако такие насосы могут быть применены для специфических операций. Например, такой насос можно использовать как сепаратор жидкого металла от неметаллических включений. Известно, что любой МГД-насос очищает жидкий металл от металлических включений, а объединение многих элементарных насосов (которыми являются секции с перегородками) в сочетании со сложным каналом должно усиливать эффект сепарации.

Центробежный электровихревой насос с одной камерой

Если в плоском канале возбудить электровихревое течение, то между центром вихря и его периферией вследствие действия центробежных сил возникнет перепад давления. Этот эффект использован для создания центробежного электровихревого насоса [49].

Конструктивная схема насоса

МГД-канал насоса представляет собой плоскую цилиндрическую камеру (рис.10.8). В центре донной части выполнено отверстие, соединенное с подающим патрубком. На периферии камеры напротив друг друга имеется два выходных отверстия, соединенных с выходными патрубками. Области канала вблизи выходных патрубков охватывают П-образные ферромагнитные сердечники (рис.10.9).

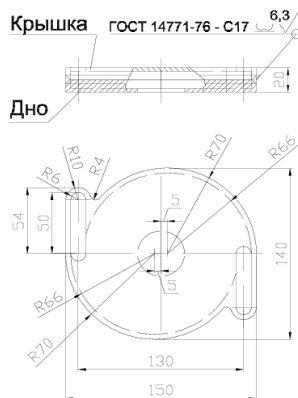


Рис.10.8

Цилиндрическая камера электровихревого центробежного МГД-насоса

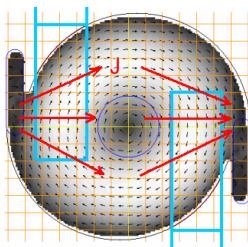


Рис.10.9

Схема цилиндрического канала электровихревого насоса с двумя П-образными ферромагнитными сердечниками.

Выходные патрубки идут вертикально вверх и, охватывая центральный стержень силового трансформатора, объединяются в один выходной патрубок (рис.10.10). Канал с выходными патрубками заключен в защитный пенал, который крепится к крышке, на которой размещается также силовой трансформатор.

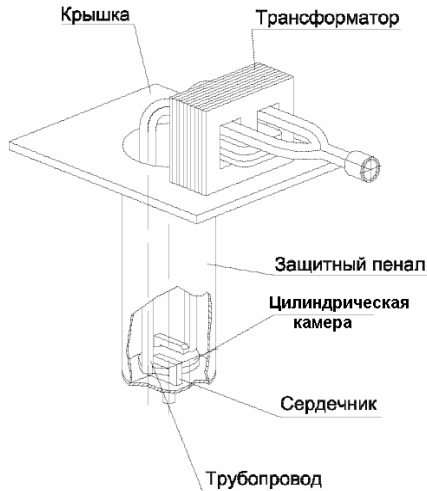


Рис.10.10

Схема погружного центробежного электровихревого насоса

Принцип работы насоса. Расчетные картины течения в канале и характеристики однокамерного электровихревого насоса. Сравнение с экспериментом

Силовой трансформатор наводит в петле из выходных патрубков и канала (рис.10.10, 10.11) электрический ток, который в канале течет от одного выходного отверстия на периферии канала к другому (рис.10.9, стрелки). Электрический ток создает магнитное поле, которое усиливается ферромагнитными сердечниками и взаимодействует с этим током. В результате возникают объемные силы, вращающие жидкий металл в канале, и вследствие центробежного эффекта жидкий металл прокачивается через канал от центрального заборного патрубка к выходным. Канал насоса с патрубками помещен в защитный пенал, и поэтому насос может быть погружен в жидкий металл. Жидкий металл заполняет канал насоса, и насос может запускаться в работу сразу без предварительной операции по заполнению канала жидким металлом.

Для проверки адекватности используемой математической модели и методов расчета были рассчитаны течения в каналах однокамерных электровихревых насосов (рис.10.12, 10.13).



Рис.10.11

Экспериментальная модель электровихревого центробежного насоса. На фото справа виден цилиндрический плоский канал с входным патрубком и двумя П-образными сердечниками. Выходные патрубки (круглые) соединяются в петлю, в которой специальным трансформатором (на фото отсутствует) индуцируется рабочий электрический ток

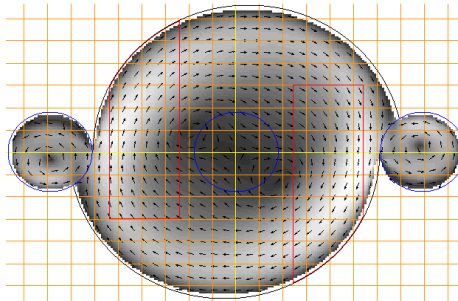


Рис.10.12

Поле скорости для электровихревого насоса с круглыми патрубками

Результаты расчета характеристик насоса были сопоставлены с результатами экспериментов, проведенных на галлиевом контуре (рис. 10.12, 10.13).

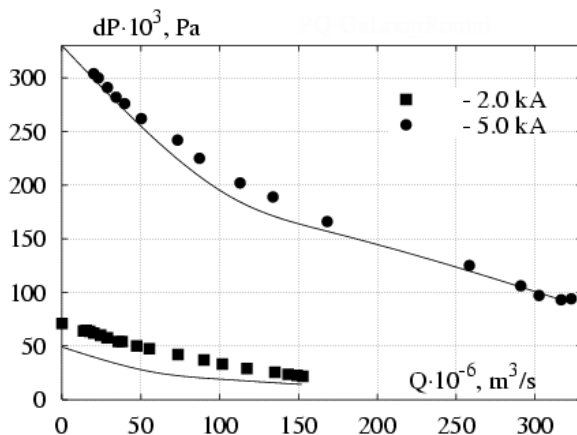


Рис.10.13

PQ-характеристика для электровихревого центробежного насоса на галлии.
Круглые патрубки. Средний диаметр 150 мм, немагнитный зазор 22 мм,
внешняя толщина 20 мм, внутренняя - 14 мм (линии – расчет, точки – эксперимент)

Сравнение результатов численных и физических экспериментов показывает, что используемые нами математическая модель и методы расчета достаточно адекватно отражают реальные гидродинамические процессы в канале электровихревого центробежного насоса. В дальнейшем будем пользоваться ими для того, чтобы исследовать, как влияют различные конструктивные факторы на работу этого МГД-насоса.



Рис.10.14

Литье крупногабаритных слитков из тигля при помощи погружного электровихревого центробежного МГД-насоса

Электровихревой перемешиватель жидкого металла для машины непрерывного литья стали

Эффективным средством улучшения качества стальных слитков при непрерывном литье является перемешивание жидкого ядра слитка в период затвердевания расплава. За рубежом широкое распространение получил индукционный метод электромагнитного перемешивания расплава (ЭМП) (рис.10.15,*а*), основанный на свойстве проводящей жидкости увлекаться бегущим или вращающимся магнитным полем. Существует также другой (кондукционный) метод, сущность которого состоит в том, что жидкий металл в ядре слитка приводится в движение электромагнитными силами, вызванными взаимодействием пропускаемого по слитку электрического тока и наложенного на слиток магнитного поля. Практические методы реализации кондукционного ЭМП весьма разнообразны. Можно создавать магнитное поле, применяя постоянные магниты или магниты с электрическими катушками намагничивания. Можно пропускать электрический ток как вдоль оси слитка, так и поперек его оси. В нашей стране получила промышленную апробацию схема кондукционного ЭМП, приведенного на (рис.10.15,*б*). Электрический ток по этой схеме пропускается вдоль оси слитка между опорными роликами машины непрерывного литья, расположенными в начале и в конце перемешиваемого участка. Магнитное поле, пронизывающее слиток в поперечном его плоскости направлении, создается с помощью

магнитной системы, полюсами которой являются опорные ролики, расположенные между роликами, через которые к слитку подводится электрический ток.

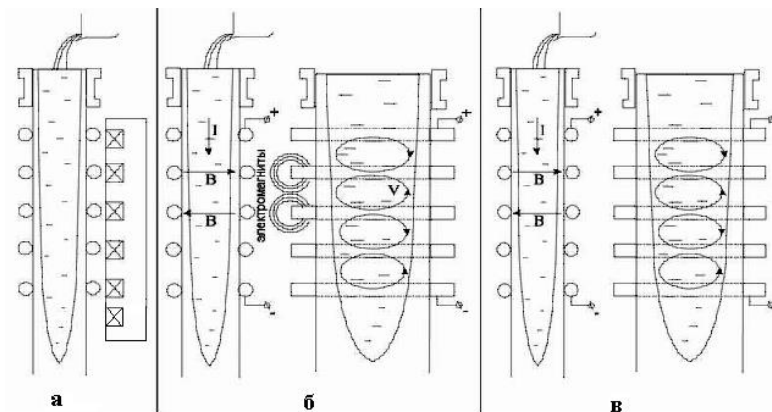


Рис.10.15

МГД-перемешиватели жидкого ядра стального непрерывного слитка

Как показала практика, при прочих равных условиях кондукционный способ ЭМП потребляет в 15-20 раз меньше электроэнергии, чем индукционный способ с применением бегущего поля. Ввиду высокой энергоемкости процесса индукционного ЭМП (при производстве крупных слитков индуктора, осуществляющие ЭМП потребляют до 1000 кВт электрической мощности) кондукционный способ перемешивания представляется вполне конкурентоспособным.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бояревич В.В., Фрейберг Я.Ж., Шилова Е.И., Щербинин Э.В. Электровихревые течения. Рига: Зинатне, 1985. 310 с.
2. Гельфгат Ю.М., Лиелаусис О.А., Щербинин Э.В. Жидкий Металл под действием электромагнитных сил. Рига: Зинатне, 1976. 246 с.

3. *Хрипченко С.Ю.* Электровихревые течения в плоских каналах с ферромагнитными сердечниками // Магнитная гидродинамика. 1984. №3. С.52-54
4. *Денисов С. А., Долгих В.М., Манн М.Э., Хрипченко С.Ю.* Электровихревой способ генерации транзитного течения через плоский МГД-канал // Магнитная гидродинамика. 1999. Т.35, №1. С.69-77
5. *Зимин В.Д., Хрипченко С.Ю.* Представление уравнений магнитной гидродинамики в двумерном виде для течений в плоских каналах с ферромагнитными сердечниками // Магнитная гидродинамика. 1979. №4. С.117-122.
6. *Лаврентьев И.В.* Об усреднении уравнений электромагнитного поля в МГД-устройствах при конечных числах Рейнольдса // Магнитная гидродинамика. 1978. №3. С. 92-97.
7. *Лаврентьев И.В., Шишко А.Я.* Электродинамические процессы в МГД-каналах при больших магнитных числах Рейнольдса // Магнитная гидродинамика. 1980. №3. С. 81-106.
8. *Рябинин А.Г., Хожжаинов А.И.* Турбулентное течение электропроводной жидкости в трубах прямоугольного сечения под действием электромагнитных сил // ЖТФ АН СССР. М., 1963. Т.33, № 1. С.80 – 89.
9. *Баранников В.А., Зимин В.Д.* Неустойчивость покоя изотермической проводящей жидкости в щели ферромагнитного массива при протекании электрического тока // Магнитная гидродинамика. 1982. № 2. С. 117 – 122.
10. *Шерклиф Дж.* Курс магнитной гидродинамики /пер. с англ. Н.Т. Пашенко; под ред. Г.А. Любимова; с предисловием Г.А.Любимова. М.: Мир, 1967. – 320 с.
11. *Хрипченко С.Ю.* Границы применимости безындукционного приближения для электровихревых течений в плоских каналах между ферромагнитными сердечниками // Магнитная гидродинамика. 1981. №4. С.42-45
12. *Деменьтьев С.Б., Скопис О.М., Щербинин О.В.* Интенсификация процесса перемешивания в электродуговых печах постоянного тока // Магнит. Гидродинамика. 1992. №1. С.101 -105.
13. *Kolesnichenko I, Khripchenko S* MHD-instability of an equilibrium state of a thin conductive liquid layer surface //Magneto hydrodynamics. 2001. Vol 37, N 4. P. 367-372.

14. *S. Khripchenko and I. Kolesnichenko*. Surface instability of the plane layer of conducting liquid. // 5-th International Conference on Fundamental and Applied MHD. Proceedings. Ramatuelle (France). 2002. Vol.II. P. 119-125.
15. *Kolesnichenko I., Khripchenko S.* Surface instability of the plane layer of conducting liquid // *Magnetohydrodynamics*. 2003. Vol. 39, No. 4. P. 427-434.
16. *Альмухаметов В.Ф. Хрипченко С.Ю.* Механизмы генерации ЭВТ в ванне электролизера со сплошным анодом // *Магнитная гидродинамика*. 1987. №3. С.101-104.
17. *Кирко И.М., Альмухаметов В.Ф. Хрипченко С.Ю.* Физическое моделирование неустойчивого состояния границы раздела электролит - металл в мощных алюминиевых электролизерах// *Доклады АН*. 1988. Т.302, №4. С.845-847.
18. *Денисов С.А., Халилов Р.И., Хрипченко С.Ю.* Магнитогидродинамический насос: решение о выдаче патента на изобретение от 30.03.2006г. по заявке №2005106498/09(007942) от 9.03.2005.
19. *Альмухаметов В.Ф. Хрипченко С.Ю.* Электродинамическая модель перемешивателя трансформаторного типа жидкого ядра слитка// *Магнитная гидродинамика*. 1987. №2. С.141-142.
20. *Khripchenko S, Khalilov R, Kolesnichenko I* Vortex flows generated by vary-ing magnetic field in a conducting fluid layer // *Fundamental and applied MHD, Joint 15-th Riga and 6-th PAMIR International conference, Riga Jurmala, Latvia, June 27 – July 1.- 2005*. Vol.2. P. 95-98.
21. *Надежников Н.М., Крауя В.М., Янкоп Э.К.* Кондукционный МГД-насос переменного тока для черных металлов // *Магнитная гидродинамика*. 1979. №1. С.121-126.
22. *Васенин В.И., Ковалев Ю.Г., Мельников В.С.* Кондукционный МГД-насос для получения отливок из титановых сплавов // *Магнитная гидродинамика*. 1977. №1. С.139 – 140.
23. *Бирзвалк Ю.А.* Основы теории расчета кондукционных МГД-насосов постоянного тока. Рига: Зинатне, 1968. 235с.
24. *Зимин Э.П.* Некоторые решения системы уравнений, описывающей одномерные течения магнитной гидродинамики // *Вопросы магнитной гидродинамики и динамики плазмы: сб. статей*. Т.2. Рига, 1962, С. 113 – 124.
25. *Битюрин В.А., Любимов Г.А.* Квазиодномерный анализ течения в канале МГД-генератора // *МЖГ*.1962. Т.7, №5. С. 974 – 986.

26. *Денисов С. А., Долгих В.М., Манн М.Э., Хрипченко С.Ю.* Электровихревой способ генерации транзитного течения через плоский МГД-канал // Магнитная гидродинамика. 1999. Т.35, №1. С.69-77.
27. *Denisov S., Dolgikh V., Khripchenko S.* Electro vortex MHD-pumps // Fourth International PAMIR Conference “ Magneto Hydro Dynamic at Dawn of Third Millennium” Presqu’ ile de Crieus, France 2000. Volume 2. P. 687-692.
28. *Denisov S., Dolgikh V., Khriphenko S. and Kolesnichenko I.* Electro vortex mechanism of appearance of pumping effect in MHD-channel // 5-th International Conference on Fundamental and Applied MHD. Proceedings. Ramatuelle (France). 2002. II. P. 125-131.
29. *Хрипченко С.Ю.* Экспериментальное исследование расширяющегося канала с осевым током // Магнитная гидродинамика. 1977. №2. С. 134-144.
30. *Хрипченко С.Ю.* Границы применимости безындукционного приближения для электровихревых течений в плоских каналах между ферромагнитными сердечниками // Магнитная гидродинамика.-1981.№4.С.42-45
31. *Баранников В.А., Хрипченко С.Ю.* Электровихревые течения в плоском закрытом канале // Магнитная гидродинамика. 1981.№2. С.77 -80.
32. *Хрипченко С.Ю., Баранников В.А.* О механизме возникновения транзитного течения в МГД-канале при протекании по нему электрического тока // Магнитная гидродинамика. 1981.№1. 81-83
33. *Верте Л.А.* Магнитная гидродинамика в металлургии. М.: Металлургия, 1975. – 287 с.
34. *Хрипченко С.Ю.* Электровихревые течения в плоских каналах между ферромагнитными массивами //Электровихревые течения./ под ред. Э.В. Щербинина. Рига: Зинатне, 1985. С.
35. *Брановер Г.Г., Цинобер А.Б.* Магнитная гидродинамика несжимаемых сред. М.: Наука, 1970. 379 с.
36. *Тананаев А.В.* Гидравлика МГД-машин. М.: Атомиздат, 1970. – 270 с.
37. *Лиелаусис О.А.* Гидравлика жидкометаллических МГД-устройств.-Рига: Зинатне, 1967.195 с.
38. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 712с.

39. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа.- М.; Наука, 1987.- 840с.
40. Колесниченко В.И., Хрипченко С.Ю. Экспериментальное исследование вихревых движений жидкости в плоской замкнутой полости// Магнитная гидродинамика. 1989.№2. С.69-72.
41. Lee H.C., Evans W. A physical model for electromagnetical driven flow in Hall cells // Light Metals. 1985. P. 569-579.
42. Колесниченко В.И., Хрипченко С.Ю. Вихревое движение жидкости в плоском слое со свободной поверхностью // Магнит. Гидродинамика. 1993.№2. С.76-80.
43. Долгих В.М., Хрипченко С. Ю. Электромагнитный спиральный насос // А.С. № 913527 (СССР) 1982.
44. Колесниченко В.И., Хрипченко С.Ю. Экспериментальное исследование вихревых движений жидкости в плоской замкнутой полости// Магнитная гидродинамика. 1989.№2. С.69-72.
45. Kolesnichenko I, Khripchenko S MHD-instability of an equilibrium state of a thin conductive liquid layer surface //Magnetohydrodynamics. 2001. Vol 37, N 4. P. 367-372.
46. S. Khripchenko and I. Kolesnichenko. Surface instability of the plane layer of conducting liquid // 5-th International Conference on Fundamental and Applied MHD. Proceedings. Ramatuelle (France). 2002. II. P. 119-125.
47. Kolesnichenko I, Khripchenko S. Surface instability of the plane layer of conducting liquid // Magnetohydrodynamics. 2003. Vol. 39, No. 4. P. 427-434.
48. Долгих В.М., Денисов С.А., Колесниченко И.В., Хрипченко С.Ю. Приоритетная справка на патент "Электромагнитный насос для электропроводных жидкостей", № заявки 2006135154, приоритет от 04.10.2006.
49. Денисов С.А., Долгих В.М., Хрипченко С.Ю. Устройство для электромагнитной разлики металла: патент РФ №2160653 от 20. 12.2000.