

5-40
к-43

Сирко

Решение

ЖИДКИЙ МЕТАЛЛ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

ИЗДАТЕЛЬСТВО „ЭНЕРГИЯ“

И. М. КИРКО

ЖИДКИЙ МЕТАЛЛ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

ИЗДАТЕЛЬСТВО «ЭНЕРГИЯ»

МОСКВА

1964

ЛЕНИНГРАД

ЭЭ 5 3

УДК 621.6+538.65

К 43

В книге рассматриваются магнитогидродинамические явления в жидких металлах и электролитах, находящихся в электромагнитном поле. Излагаются все расширяющиеся применения этих явлений в электромагнитных насосах, перемешивателях, бестигельной плавке и других важных для практики процессах.

Книга рассчитана на научных работников, инженеров и студентов старших курсов

Кирко Игорь Михайлович

Жидкий металл в электромагнитном поле, М.—Л., Издательство «Энергия», 1964, 160 с. с черт.

Тематический план 1963 г., № 234

Редактор *Ю. И. Чалисов*

Техн. редактор *Н. И. Борунов*

Сдано в набор 29/X 1963 г.

Подписано к печати 17/II 1964 г.

Т-01444 Бумага 84×108¹/₁₆

8,2 печ. л.

Уч.-изд. л. 8,0

Тираж 3 000 экз.

Цена 40 коп.

Зак. 588

Московская типография № 10 Главполиграфпрома
Государственного комитета Совета Министров СССР по печати
Шлюзовая наб., 10.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Коммунистическая партия Советского Союза поставила перед наукой задачу стать непосредственной производительной силой общества.

В связи с этим правильно понятая задача ученых, инженеров, изобретателей и рационализаторов заключается в том, чтобы смелее производить поиски в новых областях науки, быстрее претворять их результаты в практические дела.

В программе КПСС указывается на значительное возрастание удельного веса трубопроводного транспорта в ходе строительства материальной базы коммунистического общества, на дополнение и в необходимых случаях замену механической обработки технологическим использованием электроэнергии. Эта книга посвящена быстро развивающейся новой области науки и техники—магнитной гидродинамике жидких металлов, которая в недалеком будущем найдет широкое применение в современном производстве для транспортировки и технологической обработки металлов, расплавленных солей и шлаков.

Наша страна является пионером производственного применения электромагнитных методов для механического воздействия на жидкий металл. Этому в значительной степени способствовали работы в области электромагнитных насосов Г. И. Штурмана, А. И. Вольдека, И. А. Тютина, Я. Я. Лиелпетера и Ю. А. Бирзвалка, ряд изобретений Л. А. Верте. Успешные производственные опыты по дозированию и транспортировке жидкого цинка электромагнитными насосами поставлены под руководством И. Е. Шуба и Я. И. Соколина в Ленинграде, перекачке магния

под руководством Х. А. Тийсмуса и Х. Ч. Янеса в Таллине и под руководством В. Г. Сиротенко и Б. Н. Украинцева в Риге. Впервые удалось перекачивать сталь по электромагнитному лотку Л. А. Верте в Москве. Длительно действующий лоток для этой цели создали Н. В. Молочников, Н. С. Бугров, О. А. Лиелаусис, Г. Г. Брановер. Эффективные опыты с применением однофазных электромагнитных насосов поставил В. П. Полещук в Киеве. В последнее время опубликованы интересные изобретения З. Н. Гецелева, создавшего электромагнитное запирающее устройство для жидкого алюминия в металлургии. Больше года систематически действует радиационный контур на атомном реакторе Академии наук Латвийской ССР: в нем сплав индия с галием, перекачиваемый кондукционным электромагнитным насосом, циркулирует через активную зону реактора, создавая очень мощный источник гамма-лучей в специальной камере.

Еще более широких применений магнитной гидродинамики следует ожидать в будущем при создании непрерывных металлургических процессов, при технологических использованиях жидкого металла в химии. Начиная с 1958 г., в Риге систематически, с двухлетним интервалом, собираются совещания по магнитной гидродинамике. Возрастающая активность этих совещаний и актуальность поднимаемых проблем служит показателем большого будущего магнитной гидродинамики.

Автор надеется, что предлагаемая книга будет способствовать развитию интереса к этой новой области науки и техники.

ВВЕДЕНИЕ

Современная техника неудержимо шагает вверх по шкале температур: там, где прежде имели дело с холодным или размягченным металлом, теперь встречаются с жидким, паровая машина и турбина, работающие на воде, уступают место двигателям с жидкометаллическими теплоносителем и рабочим телом, атомные реакторы, охлаждаемые водой, заменяют реакторами с очень высокой температурой активной зоны, охлаждаемой целыми реками щелочных металлов — натрия и калия; даже в производстве строительных материалов возникли камнелитейные методы — расплавленные при высоких температурах силикатные материалы электропроводны и в этом отношении аналогичны по свойствам жидким металлам. Однако, обратившись к жидким металлам как современному средству техники, инженер и конструктор встретились с двумя бедами: это, во-первых, их интенсивное окисление на воздухе, заставляющее применять вакуум или инертную атмосферу, и, во-вторых, их крайняя агрессивность. Например, у подшипника из стали, находящегося в среде жидкого натрия при сравнительно невысокой температуре, свариваются трущиеся поверхности, и движение в нем прекращается. Целой технической проблемой становится создание механического вентиля для жидкого металла: здесь сильфоны и гибкие диафрагмы, создание аргонового давления и аварийной сигнализации при прорыве жидкого металла, т. е. простой механический вентиль в новых условиях превратился в целое сооружение.

До сих пор в металлургии для перемещения и розлива жидкого металла применяются ковши. Напри-

мер, для доставки жидкого чугуна от доменной печи к мартену применяют огромные вагоны-ковши, носящие наименование чугуновозов. Однако мощность проектируемых в настоящее время домен столь велика, что необходимость размещения железнодорожных составов с чугуновозами затрудняет проектирование завода: расстояния между домной и мартеном или конвертором должны становиться непомерно большими. При помощи ковша трудно осуществлять дозирование жидкого металла по определенным дискретным порциям; при непрерывном прокате металла возникает другая задача—удержать постоянный уровень жидкого металла в миксере, откуда он поступает на непрерывный прокат, и т. д. Такого рода задачи требуют создания новых методов непрерывной перекачки жидкого металла, так как при помощи механических насосов сделать это очень трудно.

Наконец современная техника все больше обращается к металлам сверхвысокой чистоты. Плавка таких металлов и изготовление из них сплавов является самостоятельной проблемой: всякое соприкосновение со стенками тигля вызывает неизбежное загрязнение металла веществом тигля. Лучшим решением этой проблемы является плавка во взвешенном состоянии. Недалеко то время, когда будет доступна плавка во взвешенном состоянии больших количеств металла.

Все эти технические задачи для своего решения требуют применения *дистанционных методов воздействия* на металл. Здесь, к сожалению, выбор у физики невелик.

Гравитационные поля предметов и тел, которые человек может перемещать, слишком малы и полностью подавляются неуправляемым полем силы притяжения к Земле.

Электростатическое поле очень трудно использовать, так как жидкие металлы являются хорошими проводниками и электрические воздействия могут быть только на их поверхности. Кроме того, стенки тиглей, сосудов и труб, в которых помещается жидкий металл, являются хорошими экранами для электрических полей.

Магнетостатические поля не пригодны для воздействия на жидкий металл вследствие того, что маг-

нитная проницаемость последнего близка к единице.

Электромагнитное поле является наиболее удобным для дистанционного воздействия на металл. Если, например, в переменном электромагнитном поле достаточно высокой частоты находится металлическое тело, то индукционные токи в тонком поверхностном слое экранируют внутреннюю часть тела от проникновения в нее поля. Таким образом, на поверхности тела создается плотность поверхностных сил, равная по порядку величины максвелловским натяжениям поля вне тела или энергии поля в 1 см^3 . Например, для поля в 10^4 гс это давление равно 4 кг/см^2 , а для 10^5 гс — 400 кг/см^2 . При современных достижимых в технике полях эти давления становятся соизмеримыми с силами тяжести, упругости и вязкости, действующими на тело и внутри него. Уже существуют установки для обработки металла при помощи электромагнитного поля. При возникновении мощного импульсного магнитного поля вихревые токи экранируют внутреннюю часть массивного проводника, но одновременно взаимодействуют с магнитным полем, создавая нормальную силу, действующую на металл. Это же явление служит одним из ограничений возможности создания магнитного поля при помощи соленоидов. Ниже приведены максимальные значения напряженности магнитного поля, при которых начинается разрушение соленоида, выполненного из соответствующего металла:

Металл	Предел прочности, H макс, кг/см^2	кг
Медь	2 300	270
Бериллиевая бронза	14 000	600
Сталь	30 000	850
Вольфрам	40 000	1 000

Силы, действующие в жидком металле, соизмеримы с пондермоторными силами электромагнитного поля и при значительно более слабых полях. Например, поля напряженностью порядка 10^2 — 10^3 э способны создавать в электромагнитных насосах давления в десятки атмосфер и обеспечивать перекачивание жидкого металла с производительностью в сотни кубометров в час. Поля меньшей напряженности создают интен-

сивную электромагнитную конвекцию в ваннах и печах с жидким металлом. Поэтому естествен интерес, который в настоящее время проявляется к электромагнитным и гидродинамическим явлениям, происходящим в жидком металле. Эти явления описываются новой областью науки — *магнитной гидродинамикой*,



Рис 1 Промежуточное положение магнитной гидродинамики и физики плазмы

находящейся на границе между гидродинамикой и электромагнитной теорией Максвелла. В ней рассматриваются специфические явления, вызванные наличием макроскопического электромагнитного поля в проводящих жидкостях и газах. Может быть предложено также следующее определение этой науки: *магнитной гидродинамикой называется раздел гидродинамики, изучающий поведение проводящей жидкости в электромагнитном поле*. Возможно, что такая формулировка лучше отражает существо вопроса, чем обратная, в которой магнитная гидродинамика рассматривалась бы как раздел электродинамики, так как магнитная гидродинамика пользуется макроскопическими представлениями о жидкости и газе, обобщая их одним термином «жидкость» и не рассматривая их молекулярно-кинетическую структуру. При рассмотрении электромагнитного поля магнитная гидродинамика также не использует электронной теории как раздела электродинамики и ограничивается макроскопическими представлениями Фарадея—Максвелла об электромагнитном поле.

Существует другая отрасль науки, соприкасающаяся с магнитной гидродинамикой, это — физика плазмы. Она находится на грани между молекулярно-кинетической теорией газов и электронной теорией и рассматривает поведение ионизированного газа. Естественно, что в своих предельных переходах физика плазмы превращается в магнитную гидродинамику и ряд своих задач она рассматривает в так называемом «магнитогидродинамическом приближении» (рис. 1).

Хотя магнитную гидродинамику следует считать очень молодой наукой, магнитогидродинамические явления наблюдаются давно, пожалуй, с момента первых опытов в области электромагнетизма. Еще Деви [Л. 1] в 1823 г. наблюдал образование завихрений вокруг электродов, опущенных в чашку с жидкой ртутью, стоящую на полюсе постоянного магнита (рис. 2). Изменение полярности электродов или магнита в этом опыте приводило к изменению направления движения ртути. Известен также опыт, который приписывают Фарадею. Между двумя коаксиальными цилиндрическими электродами располагается проводящая жидкость (рис. 3). Магнитное поле направлено параллельно оси электродов. Возникающие в жидкости пондеромоторные силы заставляют ее двигаться. Подобное устройство используется в настоящее время для создания стационарного плазменного потока.

В 1918 г. Гартман построил кондукционный насос для перекачки жидкой ртути, который представлял собой, так сказать, перекресток трех «проводов»: магнитопровода, электропровода и гидropровода (рис. 4). К горизонтальной металлической трубе 1 припаяны электроды 2 так, что по ртути, текущей в трубе, проходит поперечный электрический ток. Перпендикулярно к этим потокам в вертикальном направлении создан магнитный поток, который, взаимодействуя с элект-

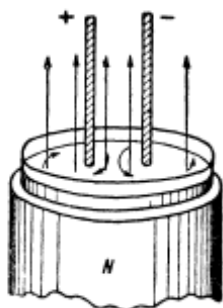


Рис. 2. Опыт Дэви. Наблюдение завихрений в ртути вокруг электродов, помещенных в магнитное поле.

трическим током, создает силу в направлении гидропровода.

В 1928 г. наш соотечественник, советский изобретатель Тряпицын [Л. 3] получил авторское свидетельство на индукционный электромагнитный насос, который представляет собой трубу с жидким металлом, помещенную в бегущее магнитное поле.

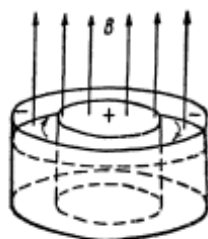


Рис 3. Опыт Фарадея. Движение ртути в скрещенных электрическом и магнитном полях.

Индукционные токи, протекающие в жидком металле, взаимодействуют с магнитным полем. Силы, возникающие при этом, имеют равнодействующую, направленную по правилу Ленца так, что стремятся увлечь жидкий металл за движущимся полем. Идея такого насоса может быть продемонстрирована на простейшем эксперименте, изображенном на рис. 5. Под чашечкой с ртутью помещен подковообразный магнит, который можно вращать при помощи центробежной машины. Вращающийся магнит увлекает за собой ртуть. Независимо от Тряпицына в США эту же идею запатентовали знаменитые физики Эйнштейн и Сциллард [Л. 4].

В 1936 г. появилась экспериментально - теоретическая работа Гартмана и Лазаруса [Л. 5 и 6], в которой впервые была написана и решена для случая течения жидкого металла в поперечном поле система уравнений магнитной гидродинамики.

В 1942 г. была опубликована книга шведского ученого Х. Альфвена «Космическая электродинамика» [Л. 7], в которой впервые предсказывалась возможность существования специфически магнитогидродинамического явления — поперечных м. г. д. волн

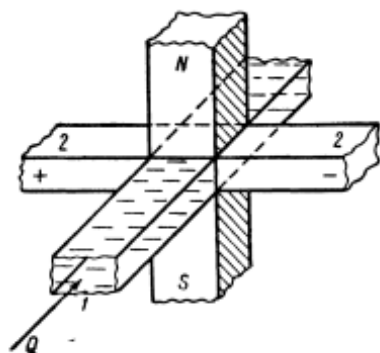


Рис. 4. Принцип кондукционного электромагнитного насоса.

В 1942 г. была опубликована книга шведского ученого Х. Альфвена «Космическая электродинамика» [Л. 7], в которой впервые предсказывалась возможность существования специфически магнитогидродинамического явления — поперечных м. г. д. волн

в жидкости, вызванных «вмораживанием» магнитного поля в вещество. Такое вмораживание в 1944 г. в условиях лаборатории, правда, применительно к твердому телу продемонстрировали В. К. Аркадьев и П. Л. Капица. Над чашечкой из сверхпроводящего свинца при температуре жидкого гелия они осуществили свободное парение магнита в поле силы тяжести: магнитное поле магнита, вмороженное в поверхностный слой свинца, создавало упругую «подушку», держащую магнит в состоянии парения.

Таковы основные научные события до 40-х годов, послужившие толчком к созданию магнитной гидродинамики. Однако по-настоящему магнитная гидродинамика развилась в последние 10—15 лет по следующим причинам.

Во-первых, оказалось, что магнитная гидродинамика должна заменить обычную гидродинамику в приложении к космическим пространствам и звездной материи. В космосе мы имеем среды, проводимость которых по порядку величины приближается к металлической, масштабы линейных расстояний «космических проводников» таковы, что их электрическое сопротивление становится ничтожно малым, напряженности магнитного поля иногда достигают значительных величин. Например, регулярное магнитное поле Солнца имеет величину порядка 25 гс, а в областях солнечных пятен достигает 2 000—4 000 гс. Поэтому в космических объектах могут индуцироваться колоссальные токи, очень медленно затухающие и приводящие к огромным силам взаимодействия с магнитным полем. Без рассмотрения магнитогидродинамических явлений космические объекты изучать нельзя.

Второй серьезной причиной, давшей толчок развитию магнитной гидродинамики в последнее время, является развитие методов воздействия на высокотемпературную плазму в магнитном поле. Современная техника столкнулась с важнейшей проблемой взаимодействия высокотемпературной плазмы с по-

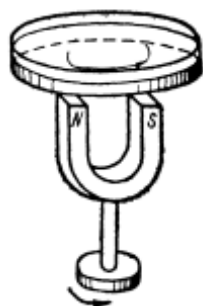


Рис 5 Увлечение ртути движущимся магнитным полем

верхностью твердого тела. Например, в случае осуществления реакции синтеза ядер в дейтериево-триевом термоядерном реакторе температура плазмы должна достигнуть сотен миллионов градусов, что невозможно осуществить, если будет сохранен непосредственный контакт плазмы со стенками реактора. Высоких температур порядка тысяч градусов и состояния плазмы достигает атмосфера в пограничном слое вокруг ракеты или космического корабля при их возвращении из космоса на Землю. Непосредственный контакт со стенками летящего тела приводит к исключительно интенсивному нагреву последнего. Естествен поэтому интерес, который вызывает в этих проблемах использование магнитогидродинамических эффектов отжатия плазмы от поверхности твердого тела, создания температурного барьера из магнитного поля. Еще более сложные задачи стали перед магнитной гидродинамикой в проблеме устойчивости плазменного шнура в термоядерном реакторе, сжимаемого окружающим магнитным полем.

Наконец, третьим толчком к возрастанию интереса к магнитной гидродинамике было расширение применений воздействия магнитного поля на жидкий металл в современной технике. Эта область магнитной гидродинамики имеет свои специфические особенности.

Если магнитогидродинамическим явлением в плазме и в условиях космоса посвящено большое количество литературы [Л. 8, 9 и 10], то последняя область магнитной гидродинамики почти не имеет обобщающих работ [Л. 11, 12 и 13]. Эта книга является попыткой в какой-то степени восполнить указанный пробел.

Автор благодарит Ю. А. Бирзвалка, Г. Г. Брановера, О. А. Лиелаусиса, Я. Я. Лиелпетера за просмотр рукописи и ценные замечания.

ГЛАВА ПЕРВАЯ

О ФИЗИКЕ МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ

1. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ ПРОВОДЯЩИХ ЖИДКОСТЕЙ

Магнитогидродинамические явления описываются совместными системами уравнений Максвелла, гидродинамики и теплопередачи. Специфика магнитной гидродинамики как науки проявляется в том, что при таком совместном написании в уравнениях появляются дополнительные члены, вызванные взаимным влиянием этих систем уравнений друг на друга. Особенностью уравнений Максвелла для магнитной гидродинамики является необходимость учета движения проводящей среды относительно окружающих тел и движения отдельных частей проводящей среды относительно друг друга. В этом отношении вид уравнений Максвелла не отличается от их вида, применяющегося в электромеханике, например, при решении задачи о вращении массивного ротора в асинхронном двигателе. Для таких задач употребляется система уравнений Максвелла для хорошо проводящих сред [Л. 14], только вместо напряженности электрического поля в дифференциальном законе Ома фигурирует величина

$$\mathbf{E}^* = \mathbf{E} + [\mathbf{v}\mathbf{B}]. \quad (1)$$

Таким образом, электромагнитная «половина» уравнений магнитной гидродинамики для проводящих жидкостей [Л. 15] будет иметь вид:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J}; \quad (2a)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}; \quad (26)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{J} = 0; \quad (2\text{в})$$

$$\operatorname{div} \mathbf{H} = 0; \quad (2\text{г})$$

$$\mathbf{j} = \sigma (\mathbf{E} + \mu_0 [\mathbf{vH}]). \quad (2\text{д})$$

В них магнитная проницаемость жидкостей положена равной μ_0 — магнитной проницаемости пустоты, поскольку все жидкости неферромагнитны, а небольшое отличие относительной проницаемости от единицы у парамагнитных жидкостей никакого значения для магнитной гидродинамики не имеет. В этой системе не учтена сторонняя э. д. с., которая обычно мала по своей величине внутри жидких металлов и электролитов. Однако возможность ее появления всегда надо иметь в виду (например, за счет термо-э. д. с.).

Электромеханика, вообще говоря, не ограничивается вышеупомянутой системой уравнений, а рассматривает их совместно с уравнениями движения твердого тела, например с уравнением моментов для вращающегося ротора в двигателе. Сложность магнитной гидродинамики заключается в том, что ее механическая «половина» — это уравнения гидродинамики, сами во многих случаях не нашедшие своего математического решения.

Гидродинамическая «половина» уравнений магнитной гидродинамики состоит, во-первых, из уравнений, не содержащих электрических и магнитных величин. Это уравнение непрерывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (3)$$

и уравнение состояния вещества, т. е. зависимость, например, между давлением, плотностью и температурой

$$p = p(\rho, T). \quad (4)$$

Гидродинамику жидких металлов и электролитов можно рассматривать как гидродинамику несжимаемых жидкостей [Л. 16], т. е. считать $\frac{\partial \rho}{\partial p} = 0$. Поэтому урав-

нение состояния (4) в рассматриваемых в этой книге случаях выступает лишь как зависимость плотности ρ от температуры T , например, в виде:

$$\rho = \rho_0 / (1 + \beta T), \quad (5)$$

где β — объемный коэффициент теплового расширения жидкости. Физический смысл уравнения непрерывности (3) заключается в том, что баланс массы $\partial\rho/\partial t$ в данном элементарном объеме, принятом за единицу, обуславливается притоком жидкости $\text{div}(\rho\mathbf{v})$. Согласно предыдущему для жидкостей член $\partial\rho/\partial t$ может отличаться от нуля лишь за счет изменения температурного режима во времени. Учитывая сравнительно большую теплоемкость жидкостей и тепловую инерцию всей системы, следует положить $\partial\rho/\partial t = 0$. В тождественном преобразовании $\text{div}(\rho\mathbf{v}) = \rho \text{div} \mathbf{v} + \mathbf{v} \text{grad} \rho$; на основании тех же соображений можно считать, что

$$\text{grad} \rho = \frac{\partial \rho}{\partial T} \text{grad} T = -\rho_0 \beta \text{grad} T$$

является величиной очень малой. Уравнение непрерывности для жидкостей приобретает простой вид:

$$\text{div} \mathbf{v} = 0. \quad (6)$$

Известно, что все жидкости и газы являются сжимаемыми. Предположение о их несжимаемости справедливо при условии, что скорость движения тел имеет величину, значительно меньшую, чем скорость звука. Скорости звука в проводящих жидкостях значительно превышают те значения скоростей движения, с которыми приходится встречаться экспериментатору [Л. 17]:

Вещество	Скорость звука, м/сек	Температура измерения, °C
Натрий	2 935	98
Калий	1 820	64
Гелий	2 740	30
Вода (морская)	1 540	20

Принимая равенство (6), мы тем самым считаем скорости движения жидкостей малыми по сравнению со скоростью звука.

Динамика движения вязкой жидкости определяется уравнением Навье—Стокса.

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} \right] = -\nabla p + \eta \Delta \mathbf{v} + \mathbf{f}, \quad (7)$$

где в левой части записаны силы инерции, действующие на элементарный объем жидкости, принятый за единичный. Второй член в скобках левой части для оси OX в декартовой системе координат имеет, например, вид:

$$v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z}$$

и означает x -компоненту ускорения, которую получают частицы жидкости вследствие наличия градиента скоростей при переходе из одной точки поля скоростей в другую. Также динамическую природу имеет член $-\nabla p$ правой части уравнения (7): на элементарный объем жидкости действует сила, пропорциональная его объему и направленная противоположно градиенту давления. Член $\eta \Delta \mathbf{v}$ отражает наличие внутреннего трения между слоями жидкости. Для компоненты этой силы, направленной вдоль оси OX , этот член имеет вид:

$$\eta \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right). \quad (8)$$

В том случае, если жидкость сжимаема, появляется дополнительное трение, связанное с возможностью изменения объема жидкости в виде члена

$$\left(\xi + \frac{\eta}{3} \right) \text{grad div } \mathbf{v}, \quad (9)$$

где ξ — так называемая «вторая вязкость». Однако благодаря уравнению (6) в магнитной гидродинамике проводящих жидкостей этот член пропадает. Объемные силы негидродинамической природы, действующие на жидкость, учитываются объемной плотностью сил $\mathbf{f}$. Это силы, создаваемые полями, например гравитационным, электростатическим, магнитостатическим или электромагнитным. Как уже упоминалось во введении, электростатические силы обычно не фи-

гурируют в рассматриваемых нами задачах, магнито-статические силы очень малы, и учету подлежат только сила тяжести $\rho \mathbf{q}$, где $\mathbf{q}$ — вектор ускорения силы тяжести, и электромагнитные силы $\mu_0 [\mathbf{JH}]$, вызванные взаимодействием электрических токов в жидком металле с магнитным полем. Подразумевая, что объемная сила, вызванная тяжестью, может быть записана в правой части уравнения (7) всегда, когда учет ее действия будет существен, включаем в систему уравнений магнитной гидродинамики только выражение для плотности объемной силы электромагнитного происхождения

$$\mathbf{f} = \mu_0 [\mathbf{JH}]. \quad (10)$$

Для того чтобы уравнения магнитной гидродинамики для проводящих жидкостей полностью описывали реальные явления, необходимо написать уравнение баланса энергии в элементарном объеме жидкости, принятом за единицу. В несжимаемой жидкости придется учитывать лишь тепловую форму энергии и переходы в нее других видов энергии. Увеличение количества тепла за единицу времени в элементарном объеме

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

будет состоять в этом случае из тепла, приносимого в данный объем протекающим через него потоком жидкости ($-\rho c_p \mathbf{v} \nabla T$); из тепла, приносимого за счет теплопроводности $\text{div}(\kappa \text{grad } T)$, так как вектор плотности потока тепла равняется $\kappa \text{grad } T$, где κ — коэффициент теплопроводности; из тепла, получающегося из энергии механического движения из-за вязкого трения в жидкости и, наконец, из джоулева тепла.

Таким образом, уравнение тепловой энергии в системе уравнений магнитной гидродинамики имеет вид:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = -\rho c_p \mathbf{v} \nabla T + \text{div}(\kappa \text{grad } T) + \frac{1}{I} \frac{J^2}{\sigma} + \frac{W_{\tau p}}{I}, \quad (11)$$

где J^2/σ — мощность, затрачиваемая на джоулево тепло;

$W_{\tau p}$ — работа сил трения;

I — механический эквивалент теплоты,

Величина $W_{\text{тр}}$ при пропорциональном увеличении всех скоростей в m раз должна увеличиваться в m^2 раз, так как сила вязкого трения пропорциональна скорости. С другой стороны, в том случае, если вся жидкость совершает вращательное движение как твердое тело, работа сил вязкого трения должна равняться нулю. При этом обращается в нуль выражение

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i}.$$

Поэтому общее выражение для мощности, затрачиваемой на работу сил трения, имеет вид:

$$W_{\text{тр}} = \frac{\eta}{2} \sum_{i, k} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \right)^2. \quad (12)$$

Уравнения (2), (3), (5) — (7), (10) — (12) являются теоретической основой описания магнитогидродинамических явлений в проводящих жидкостях. Граничные условия для решения этих уравнений не содержат какой-либо «магнитогидродинамической» специфики и в общем виде являются простым перечнем граничных условий электродинамики, гидродинамики и теории теплопередачи.

2. БЕЗРАЗМЕРНАЯ ФОРМА УРАВНЕНИЙ И КРИТЕРИИ ПОДОБИЯ МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ

Численное решение задач, например, на электронных вычислительных машинах в большинстве случаев целесообразно производить в безразмерных переменных. Преимущество в этом двойное: число переменных становится меньше, и результат носит более общий характер — одна вычисленная точка может быть обобщена на целый класс явлений с одинаковыми безразмерными параметрами физически подобных явлений.

В теории размерности существует так называемая π -теорема, сущность которой заключается в следующем: если число размерных переменных, описывающих явление, равняется n , то оно может быть описано при помощи $n-k$ безразмерных переменных, где k — число основных величин. Например, в применении

к магнитной гидродинамике число k следует считать равным 4 (в системе МКСА — метр, килограмм, секунда, ампер). В том случае, если используются тепловые единицы, то число $k=5$, так как в число основных должна войти одна из тепловых единиц, например калория или градус. Относительно числа n следует напомнить, что в число переменных, участвующих в магнитогиродинамическом процессе, не следует забывать включить μ_0 — проницаемость пустоты или скорость света c , если вычисления ведутся в гауссовой системе единиц. Если все уравнения, описывающие данное явление, преобразовать к безразмерному виду, т. е. заменить размерные величины в них безразмерными комплексами, то физически подобные явления будут описываться численно идентичными уравнениями и граничными условиями.

Безразмерная форма уравнений магнитной гидродинамики описывалась Эльзассером [Л. 18] и Маргетройдтом [Л. 19], с учетом выделения джоулева тепла описывалась также нами [Л. 20, 21]. Вообще говоря, могут быть написаны бесчисленное множество независимых безразмерных комплексов для описания магнитогиродинамических явлений. Так как существуют свои системы безразмерных переменных (критериев подобия) как в гидродинамике [Л. 22] и учении о теплопередаче [Л. 23], так и в электродинамике [Л. 24, 25, 26], то естественно, что система критериев подобия в магнитной гидродинамике получит наиболее простые формы, если установить требования перехода системы критериев подобия магнитной гидродинамики в частные системы критериев подобия этих видов без их специального преобразования:

1) Система критериев магнитогиродинамики должна при $B \rightarrow 0$ и $\sigma \rightarrow 0$ обращаться в систему критериев гидродинамики и учения о теплопередаче.

2) При $v \rightarrow 0$ и $\sigma \rightarrow 0$ эта система должна обращаться в обычную для электромагнитных явлений в неподвижных средах форму.

3) Система критериев магнитной гидродинамики с учетом тепловых эффектов при условии постоянства температуры во времени и пространстве должна перейти в систему критериев, в которой не учитываются зависимости от температуры.

При воспроизведении какого-либо явления всегда существуют значения физических величин, которые необходимо задать, чтобы данное явление было воспроизведено однозначно. Выберем некоторую совокупность значений задаваемых физических величин и будем считать их характеристическими числами, определяющими масштаб явления. Все остальные значения величин будем рассматривать как отнесенные к характеристическим. В зависимости от совокупности выбранных характеристических величин получаются различные системы критериев подобия.

Рассмотрим системы критериев подобия с минимальным количеством характеристических чисел, например с одной длиной l_0 . В качестве l_0 может быть выбран какой-либо размер обтекаемого тела, диаметр трубопровода и т. п. В этом случае может быть применена следующая система критериев.

*Критерии, общие с гидродинамикой и учением
о теплопередаче*

Относительные координаты

$$\bar{x} = x/l_0, \quad \bar{y} = y/l_0, \quad \bar{z} = z/l_0. \quad (13)$$

Относительное время

$$\bar{t} = \frac{\eta}{\rho l_0^2}. \quad (14)$$

Число Рейнольдса

$$\bar{v} = v \rho l_0 / \eta. \quad (15)$$

Относительное давление

$$\bar{p} = \rho l_0^2 p / \eta^2. \quad (16)$$

Критерий Прандтля

$$\text{Pr} = c_p \eta / \lambda. \quad (17)$$

Критерий Нуссельта

$$\text{Nu} = \alpha l_0 / \lambda. \quad (18)$$

Критерий Грассгофа

$$\bar{T} = \frac{\beta q l_0^3 \rho^2}{\eta^2} T. \quad (19)$$

Относительный коэффициент объемного расширения

$$\bar{\beta} = \frac{\beta q l_0}{c_p l}. \quad (20)$$

Магнитогидродинамические критерии

Относительная индукция (критерий Гартмана)

$$\bar{B} = B l_0 \sqrt{\frac{\sigma}{\eta}}. \quad (21)$$

Относительная проводимость

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma \eta_0 \mu_0}{\rho}. \quad (22)$$

Относительная напряженность электрического поля

$$\bar{E} = \frac{\rho l_0^2 \sigma^{1/2}}{\eta^{3/2}} E. \quad (23)$$

Относительная плотность электрического тока

$$\bar{J} = J l_0^2 \sqrt{\frac{\sigma \mu_0}{\eta}}. \quad (24)$$

Введение этих критериев в систему уравнений магнитной гидродинамики приводит ее к следующему безразмерному виду:

$$\overline{\text{rot}} \bar{\mathbf{B}} = \bar{\mathbf{J}}; \quad (25)$$

$$\overline{\text{rot}} \bar{\mathbf{E}} = -\frac{\partial \bar{\mathbf{B}}}{\partial \bar{t}}; \quad (26)$$

$$\bar{\mathbf{J}} = \bar{\sigma} (\bar{\mathbf{E}} + [\bar{\mathbf{v}} \bar{\mathbf{B}}]); \quad (27)$$

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{v}}}{\partial \bar{t}} + (\bar{\mathbf{v}} \bar{\nabla}) \bar{\mathbf{v}} = -\bar{\nabla} \bar{p} + \bar{\nabla}^2 \bar{\mathbf{v}} + [\bar{\mathbf{E}}' \bar{\mathbf{B}}], \quad (28)$$

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{t}} + (\bar{\mathbf{v}} \bar{\nabla}) \bar{T} = \frac{1}{\text{Pr}} \Delta \bar{T} + \beta \left[\bar{\mathbf{E}}'^2 + \frac{1}{2} \sum \left(\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial \bar{x}_k} + \frac{\partial \bar{v}_k}{\partial \bar{x}_i} \right) \right], \quad (29)$$

где

$$\bar{\mathbf{E}}' = \bar{\mathbf{E}} + [\bar{\mathbf{v}} \bar{\mathbf{B}}]. \quad (30)$$

Эта система записана в предположении, что параметры, характеризующие физические свойства жидкого металла η , ρ , σ и λ , не зависят от температуры. Следует заметить, что это предположение не является обязательным и его учет приводит лишь к усложнению системы (25)—(29).

Описание явлений при помощи уравнений с безразмерными переменными представляет известное удобство, так как, во-первых, позволяет легко выделить для данного конкретного случая группу определяющих критериев, т. е. критериев, состоящих из величин, однозначно определяющих явление. Общим правилом моделирования при помощи физически подобных моделей является одинаковость определяющих критериев у природы и модели. Во-вторых, математическое описание явлений в безразмерных величинах при помощи возможных решений уравнений (25)—(29) может быть легко дополнено при помощи экспериментальных данных по группе подобных явлений, записанных в безразмерной форме.

Другим случаем записи системы безразмерных критериев является введение характеристических чисел для всех переменных величин, описывающих магнитогидродинамические явления: l_0 , v_0 , ρ_0 , J_0 , E_0 , B_0 , T_0 . Например, в качестве l_0 может быть выбран диаметр трубопровода, а в качестве v_0 , T_0 , ρ_0 , J_0 , E_0 и B_0 — какие-либо граничные или начальные значения этих величин. Тогда вместо размерных переменных величин в уравнении магнитной гидродинамики войдут безразмерные относительные величины:

$$x^* = x/l_0, \quad t^* = tv_0/l_0, \quad p^* = p/\rho v_0^2, \quad v^* = v/v_0, \quad (31)$$

$$E^* = E/E_0, \quad B^* = B/B_0, \quad J^* = J/\sigma E_0, \quad H^* = H\mu_0/B_0. \quad (32)$$

Введем также безразмерные комплексы из характеристических чисел, которые в некоторых случаях удобны тем, что являются константами данного явления, а именно магнитное число Рейнольдса

$$\text{Re}_m = v_0 \mu_0 l_0 \sigma \quad (33)$$

и критерий подобия поля токов

$$\Pi_\sigma = \frac{\sigma \mu_0 l_0 E_0}{B_0}. \quad (34)$$

Тогда электромагнитная часть системы уравнений магнитной гидродинамики может быть записана:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H}^* = \Pi_{\sigma} \mathbf{J}^*, \quad (35)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E}^* = \frac{\operatorname{Re}_m}{\Pi_{\sigma}} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}^*}{\partial t^*}, \quad (36)$$

$$\mathbf{J}^* = \mathbf{E}^* + \frac{\operatorname{Re}_m}{\Pi_{\sigma}} [\mathbf{v}^* \mathbf{B}^*]. \quad (37)$$

Исключив из уравнения $\mathbf{J}^*$, получаем:

$$\frac{\partial \mathbf{B}^*}{\partial t^*} = \frac{1}{\operatorname{Re}_m} \bar{\nabla}^2 \mathbf{B}^* + \overline{\operatorname{rot}} [\mathbf{v}^* \mathbf{B}^*]. \quad (38)$$

Уравнение Навье—Стокса теперь будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}^*}{\partial t^*} + (\mathbf{v} \bar{\nabla}) \mathbf{v}^* = & - \bar{\nabla} p^* + \frac{1}{\operatorname{Re}} \bar{\nabla}^2 \mathbf{v}^* + \\ & + \frac{M^2}{\operatorname{Re}} [\mathbf{v}^* \mathbf{B}^*] + \frac{N M}{\operatorname{Re}^2} [\mathbf{E}^* \mathbf{B}^*], \end{aligned} \quad (39)$$

где M — число Гартмана,

$$M = B_0 l_0 \sqrt{\frac{\sigma}{\eta}}, \quad (40)$$

N — число, отображающее подобие электрических полей в магнитной гидродинамике,

$$N = \frac{E_0 l_0^2 \sigma^{1/2} \rho}{\eta^{3/2}}, \quad (41)$$

Re — число Рейнольдса, отличающееся от выражения (15) только тем, что вместо переменной величины v здесь подставлено какое-либо характеристическое значение последней: например, значение скорости в середине потока, средняя скорость или что-либо подобное

$$\operatorname{Re} = \rho v_0 l_0 / \eta. \quad (42)$$

Если условиться, что характеристические величины l_0 , v_0 , B_0 и т. д. выбираются такими, чтобы их порядок не сильно отличался от порядка переменных значе-

Критерий	Hg $t=20^{\circ}\text{C}$	Na $t=100^{\circ}\text{C}$	NaK (56%/44%)	K $t=100^{\circ}\text{C}$	Li $t=200^{\circ}\text{C}$
$Re = \frac{\rho v_0 l_0}{\eta}$	874	135	162	193	886
$Re_m = \frac{\mu_0 v_0 l_0}{\sigma}$	$1,04 \cdot 10^{-5}$	$10,3 \cdot 10^{-5}$	$2,82 \cdot 10^{-5}$	$6,4 \cdot 10^{-5}$	$2,2 \cdot 10^{-5}$
$M = B_0 l_0 \times \sqrt{\frac{\sigma}{\eta}}$	$2,6 \cdot 10^{-2}$	$12,5 \cdot 10^{-2}$	$7,46 \cdot 10^{-2}$	$124 \cdot 10^{-2}$	$6,3 \cdot 10^{-2}$
$N = \frac{E_0 l_0^2 \sigma^{1/2} \rho}{\eta^{3/2}}$	$2,28 \cdot 10^9$	$1,67 \cdot 10^9$	$1,16 \cdot 10^9$	$2,10 \cdot 10^9$	$0,57 \cdot 10^9$
$Pr = \frac{c_p \eta}{\lambda}$	$2,43 \cdot 10^{-2}$	$1,11 \cdot 10^{-2}$	$2,38 \cdot 10^{-2}$	$0,82 \cdot 10^{-2}$	$8,7 \cdot 10^{-2}$
$M^2/Re = \frac{B_0^2 l_0 \sigma}{\rho v_0}$	$0,77 \cdot 10^{-6}$	$115 \cdot 10^6$	$34,5 \cdot 10^{-6}$	$79,7 \cdot 10^{-6}$	$4,5 \cdot 10^{-6}$
$MN/Re = \frac{B_0 E_0 \sigma l_0^2}{\eta}$	$0,678 \cdot 10^{-1}$	$15,4 \cdot 10^5$	$5,34 \cdot 10^5$	$14,0 \cdot 10^5$	$0,405 \cdot 10^5$

Таблица 1

Bi $t=300^{\circ}\text{C}$	Pb $t=400^{\circ}\text{C}$	Sn $t=400^{\circ}\text{C}$	Al $t=700^{\circ}\text{C}$	Zn $t=600^{\circ}\text{C}$	Морская вода $t=10^{\circ}\text{C}$
605	500	495	82	304	78,5
$0,775 \cdot 10^{-5}$	$1,02 \cdot 10^{-5}$	$1,95 \cdot 10^{-5}$	$4,8 \cdot 10^{-5}$	$1,86 \cdot 10^{-5}$	$3,82 \cdot 10^{-11}$
$2,15 \cdot 10^{-2}$	$2,14 \cdot 10^{-2}$	$3,76 \cdot 10^{-2}$	$3,9 \cdot 10^{-2}$	$3,57 \cdot 10^{-2}$	$5,4 \cdot 10^{-2}$
$1,31 \cdot 10^9$	$0,99 \cdot 10^9$	$1,85 \cdot 10^9$	$0,33 \cdot 10^9$	$1,08 \cdot 10^9$	$4,12 \cdot 10^9$
$1,38 \cdot 10^{-2}$	$2,19 \cdot 10^{-2}$	$1,03 \cdot 10^{-2}$	$3,02 \cdot 10^2$	$1,92 \cdot 10^{-2}$	9,47
$0,76 \cdot 10^{-6}$	$0,92 \cdot 10^{-6}$	$2,86 \cdot 10^{-6}$	$18,5 \cdot 10^{-6}$	$4,18 \cdot 10^{-6}$	$3,72 \cdot 10^{-11}$
$0,464 \cdot 10^5$	$0,425 \cdot 10^5$	$1,40 \cdot 10^5$	$1,57 \cdot 10^5$	$1,27 \cdot 10^5$	0,285

ний этих же величин x , v , B и т. д., то порядок относительных величин x^* , v^* , B^* будет не на много отличаться от единицы. Зная численные значения Re , Re_m , N и M , можно, исходя из уравнений (38), (39), легко произвести оценку значения тех или иных особенностей магнитогидродинамического явления.

В табл. 1 даны значения рассмотренных здесь критериев для различных жидких металлов при условии, что $l_0 = 1$ см, $B_0 = 1$ гс, $E_0 = 1$ в/см, $v_0 = 1$ см/сек. Пересчет значений критериев при характеристических числах, отличных от вышеуказанных, делается очень просто, исходя из формул критериев.

3. «ДИФфуЗИЯ» И «ВМОРАЖИВАНИЕ» МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ В ПРОВОДЯЩИХ СРЕДАХ¹

Можно провести аналогию между явлением диффузии и явлением распространения магнитного поля в проводящей среде.

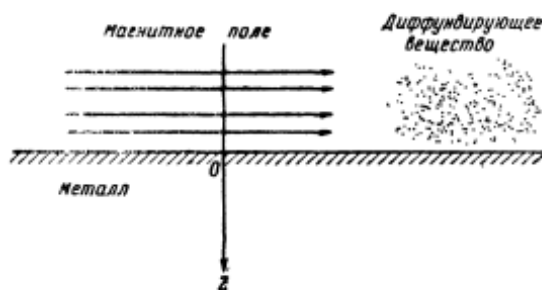


Рис. 6. Аналогия между диффузией вещества и распространением магнитного поля в металле.

Пусть в полупространстве $z < 0$ (рис. 6) образовалось вещество с концентрацией p_0 , тогда концентрация вещества для $z > 0$ будет описываться уравнением диффузии

$$\frac{\partial p}{\partial t} = D \Delta p. \quad (43)$$

Рассмотрим аналогичную задачу для постоянного магнитного поля в некоторый начальный момент на-

¹ Из этого параграфа станет ясен физический смысл магнитного числа Рейнольдса Re_m .

правленного вдоль оси OX и имеющего напряженность H_0 . Его распространение в область $z > 0$ изобразится аналогичным уравнением

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{\sigma \mu_0} \Delta H. \quad (44)$$

Пусть будет введено некоторое характерное время T_0 , в течение которого мы будем наблюдать процесс проникновения электромагнитного поля. Определим глубину проникновения электромагнитного поля или диффузии δ_0 как расстояние, при котором $H = 0,5 H_0$ или $p = 0,5 p_0$. Введем для общности безразмерные переменные $H^* = H/H_0$, $p^* = p/p_0$, $x^* = x/\delta_0$, $t^* = t/T_0$. Тогда уравнения (43) и (44) примут вид:

$$\frac{\partial p^*}{\partial t^*} = \frac{DT_0}{\delta_0^2} \Delta^* p^* \quad (a); \quad \frac{\partial H^*}{\partial t^*} = \frac{T_0}{\mu_0 \sigma \delta_0^2} \Delta^* H^* \quad (б), \quad (45)$$

где Δ^* означает дифференцирование по относительным координатам. Величина $1/\sigma \mu_0$ является аналогом величины D , своеобразным коэффициентом диффузии магнитного поля. Решение обоих уравнений можно записать:

$$H^* = p^* = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty e^{-u^2} du = F(u), \quad (46)$$

где

$$u = \sqrt{\frac{\mu_0 \sigma \delta_0^2}{4T_0}} \frac{x^*}{\sqrt{t^*}} = \sqrt{\frac{\delta_0^2}{4DT_0}} \frac{x^*}{\sqrt{t^*}} \quad (47)$$

и $F(u)$ — гауссов интеграл ошибок.

Если принять $H^* = p^* = 0,5$, то этому значению гауссова интеграла соответствует приближительная величина аргумента $u = 0,477$. При $x^* = t^* = 1$ согласно определению для глубины диффузии и проникновения магнитного поля из (46) получаются соотношения (с погрешностью не больше 5%):

$$\delta_0 \simeq \sqrt{DT_0} \quad (a); \quad \delta_0 \simeq \sqrt{\frac{T_0}{\sigma \mu_0}} \quad (б). \quad (48)$$

Таким образом, глубина проникновения магнитного поля пропорциональна корню квадратному из времени наблюдения или существования магнитного поля вблизи проводящего тела. Оценим, например, на какую глубину в стальную броню проникает магнитное поле от намагниченного снаряда, подлетающего к ней со скоростью 1 000 м/сек. Будем считать, что поле около брони стало достаточно большим на расстоянии в 1 м, т. е. $T_0 = (1 \text{ м}) : (1 000 \text{ м/сек}) = 10^{-3} \text{ сек}$. Если положить проводимость брони равной $5 \cdot 10^6 \text{ см}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$, а $\mu \approx 10^3$, то глубина проникновения магнитного поля будет равняться всего $\delta_0 \approx 0,4 \text{ мм}$, т. е. мы можем говорить, что за такое короткое время магнитное поле практически не проникает в броню. Проводимость фотосферы имеет порядок $10^5 \text{ ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$. Магнитное поле за время $T_0 = 1 \text{ сек}$ проникает в него на глубину $\delta_0 \approx 3 \text{ м}$ — величину, очень малую для масштабов явлений на Солнце и скоростей движения солнечного вещества. Поэтому можно говорить о пренебрежимо малой величине диффузии магнитного поля в вещество в космических масштабах, об его связанности, «приклеенности» к последнему.

Рассмотрим уравнение (38), имея в виду, что выражение для относительного времени в нем $t^* = t v_0 / l_0$ отличается от выражения, принятого в данном параграфе:

$$\frac{\partial \mathbf{B}^*}{\partial t^*} = \frac{1}{\text{Re}_m} \Delta^* \mathbf{B}^* + \text{rot} [\mathbf{v}^* \mathbf{B}^*]. \quad (38)$$

Учитывая малость глубины проникновения магнитного поля $\delta_0 \approx \sqrt{\frac{T_0}{\mu_0 \sigma}}$ за время существования поля, которое в случае движения имеет порядок $T_0 = l_0 / v_0$, получаем для магнитного числа Рейнольдса (31) выражение

$$\text{Re}_m = \frac{\sigma \mu_0 l_0^2}{T_0} \approx \frac{l_0^2}{\delta_0^2}. \quad (49)$$

Таким образом, физический смысл магнитного числа Рейнольдса при взаимном движении проводящих намагниченных тел заключается в том, что оно пропорционально квадрату отношения характерного размера тела к глубине диффузии магнитного поля. Всю

магнитную гидродинамику, как уже указывалось, можно разделить по величине Re_m на две большие, принципиально отличающиеся области (рис 7). В том случае, когда глубина диффузии магнитного поля относительно характерных размеров тела мала, т. е. $Re_m \gg 1$, первым членом правой части в уравнении (38) можно пренебречь. При этом исходное уравнение в размерной записи будет иметь вид:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \text{rot} [\mathbf{vB}]. \quad (50)$$

Легко математически показать, что эта запись также эквивалентна явлению «вмороженности». Представим себе некоторый замкнутый контур, перемещающийся вместе со средой, для которой справедливо уравнение (50). Изменение во времени магнитного потока, пронизывающего этот контур, должно определяться изменением индукции во времени и пересечением этим контуром магнитных линий:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \oint_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} d\mathbf{S} + \oint_l [\mathbf{Bv}] dl = \oint_S \left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \text{rot} [\mathbf{vB}] \right) d\mathbf{S}.$$

Принимая во внимание (50), получим, что $d\Phi/dt=0$, т. е. доказательство того, что магнитные линии связаны с элементарными объемами жидкости. Явление «вмороженности» магнитных силовых линий не является специфически магнитогидродинамическим явлением. Оно связано с глубиной δ_0 диффузии магнитного поля, которая может быть малой и в статических условиях при взаимодействии твердых тел. В масштабах земной лаборатории такое явление наблюдается в известном опыте В. К. Аркадьева и П. Л. Капицы,

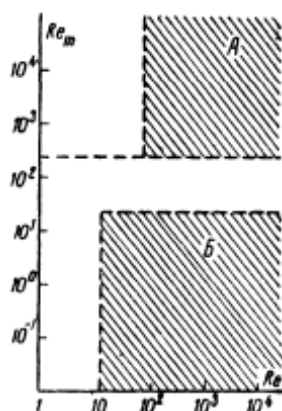


Рис 7 Две области магнитной гидродинамики, отличающиеся по величине «магнитного числа Рейнольдса» Re_m

A — область «вмороженного» магнитного поля B — область свободной диффузии магнитного поля в вещество

в котором магнит «парит» над вогнутой чашкой из сверхпроводящего вещества при температуре жидкого гелия (рис. 8). Свойство проводников сохранять магнитное поле в случае малой диффузии его в проводник может быть использовано в технике. Пусть металлическое кольцо площадью S помещено в маг-

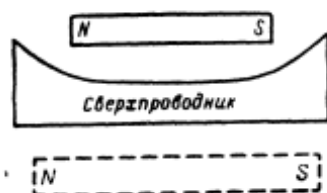


Рис. 8. Парящий магнит и его «изображение» в опыте В. К. Аркадьева и П. Л. Капицы.

нитное поле, причем его пронизывает магнитный поток Φ . Понизим температуру кольца до такой величины, чтобы металл стал сверхпроводящим. Если теперь, выключить магнитные системы, создающие поле, то в кольце разовьется очень медленно затухающий ток, поддерживающий магнитный поток через кольцо,

равный $I = \Phi/L$, где L — внешняя индуктивность кольца. Такое кольцо будет представлять собой магнитный листок с магнитным моментом $m = \Phi S/L$ и суммарной энергией магнитного поля $W = \Phi^2/2L$. Все это, конечно, справедливо, если величина индукции поля на поверхности сверхпроводящего кольца не превысит критического значения H_k , при котором происходит разрушение состояния сверхпроводимости.

Мощные электромагниты со сверхпроводящей обмоткой были невозможны до открытия Матисом и Кюнцлером [Л. 27] сверхпроводящего сплава ниобия с оловом (Nb_3Sn), имеющего значительную критическую напряженность магнитного поля. Так, например, при температуре $4,2^\circ K$ и внешнем магнитном поле $H_e = 100$ кэ ток в проволоке из этого сплава можно увеличивать до плотности 10^5 а/см² без разрушения сверхпроводящего состояния. На рис. 9 изображен электромагнит с ниобиевыми кольцами в качестве источника магнитодвижущей силы. Ток в таком электромагните возбуждается при помощи обмотки из медной проволоки, которая при достижении заданной величины магнитного потока и охлаждения ниобиевых колец до температуры ниже критической выключается, а магнитный поток остается неизменным за счет незатухающих токов электромагнитной индукции

в ниобиевых кольцах. Открытие так называемых «жестких» сверхпроводящих сплавов с большими критическими значениями напряженности магнитного поля позволит найти непосредственное техническое приложение явлению вмо-
роженности магнитного поля.

На рис. 10 изображена схема «компрессора» магнитного поля, предложенного Швартцем и Рознером [Л. 28]. Однородное магнитное поле возбуждается и замораживается в полости внутри массивного сверхпроводника. Полость имеет форму цилиндра с сечением в виде восьмерки или двух соединенных по образующей круговых цилиндров с радиусами R_1 и R_2 , причем $R_1 > R_2$. Если вставить внутрь полости с радиусом R_1 сверхпроводящую втулку того же радиуса, магнитное поле будет вытеснено в цилиндрическую полость с радиусом R_2 . Так как при такой операции должна сохраниться величина магнитного потока, то, пренебрегая величиной магнитного потока, приходящегося на скин-слой сверхпроводника, можно написать равенства:

$$\begin{aligned} H_1(R_1^2 + R_2^2) &\approx H_2 R_2^2, \\ H_2 &\approx H_1 \left(1 + \frac{R_1^2}{R_2^2} \right), \end{aligned} \quad (51)$$

где H_1 — магнитное поле до вставления сверхпроводящей втулки, а H_2 — поле в более узком цилиндри-

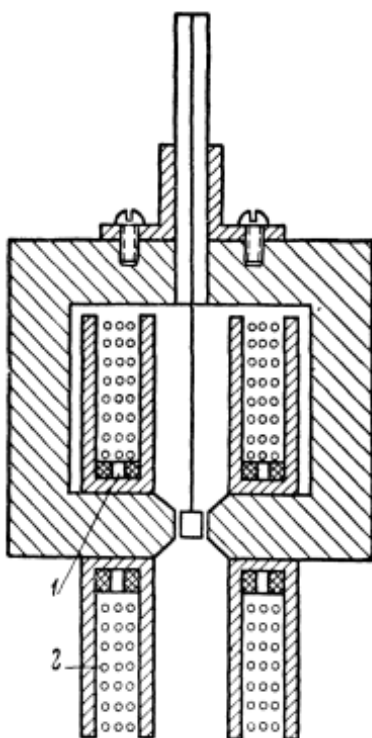


Рис. 9. Магнит со сверхпроводящими кольцами.

1 — кольца из ниобия; 2 — обмотка возбуждения из меди.

ческом пространстве с радиусом R_2 после вставления такой втулки. Для оценки точности вышеприведенных соотношений следует знать значение глубины проникновения магнитного поля в сверхпроводник подобного рода, которое можно оценить по формуле

$$\delta = 10H_a/4\pi I_k, \quad (52)$$

где H_a — напряженность магнитного поля вне сверхпроводника;

I_k — критическое значение плотности тока, $a/\text{см}^2$.

Из выражения (49) для магнитного числа Рейнольдса следует, что явление вмороженности магнитного поля может наблюдаться не только при явлениях

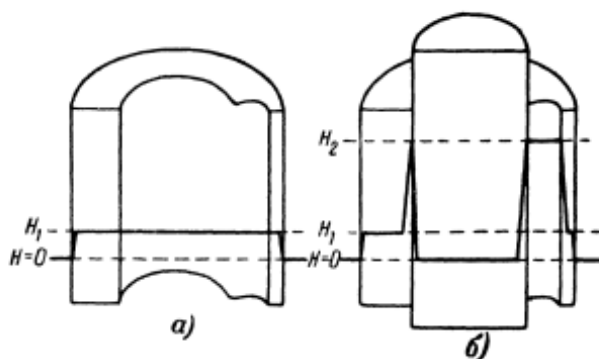


Рис. 10. Сверхпроводящий магнитный «компрессор».

а — распределение магнитного поля до сжатия; *б* — «перекачка» магнитного поля в малое окно «восьмерки» после сжатия.

сверхпроводимости, но также и при обычной проводимости в течение очень малых промежутков времени T_0 после возникновения магнитного поля, при больших скоростях перемещения l_0/T_0 проводящих тел относительно магнитного поля. Я. П. Терлецкий [Л. 29] предложил следующий способ образования мгновенных больших магнитных полей. Внутри медного цилиндра при помощи внутреннего соленоида образовывалось от разряда конденсаторной батареи магнитное поле. В тот момент, когда последнее достигало величины 50—100 кэ производилась детонация взрывчатого вещества, окружающего массивный медный цилиндр. Кумулятивный взрыв создавал взрывную вол-

ну, направленную к центру цилиндра; она сминала массивный цилиндр и «вмороженное» в него в течение такого краткого промежутка времени магнитное поле. Весь процесс сжатия цилиндра продолжался около 10 мксек, причем в течение времени около 2 мксек удавалось получить магнитное поле $14 \cdot 10^6$ э.

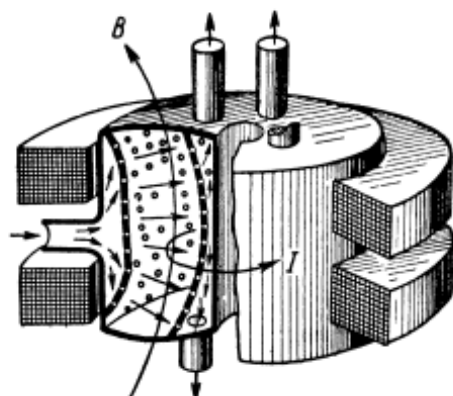


Рис. 11. Гидромагнит Кольма.

I — электрический ток; B — магнитная индукция.

В некоторой степени схожий принцип сжатия «вмороженного» магнитного поля в течение краткого промежутка времени применен в гидромагните Кольма [Л. 30], [Л. 31]. Через боковые стенки двойного цилиндра (рис. 11), находящегося в магнитном поле, вдавливаются жидкий металл (например, Na или эвтектика NaK), который в течение короткого времени, пока $Re_m \gg 1$, увлекает магнитное поле к центру, где создает область поля значительно большей напряженности. Такого рода система является непосредственным применением жидкого металла для создания магнитного поля высокой напряженности.

4. ВОЛНОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ В МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКЕ

Существует очень интересное, специфическое для магнитной гидродинамики явление — магнитогидродинамические волны. Они являются непосредственным

следствием «вмороженности» магнитного поля в проводящее вещество. Действительно, с точки зрения теории Максвелла ponderomotorные силы в магнитном поле можно представить как результат напряжений в магнитном поле: некоторого поперечного давления и натяжений вдоль магнитных силовых линий.

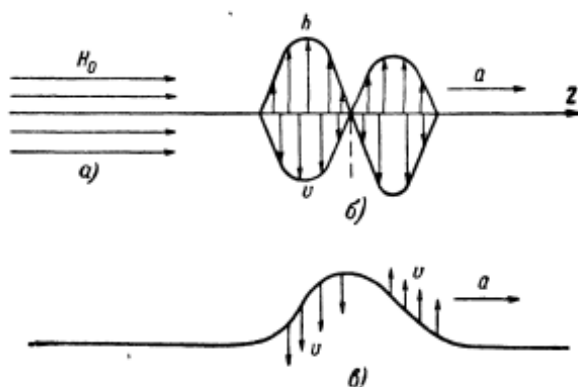


Рис. 12 К выводу уравнений распространения м. г. д. волн.

Если бы не было «приклеенности» к магнитным силовым линиям проводящего вещества, то любое возмущение магнитной силовой линии h (рис. 12) стало бы распространяться при помощи механизма электромагнитных волн и не было бы связано с распространением механических возмущений. Однако в силу «приклеенности» каждая магнитная силовая трубка сечения ΔS будет уподобляться струне с силой натяжения $\mu_0 H^2 \Delta S$ и массой, приходящейся на единицу длины, равной $\Delta S \rho$. Используя формулу для скорости возмущения в струне, получаем, что любое возмущение магнитного поля будет распространяться вдоль магнитных силовых линий со скоростью

$$a = \sqrt{\frac{\mu_0 H^2}{\rho}}. \quad (53)$$

Пусть вдоль оси OZ имеется однородное магнитное поле H_0 , возмущаемое полем h или смещениями вещества со скоростью v , направленными вдоль оси OX .

Тогда, предполагая отсутствие электрического сопротивления в среде и считая $h \ll H_0$, получаем:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = H_0 \frac{\partial v}{\partial z}. \quad (54)$$

Пренебрегая вязкостью жидкости, из уравнения (7) получаем:

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} = \mu_0 H_0 \frac{\partial h}{\partial z}. \quad (55)$$

Дифференцируя уравнение (54) по t , а (55) по z , а потом наоборот, получаем волновые уравнения для v и h :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \quad (a), \quad \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad (б), \quad (56)$$

где $a = H_0 \sqrt{\frac{\mu_0}{\rho}}$ — скорость распространения магнито-гидродинамических волн.

Решения уравнений (56) для волны, распространяющейся в положительном направлении вдоль оси z , имеют вид:

$$h = h_0 e^{j\omega \left(t - \frac{z}{a}\right)}, \quad v = v_0 e^{j\omega \left(t - \frac{z}{a}\right)},$$

причем из (54) или (55) получается соотношение

$$h = - \sqrt{\frac{\rho}{\mu_0}} v.$$

Для волны, распространяющейся в противоположном направлении, правая часть равенства (55) имеет противоположный знак. Таким образом, магнито-гидродинамические волны являются поперечными волнами, что отличает их от звуковых волн в жидкости. Групповая скорость магнито-гидродинамических волн пропорциональна напряженности магнитного поля, обратно пропорциональна корню квадратному из плотности и направлена вдоль магнитного поля.

Возмущения, передающиеся при помощи магнито-гидродинамического механизма, имеют поперечный к полю характер и представляют собой возмущения поля и скорости, лежащие в одной плоскости.

Затухание магнитогидродинамических волн определяется главным образом наличием электрического сопротивления среды. При этом уравнение (54) должно быть заменено уравнением, следующим из уравнения

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \frac{1}{\sigma \mu_0} \Delta \mathbf{B} + \text{rot} [\mathbf{v} \mathbf{B}].$$

Таким образом, вместо уравнения (54) будет иметь место уравнение

$$\frac{\partial h}{\partial t} = H_0 \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{\sigma \mu_0} \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \quad (57)$$

и соответственно уравнение (56a) примет такой вид

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} + \frac{1}{\sigma \mu_0} \frac{\partial^2 h}{\partial z^2 \partial t}. \quad (58)$$

В случае периодического возмущения решение уравнения (58) можно представить в виде:

$$h = h_0 e^{-k_2 z} \cos(\omega t - k_1 z), \quad (59)$$

где

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{\omega}{a} \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 + \gamma^2}}{2(1 + \gamma^2)}} \quad (a) \text{ и} \\ k_2 &= \frac{\omega}{a} \sqrt{\frac{\sqrt{1 + \gamma^2} - 1}{2(1 + \gamma^2)}} \quad (6); \\ \gamma &= \omega / \sigma \mu_0 a^2. \end{aligned} \quad (60)$$

Величина $1/k_2$ будет характеризовать глубину проникновения магнитогидродинамической волны — магнитогидродинамический поверхностный эффект. В случае, когда $\gamma \gg 1$, выражение для коэффициента затухания электромагнитной волны не зависит от напряженности магнитного поля H и равняется:

$$k_2 = \sqrt{\frac{\sigma \mu_0 \omega}{2}},$$

т. е. коэффициенту затухания при электромагнитном поверхностном эффекте.

Лундквист [Л. 32] и Леннерт [Л. 33] производили наблюдения распространения крутильных колебаний в магнитном поле в жидких ртути и натрия. Эксперимент Леннерта заключается в следующем: в цилиндрический сосуд радиусом 6,8 см наливался слой жидкого натрия высотой 10,5 см. Дно сосуда под этим слоем, изготовленное в виде медного

диска, совершало крутильные колебания с частотой 30 гц. На поверхности жидкого металла вдоль радиуса устанавливались два электрических щупа, способные заметить радиальные колебания на поверхности по изменению разности потенциалов. Вся установка помещалась в аксиальное магнитное поле с индукцией в 10 000 гс. На рис. 13 изображены результаты измерений разности потенциалов вдоль радиуса сосуда на поверхности жидкого натрия. Пунктиром

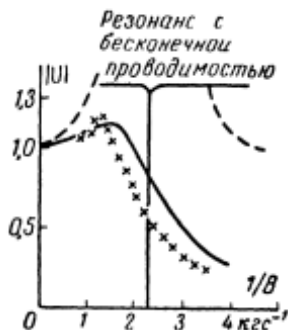


Рис. 13. Слабое проявление резонанса стоячих волн в жидком натрии.

изображена зависимость амплитуды колебаний натриевого столба в случае бесконечной проводимости жидкого металла. Колебания в этом случае носили бы характер стоячих волн Альфвена, при определенном значении индукции наблюдался бы резонанс этих волн (пунктирная кривая). В опытах с жидким натрием (сплошная кривая — расчет, крестики — результаты измерений) резонансный максимум не носит ярко выраженного характера, явление носит скорее релаксационный, чем колебательный характер. Эти результаты особенно ярко подчеркивают физическую особенность волновых процессов в жидком металле, протекающих в небольших лабораторных масштабах.

Таким образом, в лабораторных условиях трудно говорить об ярко выраженных м. г. д. волнах, а скорей надо себе представить наличие некоторых колебаний в массе жидкости, вызванных жесткостью магнитных линий.

Следует также отметить влияние магнитного поля

на распространение звуковых колебаний в жидких металлах. Так, например, Б. А. Кукшас [Л. 34] показал, что скорость ультразвука при $\omega > 3 \cdot 10^6 \text{ сек}^{-1}$ в магнитном поле в жидком металле может быть выражена формулой

$$c^2 = c_0^2 + \frac{B_0^2}{\mu \rho_0} \left(1 + \frac{\omega^2}{c_0^4 \mu^2 \sigma^2} \right),$$

где c_0 — скорость звука при отсутствии магнитного поля. Вид формулы показывает, что влияние магнитного поля на скорость звука пропорционально квадрату индукции магнитного поля, точнее величине B_0^2/μ — натяжению магнитных линий. По-видимому, можно было бы также говорить о существовании явления магнитной дисперсии звука, если учесть зависимость $c(\omega)$, наведенную магнитным полем. Попытка экспериментально проверить полученные соотношения пока не удалась из-за недостаточной точности измерений: при $\omega \sim 0,5\text{—}2 \text{ Мгц}$, $B = 2 \cdot 10^4 \text{ гс}$ в сплаве NaK величина $\Delta c = 0,6 \div 0,9 \text{ м/сек}$, что меньше погрешности измерения скорости ультразвука в жидких металлах.

Весьма существенным является влияние магнитного поля на распространение поверхностных волн в жидких металлах. С. И. Брагинский [Л. 12] рассмотрел уравнения распространения гравитационно-капиллярных волн в присутствии магнитного поля. Для определения частоты колебаний он дает уравнение

$$\omega = \omega_0 - (i\gamma_m/4),$$

где $\omega_0^2 = gk + \alpha k^3/\rho$ — частота при отсутствии магнитного поля, а ω и k определяются из волнового члена $\exp i(kx - \omega t)$, $\gamma_m = \mu_0 \sigma B^2/\rho$, причем под B понимается проекция вектора магнитного поля на плоскость, проходящую через волновой вектор $\mathbf{K}$ и перпендикулярную к поверхности жидкого металла.

В том случае, если $\gamma_m \ll \omega$, возможны затухающие поверхностные волны. Это соответствует значению $\frac{M^2}{Re} \ll 1$. При $\gamma_m \gg \omega$, т. е. $\frac{M^2}{Re} \gg 1$ возмущения поверхности затухают аperiодически. Так, Леннерт указывает, что при $B = 10^4 \text{ гс}$ колебания поверхности ртути совершенно прекращаются. Особенно хорошо заметно

стабилизирующее влияние магнитного поля на поверхности жидкого натрия.

С появлением транспортных энергетических установок с жидкометаллическим теплоносителем можно предвидеть использование этого явления в технике: постоянное магнитное поле, созданное в резервуаре с жидким металлом, может полностью ликвидировать колебания жидкости, если они окажутся вредными с точки зрения конструктивной. Пользуясь вышеупомянутыми наблюдениями Леннерта, а также сравнивая значения M^2/Re в табл. I, можно, например, сказать, что «поле успокоения» B для жидкого натрия имеет величину порядка 820 гс.

Следует еще отметить существование автоколебательных явлений в жидких металлах при достаточно больших магнитных полях, иногда подавляющих, а в некоторых случаях возбуждающих колебания. Так, например, в некоторых электромагнитных насосах, особенно индукционных, при недостаточном давлении на входе можно наблюдать кавитационные явления, вызывающие шум и при своем развитии могущие вызвать разрушение канала. Интересное явление своеобразной электромагнитной кавитации наблюдается при протекании жидкого металла вблизи высокочастотного индуктора: если давление магнитного поля превышает давление в данной точке металлопровода, то образуется за счет электромагнитных сил полость, постоянно вибрирующая под влиянием тока жидкости. Эти явления в настоящее время еще слабо изучены.

5. ВЛИЯНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ И УСТОЙЧИВОСТЬ ТЕЧЕНИЯ¹

Жидкость, обтекающая какое-либо тело, можно разбить на область, где эпюра скоростей близка к равномерной и силы трения играют малую роль, и на область, прилегающую к поверхности твердого тела или канала, в которой происходит почти все изме-

¹ В этом параграфе станет ясным физический смысл и употребление безразмерного числа Гартмана $M = Bl \sqrt{\frac{\sigma}{\eta}}$.

нение скорости вплоть до нуля около самой поверхности, и где развиваются основные силы трения. Этот тонкий слой, прилегающий к поверхности твердого тела, и называют пограничным.

На рис. 14 показано, по расчетам Гартмана [Л. 5], распределение скоростей ртути при ламинарном тече-

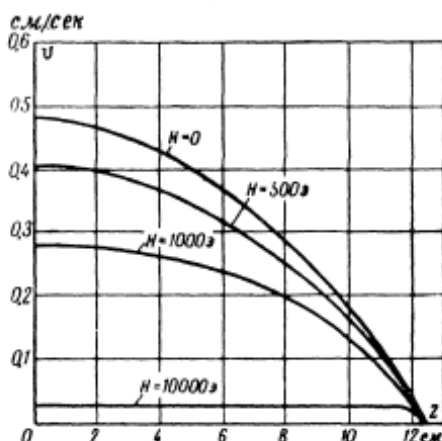


Рис. 14. Распределение скоростей при течении ртути в плоском канале при различных напряженностях магнитного поля.

нии в поперечном магнитном поле при различных напряженностях последнего. При $H=0$ распределение становится строго параболическим и величину пограничного слоя, как принято в гидродинамике, мы можем считать равной половине толщины канала b . В этом случае пограничный слой как бы вырождается в параболическую эпюру скоростей. Другая картина наблюдается при достаточно большом поперечном магнитном поле: теперь средняя часть потока может считаться однородной, и все изменение скорости сосредоточивается в узком пограничном слое. Как будет показано дальше, это распределение в присутствии магнитного поля может быть описано формулой

$$v = v_0 \left(1 - \frac{\operatorname{ch} M \frac{z}{b}}{\operatorname{ch} M} \right). \quad (61)$$

В гидродинамике для оценки толщины пограничного слоя существует понятие о толщине вытеснения, т. е. расстоянии, на котором можно усреднить отклонения скоростей вблизи стенки от скорости основного потока v_0 :

$$\delta^* = \frac{1}{v_0} \int_0^b (v_0 - v) dz = \frac{b}{M} \operatorname{th} M. \quad (62)$$

Это выражение получается, если в определение толщины вытеснения подставить выражение (61). Отсюда можно считать, что для достаточно больших значений M , при которых $\operatorname{th} M \approx 1$, относительная толщина пограничного слоя при ламинарном течении в магнитном поле имеет порядок M^{-1} :

$$\delta^* = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{\eta}{\sigma}}; \quad \bar{\delta} = \frac{\delta^*}{b} = \frac{1}{M}. \quad (63)$$

К этому же выводу можно прийти, рассматривая уравнения пограничного слоя с учетом электромагнитных сил.

Рассмотрим плоское изотермическое течение жидкого металла около границы твердого тела, занимающего полупространство $y < 0$. Пусть магнитное поле связано с жидким металлом, скорость которого при $y = \infty$ равна $\{v_0; 0; 0\}$, т. е. направлена вдоль оси OX . Так как рассматривается плоская задача в плоскости XOY , то магнитное поле целесообразно рассматривать направленным вдоль оси OY : $\{0; B; 0\}$. Компонента поля вдоль оси OX будет оказывать на металл воздействие более низкого порядка. Так как поле связано с движущимся металлом, то на его основные массы оно не оказывает воздействия. Пондермоторные силы электромагнитного поля сказываются лишь на частицы металла, движущиеся со скоростями, отличными от v_0 . Вблизи поверхности тела будет действовать на каждый 1 см^3 элементарного объема металла сила: $\sigma(v_0 - v_x)B^2 + \sigma EB$. Считая движение установившимся, магнитное поле постоянным и кондуктивно наведенные электрические поля отсутствующими, мы получим из безразмерной системы уравнений

$$v^*_x \frac{\partial v^*_x}{\partial \bar{x}} + v^*_y \frac{\partial v^*_x}{\partial \bar{y}} = -\frac{\partial p^*}{\partial \bar{x}} + \frac{M^2}{\text{Re}} (1 - v^*_x) + \frac{MN^2}{\text{Re}^2} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 v^*_x}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 v^*_x}{\partial \bar{y}^2} \right) \quad (64)$$

и аналогичное уравнение для координаты $\bar{y}$

$$v^*_x \frac{\partial v^*_y}{\partial \bar{x}} + v^*_y \frac{\partial v^*_y}{\partial \bar{y}} = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 v^*_y}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 v^*_y}{\partial \bar{y}^2} \right) - \frac{\partial p^*}{\partial \bar{y}} + \frac{\partial v^*_x}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial v^*_y}{\partial \bar{y}} = 0, \quad (65)$$

где по-прежнему $v^*_x = v_x/v_0$; $v^*_y = v_y/v_0$,

$$\bar{x} = x/d; \bar{y} = y/d; p^* = p/\rho v_0^2.$$

Уравнения (64), (65) являются магнитогидродинамическим вариантом уравнений пограничного слоя, выведенных Прандтлем [Л. 35, 21], с граничными условиями $v^*_x = v^*_y = 0$ при $\bar{y} = 0$ и $v^*_x = 1$, $v^*_y = 0$ при $\bar{y} = \infty$.

Мы пренебрежем обратным влиянием течения в пограничном слое на магнитное поле, так как получающиеся при этом искривления магнитных силовых линий в сторону, противоположную v_0 , можно не учитывать с точки зрения их влияния на пограничный слой.

Пусть существует некоторый пограничный слой с толщиной порядка δ , вне которого течение, описываемое уравнениями (64), (65), переходит в потенциальное $\{v^*_x = 1; v^*_y = 0\}$. В пределах этого слоя $\Delta v^*_x \sim 1$, так как на границе $v^*_x = 0$, а за слоем $v^*_x \sim 1$, поэтому $\partial v^*_x / \partial \bar{x} \approx 1$. Следовательно, по уравнению (65) $\partial v^*_y / \partial \bar{y} \approx 1$. Так как на границе $v^*_y = 0$ и вне слоя $v^*_y \sim 0$, то величина $v^*_y \sim \delta$. Отношение $\frac{\partial v^*_x}{\partial \bar{y}} \approx \frac{1}{\delta}$. По тем же причинам $\frac{\partial^2 v^*_x}{\partial \bar{y}^2} \approx \frac{1}{\delta^2}$. Производя подобным образом оценку отдельных членов в уравнениях системы, мы можем написать под каждым из них их порядок.

Положим для начала $M=0$ и $N=0$. В четвертом члене правой части уравнения (64) имеется множитель порядка $1/\delta^2$. Считая δ очень малой величиной,

мы должны положить $Re \approx 1/\bar{\delta}^2$. В противном случае уравнение (64) потеряет смысл. Таким образом, данное рассмотрение явлений пограничного слоя законно лишь при больших Re , причем относительно величины пограничного слоя можно сделать обычное для гидродинамики заключение, что

$$\bar{\delta} \sim 1/\sqrt{Re}. \quad (66)$$

Уравнение (65) имеет все члены порядка $\bar{\delta}$, кроме члена $\partial p/\partial y$. Следовательно, его порядок также должен быть $\bar{\delta}$, т. е. поперечный градиент давления в пограничном слое очень мал, давление в нем определяется внешним потенциальным течением. Если считать, что вдоль потока давление меняется мало, то $\partial p/\partial x \approx 0$.

При $M \gg 1$ и $N=0$ величина пограничного слоя будет определяться порядком второго и четвертого членов правой части уравнения (64): для того чтобы это уравнение имело физический смысл, их порядок должен быть одинаков, что возможно лишь при условии $M^2 \sim 1/\bar{\delta}^2$. Таким образом, получено равенство (63) и еще раз показан физический смысл числа Гартмана, а именно, что M — это обратная величина относительной толщины пограничного слоя в сильном магнитном поле.

Наконец, пусть в области пограничного слоя существует электрическое поле, перпендикулярное к плоскости течения. Будем при этом считать, что третий член в уравнении (64) по порядку величины много больше, чем второй

$$\frac{M^2}{Re} \ll \frac{MN}{Re^2}.$$

Такие условия могут возникнуть, например, при действии кондукционных токов в электролитах. Тогда членами, имеющими «большой» порядок величины, будут третий и четвертый

$$\frac{MN}{Re^2} \approx \frac{1}{Re} \cdot \frac{1}{\bar{\delta}^2},$$

откуда получается выражение для оценки толщины пограничного слоя в электролитах

$$\delta = \sqrt{\frac{Re}{M N}} = \sqrt{\frac{\eta \nu}{\sigma l_0^2 E B}}. \quad (67)$$

Другой важной функцией числа M в магнитной гидродинамике является его участие в качестве критерия, определяющего устойчивость течения проводящей жидкости в магнитном поле. Если в жидкости обра-

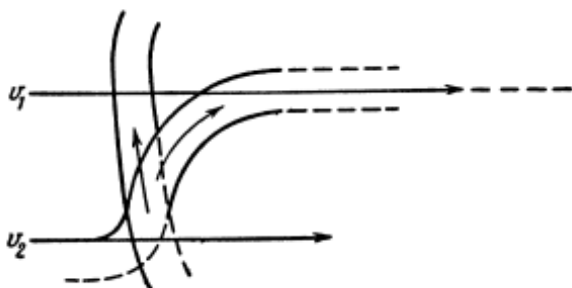


Рис 15 К объяснению неустойчивости течения при наличии градиента скоростей

зуется градиент скоростей в направлении, перпендикулярном вектору скорости, то это может служить физической причиной неустойчивости течения, образования мелких и крупных хаотически распределенных завихрений или пульсаций — турбулентности. Поперечный градиент скорости у жидкости или газа образуется неизбежно вследствие явления внутреннего трения и существования пограничного слоя, в котором скорость текущей жидкости стремится к скорости обтекаемого тела или стенки по мере уменьшения расстояния от последних.

Представим себе два соприкасающихся слоя жидкости, текущих параллельно друг другу со скоростями v_1 и v_2 при $v_1 > v_2$ (рис. 15). Пусть благодаря какому-либо возмущению образуется малый поперечный поток жидкости, переносящий жидкость из слоя 2 в слой 1. Применив к элементарной трубке такого переноса закон Бернулли о постоянстве суммы статического p и динамического $\rho v^2/2$ давлений, мы получим вывод, что вследствие увеличения скорости жидкости

при переходе от слоя 2 к слою 1 должны уменьшиться давление и образоваться «подсос» жидкости в такой трубке от слоя 2 к слою 1. Это малое поперечное движение жидкости должно возрастать до тех пор, пока не вызовет благодаря торможению слоя скачка давления в других его частях и обратного переноса массы из слоя 1 в слой 2. Таким образом, вообще невозможно устойчивое течение идеальной жидкости при наличии поперечного градиента или скачка скоростей. В ней всегда имеется возможность возникновения случайных автоколебаний жидкости, линейный масштаб которых, в принципе, может вырасти даже до масштаба характерной длины потока (диаметра трубы, ширины лотка и тела). В реальной жидкости при наличии вязкости турбулентные колебания могут и не возникнуть, как не возникают автоколебания в ламповом генераторе при достаточно большом электрическом сопротивлении контура.

Интересно влияние линейных масштабов потока. Чем меньше характерный размер l_0 течения, тем больше при прочих равных условиях оказываются градиент скоростей и силы трения. В этом же отношении на затухания автоколебательного процесса действует и плотность ρ жидкости. Таким образом, для критической скорости $v_{к0}$, при которой наступает неустойчивость, можно написать соотношение

$$v_{к0} = Re_0 \frac{\eta}{\rho l_0},$$

где Re_0 — безразмерный коэффициент пропорциональности — число Рейнольдса, зависящий от геометрии потока. Для плоскопараллельного течения, если за характерный размер принять гидравлический радиус, т. е. отношение сечения потока к его периметру, $Re_0 \approx 550$. Наличие магнитного поля в проводящей жидкости или газе должно оказать существенное влияние на значение критической скорости. Дело в том, что всякое локальное движение какой-либо частицы жидкости должно породить в ней токи, замыкающиеся на массу проводящей жидкости, окружающую частицу. Величина локальной э. д. с. в такой частице должна быть по порядку величины равна Bvl , где l — размер частицы, v — скорость флуктуации; плотность тока

в ней $\sigma B v l$, общая электромагнитная сила торможения $\sigma B^2 v l^3$, а ее градиент $\sigma B^2 v l^2$. Это выражение должно, следовательно, войти в формулу, для того чтобы отобразить влияние тормозящих действий магнитного поля на критическую скорость. Проще всего эту зависимость получить, используя понятия о размерности. Должна быть найдена связь между величинами v_k , v_{k0} , η , ρ , l_0 , σ и B , где v_k — критическая скорость при наличии поля, а v_{k0} — при его отсутствии.

Согласно π -теореме из семи величин можно образовать $7 - 4 = 3$ безразмерных критерия подобия. Естественно, кроме уже введенной безразмерной величины Re_0 , ввести такую же для скорости v_k , т. е. $Re_k = \frac{v_k l_0 \rho}{\eta}$. Тогда в третий безразмерный критерий должны войти величины σ и B , причем обязательно показатели степеней при σ и B должны относиться как 1:2, как это получается при расчете сил торможения частицы. Если поставить условием, чтобы в третий критерий не входила скорость v^* , то он будет выглядеть так:

$$\frac{B^2 l_0 \sigma}{\eta} = M^2,$$

т. е. представляет собой квадрат уже известного нам критерия Гартмана. Таким образом, можно записать, что

$$Re_k = Re_0 \varphi(M^2), \quad (68)$$

где

$$\varphi(M^2) \rightarrow 1 \text{ при } M \rightarrow 0.$$

Обработка экспериментальных данных Гартмана и Лазаруса [Л. 5], а также Маргетройда [Л. 36] о течении в поперечном магнитном поле показала, что

$$\varphi(M^2) = 1 + \frac{M^2}{3} \text{ для } M < 2 - 3. \quad (69)$$

Для значений $M \gg 1$ в поперечном магнитном поле связь между Re_k и M линейна и имеет вид $Re_k = 250 M$. Это обстоятельство находит следующее объяснение: ламинарный поток жидкости в сильном поперечном магнитном поле можно рассматривать как

бы состоящим из двух частей: центрального потока с равномерной эпюрой и двух краевых потоков с приблизительной толщиной b/M и резко неоднородной эпюрой скоростей — магнитогидродинамические пограничные слои. Таким образом, канал толщиной $2b$ с параболической эпюрой скоростей как бы заменяется двумя более узкими каналами толщиной b/M с неоднородностью по экспоненциальному закону.

Если предположить, что главной физической причиной увеличения устойчивости под влиянием магнитного поля является сужение канала от величины $2b$ до b/M , то в выражение для критического числа Рейнольдса следует подставить $\frac{(b/M) v_0 \rho}{\eta} \approx Re_0$ или $\frac{Re_{\kappa}}{Re_0} \approx \frac{M}{M_0}$. Так как для достаточно больших M эта закономерность соблюдается, то, следовательно, такое предположение можно считать оправданным. На рис. 16 сплошная кривая изображает зависимость

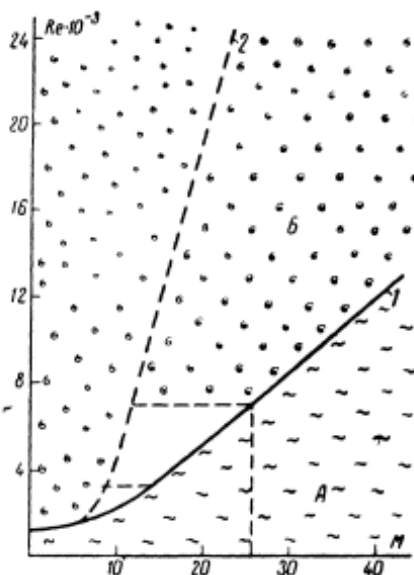


Рис. 16. Классификация течений жидкого металла в плоскости $M-Re$.

A — область ламинарных течений; B — турбулентных течений; 1 — граница ламинарного и турбулентного течений; 2 — приближенная граница влияния магнитного поля на характер турбулентных течений.

$$\frac{Re_{\kappa}}{Re_0} = \frac{1}{3} \frac{M^2 \operatorname{th} M}{M - \operatorname{th} M}. \quad (70)$$

Экспериментальные точки, полученные в результате обработки экспериментальных данных о переходе от ламинарного течения к турбулентному [Л. 37], хорошо укладываются на эту кривую. Разложив в ряд правую часть, легко показать, что в пределе при $M \rightarrow 0$ ра-

венство (70) переходит в (69). При достаточно больших M оказывается справедливой зависимость

$$\frac{Re_k}{Re_0} = \frac{1}{3} M. \quad (71)$$

Если считать $Re_0 = 750$, то получается $Re_k = 250M$ — т. е. соотношение, отмеченное выше.

6. ТУРБУЛЕНТНОЕ ТЕЧЕНИЕ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ¹

Пульсация жидкости при турбулентном течении не представляет собой колебание с какой-либо одной определенной амплитудой и частотой, а должна рассматриваться как статически непрерывная по частоте и амплитуде совокупность колебательных движений. Если некоторая пульсация имеет характерный размер l и скорость относительно окружающих слоев жидкости v , то при достаточно большом значении локального числа Рейнольдса $Re = \rho v l / \eta$ движение жидкости внутри данной пульсации также нужно считать неустойчивым и оно в свою очередь должно распасться на более мелкие пульсации. Таким образом, масштаб турбулентности может непрерывно уменьшаться до тех пор, пока локальное число Рейнольдса не станет близким к единице, т. е. $\rho v l_0 / \eta \approx 1$. При пульсациях такого масштаба силы вязкого трения окажутся преобладающими и в этих пульсациях будет происходить полный переход их кинетической энергии в тепловую.

Таким образом, кинетическая энергия потока жидкости при наличии турбулентности будет переходить от пульсаций более крупного масштаба к пульсациям более мелкого без значительных потерь на теплоту до тех пор, пока не перейдет к пульсациям самого мелкого масштаба, где произойдет ее полное превращение в тепловую. Схематически взаимосвязь пульсаций различного масштаба можно представить на схеме рис. 17. Здесь L — внешний масштаб пульсаций, не зависящий от внутренних параметров, l — средний масштаб, определяющийся только параме-

¹ В этом параграфе разъясняется физический смысл числа M^*/Re

тром ε — количеством энергии, рассеиваемой турбулентным движением в единице массы жидкости за 1 сек. Из соображений размерности для L и l и соответствующих им скоростей можно написать связь с величиной ε :

$$v^2 \sim (\varepsilon l)^{2/3}.$$

При малых масштабах l_0 существует также параметр ν — кинетическая вязкость и для него можно написать:

$$l_0 \approx \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{1/4} \text{ (a), } v_0 \approx (\varepsilon l_0)^{1/3} \approx (\varepsilon \nu)^{1/4} \text{ (б).} \quad (72)$$

Пульсация скорости при турбулентном движении вызывает пульсации давления Δp , среднее квадратич-

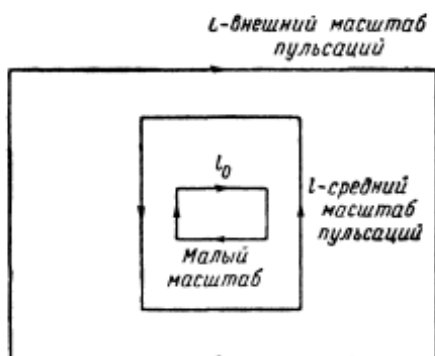


Рис. 17. Схема взаимосвязи турбулентных пульсаций различного масштаба: энергия передается от пульсаций крупного масштаба к более мелкому и рассеивается в самых малых.

ное значение которых связано с пульсациями скорости приближенным равенством

$$\overline{\Delta p^2} \approx \overline{(\rho v^2)^2}. \quad (73)$$

При наложении внешнего магнитного поля при малых значениях магнитного числа Рейнольдса $Re_m = \sigma \mu_0 \nu l$ появляется тормозящая сила для флуктуационных движений во всех масштабах турбулентных

пульсаций. Поэтому поток энергии ϵ от высших масштабов к низшим, по-видимому, будет уменьшаться за счет рассеивания энергии в виде Джоулева тепла. В низшем масштабе пульсаций наличие магнитного поля будет эквивалентно возрастанию ν , что явится второй причиной, благодаря которой наименьший масштаб l_0 должен увеличиться [см. (72a)]. Следует также отметить анизотропию сил торможения, которая появляется благодаря наличию магнитного поля: пульсации, направленные вдоль магнитных силовых линий, не испытывают непосредственных электромагнитных сил торможения.

Качественно совершенно иной представляется картина турбулентного движения проводящей среды при больших значениях магнитного числа Рейнольдса $Re_m \gg 1$. В этом случае увлечение магнитных силовых линий хаотическим движением проводящей среды может привести к механизмам усиления любой малой флуктуации магнитного поля.

Представим себе отрезок магнитной трубки длиной l и площадью S , которая находится в проводящей среде, текущей с турбулентными флуктуациями. Тогда, вообще говоря, концы отрезка l , двигаясь с разными скоростями v_1 и v_2 , не неподвижны друг относительно друга, а перемещаются с некоторой относительной скоростью $v_1 - v_2$. Это движение за время Δt должно привести к удлинению отрезка l на величину

$$\Delta l = \frac{l \Delta t (v_1 - v_2)}{l},$$

так что

$$l + \Delta l = ml,$$

где m в среднем будет величиной, большей единицы. Вследствие «приклеенности» проводящей среды к магнитной трубке и отсутствия материальных потоков ее через стенки удлинение трубки в m раз будет сопровождаться уменьшением ее поперечного сечения S в m раз при сохранении магнитного потока в трубе. Магнитная индукция в трубке должна возрасти в m раз, а магнитная энергия в m^2 раз. Это явление иногда называют магнитогидродинамическим динамо. Таким образом, при больших значениях Re_m турбу-

лентные пульсации скорости должны приводить к возникновению турбулентных пульсаций магнитного поля. В трубке длиной l наличие пульсационного магнитного потока B приведет к продольному натяжению трубки, среднее квадратичное значение которого не может стать больше среднего квадратичного значения флуктуаций давления. Отсюда, по-видимому, между этими тремя видами флуктуаций существует связь

$$\frac{H^2}{2} \approx |\Delta p| \approx \rho v^2/2. \quad (74)$$

Подобного типа турбулентные пульсации магнитного поля возникают при больших масштабах м. г. д. течений, например, в межзвездной материи, в очень больших резервуарах с жидким металлом и т. п. Магнитогидродинамические волны и «магнитогидродинамическое динамо», безусловно, играют известную роль в образовании дополнительного сопротивления движению жидких металлов по трубам и обтекании тел при наличии магнитного поля.

Турбулентные течения в гидравлике пока не поддаются теоретическому расчету так, как это имеет место для ламинарных течений. Поэтому закономерности распределения усредненных скоростей турбулентного течения в каналах и трубах, а также сопротивления последних исследуют опытным путем, используя для обобщения экспериментальные данные. Можно считать, что при относительно малых значениях магнитного поля и больших значениях числа Рейнольдса, т. е. при $M^2/Re \leq 10^{-3}$, влиянием магнитного поля можно пренебречь и расчет гидравлического сопротивления канала вести по формулам обычной гидравлики турбулентного течения жидкого металла (см. рис. 16). При этом условии электромагнитные силы $[JB]$ играют лишь роль объемных электромагнитных сил, влияющих на энергетический баланс потока в целом, а распределение средних скоростей потока и гидравлическое сопротивление течению остаются теми же самыми, что и в обычной гидравлике.

Если в качестве вспомогательного безразмерного параметра использовать коэффициент гидравлического сопротивления для ламинарного потока проводящей

жидкости в канале с электрически изолированными стенками, т. е. выражение $\frac{2}{Re} \frac{M^2 \text{th} M}{M - \text{th} M}$, а по оси ординат откладывать измеренный гидравлический коэффициент сопротивления трубы λ , то в случае ламинарного течения экспериментальные точки укладываются на биссектрисе координатного угла (рис. 18). Турбу-

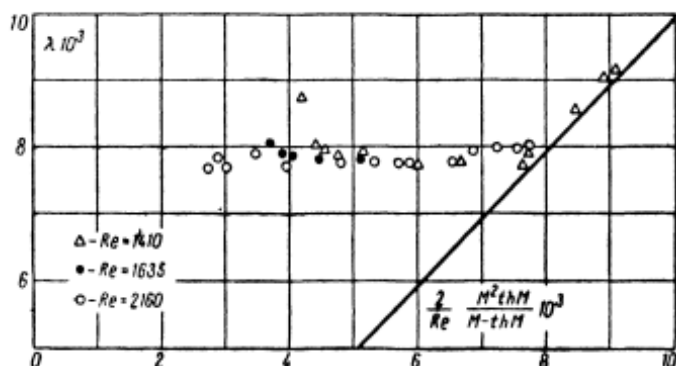


Рис. 18. Различие закономерностей изменения коэффициента сопротивления плоского канала при турбулентном и ламинарном (сплошная линия) характере течения в магнитном поле.

лентное движение, если не считать некоторых систематических ошибок измерений, начинается при значении λ , равном около $7,8 \cdot 10^{-3}$. О нарушении ламинарного течения можно судить по отклонению экспериментальных точек от биссектрисы, изображающей сопротивление при ламинарном течении [Л. 40].

В работе [Л. 38] описана модель бесконечно длинного канала с жидким металлом, которая была создана для изучения турбулентного течения жидкого металла в бегущем магнитном поле. Эта модель представляла собой два коаксиальных цилиндрических сосуда, вставленные друг в друга (рис. 19). В образовавшееся между стенками сосудов пространство наливался жидкий металл (ртуть, натрий) и весь сосуд помещали во вращающееся магнитное поле статора асинхронного двигателя. На поверхности сосуда размещались специальные измерители поля, позволяющие вычислить среднее значение поля. Для воспроизведения граничных условий, подобных условиям в ин-

дукционных насосах, два медных кольца, помещенные на дно канала и на поверхность жидкого металла, имитировали замыкающие шины у индукционного насоса.

Для измерения давления и средней скорости весь сосуд подвешивался на упругой стальной проволоке. Внизу помещалась оттяжка из малоупругой проволоки для предотвращения возможных качаний всей системы и масляный демпфер крутильных колебаний.

После включения поля статора устанавливалось вращательное движение металла, и вся система отклонялась на определенный угол φ от первоначального положения равновесия. Потеря давления в канале p определялась из равенства $D\varphi = pSr$, где S — площадь сечения канала; r — средний его радиус; D — модуль кручения проволоки - подвеса.

Для измерения средней скорости движения демпфер снимался и

включался электромагнитный тормоз. После включения поля жидкость в течение нескольких секунд тормозилась в канале и передавала свой момент количества движения всей системе. Так как вся система имела большой момент инерции I и большой период собственных колебаний $T > 100$ сек, то торможение жидкости, имеющей момент количества движения mrv , можно рассматривать как начальный импульс вращения

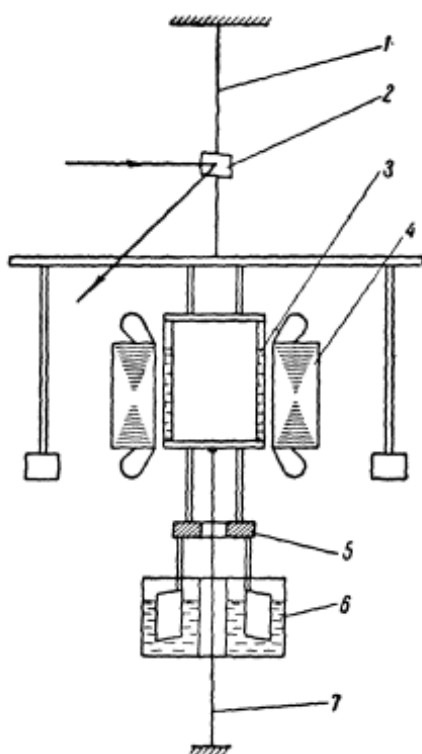


Рис. 19. Схема эксперимента с бесконечным каналом в бегущем магнитном поле.

1 — нить подвеса; 2 — зеркальце; 3 — жидкий металл; 4 — статор асинхронного двигателя; 5 — электромагнитный статор; 6 — демпфер; 7 — оттяжка.

системы, равный $mrv = (I + mr^2)\omega_0$. Кинетическая энергия системы в начальный момент равна потенциальной энергии при крайнем отклонении $(I + mr^2)\omega_0^2/2 = D\varphi_0^2/2$. Исключая из этих элементарных равенств ω_0 , получаем формулу для вычисления средней скорости течения в канале

$$v = \frac{\varphi_0}{mr} \sqrt{D(I + mr^2)}. \quad (75)$$

Результаты такого типа измерений, проверенные, кроме того, обычными измерениями скорости при помощи миниатюрной трубки Пито, привели к выводу, что между давлением, развиваемым бегущим магнитным полем в такой кольцевой системе, и средней скоростью существует обычная для гидравлики турбулентного потока зависимость, причем этот вывод о неизменности коэффициента гидравлического сопротивления справедлив только до значений

$$\frac{M^2}{Re} < 10^{-3}. \quad (76)$$

Для больших значений этого параметра следует употреблять [Л. 37, 40] эмпирическую формулу

$$\lambda = \lambda_0 + 9 \cdot 10^{-3} \frac{M^2}{Re}, \quad (77)$$

где λ_0 — коэффициент гидравлического сопротивления, вычисленный из формулы Блазиуса. Формула (77), по-видимому, справедлива для любых значений $Re > 10^4$. Интересным фактом является то, что около $Re \approx 2500$ $\lambda \approx \lambda_0$, а при $Re < 2500$ $\lambda < \lambda_0$.

Такая зависимость λ от комплекса M^2/Re может легко найти качественное физическое объяснение. В обычной гидравлике λ оказалась однозначной функцией критерия Рейнольдса, означающего по порядку величины, отношение динамического давления в жидкости ρv^2 к силам вязкости $\eta \frac{v}{l}$. В магнитной гидравлике, кроме этого отношения, естественно учесть отношение пондеромоторных сил взаимодействия индуцированных токов с магнитным полем $\sigma v B^2$ к дина-

мическому давлению ρv^2 . Единственным критерием, отвечающим этому отношению, является:

$$M^2/\text{Re} = \frac{L^2 l \sigma}{\rho v^2}.$$

В настоящее время еще недостаточно экспериментального материала, чтобы судить окончательно с достаточной точностью о зависимости $\lambda = f(\text{Re}, M^2/\text{Re})$, однако для оценок величины λ для мощных электромагнитных насосов формула имеет очень большое значение.

На рис. 16 представлена область течений магнитной гидродинамики жидких металлов в координатах M и Re . Кривая 1 разделяет ее на области ламинарных и турбулентных течений, а парабола $M^2/\text{Re} = 10^{-2}$ выделяет часть, где магнитное поле существенно влияет на законы сопротивления.

Поперечное магнитное поле в канале, по которому течет проводящая жидкость, производит выравнивание по сечению средних по времени скоростей турбулентного течения, так как в тех областях потока, где скорости течения больше, происходит возбуждение больших плотностей индукционных токов в случае «неподвижного» поля, т. е. усиление торможения центральных частей потока. Влияние на эпюру скоростей поперечного магнитного поля наблюдалось [Л. 39 и 40] и при измерениях в кольцевом магнитогидродинамическом канале с открытой поверхностью жидкого металла (рис. 20). В верхней части этого рисунка изображена схема установки, в нижней — ее общий вид. Собственно канал имеет форму кольца прямоугольного сечения и помещается в зазоре K магнитопровода, в полости которого располагается катушка. Магнитопровод мог нагреваться индукционными токами (при включении катушки на переменный ток) и за счет джоулева тепла, выделяющегося в обмотке, до температуры порядка 150°C . Это давало возможность проводить в канале эксперименты как со ртутью, так и с жидким натрием. Ртуть приводилась в движение небольшим электромагнитным насосом постоянного тока. Один электрод в виде медной пластинки помещался на дне канала, второй касался поверхности ртути. Длина электродных пластинок равнялась 15 см.

Между электродами через ртуть перпендикулярно магнитному полю можно было пропускать ток до 200 а.

Измерялось распределение скоростей при разных числах Рейнольдса $Re = \rho u_0 R / \eta$ и Гартмана $M =$

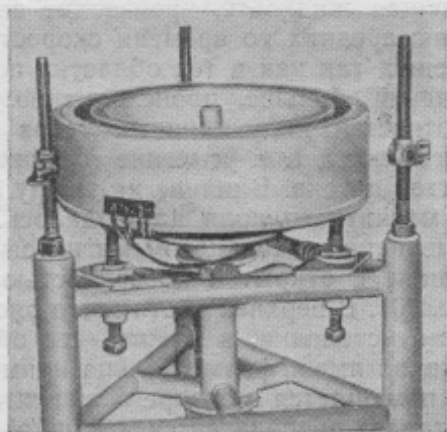
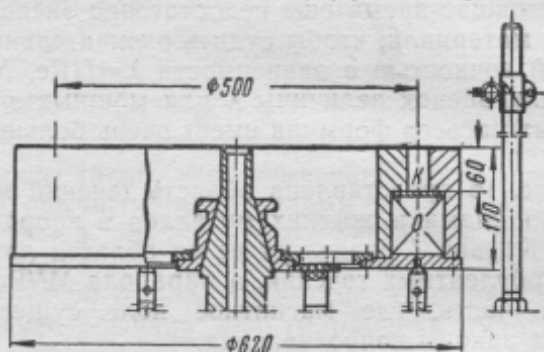


Рис. 20. Кольцевой магнитогидродинамический канал с открытой поверхностью жидкого металла.

$= BR \sqrt{\frac{\sigma}{\eta}}$. Здесь R — гидравлический радиус потока; u_0 — скорость на оси потока.

На рис. 21 отражены результаты измерения скоростей при значении $Re \sim (12 \div 13) \cdot 10^4$. При малых значениях M скорости сильно меняются от одной стенки

канала к другой вследствие влияния кривизны канала. Увеличение значения M выравнивает эпюру скоростей вплоть до равномерной. В такого типа канале производились измерения сопротивления движению цилиндра, шара и пластины [Л. 41 и 42] в поперечном магнитном поле, связанном с движущейся жидкостью,

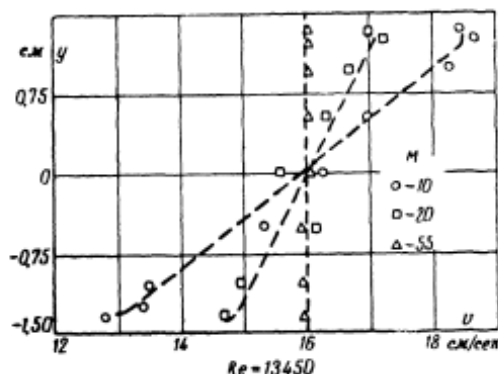


Рис. 21. Выведение графика зависимости скорости в кольцевом канале с возрастанием величины магнитного поля (числа Гартмана M).

причем размеры тел были в несколько раз меньше размеров канала. Для этого канал вместе с намагниченными стенками и жидкостью приводился во вращательное движение специальным редуктором, а тела, движение которых относительно жидкости изучалось, подвешивались на специальном трифиляре. По отклонению последнего определялась сила сопротивления. Как и следовало ожидать, определяющим критерием добавочного сопротивления, созданного магнитогидродинамическими эффектами, оказалось число M^2/Re . Эмпирическая формула сопротивления турбулентному обтеканию в магнитном поле имеет вид:

$$\lambda = \lambda_0 \left(1 + k \frac{M}{\sqrt{Re}} \right), \quad (78)$$

где $k=1$ для шара и $k=3,4$ для цилиндра (рис. 22).

Если в этих опытах обтекаемые тела сделать из олова, то наблюдается интенсивное растворение последнего в ртути [Л. 42]. В результате разницы скоро-

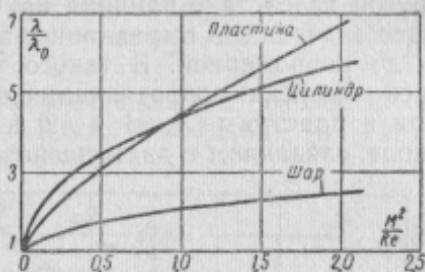


Рис. 22. Зависимость коэффициента сопротивления от критерия M^2/Re в поперечном магнитном поле по измерениям Цинобера, Штерна и др.

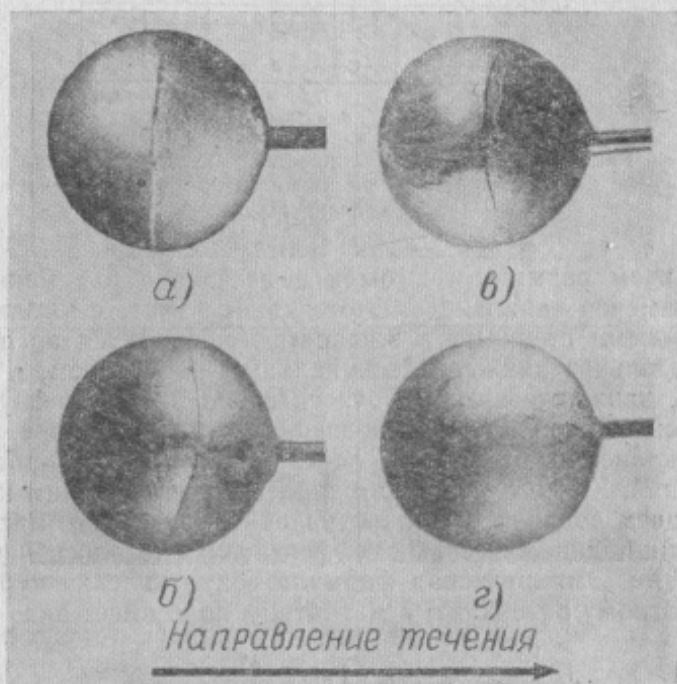


Рис. 23. Влияние магнитного поля на границу отрыва от оловянного шара в ртути.

а — магнитное поле отсутствует; б — магнитное поле в плоскости чертежа и перпендикулярно к направлению потока; в — магнитное поле перпендикулярно плоскости чертежа; г — магнитное поле достаточно велико ($M^2/Re \approx 1.6$) — линия отрыва не наблюдается.

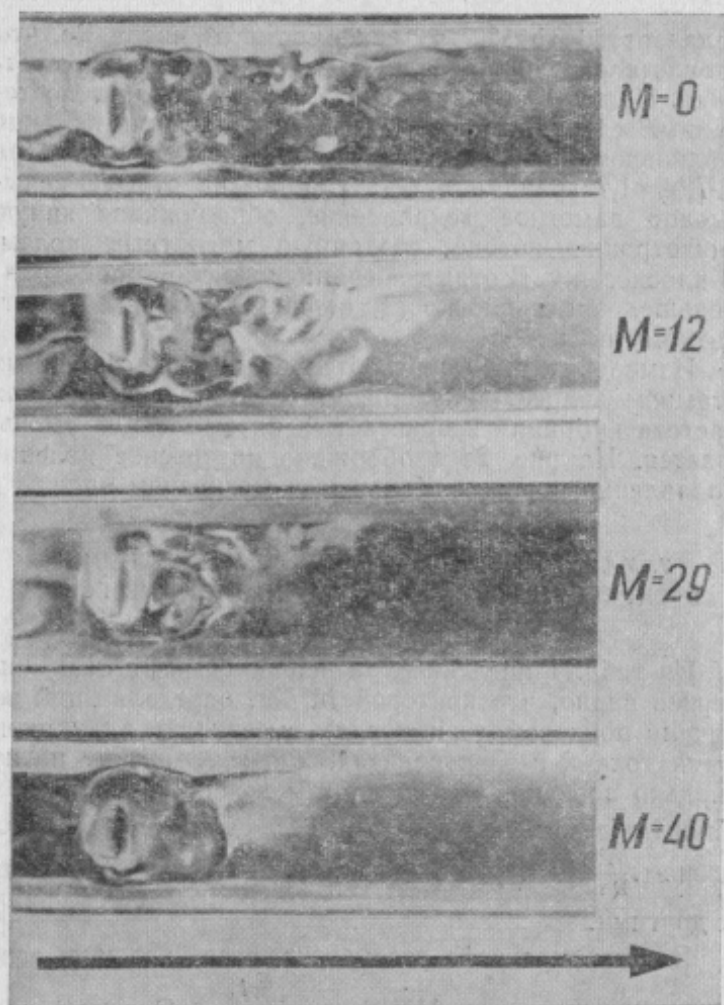


Рис. 24. Влияние магнитного поля на вихревую дорожку Кармана при различных M .

сти ламинарного и вихревого растворения образуется четкая граница между зонами ламинарного и вихревого течения (рис. 23). По положению этой границы можно судить о положении линии отрыва пограничного слоя. В случае, когда магнитное поле отсутствует, центральный угол, образуемый этой границей и передней критической точкой, оказался лежащим в пре-

делах от 86 до 100° в зависимости от числа Re , что удовлетворительно согласуется с данными гидродинамики. При увеличении числа M^2/Re происходит постепенный сдвиг этой границы в направлении течения с одновременным постепенным ее исчезновением. При $M^2/Re \approx 1,2$ граница исчезает. Граница отрыва испытывает заметное искривление, обнаруживая явную анизотропию потока, созданную магнитным полем. В плоскости $\mathbf{v}$, $\mathbf{B}$ отрыв пограничного слоя происходит раньше, чем в плоскости, перпендикулярной к магнитному полю.

Измерения вибраций обтекаемых тел, созданных отрывом вихрей, показали, что с возрастанием поля частота вибрации возрастает, а их амплитуда уменьшается. На рис. 24 изображено интересное явление подавления дорожки Кармана в магнитном поле.

7. МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В СКРЕЩЕННЫХ МАГНИТНОМ И ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЯХ

Из табл. 1 численных значений безразмерных критериев видно, что критерий M^2/Re , определяющий величину пондеромоторных сил, вызванную индукционными токами в электролитах, имеет величину на несколько порядков меньшую, чем в жидких металлах. Таким образом, в уравнении (39) для электролитов членом $\frac{M^2}{Re} [\mathbf{v} * \mathbf{B}^*]$ можно пренебречь по сравнению с другими.

В этом параграфе рассматриваются явления, зависящие от критерия $MN/Re = \frac{B_0 E \sigma l_0^2}{\eta}$. Однако член $\frac{NM}{Re^2} [\mathbf{E} * \mathbf{B}^*]$, определяющий взаимодействие приложенного электрического и магнитного полей, может быть в электролите значительным и даже превышать другие члены уравнения (39). Таким образом, можно говорить о магнитогидродинамических явлениях и в электролитах, однако влияние магнитного поля на жидкость в них следует искать в виде взаимодействия со скрещенным электрическим полем.

Представим себе (рис. 25) сосуд в виде параллелепипеда, наполненный электролитом. Поместим этот сосуд в однородное магнитное поле с индукцией B и создадим в нем однородный электрический ток с плотностью J . Если векторы B и J лежат в горизонтальной

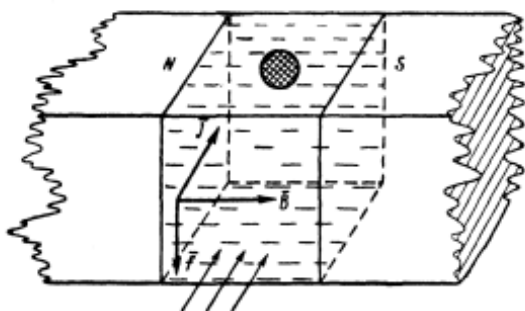


Рис. 25. Образование электромагнитной «архимедовой» силы в скрещенных магнитном и электрическом полях.

плоскости и взаимно перпендикулярны друг другу, то на единицу объема жидкости действует сила, равная:

$$\delta_{\text{ж}}q + JB, \quad (79)$$

где q — ускорение силы тяжести; $\delta_{\text{ж}}$ — плотность жидкости и сила JB считается положительной при направлении ее вниз.

Если плотность некоторого непроводящего тела обозначить $\delta_{\text{т}}$, а его объем V , то сумма всех сил, действующих на него в таком сосуде, будет равна:

$$F = V(\delta_{\text{т}}q - \delta_{\text{ж}}q - JB). \quad (80)$$

Легко видеть, что в такой ванне могут всплывать даже тела, удельный вес которых больше удельного веса электролита. Действительно, $F < 0$ при условии

$$\delta_{\text{т}} < \delta_{\text{ж}} + \frac{1}{q}JB.$$

Величина такого электромагнитного «увеличения» плотности жидкости может иметь заметное значение. Например, при $J \sim 10 \text{ а/см}^2$ и $B \sim 10^3 \text{ гс}$ член $JB/q \approx 1 \text{ г/см}^3$, т. е. плотность увеличится на единицу.

Создавая определенный градиент силы JB вдоль вертикального направления, можно искусственно рас-слаивать частицы, различающиеся по плотности. Дан-ный принцип находит свое применение в деле обога-щения руд полезных ископаемых и очистки металлов от включений. Так, например, в работах Микеллетти [Л. 44], Верте [Л. 45 и 46] предлагалось в зазоре боль-

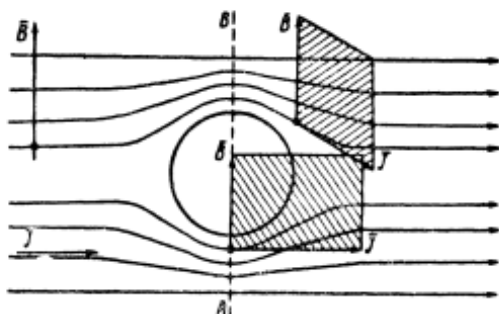


Рис. 26. Действие «мертвых зон» на уменьшение вытесняющей силы при наличии скрещенных полей.

шого электромагнита установить горизонтальные раз-делительные трубы, по которым прокачивать взвесь разделяемых материалов в электролите. При экспери-ментальном осуществлении такого устройства оказа-лось, что величина второго слагаемого в правой ча-сти неравенства (90) в действительности имеет не-сколько меньшее значение и «электромагнитная» до-бавка к плотности жидкости равна:

$$\Delta\delta = R \frac{JB}{q}, \quad (81)$$

где $R < 1$ есть так называемый коэффициент эффек-тивности. Из опытов Микеллетти, поставленных для раствора NaCl в воде при плотностях тока порядка $0,7\text{—}2 \text{ а/см}^2$ и индукциях $B = 2\div 2,6 \text{ кгс}$, получились значения коэффициента эффективности $R \approx 0,75$.

Рис. 26 наглядно иллюстрирует причину уменьше-ния эффективной подъемной силы: при обтекании не-проводящего тела электрическим током перед этим телом и за ним образуются «мертвые» зоны, в кото-рых вектор плотности тока J имеет уменьшенное абсо-

лутное значение и направление, не перпендикулярное к вектору $\mathbf{B}$. Правда, этот эффект сопровождается увеличением плотности тока в сечении плоскости AB , параллельной магнитному полю, однако в целом сила получается меньше, чем рассчитанная по формуле (80).

Объемная сила $[\mathbf{J}\mathbf{B}]$, создаваемая скрещенными электрическим и магнитным полями, может, в принципе, найти применения для управления пограничным

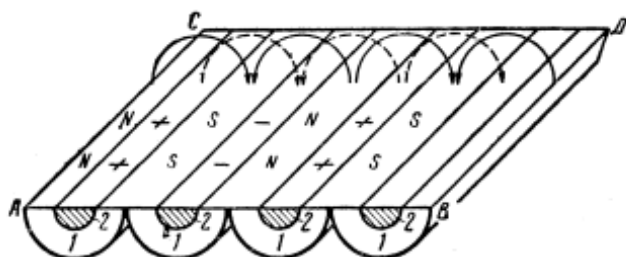


Рис. 27. Создание зоны скрещенных полей в пограничном слое проводящей жидкости.

слоем проводящей жидкости. Представим себе, что над плоскостью $ABCD$ (рис. 27) в направлении AC движется проводящая жидкость. Под плоскостью $ABCD$ размещены некоторые магнитные системы 1, например постоянные магниты, которые создают на ней магнитные полюса в виде полос, параллельных линии AC , т. е. линиям тока жидкости. Так как магнитная полярность соседних полос противоположна, то в электролите создается магнитное поле, о форме и направлении магнитных силовых линий которого можно судить по сплошным изогнутым стрелкам над плоскостью $ABCD$. Разместим между полосовыми магнитными полюсами электроды 2, к которым приложим электрические потенциалы противоположной полярности. Эти электроды создадут в электролите токи, изображаемые пунктирными стрелками. Легко видеть, что взаимодействие таких периодических полей (магнитного и электрического) создаст в слоях электролита, прилегающих к плоскости, силы, направленные вдоль линии AC . При помощи этих сил можно в какой-то степени компенсировать силы трения в по-

граничном слое. Математический анализ сил [Л. 48], создаваемых такого типа структурой электрических и магнитных полей, показывает, что электромагнитная сила $[JB]$ имеет приблизительно экспоненциальный закон убывания с увеличением расстояния от плоскости $ABCD$ и в основном локализуется в слое, равном пространственному периоду размещения электродов. А. Гайлитис и О. Лиелаусис [Л. 47] произвели анализ возможности ламинаризации пограничного слоя при помощи электромагнитных сил такого типа. Если считать толщину ламинарного пограничного слоя равной δ , то порядок величины объемной силы вязкого трения в последнем будет:

$$f \approx \eta v / \delta^2. \quad (82)$$

Для ламинаризации пограничного слоя мы должны предположить, что величина силы трения компенсируется величиной электромагнитной силы $f_u = JB$. Таким образом,

$$f_u = JB \approx \eta v / \delta^2. \quad (83)$$

С другой стороны, для сохранения ламинарного характера течения число Рейнольдса, составленное при δ , взятом в качестве масштаба длины, должно быть меньше Re_k , соответствующего переходу от ламинарного течения к турбулентному. Влиянием магнитного поля на Re_k в данном случае естественно пренебречь, так как число Гартмана для электролитов будет много меньше единицы ($M \ll 1$). Таким образом, кроме условия (83), мы должны написать:

$$\frac{\rho v \delta}{\eta} < Re_k. \quad (84)$$

Исключив из (83) и (84) величину δ , получаем условие сохранения ламинарного потока под действием средней электромагнитной силы f_m , действующей в пограничном слое

$$v^3 < Re^2 \frac{\eta}{\rho^2} f_m. \quad (85)$$

Для оценки эффективности рассматриваемого метода вышеупомянутые авторы ввели коэффициент $\kappa = F_\tau / F_u$, показывающий отношение сопротивления

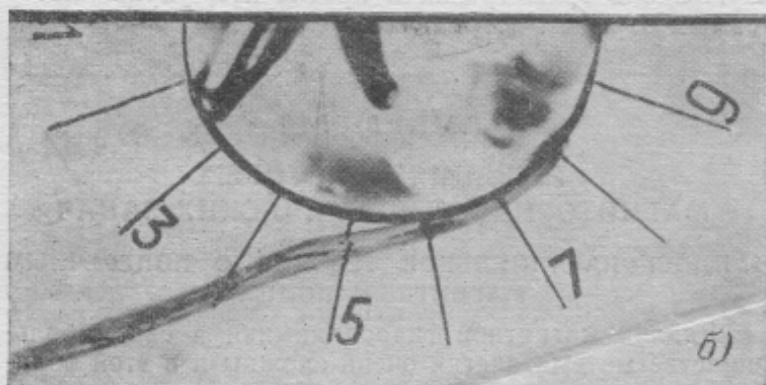
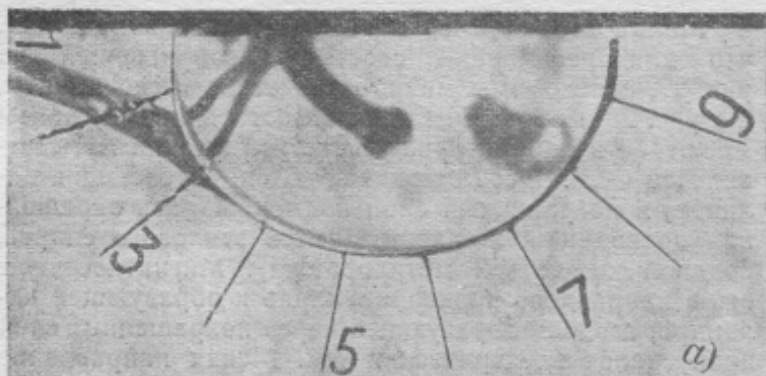


Рис. 28. Опыт по ламинаризации пограничного слоя и смещению точки отрыва.

a — электромагнитная сила вдоль потока; *b* — электромагнитная сила против потока.

пластины при турбулентном и ламинарном обтекании. Этот коэффициент равняется:

$$\kappa = \frac{1}{2} C_f R_{m_1} \quad (86)$$

где

$$C_f = F_{\tau} / \frac{\rho v^2}{2} S.$$

Считая, что $Re_{\kappa} \sim 10^3$, $B \approx 10^3$ гс и $I \approx 0,1$ а/см² для пластины длиной в 2 м получаются следующие условия ламинаризации: $v < 50$ см/сек, $\delta_{\kappa} \sim 0,2$ см. При этом выигрыш в силах трения $\kappa \approx 3$.

Малая величина δ_k в этих расчетах показывает, что для реализации системы, изображенной на рис. 27, необходимы макроскопические эксперименты. На рис. 28 изображены опыты, поставленные в малом масштабе в лаборатории Института физики АН Латвийской ССР. Здесь в водяной поток, обтекающий цилиндр, в пограничный слой подмешивалась окрашенная проводящая жидкость (смесь этилового спирта, соляной кислоты и метилоранжа). Магнитное поле было направлено перпендикулярно к образующей цилиндра, а вдоль образующей через покрашенный слой пропусклся электрический ток. Меняя направление последнего, можно было создавать силу, направленную вдоль силы трения и против нее, управляя тем самым отрывом пограничного слоя.

ГЛАВА ВТОРАЯ

РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

8. ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ТЕЧЕНИЕ С ПОПЕРЕЧНЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

Задачи магнитной гидродинамики в своем большинстве математически очень сложны и в этой области открыто широкое поле деятельности для приложения математического искусства. При некоторых простых краевых условиях задачи течения жидкого металла в магнитном поле решаются сравнительно просто.

Наибольший практический интерес в настоящее время имеет изучение течения проводящей жидкости в канале с поперечным магнитным полем. С такого рода течением мы встречаемся почти в каждом магнитогидродинамическом устройстве.

Влияние поперечного магнитного поля на плоскопараллельное течение в канале является одним из первых магнитогидродинамических явлений, рассчитанных теоретически и наблюдаемых экспериментально в лабораторных условиях. Важность этого явления для дальнейшего рассмотрения заключается не только в уяснении основных закономерностей магнитной

гидродинамики, но и в большом практическом значении задачи для конструкторской практики. Рассмотрим следующие задачи о течении в плоском канале с поперечным магнитным полем в порядке их возрастающей сложности:

- 1) одномерное течение;
- 2) ламинарное течение
- и 3) турбулентное течение.

Одномерное течение в канале. Мы предполагаем, что неоднородностью распределения скоростей можно пренебречь и считать, что все частицы жидкости имеют одинаковую скорость v . Это решение эквивалентно замене жидкости некоторой движущейся проводящей пластиной.

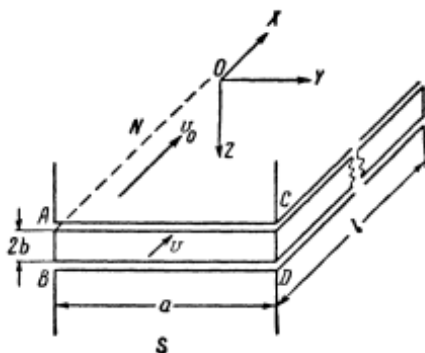


Рис 29.

Пусть в направлении OX (рис. 29) на пластину,двигающуюся между двумя магнитными полюсами, действует градиент давления P и пусть каждый квадратный сантиметр площади пластины испытывает силу трения $(-kv)$. Тогда, принимая расстояние между полюсами равным $2b$, длину и ширину пластины соответственно равными l и a , получаем равенство для равномерного движения пластины

$$P(2abl) - JB(2abl) - kv(2la) = 0$$

или

$$P - JB - kv/b = 0, \quad (87)$$

где J — плотность тока, текущего в направлении, перпендикулярном к плоскости боковых граней пластины. Согласно закону Ома она равна:

$$J = \sigma[E + vB], \quad (88)$$

при этом $aE = U$ — разность потенциалов между вышеупомянутыми гранями.

Решив систему уравнений (87) и (88) относительно v и исключив J , получаем:

$$v = \frac{P - \sigma BE}{\sigma B^2 + k/b}. \quad (89)$$

В том случае, если данная пластина электрически изолирована от окружающей среды, например движется в масле, то формула (89) превращается в $v = bP/k$, т. е. магнитное поле не действует как тормоз или двигатель на такую пластину. Это объясняется тем, что между боковыми гранями пластинки возникает разность потенциалов $U = -avB$, которая компенсирует э. д. с. электромагнитной индукции. В том случае,

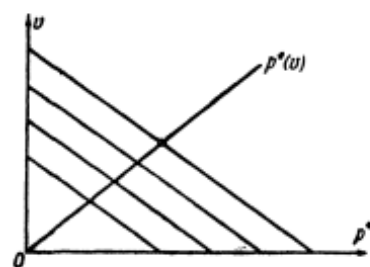


Рис. 30. Зависимость скорости от перепада силы для пластины в магнитном поле — модели одномерного течения.

если боковые грани пластинки через какой-либо электрический контакт заземлены, то можно положить $E = 0$ и тогда магнитное поле играет роль тормоза движению пластины. В знаменателе выражения (23) к члену трения k/b добавляется член, изображающий «электромагнитное трение» σB^2 .

Электромагнитное поле может проявить себя и как причина движения данной пластины (прототип электромагнитного насоса). Пусть к боковым граням пластины приложена разность потенциалов, имеющая отрицательный знак: $E = -E^* < 0$, и величина P имеет также отрицательный знак, т. е. направлена не вдоль движения, а против него: $P = P^* < 0$. Тогда электромагнитная сила будет направлена вдоль движения, скорость которого равна:

$$v = \frac{\sigma B E^* - P^*}{k/b + \sigma B^2}. \quad (89a)$$

На рис. 30 показаны характеристики (v, P^*) такого «насоса» для различных значений электрических параметров. Если известна зависимость между P^* и v , обусловленная законом трения, то ее пересечение с вышеупомянутыми характеристиками однозначно определяет режим двигателя подобного рода. На рис. 30 зависимость между P^* и v показана в виде закона прямой пропорциональности.

Движение пластины в магнитном поле может быть достигнуто не только кондуктивным методом, т. е.

подсоединением боковых граней к источнику тока, но и методом возбуждения индукционных токов в пластине, взаимодействующих с возбуждающим магнитным полем. Пусть боковые грани пластины на рис. 29 закорочены друг с другом или подсоединены к земле с нулевым сопротивлением заземления. Представим себе также, что полюса магнитов бесконечно протяжены в направлении оси OX и движутся относительно земли в этом направлении с некоторой скоростью v_0 . Тогда, если скорость движения пластины относительно земли будет v , то в пластине в направлении OY будет протекать электрический ток с плотностью

$$J = \sigma(v - v_0)B, \quad (90)$$

так как $E = 0$, а скорость v должна быть заменена относительной скоростью $(v - v_0)$.

Уравнение установившегося движения пластины (87) будет теперь иметь вид:

$$P^* + \sigma(v - v_0)B^2 + kv/b = 0, \quad (91)$$

а скорость движения пластины

$$v = \frac{\sigma v_0 B^2 - P^*}{\sigma B^2 + k/b}. \quad (92)$$

В том случае, если сопротивление движению пластины будет стремиться к нулю, т. е. $k = 0$ и $P^* = 0$, пластина будет полностью увлекаться магнитным полем, т. е. $v = v_0$. Эта задача является прототипом задачи об индукционном насосе с бегущим магнитным полем.

Аналогичный эффект можно создать при помощи «бегущего» магнитного поля, созданного полюсами, выполненными в виде обмотки статора асинхронного двигателя. Индукция в зазоре, где размещается пластина, будет изменяться по закону

$$B = B_0 \cos(\omega t - \alpha x), \quad (93)$$

где $\alpha = \pi/\tau$, τ — полудлина волны бегущего магнитного поля, т. е. расстояние между двумя ближайшими магнитными полюсами статора, $\omega = 2\pi f$ — круговая частота многофазного переменного тока. Если во втором члене выражения (91) вместо v_0 подставить ω/α ,

а вместо B — его выражение из (93), то получим выражение для мгновенного значения электромагнитного давления в точке с координатой x :

$$\sigma \left(v - \frac{\omega}{\alpha} \right) B_0^2 \cos^2 (\omega t - \alpha x).$$

Скорость движения пластины для случая бегущего магнитного поля, будет определяться формулой (92) с заменой скорости v_0 через ω/α и индукции B — действующим значением индукции.

Интересно, что магнитное поле, изменяющееся по закону (93), будет увлекать за собой также и пласти-

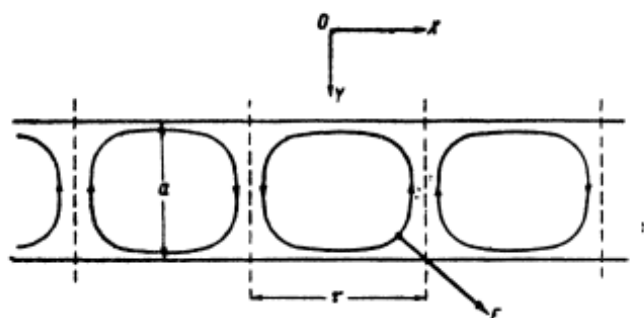


Рис. 31. Искривление пути токов изолированной пластины с бегущим магнитным полем.

ну, боковые грани которой не заземлены, а изолированы. В этом случае появляется продольная компонента электрического тока вдоль оси Ox , замыкающая токи, текущие вдоль оси Oy , и возникает составляющая сил вдоль оси Oy (рис. 31).

Аналогичным образом может быть решена эта элементарная задача в предположении пропорциональности силы трения квадрату скорости. В этом случае уравнение (87) заменяется таким:

$$P - JB^2 - kv^2/b = 0,$$

а вместо формулы (89) получаем:

$$v = \sqrt{\left(\frac{b\sigma B^2}{2k} \right)^2 + \frac{b}{k} (P - \sigma BE) - \frac{b\sigma B^2}{2k}}. \quad (94)$$

Это решение будет довольно близко к действительности в случае слабых полей, когда магнитное поле еще не влияет на закон сопротивления турбулентному течению.

Стопа подвижных пластин в поперечном магнитном поле. Течение жидкого металла в канале с поперечным магнитным полем не является однородным

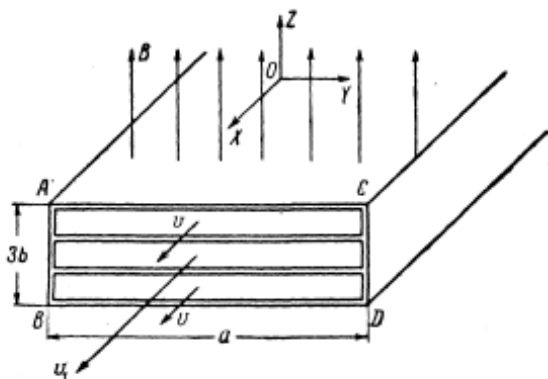


Рис. 32. Стопа из трех пластин в магнитном поле.

в поперечном направлении, как это принималось выше: вблизи стенок канала скорости стремятся к нулю, в центральной части имеют максимальное значение. Движение жидкого металла и пересечение им силовых линий магнитного поля создает неоднородность э. д. с. $[\mathbf{vB}]$ поперек канала, которая вызывает неоднородность плотности тока $\mathbf{J} = \sigma[\mathbf{E} + [\mathbf{vB}]]$. Значение E определяется из граничных условий — разности потенциалов на противоположных гранях канала. В зависимости от величины E получается различный характер распределения объемных сил в канале при течении в поперечном магнитном поле.

Чтобы более наглядно показать влияние граничных электрических потенциалов на течение жидкого металла, рассмотрим следующую упрощенную задачу. Пусть в прямоугольном канале размером $3b \times a$ с магнитным полем B движутся три пластины с поперечными размерами $b \times a$ (рис. 32). Эти пластины скользят друг относительно друга благодаря какой-либо проводящей смазке. Пусть скорость крайних пла-

стин равна v , а средней пластины v_1 . Будем считать, что смазка пластин позволяет осуществить совершенный электрический контакт пластин друг с другом и стенками канала. Поверхности канала AB и CD будем считать эквипотенциальными с разностью потенциалов между ними $U=Ea$, а поверхности AC и BD — непроводящими.

Учитывая силы трения на гранях пластин, перпендикулярных к полю, и считая $a \gg b$, получаем следующую систему уравнений установившегося движения таких пластин:

$$\begin{aligned} Pab + JBab - kav + ka(v_1 - v) &= 0; \\ Pab + J_1 Bab - 2ka(v_1 - v) &= 0; \\ J &= \sigma[E - vB]; \\ J_1 &= \sigma[E - v_1 B], \end{aligned} \quad (95)$$

где J_1 и J — плотности токов соответственно в средней и крайних пластинах, $E=U/a$ (U есть разность потенциалов между AB и CD). Решая эту систему уравнений относительно v_1 , v , J_1 и J , получаем:

$$v_1 = (P + \sigma BE) \frac{\frac{4k}{b} + \sigma B^2}{\left(\frac{2k}{b} + \sigma B^2\right)^2 - \frac{2k^2}{b^2}}; \quad (96)$$

$$v = (P + \sigma BE) \frac{\frac{3k}{b} + \sigma B^2}{\left(\frac{2k}{b} + \sigma B^2\right)^2 - \frac{2k^2}{b^2}}. \quad (97)$$

Рассмотрим некоторые частные случаи этих решений.

1) В случае, когда $\sigma B^2 = 0$

$$v_1 = \frac{2Pb}{k}; \quad v = \frac{3}{2} \frac{Pb}{k}; \quad J_1 = J = \sigma E.$$

2) При заземленных гранях AB и CD , т. е. разности потенциалов между ними, равной нулю, $E=0$

$$\begin{aligned} v_1 &= \frac{P \left(\frac{4k}{b} + \sigma B^2\right)}{\left(\frac{2k}{b} + \sigma B^2\right)^2 - \frac{2k^2}{b^2}}; \quad v = \frac{P \left(\frac{3k}{b} + \sigma B^2\right)}{\left(\frac{2k}{b} + \sigma B^2\right)^2 - \frac{2k^2}{b^2}}; \quad (98) \\ J_1 &= -\sigma B v_1; \quad J = -\sigma B v. \end{aligned}$$

Токи через пластину имеют отрицательное направление и тормозят движение пластин, причем $|J_1| > |J|$. При слабом тормозящем действии поля, т. е. когда $\sigma B^2 \ll \frac{k}{b}$, значения v_1 и v получаются в виде малых отрицательных поправок к предыдущему решению

$$\begin{aligned} v_1 &\approx \frac{2Pb}{k} \left(1 - \frac{3}{2} \sigma B^2\right); \\ v &\approx \frac{3}{2} \frac{Pb}{k} \left(1 - \frac{5}{3} \cdot \frac{b}{k} \sigma B^2\right). \end{aligned} \quad (99)$$

Интересно, что тормозящее действие поля на среднюю пластину значительно больше, чем на крайние — поле выравнивает скорости пластин. При очень сильном поле или малой силе трения

$$v_1 \approx v \approx P/\sigma B^2. \quad (100)$$

3) Грани AB и CD изолированы друг от друга и индукционный ток средней пластины замыкается на крайних пластинах, т. е.

$$J_1 + 2J = 0. \quad (101)$$

Этот случай интересен в том отношении, что при аналогичных краевых условиях сплошная металлическая пластина магнитным полем не тормозится.

Решая это уравнение совместно с системой (95), получаем:

$$v_1 = \frac{3\sigma B^2 b^2 + 12kb}{2kb\sigma B^2 + 6k^2} P; \quad v = \frac{3}{2} \frac{Pb}{k}. \quad (102)$$

В пластинах автоматически устанавливается напряженность электрического поля

$$E = \frac{PB}{3} \cdot \frac{3\sigma b^2 B^2 + 10kb}{\frac{2}{3} kb\sigma B^2 + 2k^2}, \quad (103)$$

причем $vB < E < v_1 B$, т. е. вместе с индуцированной э. д. с. в центральной пластине образуется ток, тормозящий центральную пластину, а в боковых пласти-

нах — ток, ускоряющий их движение. Для малых значений поля получаются значения

$$v_1 \approx \frac{2bP}{k} \left(1 - \frac{\sigma b B^2}{6k} \right); \quad v = \frac{3bP}{2k} = v_0, \quad (104)$$

из которых видно, что при таких граничных условиях тормозящее действие поля на центральную пластину значительно меньше, чем в предыдущем частном случае. Боковые пластины при этом не тормозятся, а ускоряются. Ускоряющее действие при этом компенсируется некоторым изменением силы трения со стороны центральной пластины.

Рассмотренные случаи показывают, что для правильного суждения о течении металла в магнитном поле в систему граничных условий должно быть обязательно включено уравнение электрической цепи.

Ламинарное течение в поперечном магнитном поле. Пусть канал с поперечными размерами $2b \times a$ заполнен жидким металлом (рис. 29), причем его стенки AB и CD мы считаем проводящими, а стенки AC и BD — не проводящими электрический ток. Будем считать длину и ширину канала величинами, значительно большими, чем толщина: $l \gg 2b$, $a \gg 2b$. Поэтому в дальнейшем расчете мы пренебрежем компонентой градиента скорости вдоль оси OY . В уравнении Навье — Стокса

$$\rho \left[\frac{\partial v}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} \right] = -\text{grad } P + [\mathbf{J} \mathbf{B}] + \eta \nabla^2 \mathbf{v}$$

входящие в него векторные величины будут иметь следующие компоненты:

$$\mathbf{v} = \{v; 0; 0\}; \quad (-\text{grad } P) = \mathbf{P} = \{P; 0; 0\};$$

$$\mathbf{J} = \{0; J; 0\}, \quad \mathbf{B} = \{0; B_x; B\},$$

так что получается следующее скалярное уравнение:

$$\eta \frac{d^2 v}{dz^2} + JB + P = 0. \quad (105)$$

Из дифференциального закона Ома и уравнения Максвелла

$$J = \sigma [E - vB]; \quad (106)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J}$$

получим:

$$\frac{\partial B_x}{\partial z} = \sigma \mu J. \quad (107)$$

Граничные условия для решения уравнения (105)

$$z = \pm b, \quad v = 0, \quad (108)$$

так как считаем скорость жидкости вблизи граней AC и BD стремящейся к нулю. Данный канал включается в некоторую внешнюю гидравлическую цепь; в ней могут иметься источники гидравлического давления в виде насосов, какое-то внешнее гидравлическое сопротивление. Характеристика внешней гидравлической цепи будет в этой задаче выступать как граничные условия по оси Ox для градиента давления P , ее мы запишем в виде некоторой функции

$$\varphi(P, l, Q) = 0, \quad (109)$$

где Q — производительность канала ($[Q]$, $\text{м}^3/\text{сек}$). В том случае, если канал играет роль магнитогидродинамического тормоза или генератора, мы будем считать $P > 0$. При этом предполагается, что во внешней цепи имеется некоторый гидравлический насос. Это будет соответствовать большему давлению на входе в канал по сравнению с его выходом. В случае работы канала в режиме магнитогидродинамического насоса $P = -P^* < 0$, т. е. внешняя гидравлическая цепь является некоторым сопротивлением и на входе в канал давление меньше, чем на выходе.

Граничные электрические условия в уравнении (106) определяют величину E . К граням AB и CD канала подключена некоторая электрическая цепь с внешним сопротивлением R и электродвижущей силой $\mathcal{E}$, которую мы будем считать положительной, если канал будет работать в режиме магнитогидродинамического тормоза. В этом случае

$$E = \frac{U}{a} = \frac{\mathcal{E} - IR}{a}, \quad (110)$$

и граничные электрические условия можно записать в виде:

$$\frac{J}{\sigma} + vB = \frac{\mathcal{E} - IR}{a}. \quad (111)$$

Учитывая, что по определению

$$Q = a \int_{-b}^{+b} v dz \quad \text{и} \quad I = l \int_{-b}^{+b} J dz, \quad (112)$$

мы после интегрирования уравнения (111) получаем закон Ома в интегральной форме для электрической цепи магнитогидродинамического канала

$$I \left(R + \frac{a}{2bl\sigma} \right) + \frac{BQ}{2b} = \mathcal{E}, \quad (113)$$

где $R + \frac{a}{2bl\sigma} = R_{\Pi}$ — полное омическое сопротивление электрической цепи. Общий интеграл уравнения (105) имеет вид:

$$v = C_1 e^{\alpha z} + C_2 e^{-\alpha z} + \frac{P + \sigma EB}{\sigma B^2}, \quad (114)$$

где $\alpha = B \sqrt{\frac{\sigma}{\eta}}$.

Используя граничные условия (108), получим:

$$v = \frac{P + \sigma EB}{\sigma B^2} \left(1 - \frac{\operatorname{ch} \alpha z}{\operatorname{ch} \alpha b} \right). \quad (115)$$

Проинтегрировав (115) по z , получаем для производности:

$$Q = 2ab \frac{P + \sigma EB/a}{\sigma B^2} \left(1 - \frac{\operatorname{th} M}{M} \right) \quad (116)$$

или, подставив значение $E = (\mathcal{E} - IR)/a$, получаем после исключения I при помощи (113)

$$\frac{\sigma B^2}{2ab} \left[\frac{M}{M - \operatorname{th} M} - \frac{R}{R_{\Pi}} \right] Q - P = \frac{\sigma \mathcal{E} B}{a} \left(1 - \frac{R}{R_{\Pi}} \right) \quad (117)$$

— второе интегральное соотношение для магнитогидродинамического канала.

Из уравнений (106) и (107) можно получить соотношения для компонент магнитной индукции в зазоре

$$B_z = B = \text{const},$$

$$B_x = \mu_0 \sigma E \frac{\text{sh } az}{\text{ch } ab} - \frac{\mu_0 P}{B} \left(z - \frac{\text{sh } az}{\text{ch } ab} \right). \quad (118)$$

При условии $l \gg 2b$ и возможности пренебречь крайними эффектами величина B_x не влияет на магнитное сопротивление канала, и в идеализированном случае магнитную цепь можно не рассматривать.

Таким образом, магнитогидродинамический канал можно рассматривать как пересечение трех цепей: гидравлической, электрической и магнитной. При различных режимах в этих цепях магнитогидродинамический канал будет играть роль вентиля в гидродинамической цепи и генератора в электрической либо насоса в гидродинамической и потребителя тока в электрической. В первом случае будет происходить перекачивание энергии из гидравлической цепи в электрическую, во втором, наоборот, из электрической в гидравлическую.

Режим вентиля или генератора, $\mathcal{E} = 0$. При $R = 0$ канал превращается в тормоз с дополнительным электромагнитным сопротивлением течению.

$$P = \frac{Q}{2ab} \sigma B^2 \frac{M}{M - \text{th } M}. \quad (119)$$

При малых значениях M магнитное сопротивление является небольшой добавкой к сопротивлению гидравлической цепи

$$P = \eta \frac{Q}{2ab} \left(1 + \frac{2M^2}{15} \right).$$

При бесконечном сопротивлении во внешней цепи $R = \infty$

$$P = \frac{Q}{2ab} \sigma B^2 \frac{\text{th } M}{M - \text{th } M} \quad (120)$$

и канал представляет собой гидравлическое сопротивление в $\frac{M}{\text{th } M}$ раз меньше, чем в предыдущем случае.

Действительно, пусть по определению коэффициент гидравлического сопротивления λ равен:

$$\lambda = Pr / \frac{\rho \bar{v}^2}{2}, \quad (121)$$

где $\bar{v} = Q/2ab$ — средняя скорость, а r — гидравлический радиус, равный отношению площади потока к смоченному периметру канала, $r = \frac{ab}{(a+2b)} \approx b$ при $a \gg b$. Подставляя значения (119) и (120), получаем соответственно значения λ для ламинарного течения в поперечном магнитном поле:

$$\lambda_0 = \frac{2}{\text{Re}} \frac{M^2}{M - \text{th } M} \quad \text{при } R=0 \quad (122a)$$

и

$$\lambda_\infty = \frac{2}{\text{Re}} \frac{M^2 \text{th } M}{M - \text{th } M} \quad \text{при } R=\infty, \quad (122b)$$

где $\text{Re} = \rho \bar{v} r / \eta$.

Отношение этих сопротивлений равно $M/\text{th } M$. Это вызвано тем, что суммарный ток через канал в последнем случае равен нулю, в средней части канала ток течет в отрицательном направлении, а по краям — в положительном, причем при $z = z_1$, где

$$\text{ch } \alpha z_1 = \frac{\text{ch } \alpha b}{1 + \sigma B^2 \bar{v} / P},$$

получается $J=0$.

Из (110) и (111) можно получить выражение для напряженности электрического поля, образующегося благодаря зарядам на поверхности AB и CD

$$E = BQ/2ab.$$

Разность потенциалов $\mathcal{E}$ будет равна:

$$\mathcal{E} = aE = BQ/2abc. \quad (123)$$

Она может быть измерена потенциометром. В этом случае магнитогидродинамический канал работает в режиме электромагнитного расходомера.

При $\mathcal{E}=0$ и $P>0$ канал является генератором электрического тока, идеализированный к. п. д. которого легко вычислить:

$$\eta = \frac{I^2 R}{IPQ} = \frac{(R_n - R) R}{R_n} \left\{ \frac{M}{M - \text{th } M} - \frac{R}{R_n} \right\}. \quad (124)$$

Режим электромагнитного насоса. Положив $P^* = -P$, получаем из (117) выражение для $M \gg 1$:

$$P^* = \left(\frac{\sigma \mathcal{E} B}{a} - \frac{\sigma B^2 Q}{2ab} \right) \left(1 - \frac{R}{R_n} \right). \quad (125)$$

Член, содержащий B^2 , в данном выражении имеет физический смысл индуктивного сопротивления течению, в то время как член $\sigma \mathcal{E} B/a$ отображает движущую силу кондуктивного тока. (P, Q) — характеристика такого насоса имеет вид прямой, наклон которой не зависит от $\mathcal{E}$. Ее точки пересечения с осью ординат определяются величиной

$$P^*_{\text{макс}} = \frac{\sigma \mathcal{E} B}{a} \left(1 - \frac{R}{R_n} \right) \quad \text{при } Q=0. \quad (126)$$

Это соответствует случаю электромагнитного вентилля, когда $\mathcal{E}$ и B подобраны так, что компенсируют активное давление внешней системы и производительность насоса равна нулю. Такое давление получается автоматически при работе насоса на внешнюю гидравлическую систему с закрытым вентилем. С осью абсцисс получается пересечение при $P^*=0$ и

$$\mathcal{E} = \frac{BQ}{2b} \frac{M/(M - \text{th } M) - R/R_n}{1 - R/R_n}, \quad (127)$$

что соответствует интересному случаю, когда насос компенсирует силу трения, возникающую в канале насоса. Коэффициент полезного действия насоса в режиме $P^* \neq 0$ и $Q \neq 0$ будет равняться:

$$\eta = \frac{IP^*Q}{\mathcal{E} I} = \frac{BQ}{2b}. \quad (128)$$

В рассмотренных случаях ламинарного течения в магнитогидродинамическом канале от магнитной цепи не происходит передача энергии.

Бегущее магнитное поле в магнитогидродинамическом канале. Представим себе, что постоянные магниты на рис. 32 не являются неподвижными относительно стенок канала $ABCD$, а движутся со скоростью v_0 в направлении оси OX . Тогда в системе уравнений, описывающих течение, закон Ома (106) должен быть записан в виде:

$$J = \sigma [E - (v - v_0) B]. \quad (129)$$

Соответственно (113) будет заменено:

$$I \left(R + \frac{a}{2bl\sigma} \right) + \frac{BQ}{2b} = \mathcal{E} + \frac{BQ_0}{2b}, \quad (130)$$

где $Q_0 = 2abv_0$.

Выражение для скорости течения

$$v = \left(v_0 + \frac{E}{B} + \frac{P}{\sigma B^2} \right) \left(1 - \frac{\operatorname{ch} az}{\operatorname{ch} ab} \right) \quad (131)$$

после интегрирования по z даст вместо (116)

$$Q = 2ab \left(v_0 + \frac{\mathcal{E} - IR}{aB} + \frac{P}{\sigma B^2} \right) \left(1 - \frac{\operatorname{th} M}{M} \right). \quad (132)$$

Таким образом, получается второе интегральное соотношение для канала с движущейся магнитной системой

$$\begin{aligned} Q \frac{\sigma B^2}{2ab} \left[\frac{M}{M - \operatorname{th} M} - \frac{R}{R_n} \right] + P^* = \\ = \left(\frac{\sigma \mathcal{E} B}{a} + \frac{\sigma B^2 Q_0}{2ab} \right) \left(1 - \frac{R}{R_n} \right). \end{aligned} \quad (133)$$

В том случае, если поверхности AB и CD заземлены, т. е. $\mathcal{E} = 0$ и $R = 0$, магнитогидродинамический канал превращается в прототип индукционного насоса с градиентом давления

$$P^* = \frac{\sigma B^2}{2ab} \left[Q_0 - \frac{M}{M - \operatorname{th} M} Q \right]. \quad (134)$$

При $M \gg 1$ эта формула превращается в очевидную

$$P^* = \frac{\sigma B^2}{2ab} (Q_0 - Q) = \sigma B^2 (v_0 - v_{cp}). \quad (135)$$

В том случае, если внешние „шины“ — плоскости AB и CD — изолированы друг от друга, т. е. $R=R_{II}=\infty$, между градиентом давления и производительностью будет соблюдаться равенство

$$Q = \frac{\sigma B^2}{2ab} \left[\frac{M}{M - \tanh M} - 1 \right] = -P^*,$$

которое может быть удовлетворено лишь при $P^* < 0$, т. е. канал в качестве насоса работать не может. Физически это объясняется тем, что э. д. с. индукции создает на шинах AB и CD разность потенциалов, но индукционного тока получиться не может.

В практических условиях при наличии краевых эффектов индукционные токи могут замкнуться вне сферы действия магнитного поля, поэтому путем деления выражений (134) и (135) на некоторый коэффициент K_A можно получить формулу для давления в насосе с незакороченными шинами. В том случае, если магнитное поле в канале меняется по закону

$$B = B_0 \cos(\omega t - \alpha x), \quad (136)$$

где $\omega = 2\pi/T$, $\alpha = \pi/\tau$ и τ — расстояние между ближайшими полюсами бегущего магнитного поля, среднее за период значение градиента давления будет равно:

$$P^* = \frac{\sigma B_0^2}{2} \left(\frac{\omega}{\alpha} - v_{ср} \right) = \sigma B_{\text{действ}}^2 \left(\frac{\omega}{\alpha} - v_{ср} \right). \quad (137)$$

Во всех выражениях для движущегося поля для получения средних величин надо заменить B^2 действующим значением индукции, а v_0 через ω/α .

Легко показать, что к. п. д. идеального индукционного насоса с движущейся магнитной системой будет равен при $M \gg 1$

$$\eta \approx Q/Q_0 \quad (138)$$

Турбулентное течение. Этот случай имеет наибольшее практическое значение, так как в громадном большинстве случаев магнитогидродинамические машины работают в турбулентном режиме. Так как турбулентный режим приводит к значительному вырав-

ниванию скорости поперек канала, усиливающемуся влиянием магнитного поля, то, как показывает опыт, можно считать распределение скоростей поперек канала однородным, равным некоторому v_{cp} . При выполнении условия $M^2/Re < 10^{-3}$ магнитное поле не влияет на закон сопротивления турбулентному потоку и гидравлические потери для гладкого канала можно считать равными:

$$P_f = \xi \rho \frac{v_{cp}^2 l}{8b},$$

где коэффициент сопротивления для чисел Рейнольдса $5 \cdot 10^3 < Re < 10^5$ равен $\xi = 0,316 Re^{-0,25}$. Таким образом, для индукционного насоса уравнение течения будет иметь вид:

$$\sigma B^2 (v_0 - v_{cp}) l = 2,8 \cdot 10^{-2} v_0^{0,25} \rho b^{-1,25} l v_{cp}^{1,75} + p_a, \quad (139)$$

где p_a — давление во внешней цепи [Л. 50].

Введем согласно Я. Лиелпетеру [Л. 51] следующие безразмерные числа: $Re = 4v_{cp}b/\nu$, $M = bB \sqrt{\frac{\sigma}{\eta}} Re_{\pi} = 4\omega b/\alpha\nu$; $P^* = 4p_a b^3/l\rho\nu^2$. После подстановки их в (139) получаем:

$$0,99 \cdot 10^{-2} Re^{1,75} - M(Re_{\pi} - Re) + P^* = 0. \quad (140)$$

Рассмотрим случаи ламинарного и турбулентного течения во внешней цепи. В первом случае перепад давления во внешней цепи пропорционален давлению, поэтому $P^* = k_v Re$, во втором — соответствует закону Блазиуса $P^* = k_T Re^{1,75}$. Величины k_v и k_T представляют безразмерные коэффициенты гидравлического сопротивления внешней цепи, зависящие только от геометрии последней. Подставляя их в (139), получим:

$$0,99 \cdot 10^{-2} Re^{1,75} + (M^2 + k_v) Re - M^2 Re_{\pi} = 0;$$

$$(0,99 \cdot 10^{-2} + k_T) Re^{1,75} + M^2 Re - M^2 Re_{\pi} = 0. \quad (141)$$

Эти уравнения имеют одинаковую математическую форму

$$Re^{1,75} + b_1 Re - b_2 = 0. \quad (142)$$

На рис. 33 изображена составленная М. В. Филипповым [Л. 52] удобная номограмма для решения уравнения (142). Номографическое представление уравне-

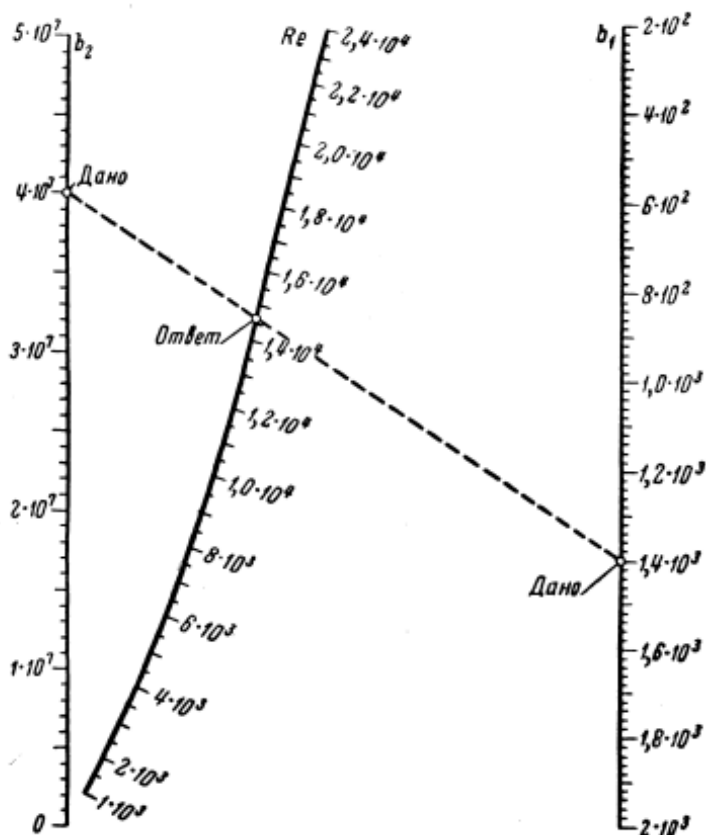


Рис. 33. Номограмма для решения задачи о турбулентном течении в магнитогидродинамическом канале.

ний (140) и (141) для аналитических расчетов неудобно. В этом случае может быть введена хорошая аппроксимация

$$Re^{1,75} = a_1 Re^2 + a_2 Re,$$

где для $10^3 < Re < 10^5$; $a_1 = 0,0474$; $a_2 = 946$.

9. ПЕРЕХОДНЫЕ ЯВЛЕНИЯ ПРИ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОМ ТЕЧЕНИИ В ПОПЕРЕЧНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Переходные явления в магнитогидродинамическом канале дают возможность сформулировать ряд интересных задач, выводы из которых важны при оценке условий и времени установления стационарного течения при включении и выключении электромагнитных насосов, особенно работающих в режиме дозаторов. Изучение их позволяет выяснить влияние на течение начальных участков, гидравлических толчков и т. д. Во всех этих задачах явлениями релаксации в магнитной и электрической цепи М.Г.Д. канала пренебрегают и переходной процесс рассматривают только с учетом гидродинамического канала.

Установление течения в бесконечно длинном насосе. В плоском линейном индукционном насосе бесконечной длины и ширины в некоторый начальный момент времени $t=0$ включается синусоидальное магнитное поле. Уравнение движения [Л. 52] будет записано в виде:

$$\sigma B^2 \left(\frac{\omega}{\alpha} - v_x \right) + \eta \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} - \rho \frac{\partial v_x}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial x} = 0. \quad (143)$$

От стационарного случая это уравнение отличается лишь наличием члена $\rho \frac{\partial v_x}{\partial t}$, характеризующего силу инерции.

Для граничных и начальных условий вида

$$x = \pm b, v_x = 0 \text{ и } t = 0, v_x = 0$$

при существовании постоянного градиента давлений $\frac{\partial p}{\partial x} = (p_2 - p_1)/l = \text{const}$ решение, полученное с помощью операционного метода, имеет такой вид:

$$\begin{aligned} v_x(z, t) = & \left(\frac{\omega}{\alpha} - \frac{1}{\sigma B^2} \frac{p_2 - p_1}{l} \right) \left[\left(1 - \frac{\text{ch} \frac{M}{b} z}{\text{ch} M} \right) \times \right. \\ & \times \left(1 - e^{-\frac{\gamma}{b^2} M^2 t} \right) + 2M^2 e^{-\frac{\gamma}{b^2} M^2 t} \times \\ & \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \cos \mu_n \frac{z}{b}}{\mu_n (\mu_n^2 + M^2)} \left(1 - e^{-\frac{\gamma}{b^2} \mu_n^2 t} \right) \left. \right]. \quad (144) \end{aligned}$$

Интегрируя по z , легко получить среднюю скорость $v_{\text{ср}}$ как функцию времени и остальных параметров, определяющих поток.

Если ввести безразмерные величины

$$v_{\text{отн}} = \frac{v_{\text{ср}\infty} - v_{\text{ср}}}{v_{\text{ср}}}; \quad \tilde{t} = \frac{v}{b^2} t,$$

где $v_{\text{ср}\infty}$ — стационарная средняя скорость, а $v_{\text{отн}}$ — безразмерная величина, характеризующая степень приближения нестационарного течения к стационарному, то уравнение переписется так:

$$v_{\text{отн}} = \frac{e^{-M^2 \tilde{t}} \left[1 - \frac{\text{th } M}{M} - 2M^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\mu_n^2 (\mu_n^2 + M^2)} \left(1 - e^{-\mu_n^2 \tilde{t}} \right) \right]}{1 - \frac{\text{th } M}{M}}. \quad (145)$$

Для $M \gg 1$ получаем:

$$v_{\text{отн}} \approx e^{-M^2 \tilde{t}} \left[1 - 2M^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - e^{-\mu_n^2 \tilde{t}}}{\mu_n^2 (\mu_n^2 + M^2)} \right].$$

Введем безразмерное время установления процесса $\tilde{t}_0$, в течение которого средняя скорость достигнет 99% стационарной. Зависимость его от числа Гартмана M дана на рис. 34. Например, для ртути, для которой $v = 1,14 \cdot 10^{-7}$ м²/сек, при $M = 10$ $\tilde{t}_0 = 4,45 \cdot 10^{-2}$. При $b = 5 \cdot 10^{-3}$ м этому значению соответствует $t_0 = \frac{\tilde{t}_0 b^2}{v} \approx 10$ сек. Аналогичная задача была решена

[Л. 53] для усредненной скорости при турбулентном течении. Предполагая, что $5 \cdot 10^3 < \text{Re} < 10^5$, причем в гладких трубах потери давления определяются выражением $p_2 - p_1 = k'_T v_{\text{ср}}^{1,75}$, и считая, что течение турбулентно как вне, так и внутри насоса, получим уравнение

$$\sigma B^2 \left(\frac{\omega}{\alpha} - v_{\text{ср}} \right) l_1 - \left(\frac{s_2}{s_1} k'_T + \right. \\ \left. + 0,028 v_0^{0,26} \rho b^{-1,26} l_1 \right) v_{\text{ср}}^{1,75} - \rho (l_1 + l_2) \frac{dv_{\text{ср}}}{dt} = 0 \quad (146)$$

при начальных условиях $v_{\text{ср}} = v_{\text{кр}}$ при $t = t_0$, где $v_{\text{кр}}$ — критическая скорость перехода от ламинарного тече-

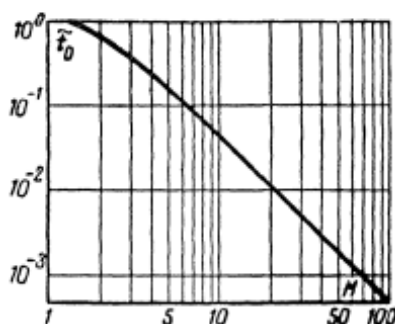


Рис. 34. Зависимость относительного времени установления процесса от числа Гартмана по Я. Лиелпетеру.

ния к турбулентному. Представив это уравнение в безразмерном виде

$$M^2(\text{Re}_\pi - \text{Re}) - p \frac{s_2}{s_1} - 10^{-2} \text{Re}^{1,75} - \frac{l_1 + l_2}{l_1} \frac{d \text{Re}}{d \tilde{t}} = 0, \quad (147)$$

получим:

$$\frac{l_1 + l_2}{l_1} \frac{d \text{Re}}{d \tilde{t}} + 0,0474k \text{Re}^2 + (946k + M^2) \text{Re} - M^2 \text{Re}_\pi = 0. \quad (148)$$

При условии $\text{Re} = \text{Re}_{\text{кр}}$ для $\tilde{t} = \tilde{t}_0$

$$\begin{aligned} \text{Re} = 1,043 & \frac{(946 + M^2 - F_1) \frac{F_2 + F_1}{F_2 - F_1} - (946k + F_1 +}{\exp \left[-\frac{(\tilde{t} - \tilde{t}_0) l_1 F_1}{\rho (l_1 + l_2)} \right]} \dots \rightarrow \\ & \leftarrow \dots \frac{+ M^2 \exp \left[-\frac{(\tilde{t} - \tilde{t}_0) l_1 F_1}{\rho (l_1 + l_2)} \right]}{-\frac{F_2 + F_1}{F_2 - F_1}}, \end{aligned} \quad (149)$$

где $F_1 = \sqrt{0,1896kM^2 \text{Re} + (946k + M^2)^2}$;
 $F_2 = 0,0948k \text{Re}_{\text{кр}} + 946k + M^2$.

Это выражение может быть использовано для расчета разгонного течения электромагнитного насоса.

Оценка некоторых краевых явлений при течении в магнитогидродинамическом канале. Канал электромагнитного насоса представляет собой трубу конечной длины, иногда со сравнительно малым отношением длины к диаметру канала. Поэтому очень важным является умение оценить начальный участок течения в магнитогидродинамическом канале.

Пусть во входном сечении индукционного насоса имеется равномерное распределение скорости величиной v . Тогда приближенное уравнение течения Н. М. Охременко [Л. 54] записывает в виде:

$$v \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \sigma B^2 \left(\frac{\omega}{\alpha} - u \right) \sin^2(\omega t - \alpha x); \quad (150)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0,$$

где u и v — компоненты скорости.

При $x=0$, $|y| < b$, $u=v$; при $x > 0$, $y = \pm b$, $u=0$, $v=0$

$$u(x, y) = v \left\{ \frac{\operatorname{ch} M - \operatorname{ch} \frac{M}{b} y}{\operatorname{ch} M - \frac{\operatorname{sh} M}{M}} - 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\cos \gamma_m - \cos \left(\gamma_m \frac{y}{b} \right)}{(M^2 + \gamma_m^2) \cos \gamma_m} e^{-\frac{M^2 + \gamma_m^2}{R} \frac{x}{b}} \right\} \quad (151)$$

$R = \frac{bv}{\nu}$; γ_m — корни трансцендентного уравнения $\operatorname{tg} z = z$.

На бесконечном удалении от входа скорость

$$u(\infty, y) = v \frac{\operatorname{ch} M - \operatorname{ch} \frac{M}{b} y}{\operatorname{ch} M - \frac{\operatorname{sh} M}{M}}. \quad (152)$$

Длиной начального участка считают такое расстояние $x = L_M$, на котором осевая скорость, вычисленная по формуле (151), отличается от осевой скорости,

определенной по формуле (152), не более чем на 1%. Дается приближенное выражение для L_M :

$$L_M = \frac{bR}{M^2 + \gamma_1^2} \ln \frac{200 \left(\operatorname{ch} M - \frac{\operatorname{sh} M}{M} \right) (\cos \gamma_1 - 1)}{(M^2 + \gamma_1^2) (\operatorname{ch} M - 1) \cos \gamma_1}. \quad (153)$$

При $M \rightarrow 0$ получается известное из гидродинамики выражение для длины начального участка при отсутствии магнитного поля

$$L_{M=0} = \frac{bR}{\gamma_1^2} \ln \frac{400 (\cos \gamma_1 - 1)}{3\gamma_1^2 \cos \gamma_1}, \quad (154)$$

где $\gamma_1 = 4,493$.

Магнитное поле оказывает значительное влияние на сокращение начального участка, что легко видеть из сопоставления следующих числовых данных:

M	Приближенное выражение для L_M	Отношение $L_{M=0} / L_M$
0	$0,018bR$	1
5	$0,0886bR$	2,03
10	$0,0177bR$	10,16
$M \gg 1$	bR/M^2	$0,18M^2$

Укажем еще на аналогичную работу Шойхега, Остерли и Янга [Л. 55], в которой дано решение подобной задачи с учетом температурных переходных явлений на входе.

10. НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ О БЕГУЩЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ, СУЩЕСТВЕННЫЕ ДЛЯ ПРИКЛАДНОЙ МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ

Непрерывный индуктор бегущего поля над металлическим полупространством. Эта задача является простейшим примером, позволяющим представить себе характер явлений в проводнике, помещенном в бегущее магнитное поле [Л. 56]. Пусть на границе металлического полупространства $z > 0$ с проницаемостью $\mu = \mu' - j\mu''$ и проводимостью σ расположена обмотка, создающая бегущее магнитное поле $H_x = H_0 \exp j(\omega t - \alpha x)$, $i_0 = H_0$, где i_0 — линейная плот-

ность электрического тока. Будем считать, что все пространство движется в направлении оси OX со скоростью v . Введя в уравнения Максвелла (2а) и (2б) векторный потенциал

$$\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A} \text{ и } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}, \quad (155)$$

получаем для него уравнение

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \frac{1}{\sigma \mu_0} \nabla^2 \mathbf{A} + \mathbf{v} \text{ rot } \mathbf{A}. \quad (156)$$

В данном случае одномерной задачи векторный потенциал $\mathbf{A} = \{0; A; 0\}$ и уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{1}{\sigma \mu} \left(\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} \right) - v \frac{\partial A}{\partial x}. \quad (157)$$

При этом между вектором $\mathbf{B}$ и плотностью тока $\mathbf{J}$ существует связь

$$\mathbf{B} = \left\{ -\frac{\partial A}{\partial z}; 0; \frac{\partial A}{\partial x} \right\}; \quad \mathbf{J} = \left\{ 0; \sigma \left(-\frac{\partial A}{\partial t} - v \frac{\partial A}{\partial x} \right); 0 \right\}. \quad (158)$$

Граничным условием для компоненты векторного потенциала будет равенство

$$\left. \frac{\partial A}{\partial z} \right|_{z=0} = -\mu H_0 e^{j(\omega t - \alpha x)}. \quad (159)$$

Решение ищем в виде:

$$A = C e^{-kz} e^{j(\omega t - \alpha x)}, \quad (160)$$

тогда уравнение (157) перейдет в такое:

$$k^2 = j\omega\sigma\mu \left(1 - \frac{av}{\omega} \right) + \alpha^2, \quad (161)$$

а граничное условие (159)

$$A = \frac{\mu}{k} H_0 e^{j(\omega t - \alpha x)}, \quad (162)$$

т. е. в (160) $C = \mu/kH_0$. В (161) положим $k = k_1 + jk_2$,

где

$$k_1 = \sqrt{\frac{\omega \mu_K s \sigma}{2}}, \quad k_2 = \sqrt{\frac{\omega \mu_{II} s \sigma}{2}}, \quad (163)$$

s — скольжение.

В. К. Аркадьев ввел удобные модификации комплексной магнитной проницаемости вещества $\mu = \mu' - j\mu''$ [Л. 57]

$$\mu_K = \sqrt{\mu'^2 + \mu''^2} + \mu''; \quad \mu_{II} = \sqrt{\mu'^2 + \mu''^2} - \mu''. \quad (164)$$

Выражения μ_K и μ_{II} используются в формулах вместо обычной действительной проницаемости при наличии магнитных потерь, измеряемых мнимой частью проницаемости μ'' . Например, для напряженности магнитного поля в металлическом полупространстве, находящемся под действием падающей электромагнитной волны (синфазно намагничиваемой поверхности), получается соотношение

$$H = H_0 e^{-k_1 z} e^{j(\omega t - k_2 z)},$$

где выражения для

$$k_1 = \sqrt{\frac{\sigma \omega \mu_K}{2}}; \quad k_2 = \sqrt{\frac{\sigma \omega \mu_{II}}{2}} \quad (165)$$

аналогичны формулам (163), в которые введены выражения μ_K и μ_{II} , и являются обобщением выражений (164)

$$\mu_K = \sqrt{\mu'^2 + \left(\mu'' + \frac{\alpha^2}{\sigma \omega s}\right)^2} + \left(\mu'' + \frac{\alpha^2}{\sigma \omega s}\right), \quad (166)$$

$$\mu_{II} = \sqrt{\mu'^2 + \left(\mu'' + \frac{\alpha^2}{\sigma \omega s}\right)^2} - \left(\mu'' + \frac{\alpha^2}{\sigma \omega s}\right). \quad (167)$$

Сравнивая их с (164), можно сказать, что наличие бегущего магнитного поля дает некоторую добавку к мнимой части комплексной магнитной проницаемости, как бы увеличивает магнитные потери в ферромагнитном металле и создает их в неферромагнитном.

Пользуясь соотношениями (158) и (162), получаем:

$$B_x = kA = (\mu' - j\mu'') H_0 e^{-k_1 z} e^{j(\omega t - \alpha x - k_2 z)}, \quad (168)$$

$$B_z = -j\alpha A = -\frac{j\alpha(\mu' - j\mu'')}{k_1 + ik_2} H_0 e^{-k_1 z} e^{j(\omega t - \alpha x - k_2 z)}, \quad (169)$$

$$j_y = -\sigma\omega S A = -\frac{\sigma\omega S(\mu' - j\mu'')}{k_1 + ik_2} H_0 e^{-k_1 z} e^{j(\omega t - \alpha x - k_2 z)}. \quad (170)$$

Поверхностный эффект, создаваемый бегущим полем, отличается от поверхностного эффекта с синфазно намагничиваемой границей тем, что плоскости одинаковой фазы в металле не параллельны плоскости $z=0$, а наклонны к ним под углом $\varphi = \arctg \alpha/k_2$. С другой стороны, плоскости одинаковой амплитуды имеют уравнение $z=0$. Другой отличительной особенностью поверхностного эффекта в бегущей волне является иная величина глубины проникновения электромагнитного процесса. Глубина z_1 , на которой амплитуда магнитного поля уменьшается в e раз, равна:

$$z_1 = \frac{1}{k_1} = \sqrt{\frac{2}{\mu_R \omega \sigma}} = \sqrt{\frac{2}{V \mu'^2 \omega^2 S^2 \sigma^2 + (\mu' \omega S \sigma + \alpha^2)^2 + \mu'' \omega S \sigma + \alpha^2}}. \quad (171)$$

Отличие этой величины от глубины проникновения при обычном поверхностном эффекте заключается в существовании неоднородности поля в направлении оси OX : действительно, в пустом полупространстве при $\sigma=0$ глубина проникновения $z_1 = 1/\alpha = \tau/\pi$, где τ — полюсное расстояние индуктора бегущего магнитного поля, $k_1 = \alpha$ и $k_2 = 0$. При этом

$$B_x = \mu_0 H_0 e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \alpha x), \quad (172)$$

$$B_z = \mu_0 H_0 e^{-\alpha z} \cos\left(\omega t - \alpha x - \frac{\pi}{2}\right) = \\ = \mu_0 H_0 e^{-\alpha z} \sin(\omega t - \alpha x).$$

Абсолютное значение вектора индукции при этом равно:

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_z^2} = \mu_0 H_0 e^{-\alpha z}, \quad (173)$$

т. е. бегущее поле в направлении нормали к индуктору затухает в пустоте по экспоненциальному закону, существует своеобразный геометрический поверхностный эффект. Картина линий индукции поля представлена на рис. 35. Аналогичная картина поля получается и в металлическом полупространстве при $s=0$;

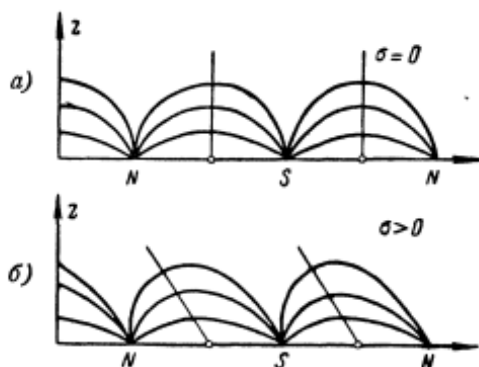


Рис. 35. Скин-эффект в полупространстве при бегущем магнитном поле. а — форма силовых линий поля при $\sigma=0$ или $v=0$; б — при $\sigma>0$ или $v\neq 0$.

в этом случае металл движется с одинаковой скоростью с бегущим полем, индукционных токов не возникает, и существует только пространственный поверхностный эффект. Влияние степени развития индукционных токов на поверхностный эффект в бегущем магнитном поле можно видеть при помощи следующего преобразования (171) для сред без магнитных потерь, т. е. при $\mu''=0$

$$z_1 = \delta_0 \frac{1}{\sqrt{\sqrt{1 + \left(\frac{\pi^2 \delta_0^2}{2\tau^2}\right)^2} + \frac{\pi^2 \delta_0^2}{2\tau^2}}}, \quad (174)$$

где $\delta_0 = \sqrt{\frac{2}{\mu \sigma \omega s}}$ — глубина проникновения электромагнитной волны при синфазно намагничиваемой границе с некоторой частотой ωs — частотой поля в полупространстве, если измеритель этой частоты движется вместе с металлом. В тех случаях, когда индукционные явления развиты очень сильно благодаря большой

величине произведения $\mu\omega s$, т. е. при $\frac{\delta_0}{\tau} \rightarrow 0$, $z_1 = \delta_0$, т. е. формула для поверхностного эффекта бегущего магнитного поля превращается в формулу для обычного поверхностного эффекта. При малой проводимости или частоте ωs , т. е. при $\frac{\delta_0}{\tau} \rightarrow \infty$, как уже выше было

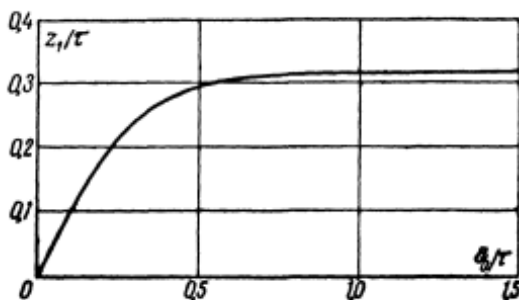


Рис. 36. Сравнение глубины скин-эффекта бегущего поля с глубиной скин-эффекта фронтальной волны δ_0 .

замечено, $z_1 = 1/\alpha = \tau/\pi$ и преобладает „геометрический“ поверхностный эффект, определяемый расстоянием между полюсами индуктора. На рис. 36 показана зависимость безразмерной величины z_1/τ от δ_0/τ , иллюстрирующая это явление.

Взаимодействие индукционного тока с плотностью J с индукцией создает в полупространстве объемную силу, имеющую компоненты

$$\mathbf{f}_\pi = [\mathbf{J}_y \mathbf{B}] = \{J_y B_z; 0; -J_y B_x\}. \quad (175)$$

Среднее за период значение этих компонентов будет равно:

$$\bar{f}_{\pi x} = \frac{J_y B_z^* + J_y^* B_z}{4} = \frac{\sigma \omega s \alpha}{2} |A|^2, \quad (176)$$

$$\bar{f}_{\pi z} = -\frac{J_y B_x^* + J_y^* B_x}{4} = \frac{\sigma \omega s k_2}{2} |A|^2, \quad (177)$$

где $|A|^2 = \frac{(\mu'^2 + \mu''^2)}{k_1^2 + k_2^2} H_0^2 e^{-2k_1 z}$.

Из этих выражений легко получить компоненты полной силы, действующей на единицу площади, про-

интегрировав выражение $|A|^2$ по координате z , что будет эквивалентно делению на $2k_1$. Таким образом, бегущее магнитное поле создает тангенциальную силу

$$F_x = \frac{\sigma \omega s \alpha (\mu'^2 + \mu''^2)}{2k_1 (k_1^2 + k_2^2)} H_0^2 \quad (178)$$

и нормальную силу, давящую на поверхность металла,

$$F_z = \frac{\sigma \omega s k_2 (\mu'^2 + \mu''^2)}{2k_1 (k_1^2 + k_2^2)} H_0^2. \quad (179)$$

Пренебрегая магнитными потерями, а также считая $\frac{\delta_0}{\tau} \ll 1$, что справедливо в большинстве случаев, получаем, что $\bar{\mu}_k \approx \bar{\mu}_n \approx \mu$, а также $k_2 \approx k_1 = 1/\delta_0$. В этом случае нормальная сила приобретает простой вид:

$$F_z = \frac{B_0^2}{2\mu}, \quad (180)$$

т. е. равна удельной энергии магнитного поля или давлению магнитного поля при синфазном намагничивании поверхности. Для тангенциальной компоненты силы получаем выражение

$$F_x = \frac{\delta_0}{\tau} \frac{B_0^2}{2\mu}. \quad (181)$$

Так как средние силы суммируются вдоль длины индуктора l , то полная тангенциальная сила может быть найдена по формуле

$$F_t = l F_x = \frac{l \delta_0}{\tau} \frac{B_0^2}{2\mu}, \quad (182)$$

т. е. она пропорциональна полной энергии магнитного поля в поверхностном слое. Формулы (181) и (182) очень полезны для приближенных оценок величины пондеромоторных сил в бегущем магнитном поле.

Воздействие бегущего магнитного поля параллельных индукторов на полосу металла. Представим себе два индуктора бегущего магнитного поля, расположенные на расстояниях $+b$ и $-b$ от плоскости XOY,

включенные так, что в точках, симметричных к этой плоскости, будут размещаться линейные токи одинакового направления.

Для этой задачи будет справедливо уравнение (156). Решение уравнения необходимо искать в виде:

$$A = (C_1 e^{+kz} + C_2 e^{-kz}) e^{j(\omega t - \alpha x)}. \quad (183)$$

Граничные условия наиболее удобны для практических оценок в виде:

$$z = \pm b, \quad H_x = \pm H_0 e^{j(\omega t - \alpha x)}. \quad (184)$$

Зная, что

$$H_x = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial z} = \frac{k}{\mu} [C_1 e^{kz} - C_2 e^{-kz}] e^{j(\omega t - \alpha x)}, \quad (185)$$

получаем:

$$C_1 = C_2 \frac{\text{ch}(\kappa b)}{\text{sh}(2kb)} \frac{\mu}{k} H_0, \quad (186)$$

и для векторного потенциала в пространстве между индукторами

$$A = \frac{\text{ch} \, kz}{\text{sh} \, kb} H_0. \quad (187)$$

Отсюда для компонент индукции и плотности тока получаем:

$$B_x = -\mu H_0 \frac{\text{sh} \, kz}{\text{sh} \, kb} \quad (\text{a}); \quad B_z = -\frac{j\alpha}{k} \mu H_0 \frac{\text{ch} \, kz}{\text{sh} \, kb} \quad (\text{б});$$

$$J_y = -\frac{j\sigma\omega s}{k} \cdot \frac{\text{ch} \, kz}{\text{sh} \, kb} \mu H_0 \quad (\text{в}). \quad (188)$$

В формулах (187), (188) для сокращения записи опущен член $e^{j(\omega t - \alpha x)}$. Средняя за период компонента силы, действующей на единицу объема полосы вдоль оси OX , равна:

$$F'_x = \frac{(\mu'^2 + \mu''^2) \alpha \sigma \omega s H_0^2}{2(k_1^2 + k_2^2)} \cdot \frac{\text{ch}^2 k_1 z \cos^2 k_2 z}{\text{sh}^2 k_1 b \sin^2 k_2 b}. \quad (189)$$

Общая сила, увлекающая полосу вслед за бегущим магнитным полем, получается равной

$$F_x = al \int_{-b}^{+b} F_x dz = \frac{(\mu'^2 + \mu''^2) \alpha \sigma \omega S H_0^2}{2(k_1^2 + k_2^2)} \cdot \frac{1}{\operatorname{sh}^2 k_1 b \sin^2 k_2 b} \times \\ \times \left\{ \frac{k_1 \cos 2k_1 b \operatorname{sh} 2k_1 b + k_2 \sin 2k_2 b \operatorname{ch} 2k_1 b}{2(k_1^2 + k_2^2)} + b + \frac{\sin 2k_2 b}{2k_2} \right\}. \quad (190)$$

Вычисление зависимости этой силы от частоты или от параметра b/δ_0 показывает общую для таких взаимодействий закономерность: $F_x \rightarrow 0$ при $\omega \rightarrow 0$ или ∞ , но при некотором $\omega_{\max}$ сила F_x имеет максимум.

ГЛАВА ТРЕТЬЯ

ТЕХНИЧЕСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ

11. КОНДУКЦИОННЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ НАСОСЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Мы уже говорили о магнитогидродинамическом канале как пересечении трех цепей: магнитной, гидравлической и электрической. Под кондукционным насосом мы понимаем такой магнитогидродинамический канал, в котором магнитное поле «неподвижно» относительно стенок канала, а в электрической цепи имеется э. д. с., направление которой совпадает с током.

Кондукционным насосам различного типа посвящено достаточно большое количество работ [Л. 58—64]. Здесь излагаются наиболее важные представления, служащие основой практики расчета компенсированных кондукционных насосов в Институте физики АН Латвийской ССР.

В идеализированной схеме магнитогидродинамического канала не рассматривались вторичные влияния всех трех цепей друг на друга. В действительности, вообще говоря, существуют различные взаимные влияния всех трех цепей друг на друга. Схематически эти влияния показаны в табл. 2.

Таблица 2

Каналы, которые подвергаются влиянию	„Влияющие“ каналы		
	1. Гидродинамический	2. Электрический	3. Магнитный
А. Гидродина- мический	—	2. А. Влияние скрещенных полей E и H на пограничный слой около электродов	3А. Изменение закона со- противления течению
Б. Электриче- ский	1Б. Влияние распределения скоростей в канале на распре- деление токов в канале	—	3Б. Возникновение противо- 9. д. с. Влияние магнитного поля на электрическое сопро- тивление
В. Магнитный	1В. „Увлечение“ магнитного потока текущей жидкостью	2В. Реакция „якоря“. Пе- редistribution магнитного потока к входу в некомпен- сированном насосе	—

Не все явления, указанные в этой таблице, учитываются в настоящее время при расчетах кондукционных электромагнитных насосов. Например, при турбулентном течении жидкого металла считают эпюру скоростей однородной и повышенным значением плотности тока в пограничном слое пренебрегают. С другой стороны, при ламинарном течении при расчете гидравлики по формулам Гартмана явление, отмеченное в ячейке 1Б, может быть учтено. То же самое в последнем случае можно сказать и о явлениях, описанных в ячейках 2А и 3А. Некоторые явления, например влияние магнитного поля на электрическое сопротивление в кондукционном насосе (ячейка 3Б), по-видимому, очень малы, а явлением «увлечения» (ячейка 1В) в ряде расчетов кондукционных насосов пренебрегают. В тех случаях, когда величина тока, текущего через канал кондукционного насоса, мала, пренебрегают даже одним из основных явлений — реакцией «якоря» (2В). Это сделано, например, в спиральных кондукционных насосах, в которых один и тот же ток проходит последовательно по образующей цилиндра все витки спирального канала, а индукция магнитного поля направлена в радиальном направлении.

Однако в тех случаях, когда через горловину насоса течет большой ток, т. е. поле реакции якоря составляет заметную величину по сравнению с полем магнитопровода, суммарное магнитное поле в зазоре становится неоднородным: большее его значение наблюдается у входа в насос и меньшее — у выхода. Это в свою очередь вызывает неравномерность против-э. д. с. и плотности тока в насосе: большая плотность тока оказывается у выхода, что в свою очередь уменьшает электромагнитное давление и к. п. д. насоса.

Иногда в таких насосах идут на расширение канала у входного конца и сужение у выходного, стремясь найти оптимум для величины давления. Наиболее распространенным методом уменьшения влияния магнитного поля «якоря» является создание обратного токопровода в зазоре, компенсирующего поле тока в канале.

На рис. 37 изображена пространственная схема

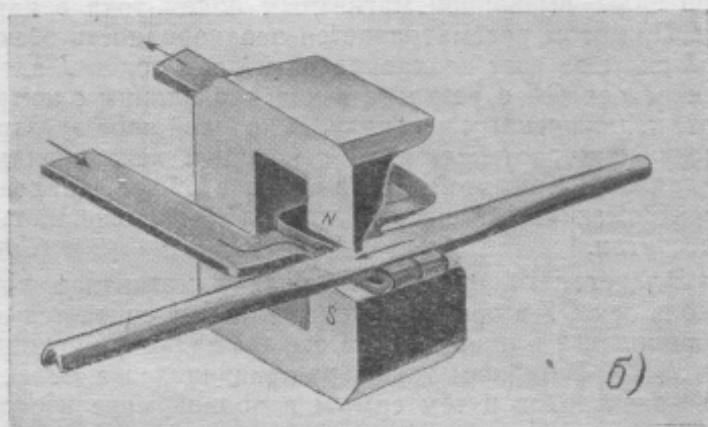
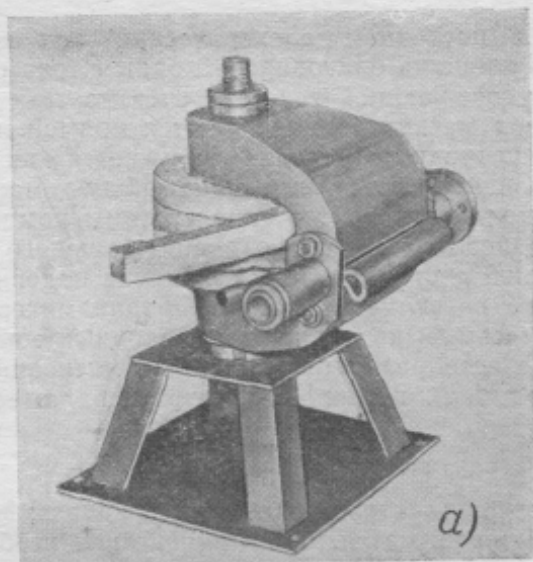


Рис. 37. Кондукционный насос с компенсационной шиной.
а — общий вид; б — схема.

электромагнитного насоса с компенсационной шиной в простейшем исполнении. Недостатком такой конструкции является различие пространственного распределения токов в шине и в жидкометаллическом

канале: в последнем электрический ток занимает большую площадь благодаря обходным токам.

Более совершенной является система, при которой через зазор магнитопровода даются прямой и обратный потоки жидкого металла: получается как бы два кондукционных насоса, имеющих общую магнитную цепь. Недостатком такого типа системы компенсации является необходимость создания большого зазора в магнитной системе, а также наличие падения электрического потенциала вдоль гидродинамических цепей и тем самым возникновение обходных токов. Для оценок целесообразности введения компенсации реакции якоря И. А. Тютин [Л. 60] вводит параметр

$$\varepsilon = \mu_0 v \omega l b / 2 \delta, \quad (191)$$

где l — длина электрода; b — высота канала; δ — зазор. При $\varepsilon \gg 1$ принимается, что компенсация необходима. При расчетах компенсированного насоса можно пренебречь неоднородностью магнитного поля и объемной силы, вызванной магнитным полем тока в канале. При этом рассматривается неоднородность объемной силы за счет неоднородности поля токов J вдоль оси насоса OX в результате конечной длины электродов, подключенных к каналу. В краевой зоне электрический ток растекается по некоторым искривленным линиям. Вклад этой части поля в общее давление электромагнитного насоса должен быть специально рассчитан.

В системе координат на рис. 38 магнитное поле вдоль оси OY в пределах канала насоса считается однородным, а в направлении оси OZ заданной функцией $B(Z)$. Влиянием токов, растекающихся в области вне электродов и тем самым в полной мере некомпенсированных, на магнитное поле в канале пренебрегают. Весь канал вдоль оси OZ можно разделить на *среднюю зону*, границы которой отстоят от концов электродов на расстояние $a/2$ и в пределах которой плотность тока J и магнитное поле можно считать однородными и *краевые зоны*, в которых индукция является убывающей функцией $B(z)$ при $z > 0$, а распределение плотности токов определяется из решения специальных краевых задач.

В средней зоне полностью применима идеализированная задача о магнитогидродинамическом канале, данная в предыдущей главе. Считаем длину этой зоны равной $(l-a)$, где l — размер электрода. При этом

$$\begin{aligned} p_h &= (l-a)JB \quad (a); \quad I_h = (l-a)bJ \quad (б); \\ \mathcal{E}_h &= vBa = \frac{QB}{b} \quad (в); \quad R_h = \frac{a}{\sigma b(l-a)} \quad (г); \\ I_h &= \frac{U - \mathcal{E}_h}{R_h} \quad (д), \end{aligned} \quad (192)$$

где индекс h относится к средней зоне электромагнитного насоса. Ю. А. Бирзвалк [Л.65] вводит безразмерный

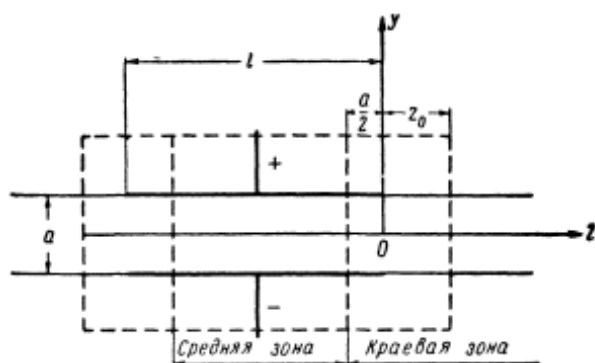


Рис. 38. Распределение зон в канале кондукционного насоса.

коэффициент $\kappa_{uh} = \frac{l-a}{a}$ — относительную длину средней зоны, при помощи которого можно записать:

$$\begin{aligned} R_h &= \frac{1}{\sigma b \kappa_{uh}} \quad (a); \quad I_h = \sigma b (U - \mathcal{E}_h) \kappa_{uh} \quad (б); \\ p_h &= \sigma B (U - \mathcal{E}_h) \kappa_{uh} \quad (в). \end{aligned} \quad (193)$$

Электромагнитные потери P_h и мощность записываются так:

$$P_h = I_h^2 R_h = \sigma b (U - \mathcal{E}_h)^2 \kappa_{uh}, \quad p_h Q = I_h \mathcal{E}_h. \quad (194)$$

У краевой зоны вводят формулу сопротивления, аналогичную (193а)

$$R_v = \frac{1}{\sigma b \kappa_{uv}}, \quad (195)$$

причем считают, что безразмерный коэффициент $\kappa_{uv} \approx 1,44$. Краевая зона с известной степенью условности

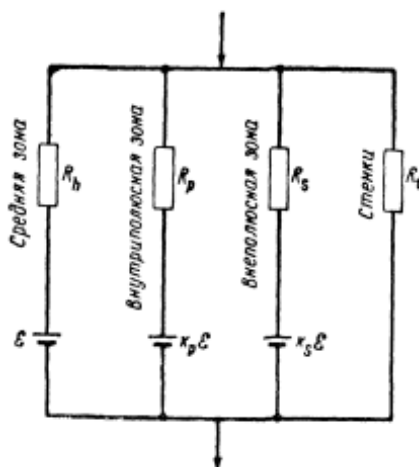


Рис. 39. Эквивалентная схема кондукционного насоса.

может быть разделена на „внутриполюсную“, т. е. находящуюся в магнитном поле, и „внеполюсную“ зоны (соответственные индексы p и s). Если координату конца магнитного полюса обозначить через z_0 и ввести относительные величины $\zeta = \frac{2\pi}{a} z$ и $\zeta_0 = \frac{2\pi}{a} z_0$, то внутриполюсная и внеполюсная зоны разделяются при помощи неравенства

$$\pi \geq \zeta \geq \zeta_0 \quad \text{и} \quad \zeta < \zeta_0.$$

Соответственные сопротивления внутриполюсной и внеполюсной зоны могут быть записаны:

$$R_p = \frac{1}{\sigma b \kappa_{up}} \quad (a), \quad R_s = \frac{1}{\sigma b \kappa_{us}} \quad (б). \quad (196)$$

Противо-э. д. с. в этих зонах, естественно, не может считаться равной $\mathcal{E}_h$ и ее принимают имеющей величины $k_p \mathcal{E}_h$ и $k_s \mathcal{E}_h$ соответственно, где k_p и k_s — коэффициенты. Таким образом, эквивалентная схема канала кондукционного насоса, по Бирзвалку, представляется в виде четырех параллельных ветвей сопротивлений, в трех из которых включены противо-э. д. с. Четвертая ветвь с индексом t изображает проводимость стенок канала, ее сопротивление вычисляется по формуле

$$R_t = \frac{a}{2\sigma_t b_t (l + 0,441a)}, \quad (197)$$

где b_t — толщина стенок канала (рис. 39). Для составляющей напора в электромагнитном насосе, образованной в краевой зоне, вводится формула

$$p_q = \sigma B (\kappa_{up} U - \kappa_{ep} \mathcal{E}_h), \quad (198)$$

где $\kappa_{ep} = \kappa_{up} + \kappa_p$.

На рис. 40 изображены зависимости коэффициентов κ_{up} , κ_{us} , κ_p в зависимости от относительной координаты края магнитных полюсов ζ_0 .

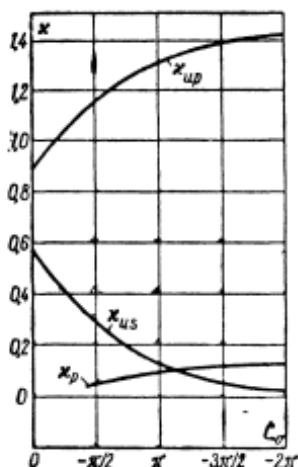


Рис. 40.

12. О ПРИЗНАКАХ РАЦИОНАЛЬНОСТИ КОНСТРУКЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО КОНДУКЦИОННОГО НАСОСА

Электромагнитный насос обычно создается для гидравлической системы, гидравлическая характеристика $p(Q)$ которой известна. Насос, включенный в данную систему, должен создать некоторый номинальный поток металла Q_n . Коэффициент полезного действия насоса определяется соотношением

$$\eta = \frac{p_n Q_n}{P_1}, \quad (199)$$

где P_1 — мощность, потребляемая насосом.

На рис. 41 изображен общий характер зависимости к. п. д. от производительности у насоса. Эта зависимость имеет максимум η или минимум P_1 при некотором значении $Q=Q_0$. Здесь же изображена $p(Q)$ характеристика насоса, снятая для данного напряжения источника питания насоса. Ее пересечение с за-

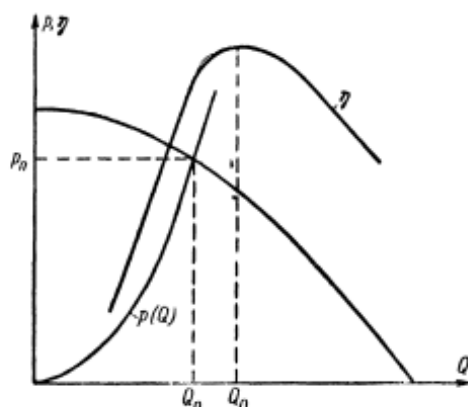


Рис 41 Характер основных зависимостей электромагнитного насоса.

висимостью $p(Q)$ внешней гидравлической цепи, к которой подключен насос, дает значения Q_n и p_n его номинального режима. То обстоятельство, что номинальное значение производительности не совпадает с Q_0 , является признаком недостаточной рациональности данного насоса для данного режима работы. При расчете и конструировании электромагнитного насоса возникает сложная вариационная задача: создать насос с такими характеристиками, чтобы максимум к. п. д. был близок к номинальным параметрам работы насоса.

При создании компенсированного насоса при последовательном соединении обмотки с каналом могут варьироваться величины индукции B , плотности тока в канале J , плотности тока в подводящих шинах J_c , скорость течения жидкого металла в канале v , $k_{ab} = a/b$ — отношение сторон канала, число витков в магнитопроводе ω . На варьирование такого большого числа величин практика и соображения оптимума к. п. д., минимума веса или стоимости должны нало-

жить свои ограничения. Например, для транспортных энергетических установок можно ввести понятие об эквивалентной массе насоса m_a , в которой включается собственная масса насоса m , масса подводющих шин $m_{ш}$, масса, на которую приходится увеличить вес источника энергии, чтобы питать данный насос, и масса охлаждающей системы

$$m_a = m + m_{ш} + k_n \frac{W}{\eta} + k_x \frac{W_x}{\eta_x}, \quad (200)$$

здесь W —гидравлическая мощность насоса; η —к. п. д. насоса; k_n —отношение веса к мощности источника электрического питания насоса; W_x —количество энергии, необходимое для охлаждения электромагнитного насоса; η_x —к. п. д. холодильного устройства; k_x —отношение массы холодильного устройства к его мощности.

Естественно, что для транспортной энергетической установки оптимум конструкции будет соответствовать минимуму m_a , причем этот минимум не будет, вообще говоря, совпадать с минимумом m и с максимумом η .

Аналогичные формулы для нахождения оптимальной конструкции могут быть выведены для стоимости, минимального расхода того или иного редкого материала и т. д. Однако наиболее распространенной задачей является вариационный поиск параметров насоса, имеющих максимальное значение к. п. д. В этой задаче могут быть установлены определенные инварианты и ограничения, с которыми необходимо считаться. Например, рассмотрим ограничения, накладываемые связью между числом витков обмотки магнитопровода, давлением, индукцией и эквивалентным зазором насоса при последовательном включении обмотки и питания канала.

Число витков обмотки магнитопровода является величиной, меняющейся на целое число, но в зависимости от конструкции насоса, могущее быть и полужелым¹. Например, если к любой металлической труб-

¹ А. К. Бушманисом было указано на явление пространственной неоднородности поля токов в петле, которую составляет прямая и обратная шины кондукционного насоса. Этот эффект приводит к размагничивающему действию компенсирующей петли на магнитную цепь насоса.

ке, в которой находится жидкий металл, приварить два электрода, отведя их в сторону, противоположную течению металла, то взаимодействие тока, текущего поперек трубки с собственным магнитным полем, будет создавать эффект, равноценный действию простейшего электромагнитного насоса с числом витков $\omega = \frac{1}{2}$.

Для индукции в зазоре, создаваемой обмоткой с числом витков ω и током I можно принять некоторое усредненное выражение B , для которого

$$BS = I\omega/R_m, \quad (201)$$

где R_m магнитное сопротивление статора, S — сечение магнитного потока в зазоре.

А. Клявиня ввела понятие об эквивалентном числе витков ω_a , равном $\omega_a = \omega_0 - \omega_h$, где ω_0 — конструктивное число витков; ω_h — эффект уменьшения, связанный с искривленным путем токов в шинах. Экспериментальное исследование показывает, что эта величина может изменяться в пределах $\omega_h \approx 0,05 \div 0,2$. Таким образом, наблюдаемый эффект в прямой и обратной шине компенсационной петли создаст в кондукционном насосе как бы наличие дробного числа намагничивающих витков.

Если считать, что магнитное сопротивление статора все сосредоточено в воздушном промежутке, то можно ввести понятие о некотором эквивалентном зазоре δ_0 , который, конечно, будет больше истинного зазора δ ,

$$R_m = \frac{\delta_0}{\mu_0 S} \quad (a), \quad B = \frac{\mu_0 I \omega}{\delta_0} \quad (b). \quad (202)$$

С другой стороны, между рабочим током I_d , индукцией B и давлением p можно записать очевидное соотношение

$$pb = I_d B = \frac{I}{k_1} B, \quad (203)$$

где $k_1 = \frac{I}{I_d} = \frac{b_k J_k}{bJ}$ — отношение тока в шине к току в канале, определяющееся из допустимых значений J_k и J , и соотношения b_k — толщины компенсационной шины и b — зазора в канале насоса. Считается, что

ширина компенсационной шины приблизительно равна ширине полосы, охваченной током I_d в канале.

Исключая из (202) и (203) значение I , получаем основное соотношение между индукцией, числом витков, давлением, рабочим и эквивалентным зазором в компенсированном кондукционном насосе последовательного возбуждения

$$\frac{B^2}{\mu_0 p} = \frac{b \omega k_i}{\delta_0}. \quad (204)$$

Левая часть этого равенства представляет собой отношение магнитного натяжения B^2/μ_0 между полюсами сердечника к давлению, развиваемому насосом. Правая часть равенства состоит из величин, определяемых конструкцией насоса. Истинный зазор в магнитной системе насоса δ равняется:

$$\delta = b + b_k + 2b_t + b_\lambda, \quad (205)$$

где b_λ — общая толщина слоя теплоизоляции. Между δ_0 и δ из выражения для магнитного сопротивления всей цепи сердечника легко получить соотношение

$$\delta_0 = \delta + \frac{1}{B} \sum_i \frac{l_{mi} B_{mi}}{\mu_i}. \quad (206)$$

Величины b_k , b_t и b_λ в формуле (205), а также $\frac{1}{B} \sum_i \frac{l_{mi} B_{mi}}{\mu_i}$ можно считать меняющимися мало и определяемыми данными конструктивными особенностями насоса.

Тогда можно положить $\delta_0 = \delta + \Delta$, где $\Delta = b_k + 2b_t + b_\lambda + \frac{1}{B} \sum_i \frac{l_{mi} B_{mi}}{\mu_i}$ и при подстановке в (204)

считать b величиной, варьируемой как с учетом формулы (204), так и выражения $Q = vab$. После выбора целесообразного значения b величина a , а следовательно, размеры и вес магнитной системы насоса будут тем меньше, чем больше скорость v . По этой причине наблюдается тенденция к увеличению скорости жидкого металла, перекачиваемого электромагнитными насосами. Это стремление ограничивается сниже-

нием стойкости металлических стенок канала с увеличением скорости жидкого металла: например, для натрия и калия в нержавеющей стали на практике не допускают скоростей больше 20 м/сек, а для свинца — больше 5 м/сек.

Но не только физические условия на стенке кладут предел стремлению увеличить скорость жидкого металла в электромагнитном насосе. С возрастанием скорости течения возрастает противо-э. д. с. $\mathcal{E}_h$ в насосе, и падает текущий через насос ток. Можно представить себе, что при некоторой скорости $\mathcal{E} = U$, т. е.

ток станет равным нулю, и насос не будет развивать давления, зато при этом теоретически Q будет достигать своего максимального значения Q_m . С другой стороны при работе насоса на «закрытый ventиль» при $Q=0$ его к. п. д. будет также равняться нулю, но давление в насосе будет иметь свое максимальное значение. Таким образом, становится физически понятным существование некоторого оптимального соотношения, в которое должна входить и скорость течения.

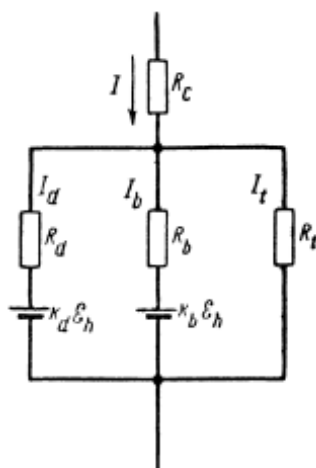


Рис. 42.

Ю. А. Бирзвалк [Л. 66] рассматривает эквивалентную схему электромагнитного насоса (рис. 42), где R_c — сопротивление обмотки возбуждения, индексом d обозначены величины, относящиеся к рабочей цепи насоса, индексом b — сопротивление и ток, не участвующие в создании давления, и индексом t — величины, характеризующие стенки канала.

Применяя законы Кирхгофа к этой схеме, можем написать:

$$I = I_d + I_b + I_t;$$

$$k_d \mathcal{E}_h - k_b \mathcal{E}_h = -I_d R_d + I_b R_b;$$

$$k_d \mathcal{E}_h = -I_d R_d + I_t R_t.$$

Исключив из этих трех уравнений величины I_t и I_b , получаем:

$$I_d = \frac{R_u}{R_d} \left[I - \mathcal{E}_h \left(\frac{k_d - k_b}{R_b} + \frac{k_d}{R_t} \right) \right], \quad (207)$$

где R_u — электрическое сопротивление канала

$$\frac{1}{R_u} = \frac{1}{R_d} + \frac{1}{R_b} + \frac{1}{R_t}. \quad (208)$$

Используя выражения $p = I_d B / b$ и $\mathcal{E}_h = QB / b$, получаем для давления, развиваемого электромагнитным насосом, без учета гидравлических потерь в горловине

$$p = \frac{BR_u}{bR_d} \left[I - \frac{QB}{b} \left(\frac{k_d - k_b}{R_b} + \frac{k_d}{R_t} \right) \right]. \quad (209)$$

При постоянстве питающего тока $I = \text{const}$ и тем самым постоянстве B зависимость $p(Q)$ имеет вид прямой

$$\frac{p}{p_m} = 1 - \frac{Q}{Q_m}, \quad (210)$$

где

$$p_m = \frac{BR_u I}{bR_d} \quad \text{и} \quad Q_m = \frac{Ib}{B \left(\frac{k_d - k_b}{R_b} + \frac{k_d}{R_t} \right)}$$

являются максимально возможными значениями p и Q и равны отрезкам на осях координат, отсекаемым $p(Q)$ характеристикой. Можно ввести относительные величины $\bar{p} = p/p_m$ и $\bar{Q} = Q/Q_m$, тогда характеристика насоса будет иметь очень простой вид:

$$\bar{p} = 1 - \bar{Q}, \quad (211)$$

где

$$\bar{p} = \frac{pb}{IB} \frac{R_d}{R_u}, \quad \bar{Q} = \frac{QB}{bI} \left(\frac{k_d - k_b}{R_b} + \frac{k_d}{R_t} \right).$$

Выражение для гидравлической мощности, развиваемой насосом, имеет вид:

$$P_{\text{гидр}} = pQ = \frac{BR_u}{bR_d} Q \left[I - \frac{QB}{b} \left(\frac{k_d - k_b}{R_b} + \frac{k_d}{R_t} \right) \right], \quad (212)$$

а для электрической мощности, превращающейся в теплоту,

$$P_I = I^2 (R_u + R_c). \quad (213)$$

Таким образом, к. п. д. насоса можно представить в виде:

$$\eta = \frac{P_{гидр}}{P_{гидр} + P_I} = \frac{\bar{Q}(1 - \bar{Q})}{\bar{Q} + \bar{R}}, \quad (214)$$

где

$$\bar{R} = \frac{R_d}{R_n} (R_c + R_u) \left(\frac{k_d - k_b}{R_b} + \frac{k_d}{R_t} \right). \quad (215)$$

Так выглядит выражение для „электромагнитного“ к. п. д., в котором не учитываются потери напора в горловине насоса.

Зависимость (214) в координатах $\eta, \bar{Q}$ при $\bar{R} = \text{const}$ есть кривая второго порядка, максимум которой лежит при

$$Q_0 = \sqrt{\bar{R}^2 + \bar{R}} - \bar{R}. \quad (216)$$

Вычислив из (216) $\bar{R} = \bar{Q}_0^2 / (1 - 2\bar{Q}_0)$ после подстановки в (214) получаем:

$$\eta_{\text{макс}} = 1 - 2\bar{Q}_0. \quad (217)$$

Оптимальное соотношение (216) теряет свой универсальный характер, если гидравлические потери напора в канале становятся заметной величиной. В этом случае оптимальное значение зависит от режима питания насоса: производится ли оно при постоянном токе $I = \text{const}$ или при постоянном напряжении источника питания $U_1 = \text{const}$. На рис. 43 приведены зависимости η от $\bar{Q}$ при различных режимах электрического питания и при $\bar{R} = 0,2$. Отношение гидравлических потерь давления в горловине p_{fn} к номинальному напору p_n взято равным 2 и 10%. Сплошной линией изображена кривая $\eta(\bar{Q})$ при $p_{fn} = 0$, не зависящая от режима электрического питания насоса. Если кондукционный электромагнитный насос строится со сравнительно малой долей гидравлических потерь в гор-

ловине, то соотношение (216) является одним из основных признаков рациональности электромагнитного насоса.

В кондукционном насосе для жидких металлов необходимы электроды, находящиеся в непосредственном электрическом контакте с жидким металлом. При

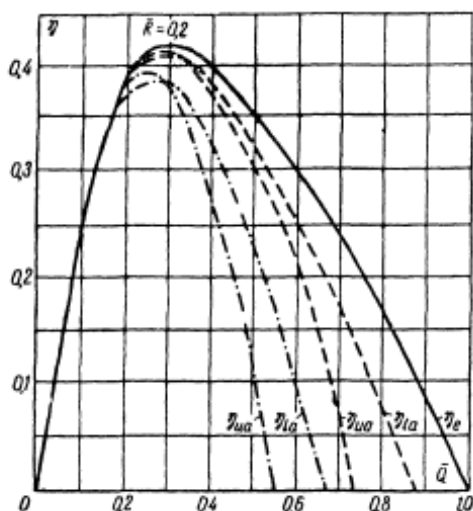


Рис. 43. Влияние различных режимов питания насоса на зависимость к. п. д. от Q .

недостаточном внимании к этому вопросу сохранение электрического контакта между жидким металлом и стенкой канала или электрода является серьезной проблемой.

Однако в ряде случаев это препятствие легко преодолимо. Исследования Г. П. Упита и Р. К. Дукуре [Л. 67] электрических контактов жидких и твердых металлов показало, что при наличии истинного металлического контакта между жидким металлом и поверхностью твердого тела электрическое сопротивление контакта равно нулю, если металлы не дают химических соединений. Был указан способ обеспечения хорошего электрического контакта — предварительное лужение контактирующей поверхности. Тонкий слой олова растворяется жидким металлом и наступает

совершенный электрический контакт. Соприкосновения этой поверхности с воздухом бывает достаточно для того, чтобы электрический контакт нарушился. Однако нагрев системы до известной температуры в большинстве случаев приводит к возобновлению электрических контактов. Особенное внимание должно быть обращено на предотвращение образования окисной пленки в контакте и осаждение диспергиро-

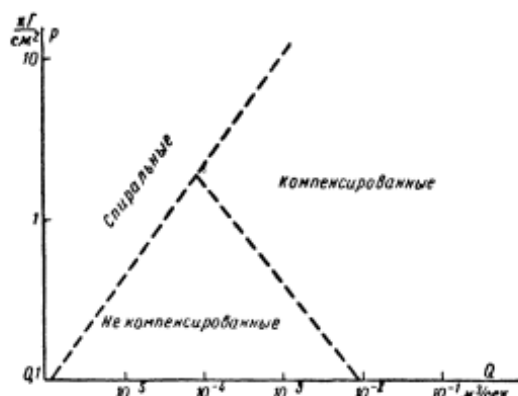


Рис. 44. Диаграмма «областей существования» кондукционных насосов различного типа.

ванных в жидком металле окислов. Стойкости различных материалов в жидком алюминии посвящена работа Х. И. Кэрус, М. М. Саар и Х. А. Тийсмус [Л. 68].

Практика расчета кондукционных и индукционных насосов показывает, что кондукционные насосы для жидких металлов, имеющих сравнительно низкую проводимость (ртуть, свинец, литий при высоких температурах), имеют более высокий оптимальный к. п. д., чем индукционные насосы. Для перекачки расплавленных солей индукционные насосы технически совершенно нецелесообразны. Их к. п. д. имеет величину, значительно меньшую, чем к. п. д. кондукционных насосов. Для перекачивания электролитов — растворов солей, щелочей и кислот в воде применение электромагнитных насосов, по-видимому, вообще нецелесообразно.

Существуют различные варианты конструктивных решений кондукционных электромагнитных насосов, отличающиеся формой магнитопровода, наличием или отсутствием компенсационной шины, формой канала.

Выбор рациональной конструкции в значительной степени соответствует количественным соотношениям между величинами p и Q . На рис. 44 изображена диаграмма областей преимущественного применения той или иной конструкции электромагнитного насоса, принятая лабораторией магнитных систем Института физики АН Латвийской ССР.

13. ИНДУКЦИОННЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ НАСОСЫ С БЕГУЩИМ ПОЛЕМ

Плоский индукционный электромагнитный насос с бегущим полем (рис. 45) является, по-видимому, одной из наиболее распространенных машин данного рода. Его принцип действия в идеализированной форме описан в предыдущих главах. При этом рассмат-

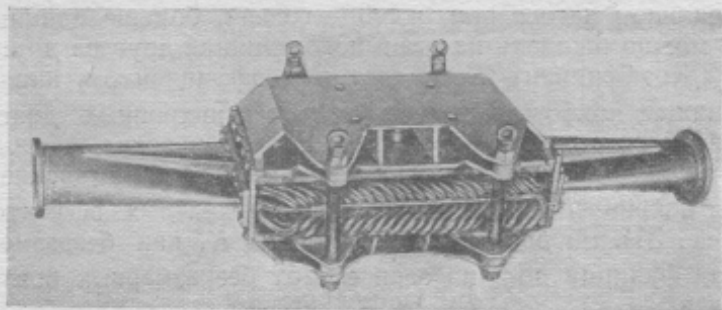


Рис. 45. Внешний вид индукционного насоса.

ривались два бесконечных статора, создающие бегущее магнитное поле. Образующееся в зазоре магнитное поле

$$B = B_0 \cos(\omega t - \alpha x)$$

при $\alpha = \pi/\tau$, где τ — расстояние между двумя ближайшими полюсами индуктора, возбуждало в плоской трубе с жидким металлом индукционные токи. Взаимодействие последних с магнитным полем и создава-

ло импульс электромагнитных сил. С электротехнической точки зрения такого типа насос является магнитофугальным двигателем, машиной с разомкнутым статором, родоначальником теории которых является советский ученый Г. И. Штурман [Л. 80 и 81].

Электромагнитное давление в линейном индукционном электромагнитном насосе должно равняться:

$$P_0 = \frac{\sigma B_{\text{действ}}^2 \omega \tau l s}{K_{\Delta} K_0 K_b \pi}, \quad (218)$$

где $B_{\text{действ}} = B_0 / \sqrt{2}$, $1/K_{\Delta}$ — коэффициент ослабления, вызванный краевым эффектом — конечной величиной ширины полосы жидкого металла a , K_0 — аналогичный коэффициент, вызванный конечной длиной индуктора l , и K_b — наличием поверхностного эффекта в случае соизмеримости глубины поверхностного эффекта δ_0 , с толщиной слоя жидкого металла b . В идеализированном насосе, рассмотренном в предыдущей главе все эти коэффициенты $K_{\Delta} = K_0 = K_b = 1$, но в реальном насосе они, вообще говоря, больше единицы и можно ожидать их взаимного влияния друг на друга.

Коэффициент K_{Δ} является коэффициентом, аналогичным коэффициенту из теории асинхронных двигателей со сплошным ротором. Его физическая природа уже рассматривалась. Неравенство $K_{\Delta} > 1$ объясняется искривлением линий тока из-за краевых эффектов (рис. 31). Вообще говоря, величина K_{Δ} как безразмерная функция должна зависеть от безразмерных критериев:

$$\tau/a, \delta/b \text{ и } s = \frac{\omega \tau - \pi v}{\omega \tau}.$$

Зависимость от этих трех критериев будет полностью описывать явление, так как определяющими величинами являются семь параметров движения: τ , a , b , ω , σ , v и μ , а число основных величин в электромагнитной системе единиц — четыре. Таким образом, согласно π -теореме, необходимо исследовать зависимость K_{Δ} от трех вышеупомянутых безразмерных критериев

$$K_{\Delta} = f(\tau/a, \delta_0/b, s), \quad (219)$$

где δ_0 — глубина проникновения электромагнитной волны в жидкий металл. Практика сооружения электромагнитных насосов показала, что обычно индукционные линейные насосы для области промышленных частот целесообразно сооружать так, чтобы $\delta_0/b \gg 1$, т. е. поверхностный эффект был сравнительно мал. В этой области оказалось, что значение параметра δ_0/b при его изменении, например, за счет b — толщины пластинки мало влияет на величину K_Δ . С другой стороны, искривление линий тока в плоскости, перпендикулярной к магнитному полю зазора, можно рассматривать как проявление своеобразного скин-эффекта. Действительно, представим себе, что жидкий металл и бегущее магнитное поле бесконечны в направлении оси OY , но вне полосы шириной b действуют два индуктора с вектором индукции, равным и противоположным основному полю. Такое положение полей создаст картину бегущего магнитного поля в полосе, которая, в сущности, будет являться своеобразным двусторонним «поверхностным эффектом» в направлении оси OY . Поэтому в формуле (219) следует для более четкого описания результатов эксперимента величину δ_0/b заменить величиной δ_0/a .

А. И. Вольдек [Л. 69] дал формулу коэффициента ослабления, которая для случая низких частот

$$K_{oc} = \frac{1}{K_\Delta} = 1 - \frac{2\text{th} \frac{\bar{a}}{2}}{\bar{a}}, \quad (220)$$

где $\bar{a} = a\alpha$. А. И. Вольдек, Х. И. Янес [Л. 70], Л. Ульманис [Л. 72] для различных предположений решали двухмерную систему уравнений Максвелла для полосы и получали зависимости коэффициента ослабления от частоты, подтвердившие в частном случае эти выводы.

Л. Ульманисом были поставлены измерения [Л. 71] коэффициента ослабления. На специальном горизонтальном подвесе в индуктор, создающий бегущее поле, помещалась металлическая пластина, имитирующая электрические свойства жидкого металла. Путем измерения силы, действующей на такую пластину, а также индукции магнитного поля в зазоре опреде-

лялся коэффициент ослабления. Для области низких промышленных частот от 50 до 200 гц измерения Ульманиса достаточно хорошо подтверждают формулу Вольдека.

Проверка этих данных была произведена также с жидкими металлами — ртутью и натрием на моделях индукционного насоса. Были измерены давления в статическом режиме, т. е. при работе насоса на бесконечное гидравлическое сопротивление, а также в динамическом режиме при скольжениях $0,83 \leq s \leq 1$. При таких величинах скольжения было получено удовлетворительное для технических целей совпадение с формулой (220).

Если горловина насоса замкнута по бокам проводящими шинами, то может быть использована упрощенная формула

$$K_d = 1 + 0,45 \frac{R_m}{R_{жм}}, \quad (221)$$

где $R_m = \frac{\tau}{s_m} \rho_m$ — сопротивление участка шины длиной τ ;

$R_{жм} = \frac{\rho_{ж} a}{b \tau} \rho_{жм}$ — сопротивление жидкого металла поперечному току.

Конечная величина длины l индуктора индукционного насоса влияет на неравномерность магнитного поля вдоль движения жидкого металла, ослабляя последнее к краям индуктора (рис. 46). Значительный концевой эффект объясняется тем, что на конце индуктора магнитный поток замыкается через торцовый воздушный промежуток. Кроме неоднородности поля на концах, это обстоятельство вызывает асимметрию токов в фазах линии, питающей статор индукционного насоса. Эта асимметрия приводит к необходимости рассматривать реальное поле такого двигателя как суперпозицию бегущих полей прямого и обратного направлений, а также некоторого пульсирующего поля. А. И. Вольдек [Л. 73] показал, что для описания поля индуктора с достаточной степенью точности нужно учитывать бегущее поле прямого направления и пульсирующую составляющую

$$B_z = B_m [\sin(\omega t - \alpha x) - (-1)^{p_n} K_c \sin \omega t], \quad (222)$$

где p_n — число пар полюсов в индукторе, $K_c = \lambda_{ош}/(1 + \lambda_{ош})$, $\lambda_{ош}$ — отношение магнитной проводи-

мости шунтирующих участков цепи к магнитной проводимости рабочего участка воздушного зазора.

Для учета этих явлений дается следующее выражение коэффициента ослабления K_0 :

$$K_0 = \frac{1}{1 - i^2 \frac{2-s}{s}}, \quad (223)$$

где $i = I_{\text{обр}}/I_{\text{пр}}$ — отношение тока обратной последовательности к току прямой последовательности.

«Мелкие неоднородности» магнитного поля, заметные на рис. 46, являются результатом влияния

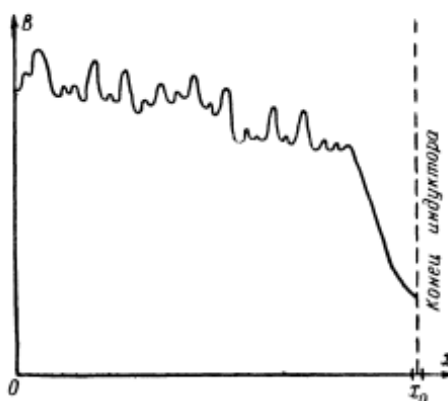


Рис. 46. Распределение индукции в плоском электромагнитном насосе от середины $x=0$ до края $x=x_0$.

зубцов индуктора, которое для этого случая достаточно хорошо оцениваются коэффициентом Картера [Л. 74] из теории электрических машин.

Кроме линейного индукционного насоса, в практике использования электромагнитных насосов хорошо показали себя спиральные индукционные насосы и цилиндрические индукционные насосы. Оба этих типа насоса также являются насосами с бегущим магнитным полем. В спиральном насосе магнитное поле вращается вокруг продольной оси. Преимущества этого насоса — возможность создания больших давлений при небольших габаритах. Недо-

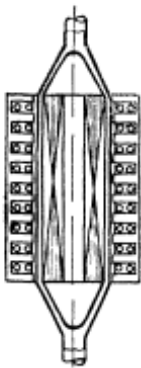
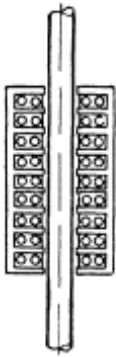
статком его является существенная роль контактных сопротивлений: так как индукционные токи здесь направлены вдоль образующей и многократно переходят из жидкого металла в материал стенок, то появление незначительной пленки окислов на поверхности может привести к нарушению работоспособности насоса.

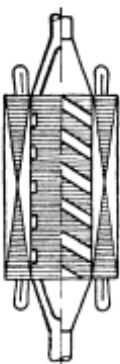
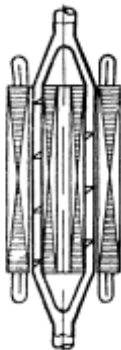
В этом отношении очень удобны цилиндрические насосы. В них путь индукционных токов имеет форму окружностей, замкнутых в жидком металле. Цилиндрический насос будет продолжать работать и при наличии пленки окислов на стенках. Величина $K_A=1$, так как индукционные токи перпендикулярны полю в любой точке. По-видимому, наиболее удобным конструктивным вариантом цилиндрического насоса является насос с ферромагнитным сердечником в жидком металле.

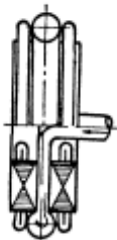
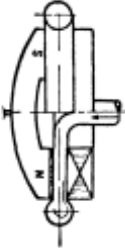
Индукционные насосы различных типов имеют свои преимущества и недостатки, которые при различных значениях их характеристик заставляют принять тот или иной тип. На рис. 47 изображена классификация индукционных электромагнитных насосов, составленная А. К. Бушманисом и Я. Я. Лиелпетером, а на рис. 48 представлены на плоскости p, Q «сферы влияния», различного типа электромагнитных насосов переменного тока, принятые конструкторским бюро Института физики АН Латв. ССР за основу при выборе типа насоса для хорошо проводящих металлов, находящихся при температурах не выше $500 - 700^\circ\text{C}$. Естественно, следует оговорить условный и временный характер этого разделения и классификации.

В последнее время появился целый ряд работ, посвященных различным аспектам рационального конструирования линейных индукционных насосов. Здесь надо указать работу Н. М. Охременко [Л. 75], в которой дается вывод соотношений в индукционном линейном насосе, соответствующих максимуму к. п. д. Х. И. Янес опубликовал [Л. 76, 77 и 78] ряд работ, посвященных электромагнитным явлениям в обмотке плоского индукционного насоса, Х. А. Тийсмус [Л. 79] рассмотрел вопрос об управлении работой индукционного насоса.

Вид магнитного поля	Способ возбуждения поля	Вид движения металла	№ п/п	Наименование насоса	Схематическое изображение насоса	Требуется ли контактирование
Насосы с бегущим (вращающимся) магнитным полем	Многофазный ток		1	Прямолинейное	Плоский индукционный насос с односторонним индуктором	Железнодорожно
			2		Плоский индукционный насос с двусторонним индуктором	Железнодорожно
			3		Индукционный лоток	Железнодорожно

Вид магнитного поля	Способ возбуждения поля	Вид движения металла	№ п/п	Наименование насоса	Схематическое изображение насоса	Требуется ли контактирование
Насосы с бегущим (вращающимся) магнитным полем	Многофазный ток	Прямолнейное	4	Цилиндрический индукционный насос с односторонним индуктором		Нет
			5	Цилиндрический индукционный насос с двусторонним индуктором		Нет
			6	Цилиндрический индукционный насос без внутреннего магнитопровода		Нет

Вид магнитного поля	Способ возбуждения поля	Вид движения металла	№ п/п	Наименование насоса	Схематическое изображение насоса	Требуется ли контактирование
Насосы с бегущим (вращающимся) магнитным полем	Многофазный ток	Без спирали	7	Индукционный насос без магнитного зазора		Нет
			8	Спиральный индукционный насос с односторонним индуктором		Да
			9	Спиральный индукционный насос с двусторонним индуктором		Да

Вид магнитного поля	Способ возбуждения поля	Вид движения металла	№ п/п	Наименование насоса	Схематическое изображение насоса	Требуется ли контактирование
Насосы с бегущим (вращающимся) магнитным полем	Многофазный ток	Вращательное	10	Центробежный индукционный насос		Нет
		Вращательное	11	Центробежный насос с постоянными магнитами		Нет
	Вращающиеся постоянные электромагниты	По спирали	12	Спиральный насос с постоянными магнитами		Да

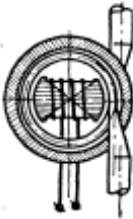
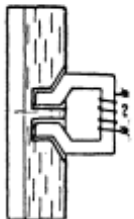
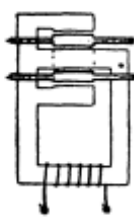
Вид магнитного поля	Способ возбуждения поля	Вид движения металла	№ п/п	Наименование насоса	Схематическое изображение насоса	Требуется ли контактирование
Насосы с бегущим (вращающимся) магнитным полем	Вращающиеся постоянные электромагниты	По спирали	13	Спиральный насос с электромагнитами		Да
			14	Насос рассеянного поля		Нет
Насосы с пульсирующим магнитным полем	Однофазный ток	Прямой	15	Насос трансформаторный		Нет

Рис. 47. Классификация индукционных насосов.

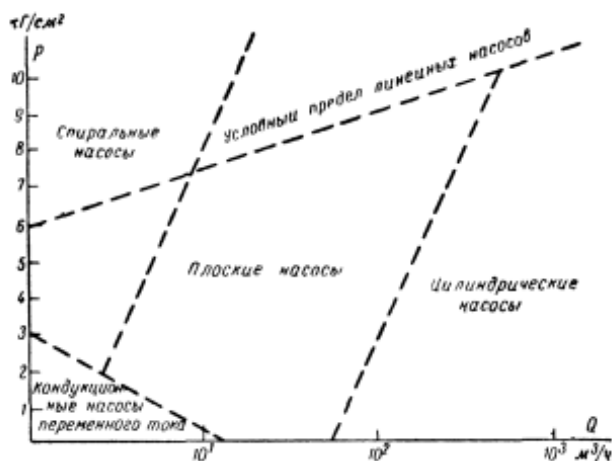


Рис 48 «Области существования» индукционных электромагнитных насосов различных типов

14. ДОЗИРОВАНИЕ ЖИДКОГО МЕТАЛЛА ПРИ ПОМОЩИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ НАСОСОВ

Проблема перекачивания жидкого металла, естественно, связывается с проблемой его дозирования: в литейном деле, атомной энергетике, химической промышленности бывает важно создать такие условия, при которых определенное количество жидкого металла протекало бы по металлопроводу за данный промежуток времени, или возникает необходимость по данному сигналу отмерить определенное количество металла и прекратить его подачу. Одним из первых на использование электромагнитных насосов в качестве дозаторов жидкого металла указал Л. А. Верте [Л. 82].

В соответствии с этими двумя задачами можно установить понятия *непрерывного* дозирования или лучше расхода металла и задачу *порционного* дозирования, т. е. отмеривания определенных конечных объемов жидкого металла. Во всех случаях как управляемого расхода, так и порционного дозирования необходимо иметь устройство для измерения количества металла, устройство для его перекачки и устройство управления.

Применение электромагнитных методов для реше-

ния первых двух задач имеет преимущество в легкой автоматизации процесса при помощи управления электрическими цепями насоса, простоте устройства, возможности бесконтактного воздействия на металл и осуществления разлива в вакууме и т. п. [Л. 83].

Для дозирования жидкого металла можно применить любой вид электромагнитного насоса: например, кондукционный насос или насос, основанный на пинч-эффекте. Задачу дозирования мы рассмотрим с точки зрения применения в ней в основном индукционных насосов, имеющих преимущества бесконтактности и легкости управления сравнительно высоковольтными обмотками насоса. При помощи электромагнитного насоса может быть осуществлен управляемый расход жидкого металла. Электромагнитный насос, включенный так, что создаваемая им разность давлений направлена против течения металла, может служить своеобразным вентилем, регулирующим его расход. Если сопротивление металлопровода мы обозначим через

$$\lambda_0 = p / \rho v_0^2, \quad (224)$$

где p — разность давлений, движущих металл; v_0 — средняя скорость металла; ρ — его плотность, то при включении против течения электромагнитного насоса с давлением p_0 и сопротивлением канала λ_n средняя скорость будет удовлетворять равенству:

$$\rho v^2 = (p - p_0) / (\lambda_0 + \lambda_n),$$

причем и эквивалентное сопротивление трубопровода станет равным:

$$\lambda' = \frac{p}{\rho v^2} = \frac{p(\lambda_0 + \lambda_n)}{p - p_0}, \quad (225)$$

где $p_0 < p$.

Увеличение p_0 приводит к росту λ' . Такой метод управления расходом жидкого металла применяется в Институте физики на контурах для щелочных металлов и ртути вместо механических вентилях. В том случае, если $p = p_0$ величина λ' становится бесконечной и возможна полная остановка течения металла. Если величина $p_0 > p$ и металл течет в режиме пере-

ливания из одного резервуара в другой, то жидкий металл начинает вытесняться из насоса и заполняет его только на некоторую длину l , удовлетворяющую приближенной пропорции

$$\frac{l}{l_0} \approx \frac{p}{p_0}, \quad (226)$$

где l_0 — длина рабочего участка насоса (рис. 49). Опыт показывает, что электромагнитные насосы как запирающие металл устройства работают в этом режиме неустойчиво. Это объясняется тем, что силы,

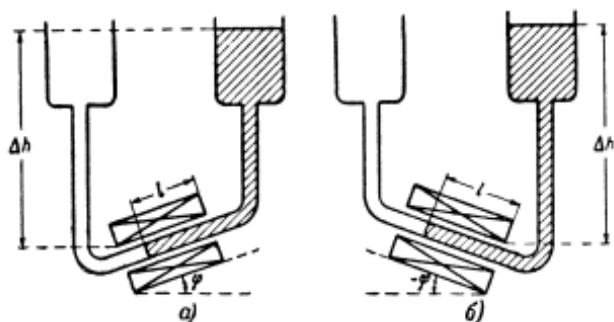


Рис. 49 Неустойчивое (а) и устойчивое (б) положение электромагнитного насоса при работе в режиме вентили.

действующие на жидкий металл, зависят от формы поверхности жидкости, а можно сформулировать правило, являющееся следствием из правила Ленца, что жидкий металл всегда стремится принять такую форму, при которой величина индукционных токов является наименьшей. В этом случае образуются тонкие струйки жидкого металла, в пределах которых электромагнитная сила мала. С другой стороны, при включении электромагнитного насоса вдоль по течению приходим к выражению

$$\lambda' = \frac{p(\lambda_0 + \lambda_n)}{p + p_0}. \quad (227)$$

Увеличение p_0 приводит при этом к сколь угодно малому значению λ' . Следует иметь в виду, что p_0 в некоторой степени зависит от v , а поэтому величина λ'

в данном случае не имеет однозначной зависимости от числа Re .

Рассмотрим некоторый дозатор (рис. 50), состоящий из раздаточной ванны 1, электромагнитного насоса 2 и трубопровода 3, заполненного на длину l_0 при отключенном насосе и на длину l в данный момент t после включения насоса. Пусть производительность насоса в этот момент будет равняться Q , пло-

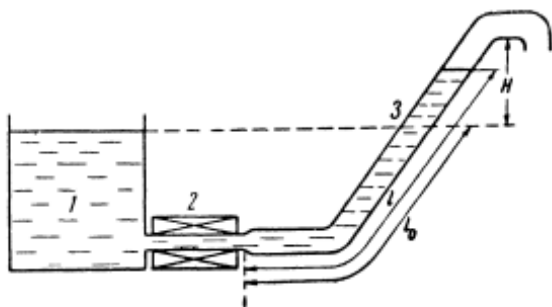


Рис. 50. Схема электромагнитного дозатора.

щадь трубопровода обозначим через S [Л. 84]. Тогда масса жидкости в трубопроводе будет равняться

$\rho \left(l_0 S + \int_0^t Q dt \right)$, ее ускорение $\frac{1}{S} \frac{dQ}{dt}$, а сила инерции

$\frac{\rho}{S} \frac{dQ}{dt} \left(l_0 S + \int_0^t Q dt \right)$. Инерцией жидкости в насосе пренебрегаем. С момента включения за время t насос

„нагонит“ объем жидкости, равный $\int_0^t Q dt$, который

поднимется на высоту $\frac{1}{S'} \int_0^t Q dt$ и создаст гидростати-

ческое давление $\frac{\rho g}{S'} \int_0^t Q dt$, противодействующее насосу,

где $S' = S / \cos \alpha$ при α — угле отклонения трубы от вертикали. Таким образом, уравнение движения

жидкости в таком дозаторе может быть записано в следующем виде:

$$k_p U^2 (Q_0 - Q) = \left(l_0 S + \int_0^t Q dt \right) \frac{\rho}{S} \frac{dQ}{dt} + \\ + \frac{\rho q}{S'} \int_0^t Q dt + \xi \frac{\rho Q^2}{2S} + p_0 S, \quad (228)$$

где в левой части стоит сила электромагнитного давления, а в правой части сумма сил инерции, давления гидростатического столба, потерь напора $\xi \frac{\rho Q^2}{2S}$, связанных с сопротивлением в трубах и насосе, а также с переходом жидкости из резервуара в трубопровод и разность давлений p_0 между резервуаром I и резервуаром, в который отмеривается данная порция металла. Течение металла можно разбить на три этапа с различными граничными условиями:

1 этап — заполнение трубопровода 3. $Q=0$ при $t=0$, а при t_1 , удовлетворяющем равенству $\int_0^{t_1} Q dt = S'H$, трубопровод заполнен жидким металлом и величина $Q=Q_1$ — некоторой максимальной величине, если максимальное электромагнитное давление насоса превышает силу максимального давления гидростатического столба и давления p_0 .

$$k_p U^2 Q_0 > S(\rho q H + p_0). \quad (229)$$

Если это условие не выполняется, то уровень жидкости поднимается до некоторой высоты $h_{\text{равн}}$, около которой после некоторых колебаний устанавливается.

Уравнение этих колебаний может быть записано в виде:

$$k_p U^2 Q_0 = l_p \frac{dQ}{dt} + \rho q \int_0^t Q dt + p_0 S + \xi \frac{Q^2}{2S}, \quad (230)$$

или после дифференцирования, считая ξ величиной постоянной и $Q_0 \gg Q$,

$$\frac{d^2 Q}{dt^2} + \frac{q}{l_p} Q + \frac{\xi}{S l_p} Q \frac{dQ}{dt} = 0. \quad (231)$$

Если амплитуда этих колебаний будет настолько велика, что

$$\int_0^t Q dt > Sl_1,$$

где l_1 — длина всего трубопровода, то несмотря на (249) будет возможен выплеск некоторой порции металла. На рис. 51 изображены затухающие колебания величины Q около нулевого значения и величины h около положения равновесия $h_{\text{равн}}$ при очень больших

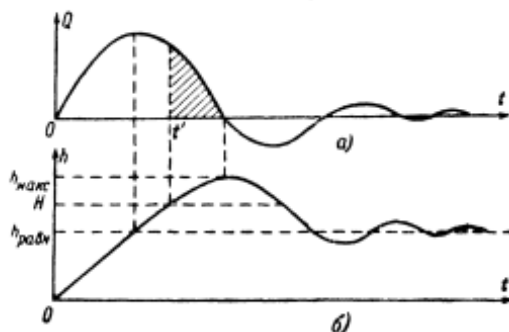


Рис. 51.

значениях H , когда металл не в состоянии вылиться из дозатора. На этом рисунке видно, что если $h_{\text{равн}} < H < h_{\text{макс}}$, то часть металла «выплескивается», начиная с некоторого момента t' . Количество выплескиваемого металла при этом определяется заштрихованной площадью на кривой рис. 51,а.

II этап — выливание металла. В том случае, если $h_{\text{равн}} > H$, в некоторый момент начинается постоянное выливание металла. При этом гидростатическое давление перестает расти и уравнение (230) может быть записано в простой форме

$$P = l_1 \rho \frac{dQ}{dt} + \xi \frac{Q^2}{2S}, \quad (232)$$

где

$$P = k_p U^2 Q_0 - SH \rho q - p_0, \text{ при } Q_0 \gg Q.$$

Начальное условие для этого уравнения определится из I этапа при $Q = Q_1$. При $t \rightarrow \infty$ $Q \rightarrow Q_{\text{стац}} = \sqrt{\frac{2SP}{\xi}}$.

Решение уравнения (252), исходя из этих условий, будет равняться:

$$Q = Q_{\text{стац}} \frac{Q_1 \operatorname{ch} t/\tau + Q_{\text{стац}} \operatorname{ch} t/\tau}{Q_1 \operatorname{sh} t/\tau + Q_{\text{стац}} \operatorname{ch} t/\tau}, \quad (233)$$

$$\text{где } \tau = 2l_1 \rho S / \xi.$$

III этап — выключение электромагнитного насоса. Начальное условие — некоторый момент II этапа, при котором $Q = Q_2$. В этот момент $U = 0$ и $P < 0$. Жидкий металл продолжает выливаться по инерции до момента, когда $Q = 0$. После этого момента выливание металла прекращается. Движение металла описывается, естественно, тем же дифференциальным уравнением (232), что и во II этапе, но нужно считать $P < 0$, положив $b^2 = -2SP/\xi > 0$.

Решение уравнения при этом дает выражение

$$Q = b \operatorname{tg} \left(C - \frac{\xi b t}{l \rho S} \right), \quad (234)$$

где $C = \operatorname{arctg} Q_2/b$. При $t = t_3 - t_2 = \frac{Cl \rho S}{\xi b}$,

Подача металла дозатором прекратится. Весь металл, вылившийся после остановки насоса, является систематической погрешностью дозатора, которая может быть оценена по формуле

$$\Delta V = \int_0^{(t_3 - t_2)} Q dt = \ln \sqrt{1 + Q_2^2/b^2}. \quad (235)$$

Если насос был включен достаточно долго, то с хорошим приближением для расчета систематической погрешности дозатора за счет инерции металла можно в предыдущем этапе заменить Q_2 через $Q_{\text{стац}}$.

На рис. 52 изображены зависимости Q от t для всех трех этапов, причем заштрихованная площадь изображает фактически вылитый дозатором металл. Для точного соответствия вылитого объема заданному задатчик порции дозатора должен быть настроен не на номинальный объем $V_{\text{ном}}$, а на величину $V_{\text{ном}} - \Delta V$ с тем, чтобы при достижении последней выключить насос в момент t_2 .

На рис. 53 изображены результаты опытных испытаний подобного типа дозатора на ртути при различных напряжениях. При напряжении на насосе 240 в и при общем времени включения насоса, большем 2 сек, величина порции становится пропорциональной

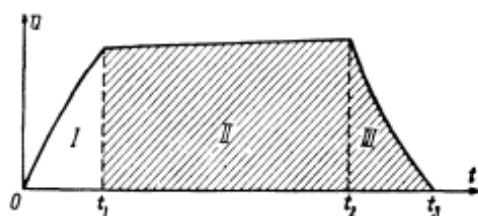


Рис. 52. Три фазы работы электромагнитного насоса-дозатора.

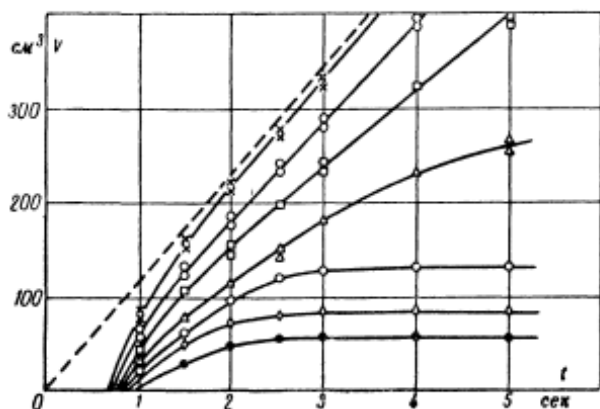


Рис. 53.

времени. Это означает, что напряжение U достаточно велико, чтобы пренебречь I этапом и положить $t_1 \approx 0$, а в этапе II можно считать $Q = Q_{\text{стац}}$. С другой стороны, при $U \approx 210$ в и $t > 3$ сек выливаемая порция не зависит от времени включения насоса. Это означает, что в этих условиях наблюдается режим «выплеска».

В заключение рассмотрения принципов дозирования жидкого металла при помощи индукционных насосов необходимо сделать несколько замечаний относительно целесообразной формы таких насосов для дозирования жидких металлов в литейном деле. Нам

кажется, что большие перспективы будет иметь в литейном деле цилиндрический индукционный насос с бегущим магнитным полем. Такой насос представляет собой круглую трубу с системой обмоток бегущего магнитного поля. Его преимущества — стойкость к тепловым и механическим воздействиям, легкость

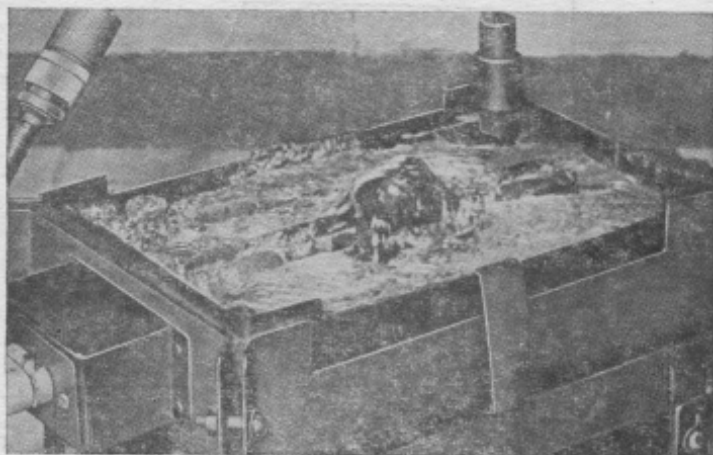


Рис. 54. Ванна для пайки печатных схем с насосом рассеянного поля А. Микельсона.

создания защитных покрытий во внутренней части и т. д. А. Микельсон и А. Везе провели экспериментальные исследования такого типа насосов. Было обнаружено в соответствии с электромагнитными расчетами Ю. Круминя, что для электромагнитной силы, действующей в таком насосе, существует максимум при значении выражения

$$fr^2/\rho \approx 10^6, \quad (236)$$

где ρ — взято в омах на метр, частота в герцах, радиус жидкометаллического цилиндра в метрах. Предполагаемое при этом значительное влияние обратных течений в сердцевине цилиндрического насоса оказалось несущественным: при турбулентном перемешивании жидкого металла вся масса жидкости увлекается достаточно хорошо. Пониженный к. п. д. (несколько процентов) такого насоса по сравнению с плоским

индукционным не имеет большого значения, так как значительную часть джоулева тепла в нем следует считать полезной, т. е. идущей на разогрев металла.

Другим принципиально важным путем создания устройства для дозирования жидкого металла являются однородные электромагнитные насосы рассеянного поля. Здесь надо указать на изобретение чешских инженеров Адама и Кулда [Л. 85], использовавших поле рассеяния трансформатора для создания давления в жидком металле, электромагнитный насос рассеянного поля А. Микельсона [Л. 86], создающий фонтан жидкого олова над поверхностью ванны (рис. 54), целый ряд работ Полищука [Л. 87, 88]. Отличительной особенностью этого принципа обычно является то, что масса жидкого металла окружает магнитное поле, и дозатор может эффективно работать при сравнительно малых скоростях течения металла, так сказать, в режиме «спокойного розлива».

15. ИНДУКЦИОННЫЕ УСТРОЙСТВА С СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ ЖИДКОГО МЕТАЛЛА. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПЕРЕМЕШИВАТЕЛИ И ИНДУКЦИОННЫЕ ЛОТКИ

Всякий электромагнитный насос обычно работает в таких условиях, что в нем отсутствует свободная поверхность жидкого металла. Так как электромагнитные силы при этом имеют величину, на порядок превышающую возможные силы тепловой конвекции, то для режима электромагнитного насоса почти безразлична его ориентация относительно направления силы тяжести или сил инерции.

В данном параграфе рассматриваются магнито-гидродинамические устройства, в которых свободная поверхность есть и движение жидкого металла существенно зависит от отношения электромагнитных сил и силы тяжести.

Представим себе (рис. 55) некоторую ванну или тигель, заполненную жидким металлом. На поверхности последнего обычно образуется полутвердая пленка, мешающая перемещаться в горизонтальном направлении верхним слоям металла, но легко поддающаяся всяким колебаниям уровня жидкого метал-

ла. Очень часто качество и сроки выплавки стали или какого-либо иного сплава зависят от степени однородности жидкого металла в таком тигле. Естественное его перемешивание за счет тепловой конвекции бывает обычно недостаточно интенсивно, а перемешивание механическим путем связано с загрязнением

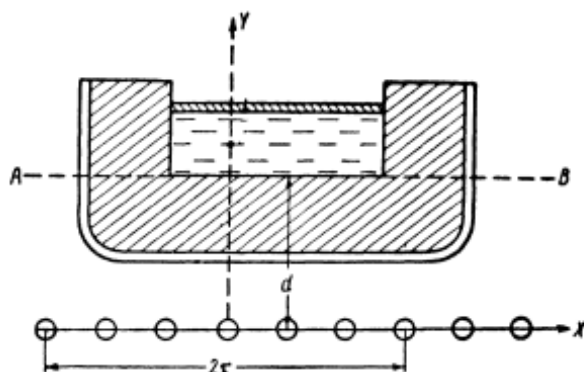


Рис. 55. К расчету Г. А. Остроумова.

металла, внесением в него посторонних предметов и т. д. [Л. 92].

Расположим под ванной с жидким металлом на расстоянии d от его нижней границы обмотку из линейных проводников, питаемую трехфазным током, который подключен так, что полюсное деление получается равным 2τ . Тогда на линии AB мы получим бегущее магнитное поле, подчиняющееся закону

$$H_y = H_0 \cos(\omega t - \alpha x),$$

где

$$H_0 = \frac{6I_0}{dl}, \quad \alpha = \pi/\tau.$$

Согласно расчету Г. Остроумова [Л. 89] существует оптимальное соотношение между τ и d , при котором величина H_0 получается наибольшей. Это соотношение имеет вид:

$$\tau \approx \pi d.$$

Для вычисления сил, действующих на расплавленный металл при такого рода перемешивании, можно использовать решение задачи о поверхностном эффекте

в проводящем полупространстве при наличии на границе бегущего магнитного поля, изложенную в гл. 2. Однако возможность оценить величину электродинамических сил в такого рода ванне еще не означает знание эффективности всего устройства в целом. Важно знать распределение и величину скоростей в массе жидкого металла. Эти скорости очень трудно определить расчетным путем, так как неизвестна гидродинамика турбулентного течения в такой ванне, влияние поля на распределение скоростей, краевые эффекты, существенно изменяющие всю картину движения. Поэтому для решения совокупности таких сложных вопросов А. Микельсон [Л. 90, 91] разработал методику моделирования электромагнитного перемешивания жидкого металла. Для описания экспериментальных фактов турбулентного перемешивания жидкого металла были введены специфические критерии подобия, определяющие физическую картину процесса. Скорость перемешивания жидкого металла определялась турбулентным трением. Поэтому величина вязкости не имела существенного значения для определения явления. Существенными были величины q , ω , δ , d , F , ρ , μ_0 , где F — м. д. с. магнитной системы. Из этих величин можно составить три независимых определяющих критерия подобия, например, такого вида:

$$\bar{\omega} = \omega \mu_0 \sigma d^2, \quad (237)$$

$$\bar{F} = F \sigma \sqrt{\frac{\mu_0}{\rho}}; \quad (238)$$

$$\bar{q} = \sigma \mu_0 d \sqrt{q d}. \quad (239)$$

Ни один из этих критериев не состоит только из параметров жидкого металла. Это значит, что турбулентная электромагнитная конвекция в одном жидком металле может моделироваться другим жидким металлом. Так, например, из критерия (239) следует, что, применяя для модели металл с большей проводимостью, можно исследовать электромагнитную конвекцию в меньшем масштабе. При этом $m_d = m_g^{-2/3}$. При моделировании жидкой стали жидким натрием $m_g \approx 10$, а $m_d \approx 0,215$. Критерий (238) даст правило

моделирования для токовой нагрузки: $m_F = \frac{m_p^{1/2}}{m_a}$, а (237)

даст правило выбора частоты $m_\omega = m_a^{-1} m_d^{-2}$. Если бы для данного явления была существенна вязкость, то пришлось бы ввести четвертый определяющий критерий

$$\bar{\sigma} = \frac{\mu_0 \sigma \eta}{\rho}, \quad (240)$$

состоящий только из параметров жидкого металла. В этом случае моделирование было бы возможно

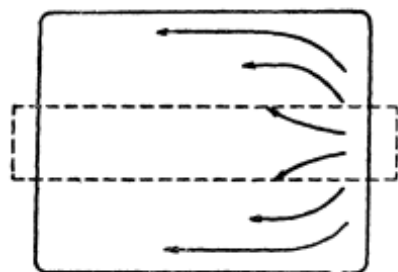


Рис 56. Распределение траекторий на поверхности ванны при большой глубине.

только при помощи того же металла, что и металл, находящийся в натуре.

При исследовании явлений перемешивания в металлургической ванне величина ускорения силы тяжести существенного влияния на скорость течения не оказывает. Поэтому для установления правил модели-

рования достаточно использовать лишь критерии (237) и (238). Таким образом, модель может представлять собой довольно маленькую ванну, если

$$m_\omega m_a m_d^2 = 1, \quad (241)$$

т. е. если в модели использовать жидкий металл с большей проводимостью и ток большей частоты, чем в натуре. Соответственно для коэффициента подобия F может быть из (238) написана формула

$$m_F m_a m_p^{-1/2} = 1. \quad (242)$$

Используя эти правила моделирования, В. Брискман и А. Микельсон построили ртутную модель для исследования течения в ванне с жидкой сталью при электромагнитном перемешивании. На рис. 56 изображена

картина течения жидкого металла в модели при наблюдении сверху. Интересно, что это течение существенно зависит от соотношения толщины слоя жидкого металла и ширины индуктора бегущего поля. При недостаточной относительной глубине слоя жидкий металл разделяется по направлению течения в вертикальном направлении: в средней части ванны металл течет вдоль направления движения бегущего поля, а по краям ванны — в противоположном (рис. 57). В достаточно глубо-

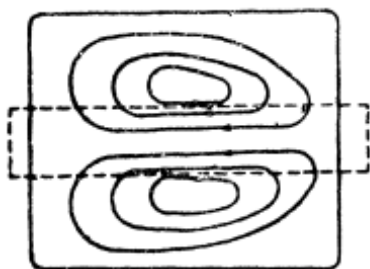


Рис. 57. Распределение траекторий при малой глубине.

ком слое жидкого металла граница разделения скоростей горизонтальная: в верхней части ванны жидкий металл движется против поля, а в нижней — по полю. На рис. 58 изображено распределение скорости ртути по глубине в последнем случае. На

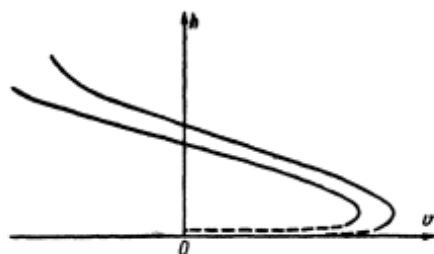


Рис. 58 Эпюра скоростей по вертикали при большой глубине.

этом графике положительными считаются скорости, совпадающие по направлению со скоростью движения поля. Интересно, что во всех опытах при соответственных напряженностях магнитного поля оказалось, что скорость течения пропорциональна напряженности магнитного поля. Это обстоятельство также упрощает моделирование: критерий (238) может не соблюдаться и численные значения скорости

жидкого металла могут быть получены методом экстраполяции:

$$\frac{v}{F} = \text{idem.} \quad (243)$$

В некоторой степени общим с предыдущей задачей является рассмотрение процессов в электромагнитном лотке. В нем, однако, в отличие от задачи перемешивания ванны критерий Фруда играет решающую роль. Электромагнитный лоток представляет собой горизон-

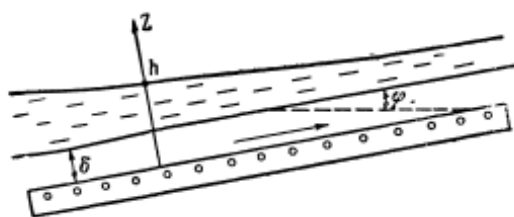


Рис. 59. Схема электромагнитного лотка.

тально или наклонно расположенный индуктор бегущего магнитного поля, над которым на некотором расстоянии δ располагается желоб с жидким металлом (рис. 59).

Рассмотрим элементарную теорию такого устройства. Будем считать в первом приближении, что индукционные токи, возникшие благодаря воздействию бегущего магнитного поля индуктора, не искажают магнитного поля последнего. Тогда, задавая на плоскости индуктора $z=0$ поле $H_{x0} = H_0 e^{j(\omega t - \alpha x)}$ и пренебрегая его шириной, мы получим значение тангенциальной слагающей напряженности магнитного поля на нижней границе металла $z=\delta$.

$$H_x = H_0 e^{-\alpha \delta} e^{j(\omega t - \alpha x)} = H_{x0} e^{-\alpha \delta}, \quad (244)$$

т. е. характер поля не зависит от промежутка δ , заполненного какими-либо изоляционными или слабо проводящими конструктивными элементами, но величина его напряженности убывает экспоненциально в зависимости от этого промежутка при идеализированном расчете, а в действительности даже в более сильной степени.

Для расчета сил, действующих на жидкий металл, перенеся начало координат в точку $z=\delta$, мы получаем систему граничных условий:

$$z=0; H=H_0 e^{j(\omega t - \alpha x)}, \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_1}{\partial z} = H_0 e^{j(\omega t - \alpha x)}; \quad (245)$$

$$\left. \begin{aligned} z=h; H_{x1} &= H_{x2}; \quad \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_1}{\partial z} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_2}{\partial z}; \\ B_{z1} &= B_{z2}; \quad \frac{\partial A_1}{\partial x} = \frac{\partial A_2}{\partial x}; \end{aligned} \right\} \quad (246)$$

$$z=\infty; H_{x2} = B_{z2} = 0; \quad \frac{\partial A_2}{\partial z} = \frac{\partial A_2}{\partial x} = 0, \quad (247)$$

где индексом 1 обозначены величины для металлической полосы $0 \leq z \leq h$, а индексом 2—пространство над полосой.

Принимая эти граничные условия, получаем выражения для векторных потенциалов и индукций

$$A_1 = k e^{-kh} \operatorname{ch} k(z-h) - \alpha e^{-\alpha h} \operatorname{sh} k(z-h) \frac{\mu}{k\Delta} H_0 e^{j(\omega t - \alpha x)}; \quad (248)$$

$$A_2 = \mu H_0 \frac{e^{-\alpha z}}{\Delta} e^{j(\omega t - \alpha x)}; \quad (249)$$

$$\begin{aligned} B_{x1} &= -\frac{\partial A_1}{\partial z} = -[k e^{-kh} \operatorname{sh}(z-h) - \\ &- \alpha e^{-\alpha h} \operatorname{ch} k(z-h)] \frac{\mu H_0}{\Delta} e^{j(\omega t - \alpha x)}; \end{aligned} \quad (250)$$

$$B_{x2} = \frac{\alpha \mu H_0}{\Delta} e^{-\alpha z} e^{j(\omega t - \alpha x)}; \quad (251)$$

$$\begin{aligned} B_{z1} &= -[k e^{-kh} \operatorname{ch} k(z-h) - \\ &- \alpha e^{-\alpha h} \operatorname{sh} k(z-h)] \frac{j\alpha \mu}{k\Delta} H_0 e^{j(\omega t - \alpha x)}; \end{aligned} \quad (252)$$

$$B_{z2} = -\frac{j\alpha}{\Delta} e^{-\alpha z} e^{j(\omega t - \alpha x)}; \quad (253)$$

где

$$\Delta = \alpha e^{-\alpha h} \operatorname{ch} kh + k e^{-kh} \operatorname{sh} kh.$$

В случае слабо развитого поверхностного эффекта $|k'| \ll 1$, что можно принять в большинстве практически важных случаев:

$$k' \approx \alpha; \quad k'' \approx 0; \quad k = k' + jk''$$

получаем выражение для распределения усредненной по времени плотности электромагнитной силы, увлекающей металл в направлении оси OX :

$$\bar{f}_x \approx \frac{1}{2} \frac{\sigma \omega s B_0^2}{\alpha} \cdot \frac{\operatorname{ch}^2 \alpha(z-h)}{\operatorname{ch}^2 \alpha h}. \quad (254)$$

Кроме того, существует средняя сила, направленная нормально к поверхности индуктора, стремящаяся как бы приподнять металл над поверхностью желоба. Ее плотность равняется:

$$\bar{f}_z \approx \frac{1}{2} \frac{\sigma \omega s B_0^2}{\alpha} e^{-2\alpha z}. \quad (255)$$

В результате интегрирования этих сил по толщине слоя можно получить выражения для средних значений объемной силы:

$$\begin{aligned} f_{xcp} &= \frac{\sigma \omega s B_0^2}{2\alpha \operatorname{ch}^2 \alpha h} \left\{ 1 + \frac{\operatorname{sh} 2\alpha h}{2\alpha h} \right\} \approx \frac{\sigma \omega s B_0^2}{\alpha} \cdot \frac{1 + \frac{1}{3} \alpha^2 h^2}{1 + \alpha^2 h^2} \approx \\ &\approx \frac{\sigma \omega s B_0^2}{\alpha} \left(1 - \frac{2}{3} \alpha^2 h^2 \right), \end{aligned} \quad (256)$$

$$f_{zcp} = \frac{\sigma \omega s B_0^2}{2\alpha h} (1 - e^{-2\alpha h}) \approx \frac{\sigma \omega s B_0^2}{\alpha} (1 - \alpha h). \quad (257)$$

В реальном электромагнитном лотке жидкий металл не течет бесконечно широкой полосой, и, с другой стороны, мало вероятно в металлургических условиях ожидать применения хорошо проводящих боковых шин так, как это делается в некоторых конструкциях линейных индукционных насосов. Для сравнительно малых толщин, т. е. $\alpha h \ll 1$ в качестве поправок на поперечный поверхностный эффект можно использовать K_{oc} из исследований Вольдека и Ульманиса, описанных в предыдущем параграфе.

При увеличении толщины слоя жидкого металла в электромагнитном лотке такое наложение двух по-

верхностных эффектов уже не является законным: уменьшение ширины a полосы жидкого металла приводит к ослаблению «толщинного» поверхностного эффекта и может привести к такому положению, когда средняя сила, действующая на узкую полосу, окажется больше, чем на бесконечно широкую полосу.

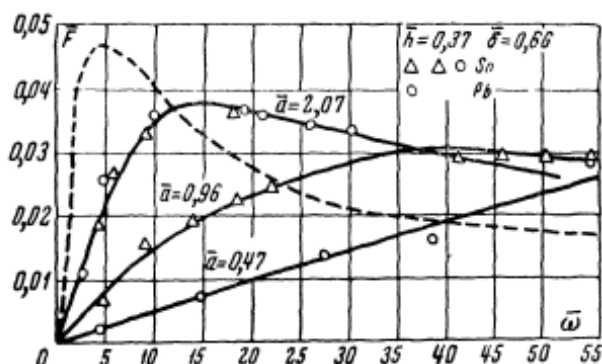


Рис. 60.

Это явление было обнаружено в экспериментах Везе с металлическими параллелепипедами в бегущем поле. На рис. 60 изображена зависимость относительной силы $\bar{F} = \frac{F\tau}{v\mu H_0^2}$, являющейся величиной, пропорциональной коэффициенту ослабления, от относительной частоты $\bar{\omega} = 8\mu\tau f^2 s$ при относительной толщине $\bar{h} = h\alpha = 0.37$ и при различных относительных ширинах $\bar{a} = a\alpha$. Пунктиром изображена зависимость $\bar{F}(\bar{\omega})$ для бесконечно широкого слоя, имеющая характерный максимум при $\bar{\omega} \approx 5$. Начиная с $\bar{\omega} \approx 12$ можно наблюдать указанное выше явление „взаимного влияния“ скин-эффектов.

Если бы течение жидкого металла происходило по плоской наклонной трубе, то для сплошного движения вверх было бы достаточно условия

$$\bar{f}_x|_{x=b} = \frac{1}{2} \frac{\sigma \omega s B_0^2}{\alpha \operatorname{ch}^2 \alpha h} K_{oc} \geq \rho g \sin \varphi, \quad (258)$$

если $\bar{f}_x$ — направлена вверх по уклону.

В электромагнитном лотке со свободной поверхностью условия течения значительно сложнее, причем следует различать несколько случаев соотношения электромагнитных и гидродинамических сил, чтобы описать все виды неустойчивости течения жидкого металла в открытом электромагнитном лотке. Рассмотрим случай малых толщин $ab \ll 1$, так что силы, действующие на слой металла, можно рассматривать как однородные, описываемые формулами (256, 257). Тогда продольная компонента силы тяжести на плоский элемент слоя высотой b и длиной dx будет равна $S\rho g dx \left(\sin \varphi + \frac{dh}{dx} \right)$, где $\frac{dh}{dx}$ — уклон уровня жидкого металла относительно дна лотка; S — сечение текущего металла.

В том случае, когда слой жидкого металла находится в бегущем магнитном поле, в вертикальном направлении действует не только объемная сила ρq , но также и проекция силы $f_{зср}$. Таким образом, предыдущее выражение будет иметь вид:

$$-Sh(\rho q - f_{зср} \cos \varphi) \left(\frac{dh}{dx} + \sin \varphi \right) dx. \quad (259)$$

Кроме того, в положительном направлении, т. е. вверх по уклону, будет непосредственно действовать компонента $Sf_{хср} dx$.

Гидравлическое сопротивление течению, по Манингу, может быть записано в виде: $\rho q S \frac{Q^2}{a^2 k^2} dx$, где a — ширина потока; $k = h^{5/3}/n$ — модуль расхода на единицу ширины канала; n — коэффициент шероховатости, равный, например, для огнеупорной футеровки $n = 0,014 \div 0,016$, причем предполагается, что модуль k не зависит от напряженности магнитного поля. При достаточно больших полях эта зависимость существует и потребуется дополнительное исследование k от M .

Введя соотношение $Q = ahv_{ср}$, мы получим выражение для силы инерции

$$\begin{aligned} \bar{a} \rho h dx v_{ср} \frac{dv_{ср}}{dx} &= \rho h dx \frac{d}{dx} \left(\frac{v_{ср}^2}{2} \right) = \\ &= \rho h dx_1 \frac{Q^2}{a^2} \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{2h^2} \right) = -\rho dx_1 \frac{Q^2}{a^2} \frac{dh}{h^2}, \end{aligned} \quad (260)$$

где $\bar{\alpha}$ — коэффициент неоднородности потока, равный приблизительно $\bar{\alpha} = 1,1$, и Q считается постоянной величиной. Таким образом, уравнение движения жидкого металла по лотку будет иметь вид:

$$-\bar{\alpha} \rho \frac{Q^2}{a^2} \frac{dh}{dx} \frac{1}{h^3} = f_{xc} - (\rho q - f_{zc} \cos \varphi) \left(\frac{dh}{dx} + \sin \varphi \right) - \rho q \frac{Q^2}{k^2}. \quad (261)$$

В результате получаем обобщение известной формулы для стационарного лоткового течения

$$\frac{dh}{dx} = \frac{f_{xc} - (\rho q - f_{zc} \cos \varphi) \sin \varphi - \rho q \frac{Q^2}{k^2 a^2}}{(\rho q - f_{zc} \cos \varphi) - \bar{\alpha} \rho \frac{Q^2}{a^2} \frac{1}{h^3}}. \quad (262)$$

Действительно, при отсутствии поля, т. е. при $f_{xc} = f_{zc} = 0$, получаем для стационарного лоткового течения с обратным уклоном

$$\frac{dh}{dx} = - \frac{\sin \varphi + \frac{Q^2}{k^2 a^2}}{1 - \bar{\alpha} Q^2 / a^2 h^3 q} = - \frac{\sin \varphi + \frac{Q^2}{k^2 a^2}}{1 - Fr}, \quad (263)$$

где $Fr = \bar{\alpha} Q^2 / a^2 h^3 q = \bar{\alpha} v^2 / qh$ — число Фруда.

Известно, что при одной и той же производительности, но при различных h течение по лотку может происходить при различных режимах: бурном, т. е. при сравнительно больших средних скоростях v и малых h , признаком которого является $Fr < 1$, и спокойном, т. е. при больших h , меньших значениях v и $Fr > 1$.

Если формулу (261) записать в виде, сравнимом с (262)

$$\frac{dh}{dx} = \frac{(\sin \varphi_{эл} - \sin \varphi) - \frac{Q^2}{k^2 a^2}}{1 - (Fr + Fr_{эл})}, \quad (264)$$

где

$$\sin \varphi_{эл} = \left(f_{xc} + \frac{1}{2} f_{zc} \sin 2\varphi \right) / \rho q,$$

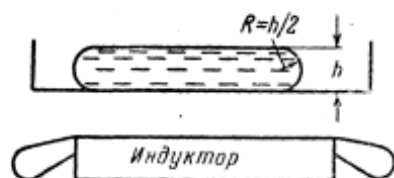
и

$$Fr_{эл} = f_{zc} \cos \varphi / \rho q,$$

то из вида знаменателя выражения (264) следует установить другой критерий режима в электромагнитном лотке, зависящий от наличия или отсутствия электромагнитного поля

	Без поля	С полем
Бурный режим	$Fr > 1$	$Fr + Fr_{эл} > 1$
Спокойный режим	$Fr < 1$	$Fr + Fr_{эл} < 1$

Таким образом, можно предвидеть явление, когда включение поля будет переводить спокойный режим течения в бурный. Из анализа числителя выражения (264) можно легко видеть достаточное условие стационарного течения жидкого металла по уклону вверх



$$\sin \varphi_{эл} > \sin \varphi. \quad (265)$$

Рис. 61. К выводу капиллярной неустойчивости в лотке.

В том случае, если $\sin \varphi_{эл} < \sin \varphi$ на лотке может установиться те-

чение, имеющее вид языка, лежащего на поверхности лотка: в центральной его части, где электромагнитные силы подъема больше, жидкий металл течет снизу вверх, а в боковых — возвращается назад. Если пренебречь потерями на трение, то можно оценить исходя из энергетических соображений, максимально возможную длину такого языка l :

$$\frac{\rho v_0^2}{2} = l \left[-f_{x\text{ ср}} - \frac{1}{2} f_{z\text{ ср}} \sin 2\varphi + \rho g \sin \varphi \right], \quad (266)$$

$$Fr_0 = \frac{v_0^2}{l_n q} > \sin \varphi - \sin \varphi_{эл}, \quad (267)$$

где l_n — длина всего лотка, а Fr_0 — число Фруда для начального гидравлического импульса. Последнее условие является необходимым для того, чтобы лоток «пропускал» металл и не выплескивал его по краям.

Жидкий металл, текущий по электромагнитному лотку, испытывает значительную силу $f_{z\text{ ср}}$, в известной степени компенсирующую силу тяжести. Поэтому при достаточно тонком слое металла жидкость соби-

рается в жгут под влиянием капиллярных сил, находящийся в неустойчивом состоянии.

На рис. 61 изображено поперечное сечение слоя жидкого металла, ограниченного по краям капиллярным мениском.

Эквивалентное гидростатическое давление равно: $(\rho q - \dot{f}_{z \text{ ср}}) \frac{h}{2}$; если давление капиллярных сил $\sigma / \frac{h}{2} = \frac{2\sigma}{h}$, где σ — поверхностное натяжение, превысит гидростатическое, то металл в данном сечении начнет собираться в жгут

$$\rho q - \dot{f}_{z \text{ ср}} \leq \frac{4\sigma}{h^2}. \quad (268)$$

Это является условием капиллярной неустойчивости течения жидкого металла по лотку.

16. СВОБОДНОЕ ПАРЕНИЕ ЖИДКОГО МЕТАЛЛА В ПЕРЕМЕННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Давно известен следующий наглядный опыт: между двумя противоположно включенными катушками L_1 и L_2 (рис. 62), по которым течет переменный ток,

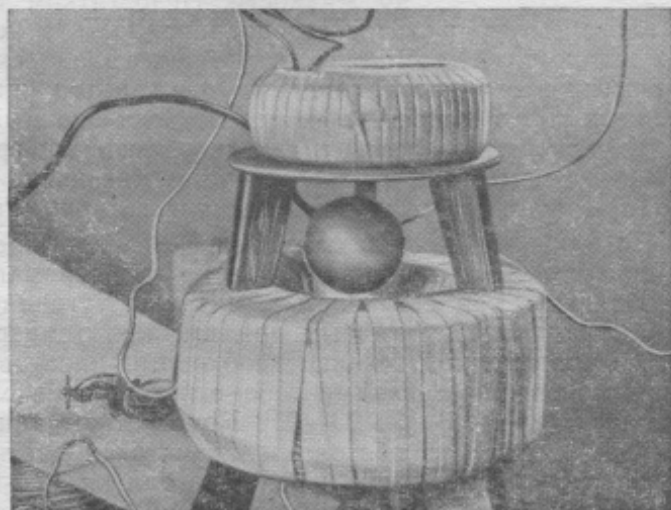


Рис. 62. Парение алюминиевого шара при частоте 200 гц.

помещают алюминиевый шар. При достаточно большой силе отталкивания между токами, индуцируемыми в шаре и током в соленоиде, возникает состояние парения шара в переменном магнитном поле. Верхний соленоид в данном случае служит для формирования потенциальной ямы в центральной части нижнего витка: при любом смещении

шара от оси симметрии сила отталкивания становится больше и шар возвращается в центральное положение.

Такого типа подвеска алюминиевого тела без подшипников может найти практическое применение для создания расходомера, подвешенного в потоке жидкости или газа при помощи переменного магнитного поля: какой-либо оптический или радиоизотопный индикатор скорости вращения или смещения может обеспечить достаточно точный отсчет количества протекающей в секунду жидкости. Недостатком тако-

го расходомера является его инерционность в вязких жидкостях. Кроме того, подобного типа расходомер меняет свои показания при *асимметрии* индукционных токов и магнитных полей. Если около неподвижно висящего ротора в форме обтекаемой груши или шара поместить с одной стороны массивное проводящее тело, то ротор сам приходит во вращение.

Но наиболее важное применение этого интересного явления заключается в проблеме «электромагнитного тигля». Ряд сверхчистых, а также тугоплавких металлов, весьма активных при высоких температурах, в современной технике необходимо плавить без соприкосновения с какими-либо огнеупорными материалами (рис. 63) [Л. 93—95]. Недостатком данного метода является то обстоятельство, что он дает возможность плавить лишь небольшие слитки 12—15 г. Попытка плавить металл в большем объеме приводит, во-первых, к неустойчивости парения всей массы металла, а во-вторых, вызывает выливание жидкого ме-



Рис. 63. Бестигельная плавка в высокочастотном индукторе [Л. 94].

талла через нижние точки парящей сферы, в которой вихревые токи практически отсутствуют.

Для изучения возможностей стабилизации парящей массы жидкого металла А. Микельсоном в первую очередь были поставлены исследования устойчивости парения сферы из твердого металла. Если под nI понимать м. д. с. в нижней катушке индук-

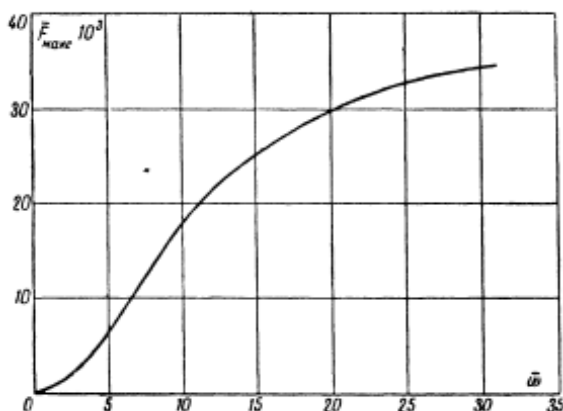


Рис. 64.

тора, под F — подъемную силу, действующую на шар, a — радиус шара; b — радиус нижней катушки, то можно записать следующее критериальное соотношение для силы, поддерживающей шар,

$$\bar{F} = f(\bar{\omega}, \bar{d}, \alpha), \quad (269)$$

где критерии $\bar{F}$, $\bar{\omega}$ и $\bar{d}$ имеют значения

$$\bar{F} = F/\mu_0 n^2 I^2, \quad \bar{\omega} = \mu_0 \sigma \omega a^2, \quad \bar{d} = a/b.$$

Под величиной 2α подразумевается угол, под которым средняя окружность обмотки нижней катушки видна из центра шара. Если под $\bar{F}$ подразумевать максимальное значение, соответствующее $\partial \bar{F} / \partial \alpha = 0$, то опыт показывает, что $\alpha_{\text{макс}} = 60^\circ$ и $\bar{F}_{\text{макс}}$ является, таким образом, функцией только $\bar{\omega}$ и $\bar{d}$. На рис. 64 изображена экспериментальная зависимость $\bar{F}_{\text{макс}}(\bar{\omega})$ при $\bar{d} = 0,94$, полученная А. Микельсоном путем из-

мерения максимальной силы, подвешивающей шары из различного материала и при различных частотах. Для выяснения вопроса о том, влияет ли агрегатное состояние металла на величину взвешивающей силы, были поставлены опыты со сферической колбой, наполненной жидким натрием: при затвердевании

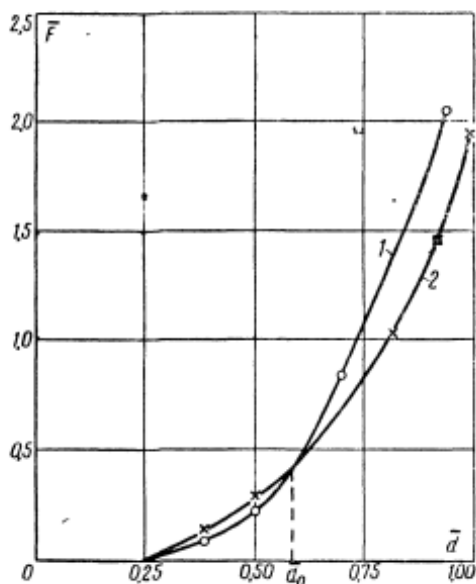


Рис. 65.

1 — зависимость подъемной силы от относительного диаметра; 2 — зависимость веса от относительного диаметра.

жидкого натрия в результате охлаждения колбы сила выталкивания из соленоида практически не изменялась.

В этих опытах было выбрано наиболее удобное соотношение между диаметром шара и диаметром нижнего соленоида. С уменьшением $\bar{d}$ — уменьшается величина вихревых токов в сфере и резко убывает подъемная сила. На рис. 65 изображена зависимость критерия $\bar{F}$ от $\bar{d}$, снятая для данного шарика при катушках разных диаметров (кривая 1). Из нее видно, что при $\bar{d} < 0,25$ в центре нижней катушки существ-

вует „потенциальная яма“, в которой пондермоторные силы выталкивания очень малы. С этой точки зрения возможность парения того или иного шара определяется положением точки $\bar{d}_0$ пересечения кривых 1 и 2 на рис. 65, где кривая 2 изображает зависимость веса шара в тех же относительных единицах.

При $\bar{d} > \bar{d}_0$ электромагнитная подъемная сила превышает силу тяжести и парение возможно. Наличие в центре нижней катушки области, внутри которой силы индукционного взаимодействия очень малы, приводят к тому, что при парении достаточно большего объема жидкого металла, нижняя часть

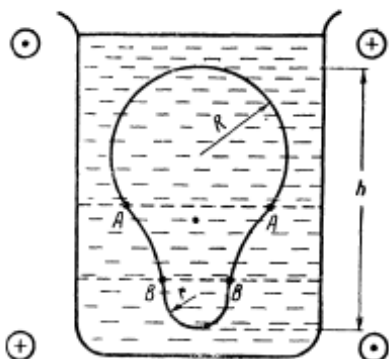


Рис. 66. Схема парящей капли натрия в парафиновом масле.

сферы вытягивается вниз и приобретает вид груши, висящей черенком вниз. На рис. 66 изображен опыт, иллюстрирующий это явление: в стакан с парафиновым маслом помещен массивный кусок натрия. Помещенный в поле индукторов он расплавляется и повисает в виде большой груши. Между радиусами кривизны верхней части груши R и нижней части r можно при этом написать соотношение

$$\rho q h = 2\alpha \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right), \quad (270)$$

где h — высота „груши“; ρ — плотность взвешенного металла, а в данном случае — разность плотностей жидкого натрия и парафинового масла; α — поверхностное натяжение.

В последние годы появилось много работ, рассматривающих вопросы равновесия плазмы в магнитном поле [Л. 10 и 96]. Одним из результатов этих работ является положение, что устойчивость жидкой проводящей среды под влиянием магнитного поля возможна только в случаях, когда центры кривизны поверхностей раздела лежат не в проводящей среде, где

развиваются экранирующие индукционные токи, а в пространстве «поддерживающего» магнитного поля.

Для газообразных тел, равновесие которых возможно во внешнем магнитном поле, создается так называемая «остроконечная геометрия», так как эти тела должны быть ограничены поверхностями, центры кривизны которых лежат вне их.

Таким образом, в системе двух соосных витков в равновесии должна находиться фигура, изображенная

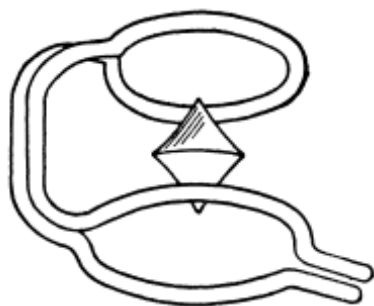


Рис 67. Устойчивое состояние проводящего тела с остроконечной геометрией

на рис. 67. Для жидкометаллической среды такая форма тела невозможна, так как в острых углах лапласовое давление искривленной поверхности жидкости, очевидно, достигло бы бесконечности. Поэтому «груша» на рис. 66 частично напоминает форму тела, изображенную на рис. 67. В поясе между линиями AA и BB , где индукционные токи играют роль под-

держивающей силы, уравнивающей избыток внутреннего гидростатического давления, поверхность раздела имеет вогнутую форму, т. е. соответствует «остроконечной» геометрии.

Р. П. Жежерин [Л. 94] отмечает, что иногда в нижней части висящего объема жидкого металла начинают образовываться складки, одна из которых вдруг начинает самопроизвольно увеличиваться и зесь металл выливается через образовавшуюся «щель». Причина этого явления ясна: образование складок уменьшает величину индукционного тока и уменьшает электромагнитную энергию системы. Однако, если в результате образования складок

$$\Delta \int_S \alpha dS + \Delta W_{эл.м} > 0, \quad (271)$$

т. е. энергия поверхности увеличится больше, чем уменьшится электромагнитная энергия, то данного

явления не возникает. «Складчатая» неустойчивость существует и в высокотемпературной плазме при попытках осуществить термоядерную реакцию.

Это говорит о том, что изучение явлений устойчивости на жидкометаллических моделях может принести пользу и в области термоядерного синтеза.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Один из самых уважаемых ученых нашей страны академик Глеб Максимилианович Кржижановский сказал:

«Старайтесь больше обращать внимание на области, пограничные между сложившимися науками. Это обычно наиболее быстрые точки роста наших знаний».

Возникновение магнитной гидродинамики подтверждает правильность этого указания: она возникла на рубеже двух сложившихся разделов науки: теории электромагнитного поля и гидродинамики. Эта наука получила не только познавательное значение, но можно обещать, что и в технике она найдет все возрастающее применение. В числе этих применений надо назвать:

1) Электромагнитные насосы для перекачивания щелочных металлов с к. п. д. порядка 30—40% для атомной энергетики.

2) Создание дозирующих устройств для литья цветных металлов, к машинам для литья под давлением.

3. Разработка электромагнитных лотковых устройств для транспортировки черных и цветных металлов.

4) Электроконвективное охлаждение электрических машин при помощи сплавов натрия, имеющих отрицательные температуры плавления. Это обеспечит значительное уменьшение веса существующих машин при сохранении рабочих температур, принятых в настоящее время в электромашиностроении.

5) Жидкометаллические генераторы.

6) Методы бестигельной плавки и др.

Другой важнейший вывод из экспериментальных исследований в жидких металлах и электролитах:

магнитное поле существенно влияет на устойчивость течения, при его помощи можно управлять устойчивостью.

Электромагнитные силы, созданные в пограничном слое тела, обтекаемого морской водой, могут сместить точку отрыва на самый конец обтекаемого тела, уменьшив тем самым сопротивление движению в несколько раз. Магнитное поле подавляет вихреобразование, сокращает дорожку Кармана, эффективно влияет, по-видимому, на подавление кавитации. Пройдет несколько лет, накопится опыт исследований в этой области и можно будет ставить вопрос о создании морской магнитной гидродинамики.

Наконец, магнитная гидродинамика вызывает к жизни новую область электротехники — теорию магнитогидродинамических машин. Эта теория, по-видимому, разобьется на теорию магнитогидродинамических двигателей и магнитогидродинамических генераторов с многочисленными более мелкими подразделениями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хвольсон О. Д., Курс физики т. 4 (первая половина), стр. 697, Петроград, 1915.
2. Хвольсон О. Д., Курс физики т. 4 (вторая половина), стр. 154, Петроград, 1915.
3. Тряпицын П. Е., Патент на изобретение, класс 59а, 28, № 6574, 29 сентября 1928.
4. Einstein A., Szillard L., Pump especially for refrigerating machines, U. S. Patent Spec. 344881, March, 1931.
5. Hartmann J., Hg-Dynamics I, Theory of the laminar flow of an electrically conductive liquid in a homogenous magnetic field, Det. Kgl. Danske Videnskabernes Selskab. (Math.—fys. Medd.), 1937, 15, № 6.
6. Hartmann J., Lazarus F., Hg-Dynamic II. Experimental investigations on the flow of mercury in a homogenous magnetic field, Det. Kgl. Danske Videnskabernes Selskab. (Math.—fys. Medd.), 1937, 15, № 7.
7. Альфвен Х., Космическая электродинамика, Изд. иностр. лит., 1952.
8. Каулинг Т., Магнитная гидродинамика, Изд. иностр. лит., Москва, 1959.
9. Данжи Дж., Космическая электродинамика, Атомиздат, 1961.
10. Арцимович Л. А., Управляемые термоядерные реакции, Физматгиз, 1961.
11. Кирко И. М., Магнитогидродинамические явления в масштабах земной лаборатории, «Электричество», 1959, № 4, стр. 9.
12. Брагинский С. И., К магнитной гидродинамике слабо проводящих жидкостей, ЖЭТФ, 37, 1959, № 5 (11) с 1417.
13. Ludford G. S. S., Inviscid flow past a body at low magnetic Reynolds number, Reviews of Modern Physics, 1960, 32, № 4, p. 1000—1003.
14. Тамм И. Е., Основы теории электричества, Гостехиздат, 1954.
15. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Электродинамика сплошных сред, Физматгиз, 1959.
16. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Механика сплошных сред, Гостехиздат, 1954.

17. Кутателадзе С. С., Боришанский В. М., Новиков И. И., Федынский О. С., Жидкометаллические теплоносители, Атомиздат, 1958.
18. Эльзассер В. М., Магнитная гидродинамика, Атомиздат, 1958.
19. Murgatroyd W., The model testing of electromagnetic flowmeter, A.E.R.E. X/R 1053, Harwell, 1953.
20. Кирко И. М., О моделировании магнитогидродинамических явлений в жидких металлах, Труды Института физики АН Латв. ССР, вып. 8, 1956.
21. Кирко И. М., Исследование электромагнитных явлений в металлах методом размерности и подобия, Изд. АН Латв. ССР, Рига, 1959.
22. Седов Л. И., Методы подобия и размерности в механике, Гостехиздат, 1951.
23. Михеев М. А., Основы теплопередачи, Госэнергоиздат, 1956.
24. Поливанов К. М., «Электричество», 1935, № 14.
25. Белаш П. М., «Электричество», 1939, № 9.
26. Венков В. А., «Электричество», 1939, № 9.
27. Kunzler K. I. F., Rev. Modern Phys., 1961, 33, p. 501.
28. Swartz P. S., Rocsner C. H., Characteristics and a new application of high-field superconductors, Journ. of Appl. Phys., 1962, 33, № 7, p. 2292.
29. Терлецкий Я. П., ЖТФ, 1957, 32, с. 387.
30. Kolm H., Bull. Amer. Phys. Soc., 1960, 5, p. 381.
31. Карасик В. Р., Сильные магнитные поля, «Приборы и техника эксперимента», 1962, № 6, 5.
32. Lundquist S., On the stability of magneto-hydrostatic fields, Phys. Rev., 1951, 83, № 2.
33. Lehner B., On the behavior of an electrically conductive liquid in a magnetic field, Ark. Fys., 1952, 5, № 5.
34. Кукшас Б. А., Труды Каунасского политехнического института, 1961, № 14, № 5, с. 9—17.
35. Prandtl L., Über Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung, Verhandl. d. 111 Intern. Math. Kongr. Heidelberg, 1904.
36. Murgatroyd W., On experiments on magnetohydrodynamical channel flow, Phil. Mag., 1953, 44, № 359.
37. Лиелаусис О. А., Влияние электромагнитных сил на течение жидких металлов и электролитов, Диссертация, Институт физики АН Латв. ССР, 1962.
38. Кирко И. М., Клявинь Я. Я., Тютин И. А., Ульманис Л., Модель бесконечно длинного канала с жидким металлом, находящимся в бегущем магнитном поле, Научный доклад, Высшая школа, «Энергетика», 1953, № 1, стр. 11.
39. Брановер Г. Г., Кирко И. М., Лиелаусис О. А., Экспериментальное изучение влияния поперечного магнитного поля на распределение скоростей в потоке ртути, Труды Института физики АН Латв. ССР, вып. 12, Рига, 1961.
40. Брановер Г. Г., О гидравлике турбулентных потоков жидкого металла в присутствии поперечного магнитного поля, Диссертация на соискание уч. ст. канд. техн. наук, Института физики, АН Латв. ССР, 1962.

41. Лиелаусис О. А., Цинобер А. Б., О влиянии магнитного поля на сопротивление тел при обтекании ртутью, В сборнике «Вопросы магнитной гидродинамики и динамики плазмы», Рига, АН Латв. ССР, 1962, стр. 583.

42. Цинобер А. Б., Щербинин Э. В., О влиянии поперечного магнитного поля на сопротивление при обтекании тел электропроводящей жидкостью, Изв. АН Латв. ССР, 1962, № 11.

43. Лиелаусис О. А., Цинобер А. Б., Штерн А. Г., Влияние поперечного магнитного поля на характер обтекания, Изв. АН Латв. ССР, 1963, № 5.

44. Mickleletti, Un niono metodo magnetoelectrico di para-zione dei minerali, Industria mineraria, 1959, 10, № 8.

45. Верте Л. А., Эффект кажущегося изменения удельного веса жидкости металла, вызываемый электромагнитными силами, «Цветные металлы», Металлургиздат, № 6, стр. 61.

46. Верте Л. А., Способ обработки жидкого металла, Авт. свидетельство № 141592, класс 31с, 13, Бюлл. изобрет, № 19, 1961, заявка 599092/22 от 8 мая 1958 г.

47. Гайлитис А. К., Лиелаусис О. А., Относительно возможности уменьшения гидродинамического сопротивления пластинки в электролите, Труды Института физики АН Латв. ССР, вып. 12, 1961.

48. Гринберг Э. Я., К определению свойств некоторых потенциальных полей, Труды Института физики АН Латв. ССР, вып. 12, 1961.

49. Crausse E., Poirier Y., Remarques concernant certains coelements liquides soumis à des actions électromagnétiques, C. r. Acad. Sci., 1957, 244, p. 23.

50. Кирко И. М., Особенности магнитогидродинамических явлений в жидких металлах и электролитах, Прикладная магнитная гидродинамика, Труды Института физики АН Латв. ССР, вып. 12, 1961.

51. Лиелпетер Я. Я., О турбулентном режиме работы электромагнитного индукционного насоса, Изв. АН Латв. ССР, 1960, № 1.

52. Филиппов М. В., Применение номограмм в расчетах параметров индукционного насоса, Труды Института физики АН Латв. ССР, вып. 11, 1959.

53. Лиелпетер Я. Я., Электромагнитные и гидродинамические процессы в канале индукционного насоса, Канд. диссертация, Институт физики АН Латв. ССР, Рига, 1960.

54. Охременко Н. М., Развитие ламинарного течения вязкой электропроводящей жидкости между параллельными плоскостями под действием поперечного магнитного поля в сборнике «Вопросы магнитной гидродинамики и динамики плазмы», Изд. АН Латв. ССР, Рига, 1962, стр. 551.

55. Shohet J. I., Osterle J. F., Joung F. J., Velocity and temperature profiles for laminar magnetohydrodynamic flow in the entrance of a plane channel, The Physics of Fluids, 1962, v. 5, № 5.

56. Кирко И. М., Физическое подобие и аналогия намагничивания ферромагнитных тел, Изд. АН Латв. ССР, Рига, 1955.

57. Аркадьев В. К., Электромагнитные процессы в металлах, ОНТИ, 1935.

58. Barnes A. H., Direct-current electromagnetic pumps, *Nucleonics*, 1953, v. 11, № 1.
59. Blake L. R., Conduction and induction pumps for liquid metals, *Proc. IEE*, 1957, v. 104A, № 15.
60. Тютин И. А., Электромагнитные насосы, Изд. АН Латв. ССР, Рига, 1959.
61. Микельсон А. Э., Расчет кондукционных насосов постоянного тока для жидких металлов, Труды Института физики АН Латв. ССР, вып. 11, 1959.
62. Ницецкий Л. В., Моделирование электрического поля электромагнитных насосов в электролитической ванне и на электропроводящей бумаге, Труды Института физики АН Латв. ССР, вып. 11, 1959.
63. Янкоп Э. К., Электромагнитные и магнитогидродинамические процессы в электромагнитных насосах переменного тока, Диссертация, Институт физики АН Латв. ССР, 1958.
64. Устименко Л. Ю., Янговский Е. И., Плоское течение электропроводной жидкости в знакопеременном магнитном поле, Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, № 5, 1960, стр. 157.
65. Бирзвалк Ю. А., Эквивалентная схема канала насоса постоянного тока и расчет насоса на максимум к. п. д., Труды Института физики АН Латв. ССР, вып. 12, 1961.
66. Бирзвалк Ю. А., Электромагнитные процессы в насосах постоянного тока для жидких металлов, Диссертация, Институт физики АН Латв. ССР, 1961.
67. Дукуре Р. К., Упит Г. П., Некоторые вопросы контактных свойств металлических поверхностей, Труды Института физики АН Латв. ССР, вып. 12, 1961.
68. Кээрус Х. И., Саар М. М., Тийсмус Х. А., Об устойчивости некоторых материалов в жидком алюминии, Труды Таллинского политехнического института, Серия А, Таллин, 1962, № 197.
69. Вольдек А. И., Токи и усилия в слое жидкого металла плоских индукционных насосов, Известия высших учебных заведений, «Электромеханика», 1959, № 1, стр. 3—10.
70. Вольдек А. И., Янес Х. И., Поперечный краевой эффект в плоском индукционном насосе с электропроводящим каналом, Труды Таллинского политехнического института, Серия А, Таллин, 1962, № 197.
71. Ульманис Л. Я., К вопросу о краевых эффектах в линейных индукционных насосах, Труды Института физики АН Латв. ССР, в. 8, Рига, 1956.
72. Ульманис Л. Я., К вопросу о поперечном краевом эффекте в индукционных насосах, в сборнике «Вопросы магнитной гидродинамики и динамики плазмы», Рига, 1962.
73. Вольдек А. И., Пульсирующие составляющие магнитного поля индукционных машин и насосов с разомкнутым магнитопроводом, Научный доклад высшей школы, «Электромеханика и автоматика», 1959, № 3.
74. Постников И. М., Проектирование электрических машин, Гостехиздат, УССР, Киев, 1960.

75 Охременко И М, Оптимальные геометрические соотношения в индукционных насосах для жидких металлов, «Электричество», 1961, № 9

76 Янес Х И, Учет влияния вторичной системы в линейной плоской магнитогидродинамической машине, Труды Таллинского политехнического института, Серия А, № 197, Таллин

77 Янес Х И, Главные индуктивности электрической машины с разомкнутым магнитопроводом (там же)

78 Янес Х И, Лийн Х А, Исследование режимов плоского индукционного насоса (там же)

79 Тийсмус Х А, Об управлении работой индукционного насоса (там же)

80 Штурман Г И, Индукционные машины с разомкнутым магнитопроводом, «Электричество», 1946, № 10

81 Штурман Г И, Аронов Р Л, Краевой эффект в индукционных машинах с разомкнутым магнитопроводом «Электричество», 1947, № 2

82 Верте Л А, Способ дозирования жидкого металла Авт свидетельство № 113697 от 2 февраля 1948

83 Шуб И Е, Гольдберг И Г, Свердлов В И, «Автоматизация производства», 1962, № 5

84 Кирко И М, Лиелпетер Я Я, Дозирование жидкого металла при помощи электромагнитных индукционных насосов, Труды Института физики АН Латв ССР, вып 12, Рига, 1961

85 Kuld I, Adam J, Патент № 91162 от 20 мая 1958 г, Чехословакия

86 Микельсон А Э, Применение насосов рассеянного поля для перемешивания жидких металлов, в сборнике «Вопросы магн гидродинамики и динамики плазмы», Изд АН Латв ССР, Рига, 1959, стр 305—311

87 Полищук В П, Способ дозирования и заливки жидкого металла в камеру сжатия машины литья под давлением, Авт свидетельство № 126584 от 3 марта 1959

88 Полищук В П, Гельфанд П И, Устройство для подачи в форму машины литья под давлением, Авт свидетельство № 133566 от 20 апреля 1960 г

89 Остроумов Г А, Физико математические основы магнитного перемешивания расплавов, Металлургиздат, 1960

90 Микельсон А Э, Жидкие металлы под действием электромагнитных сил взвешивания, Диссертация, Институт физики АН Латв ССР, 1961

91 Брискман В, Микельсон А Э и др, Электромагнитное перемешивание жидких металлов, Изв АН Латв ССР, 1958, № 8

92 Окорочков Н В, Электромагнитное перемешивание металла в дуговых сталеплавильных печах, Металлургиздат, 1961

93 Кирко И М, Микельсон А Э, Об устойчивости свободного парения капли жидкого металла в переменном магнитном поле, в сборнике «Вопросы магнитной гидродинамики и динамики плазмы», Изд АН Латв ССР, Рига, 1962

94. Жежерин Р. П., Проблема «электромагнитного тигля», в сборнике «Вопросы магнитной гидродинамики и динамики плазмы», Изд. АН Латв. ССР, Рига, 1959.

95. Фогель А. А. Бестигельная плавка при индукционном нагреве, в сборнике «Экспериментальная техника и методы исследований при высоких температурах», изд. АН СССР, 1959.

96. Беркович, Фридрикс и др., Остроконечная геометрия, Труды Второй международной конференции по мирному использованию атомной энергии, Женева, 1958, том I, Атомиздат, 1959.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
Введение	5
Глава первая. О физике магнитогидродинамических явлений	13
1. Система уравнений магнитной гидродинамики проводящих жидкостей	13
2. Безразмерная форма уравнений и критерии подобия магнитной гидродинамики	18
3. „Диффузия“ и „вмораживание“ магнитных полей в проводящих средах	26
4. Волновые явления в магнитной гидродинамике	33
5. Влияние магнитного поля на пограничный слой и устойчивость течения	39
6. Турбулентное течение в магнитном поле	48
7. Магнитогидродинамические явления в скрещенных магнитном и электрическом полях	60
Глава вторая. Решения некоторых магнитогидродинамических задач	66
8. Плоскопараллельное течение с поперечным магнитным полем	66
9. Переходные явления при плоскопараллельном течении в поперечном магнитном поле	84
10. Некоторые задачи о бегущем магнитном поле, существенные для прикладной магнитной гидродинамики	88
Глава третья. Технические приложения магнитной гидродинамики жидких металлов	96
11. Кондукционные электромагнитные насосы постоянного тока	96
12. О признаках рациональности конструкции электромагнитного кондукционного насоса	103
	159

13. Индукционные электромагнитные насосы с бегущим полем	113
14. Дозирование жидкого металла при помощи электромагнитных насосов	124
15. Индукционные устройства с свободной поверхностью жидкого металла. Электромагнитные перемешиватели и индукционные лотки	133
16. Свободное плавление жидкого металла в переменном магнитном поле	145
Заключение	151
Литература	153

Цена 40 коп.

Цена 40 коп.