

На правах рукописи

Теймуразов Андрей Сергеевич

**ВТОРИЧНЫЕ ТЕЧЕНИЯ И МЕЛКОМАСШТАБНАЯ  
ТУРБУЛЕНТНОСТЬ ПРИ КОНВЕКЦИИ В ЗАМКНУТЫХ ОБЛАСТЯХ**

01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Пермь – 2013

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук.

Научный руководитель	доктор физико-математических наук, профессор Фрик П.Г.
Официальные оппоненты:	доктор физико-математических наук, профессор Тарунин Е.Л. кандидат физико-математических наук, Коновалов В.В.
Ведущая организация	Научно-исследовательский вычислительный центр Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова

Защита состоится “14” февраля 2013 г. в 14<sup>00</sup> часов на заседании диссертационного совета Д 004.012.01 при Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук по адресу: 614013, г. Пермь, ул. Акад. Королева, 1; тел: (342) 2378461; факс: (342) 2378487; сайт: [www.icmm.ru](http://www.icmm.ru).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института механики сплошных сред УрО РАН.

Автореферат разослан “\_\_\_” января 2013 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета



Березин И.К.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Конвективные движения, вызванные тепловыми потоками, являются неотъемлемыми элементами многих природных процессов, наблюдающихся в атмосфере и океанах Земли, а также течений, реализующихся в различных технологических устройствах. Заметная роль в формировании конвективных течений в таких потоках отводится вторичным течениям в пограничном слое. Одним из типов вторичных конвективных структур являются горизонтальные валы, которые в зависимости от параметров задачи могут иметь различные характеристики и оказывать существенное влияние на тепломассообмен в системе. В практических приложениях горизонтальные валы появляются при смешанной (вынужденная плюс естественная) конвекции в каналах и влияют на теплоперенос в теплообменниках, в системах охлаждения электронного оборудования и ядерных реакторов. Исследование роли вторичных течений в процессах теплообмена является актуальной задачей для широкого круга геофизических и технологических приложений.

Процессы конвективного переноса, представляющие практический интерес, происходят, как правило, в условиях развитого турбулентного движения среды. Конвективная турбулентность обладает рядом особенностей, в частности, она примечательна тем, что соображения размерности приводят к степенным законам, не зависящим от размерности пространства — и в трехмерном, и в двумерном случаях предположение о существовании интервала масштабов, в котором реализуется баланс сил плавучести и нелинейных взаимодействий, приводит к известному степенному закону Обухова–Болджиано, что дает надежду на исследование свойств развитой конвективной турбулентности в значительно более простой двухмерной постановке. В то же время, изотермическая двумерная турбулентность не является частным случаем трехмерной и переход к плоской геометрии ведет к качественным изменениям свойств течений. Интерес к двумерной турбулентности в значительной мере поддерживается надеждой на описание с помощью двумерных уравнений квазидвумерных течений жидкости. Известно, что квазидвумерные модели могут хорошо работать в случае ламинарных режимов, но возможность применимости такого подхода к описанию развитых турбулентных течений неочевидна и в настоящее время недостаточно хорошо исследована. Представляется важным выяснить, помогает ли учет влияния боковых стенок в рамках квазидвумерной модели получить более реалистичное описание конвективной турбулентности в тонкой вертикальной полости (по крайней мере, крупномасштабной циркуляции) и найти

границы применимости модели линейного трения к описанию развитой турбулентной конвекции в щелевых зазорах.

Целью работы является изучение крупномасштабной циркуляции, вторичных течений и мелкомасштабной турбулентности при естественной конвекции в замкнутых прямоугольных областях.

#### Научная новизна результатов.

Впервые:

1. Численно в трехмерной постановке исследована структура вторичных течений в случае естественной (не смешанной) конвекции жидкости над неоднородно нагретой поверхностью в замкнутой области, имеющей форму прямоугольного параллелепипеда. Обнаружено, что в данной конфигурации задачи возможны режимы как с поперечной, так и с продольной ориентацией вторичных конвективных валов.
2. Изучено влияние структуры и типа вторичных течений на теплоперенос в системе.
3. Выполнено прямое численное моделирование турбулентной конвекции в тонких вертикальных слоях жидкости при подогреве снизу в рамках чисто двумерной (2D) и квазидвумерной (Q2D) моделей.
4. Изучена крупномасштабная циркуляция, поле турбулентных пульсаций, и на основе прямого сравнения с экспериментальными данными определены границы применимости квазидвумерной модели для описания структуры турбулентного потока в вертикальной щели.

#### Защищаемые положения.

1. Эффективный параллельный численный код для прямого моделирования конвективных течений в замкнутой полости в трехмерной постановке.
2. Результаты численного исследования структуры трехмерного течения жидкости в прямоугольной полости с неоднородным подогревом снизу.
3. Эффективный параллельный численный код для прямого моделирования турбулентной конвекции в двумерной и квазидвумерной постановке.
4. Результаты расчетов турбулентной конвекции в тонких вертикальных слоях жидкости при подогреве снизу в рамках чисто двумерной и квазидвумерной моделей.

#### Практическая значимость работы.

1. Результаты исследований вторичных течений могут быть использованы для параметризации процессов, протекающих в атмосферном погранич-

- ном слое. Включение данной параметризации, несущей информацию о вкладе процессов на мезоуровне, в существующие модели для описания атмосферных явлений, которые рассматривают только крупномасштабные процессы, поможет улучшить точность моделей прогнозирования погоды.
2. Установленные зависимости влияния структуры вторичных течений на теплоперенос могут быть полезны при проектировании технологических устройств, в которых имеются течения над локализованным источником тепла.
  3. Показано, что с помощью квазидвумерных моделей, даже в рамках грубой модели линейного трения, использовавшейся в Q2D расчетах, можно получить реалистичную структуру турбулентного потока в тонких щелях.
  4. Результаты численных исследований турбулентной конвекции могут помочь в понимании природы и свойств инверсий крупномасштабной циркуляции.

Обоснованность и достоверность результатов обеспечивается тщательным тестированием всех используемых в работе алгоритмов и методов и сравнением полученных результатов с результатами физических экспериментов, проводившихся в лаборатории Физической гидродинамики ИМСС УрО РАН параллельно с расчетами, а также сравнением, где это возможно, с известными результатами других авторов.

Апробация работы. Результаты работы докладывались и обсуждались на следующих научных семинарах и конференциях: Всероссийская конференция молодых ученых «Неравновесные процессы в сплошных средах» (Пермь, 2008, 2009, 2010, 2012 гг.); Всероссийская школа-конференция молодых ученых и студентов «Математическое моделирование в естественных науках» (Пермь, 2009 г.); Зимняя школа по механике сплошных сред (Пермь, 2007, 2009, 2011 гг.); Краевая дистанционная научно-практическая конференция молодых ученых и студентов «Молодежная наука Прикамья» (Пермь, 2008 г.); Международная конференция «Mesoscale meteorology and air pollution» (Одесса, Украина, 2008 г.); Всероссийская научно-практическая конференция «Актуальные проблемы механики, математики, информатики» (Пермь, 2010 г.); Пятая Российская национальная конференция по теплообмену (Москва, 2010 г.); Всероссийская конференция молодых специалистов, посвященная 50-летию НПО «Тайфун» (Обнинск, 2010 г.); Всероссийская научная школа молодых ученых «Механика неоднородных жидкостей в полях внешних сил» (Москва, 2010 г.);

Международный семинар «Convection, magnetoconvection, and dynamo theory» (Каржез, Франция, 2010 г.); Генеральная ассамблея Европейского общества геофизических наук (Вена, Австрия, 2011 г.); Международная конференция «13 European Turbulence Conference» (Варшава, Польша, 2011 г.); Всероссийская научная школа молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах» (Москва, 2012 г.);

Публикации. По теме диссертации опубликовано 20 работ, из них 2 в журналах из списка ВАК, 7 статей в трудах международных и российских конференций, и 11 в тезисах докладов.

Личный вклад автора. Автором диссертации выполнены выбор методов, разработка и программная реализация численных алгоритмов, проведение расчетов и анализ полученных данных. В опубликованных в соавторстве с экспериментаторами статьях, автор полностью отвечает за численные расчеты.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из вводной части, трех глав, заключения и списка литературы, включающего 108 наименований. В работе приводится 38 рисунков и 2 таблицы. Общий объем диссертации составляет 120 страниц.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обоснована актуальность исследуемой проблемы, сформулирована цель и задачи диссертационной работы, перечислены полученные в диссертации новые результаты, их практическая ценность, а также описана структура диссертации.

**В первой главе** представлен обзор публикаций, близких к теме диссертации. Освещено современное состояние исследований, касающихся вторичных конвективных течений, турбулентной конвекции, двумерной турбулентности. Приведен обзор подходов к численному решению задач гидродинамики. Обоснован выбор методов и алгоритмов, применявшихся в данной работе.

**Вторая глава** посвящена изучению образования и развития горизонтальных валов, возникающих в конвективном потоке жидкости над неоднородно нагретым дном. Рассматривается область, представляющая собой прямоугольный параллелепипед. На дне области находятся два теплообменника, при этом задается резкий скачок температуры вблизи их границы раздела. В результате горизонтального градиента температуры в модели возникает крупномасштабная циркуляция, на фоне которой развиваются вторичные течения, которые мо-

гут иметь вид продольных или поперечных валов. Схема модели и положение системы координат приведены на Рис. 1.

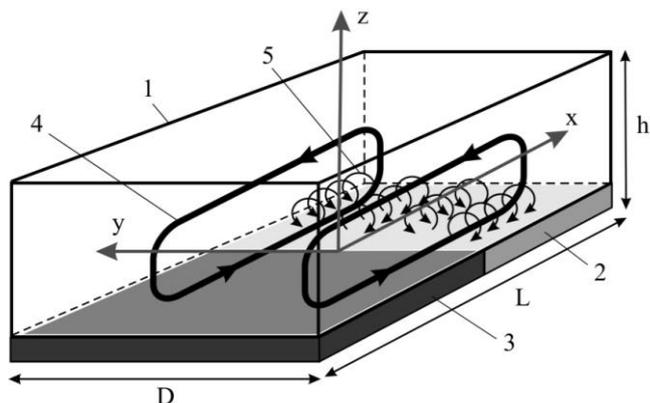


Рис. 1. Схема модели: 1 – кювета: ширина  $D = 100$  мм, длина  $L = 200$  мм, высота  $h$  изменялась от 30 мм до 50 мм, 2 – «горячий» теплообменник, 3 – «холодный» теплообменник, 4 – крупномасштабная циркуляция, 5 – вторичные конвективные течения.

Исследование проводилось с помощью прямого численного моделирования в трехмерной постановке. Используемая математическая модель основана на уравнениях свободной конвекции в приближении Буссинеска. В безразмерном виде система уравнений тепловой конвекции имеет вид:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\frac{1}{\text{Pr}} [\mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} + \nabla P] + \Delta \mathbf{v} + \text{Ra} T \mathbf{e}_z, \quad (1)$$

$$\text{Pr} \frac{\partial T}{\partial t} = -\mathbf{v} \cdot \nabla T + \Delta T, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0. \quad (3)$$

Здесь  $\text{Pr} = \frac{\nu}{\chi}$  – число Прандтля,  $\text{Ra} = \frac{2g\beta\theta h^4}{\nu\chi L}$  – число Релея,  $g$  – ускорение свободного падения,  $\beta$  – температурный коэффициент объёмного расширения,  $\theta$  – разность температур,  $h$  – толщина слоя,  $\nu$  – кинематическая вязкость,  $\chi$  – коэффициент температуропроводности. В расчетах все границы области являются твердыми. Для скорости на всех границах задаются условия прилипания ( $\mathbf{v} = 0$ ).

Граничные условия для температуры: на дне задается ступенчатый перепад температуры ( $T = -\theta/2$  для  $x < 0$  и  $T = \theta/2$  для  $x > 0$ ), боковые границы теплоизолированы ( $\partial T / \partial n = 0$ ), а на верхней границе ставится условие теплообмена  $\lambda_{\text{жидкости}} (\partial T / \partial n)_{\text{внутр.}} = \lambda_{\text{воздуха}} (\partial T / \partial n)_{\text{внешн.}}$ , где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности. Условие теплообмена с внешней средой на верхней границе было задано в таком виде для того, чтобы приблизить условия расчётов к таковым в лабораторном эксперименте.

Дискретизация уравнений проводилась по методу конечных разностей. Уравнения (1) – (3) решались в переменных «скорость-давление». При этом была использована трехэтапная явная схема расщепления по физическим процессам и «шахматная» сетка, то есть координаты сеточных функций разнесены в пространстве. Расчетная область представляла собой прямоугольный параллелепипед с размерами  $-L/2 < x < L/2$ ,  $-D/2 < y < D/2$ ,  $0 < z < h$ . Основные расчеты выполнены на сетках:  $200 \times 100 \times 60$  и  $200 \times 100 \times 100$  узлов, что соответствовало толщине слоя  $h = 30$  мм и  $h = 50$  мм. Программная реализация алгоритма выполнена с учётом возможности расчётов на многопроцессорных системах. Параллельная реализация компьютерного кода для систем с распределенной памятью производилась с использованием библиотек MPI. Расчеты выполнялись на вычислительном кластере ПНИПУ (г. Пермь). Для сетки  $200 \times 100 \times 100$  узлов ускорение работы параллельного алгоритма относительно времени выполнения на одном процессоре составило: на 16-и процессорах – 13.5 раз, на 40 процессорах – 23.1 раза.

Расчеты выполнены для широкого диапазона чисел Прандтля ( $7 \leq Pr \leq 510$ ) и чисел Рейля ( $5 \cdot 10^4 \leq Ra \leq 8.9 \cdot 10^6$ ). При таких параметрах в модели реализуется развитое конвективное течение, но еще не турбулентное (максимальное число Рейнольдса  $Re \approx 100$ ).

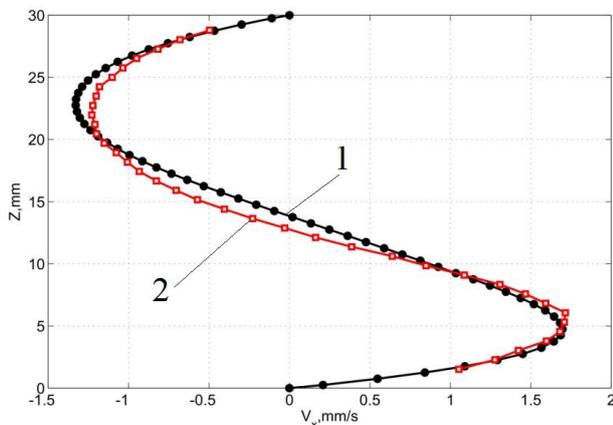


Рис. 2. Профили скорости над горячим теплообменником при  $x = 50$  мм,  $y = 0$  мм для  $h = 30$  мм,  $Pr = 263$  и  $\theta = 33.7$  °С: (1) – численный расчет, (2) – эксперимент.

Анализ результатов начинался с исследования характеристик возникающего в полости основного адвективного течения (крупномасштабной циркуляции). Основное течение занимает всю область и слабо меняется со временем. Были построены профили скорости адвективного течения (крупномасштабной циркуляции) для различных значений  $\theta$  и  $Pr$ . Между профилями скорости, полученными в численном расчете и профилями, полученными в эксперименте, наблюдается хорошее согласие (Рис. 2). Интенсивность крупномасштабного течения увеличивается при увеличении числа Рейля и уменьшается при росте числа Прандтля.

На Рис. 3 показаны средние поля скорости и температуры над нагревателем в сечении XZ. На распределение температуры над горячим теплообменником существенное влияние оказывает набегающий вдоль дна поток холодной жидкости. Этот поток формирует у нижней поверхности тепловой пограничный слой с неустойчивой стратификацией температуры, которая и вызывает появление вторичных течений.

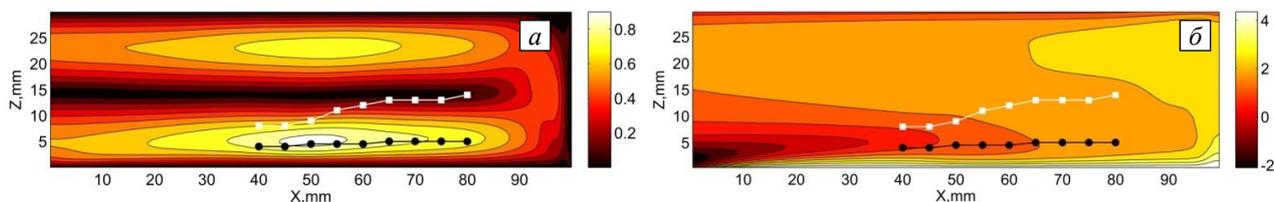


Рис. 3. Средние поля модуля скорости (*a*) и температуры (*б*) в сечении XZ над горячим теплообменником,  $\theta = 10^\circ\text{C}$ ,  $Pr = 263$  и  $h = 30$  мм; Центры и верхняя граница валов показаны черной и белой линиями.

Области подъема горячей жидкости хорошо видны в сечении, поперечном основному течению. На Рис. 4,*a* приведено мгновенное поле температуры в сечении YZ над горячим теплообменником при  $x = 65$  мм. Распределение завихренности в том же сечении (Рис. 4,*б*) явно демонстрирует наличие продольных валов в придонном слое.

Характеристики валов определяются структурой теплового пограничного слоя. Центр (ось) вращения вала совпадает с положением минимума температуры и слабо меняется вдоль потока. Общая высота валов связана с толщиной всего пограничного слоя и растет вдоль потока до тех пор, пока не достигнет границы между верхней и нижней частями основного течения. Таким образом, валы несимметричны по вертикали. Для иллюстрации этих фактов на Рис. 3 отмечены положения точек с максимальным значением завихренности (центр вала), которые соединены сплошной черной линией. На этом же рисунке отмечены и точки, соответствующие верхней границе вала. Через них проведена белая линия.

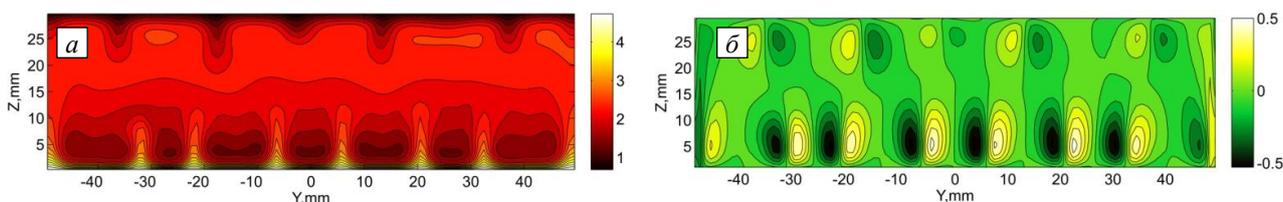


Рис. 4. Мгновенное поле температуры в плоскости YZ при  $x = 65$  мм (*a*), мгновенное поле завихренности  $\omega_x$  в плоскости YZ при  $x = 65$  мм (*б*) для  $h = 30$  мм,  $Pr = 263$  и  $\theta = 10^\circ\text{C}$ .

Увеличение разности температуры на теплообменниках ведет к увеличению скорости течения и «прижимает» пограничный слой, уменьшая высоту валов и увеличивая их скорость вращения. Зависимость безразмерной длины волны  $\lambda$  (расстояние между центрами двух ближайших вращающихся в одну сторону валов) от числа Релея имеет вид  $\lambda \sim Ra^{-0.40}$ .

В общем случае вторичные течения могут иметь вид продольных валов, поперечных валов или иметь вид более сложных смешанных структур. На Рис. 5 приведена фазовая диаграмма в плоскости  $Ra - Re$ . Все режимы, в которых наблюдаются продольные валы, находятся на этой диаграмме над линией  $Re \approx 2 \cdot 10^{-4} Ra^{0.7}$ . Поперечные валы появляются только при условии одновременного наличия большого перепада температуры и слабого крупномасштабного течения. В рассматриваемом случае уменьшение средней скорости течения (числа Рейнольдса) с сохранением разности температуры возможно с помощью увеличения числа Прандтля). Режимы с поперечными и смешанными валами разделены на данной плоскости прямой  $Ra \approx 2 \cdot 10^6$ .

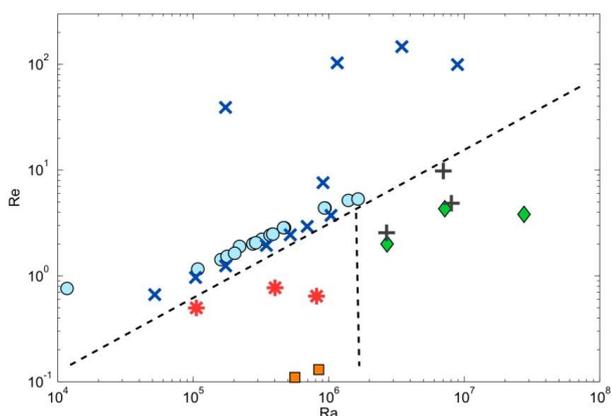


Рис. 5. Фазовая диаграмма в плоскости  $Ra - Re$ , кресты – расчет, продольные валы; плюсы – расчет, смешанные валы; звезды – расчет, поперечные валы; круги – эксперимент, продольные валы; ромбы – эксперимент, смешанные валы; квадраты – эксперимент, поперечные валы.

Показано, что как поперечные, так и продольные валы ведут к заметному увеличению теплоотдачи вблизи нижней границы.

Основная часть расчетов выполнена в 3D постановке, но для того, чтобы выявить разницу между 3D и 2D случаями, была проведена серия расчетов с использованием двумерной модели. Двумерная постановка (расчет в плоскости  $XZ$ , в направлении оси  $y$  слой считается бесконечным) не допускает возможности появления продольных валов, навязывая потоку склонность к возникновению вторичных течений, ориентированных поперечно по отношению к основному течению. Исследование течения в 2D случае помогло изучить режимы с «чистыми» поперечными структурами, так как в 3D постановке поперечные валы обычно в том или ином виде сосуществуют с продольными структурами. Результаты расчетов показали, что значения среднего числа Нуссельта  $Nu_a$  над нагревателем немного больше значений, полученных в 2D (до 10%), и можно

заклучить, что для рассмотренного диапазона чисел Релея разные типы вторичных течений (продольные и поперечные валы) приводят к довольно близким значениям увеличения теплопереноса. Отсутствие существенной разницы между теплопереносом для 2D и 3D случаев явилось неожиданным результатом, так как ожидалась более сильная зависимость  $Nu_a$  от типа вторичных течений.

На Рис. 6. показана зависимость среднего по всему нагревателю числа Нуссельта от  $Ra/a$  (здесь  $a = 2h/L$  – аспектное отношение; это означает, что горизонтальный размер  $L$  исключен из аргумента) для трехмерного случая. Эта зависимость имеет вид  $Nu_a \sim (Ra/a)^{0.29}$ . Отметим, что на графике представлены все режимы, исследованные численно, то есть с разным нагревом, различной толщиной слоя, и различными числами Прандтля.

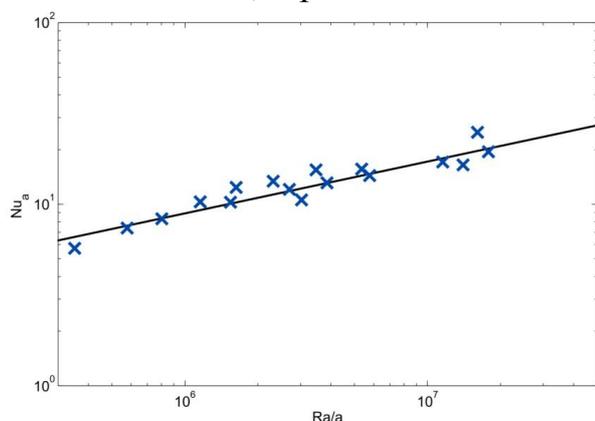


Рис. 6. Зависимость  $Nu_a$  от  $Ra/a$  для трехмерного случая. Кресты – численный расчет, сплошная линия дает аппроксимацию  $Nu_a \sim (Ra/a)^{0.29}$ .

**В третьей главе** исследуется возможность использования двумерных и квазидвумерных математических моделей для описания важнейших характеристик турбулентной конвекции Релея-Бенара (подогрев снизу) в прямоугольных полостях квадратного сечения (в вертикальном плане) и различной толщины.

В квазидвумерных течениях, то есть в случае, когда один характерный размер области намного меньше двух других (например, в тонком вертикальном слое толщиной  $d$ , ограниченном квадратными пластинами с характерным размером  $L$ , при этом  $d \ll L$ ) возможна ситуация, когда поперечный профиль скорости потока может оставаться ламинарным, хотя параметры квазидвумерного течения, в которых определяющей величиной служит размер области  $L$ , относятся к развитым турбулентным режимам. В таком случае подход к описанию поведения крупномасштабных (квазидвумерных) турбулентных течений в вертикальной щели состоит в учете профиля течения с последующим интегрированием уравнений движения поперек слоя и переходе к двумерным уравнениям. В простейшем случае учет квазидвумерности сводится к появлению в уравнениях так называемого линейного трения, описывающего влияние боко-

вых стенок. Развитию такого подхода и определению границ его применимости к конвективным турбулентным течениям в вертикальной полости и посвящена данная глава.

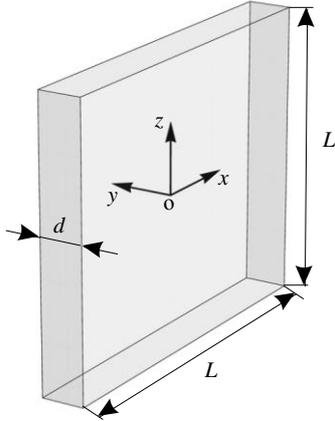


Рис. 7 Схема модели. Расчетная область представляет собой прямоугольник со стороной  $L = 250$  мм. Поперечный размер  $d$  варьировался от 7.5 мм до 50 мм.

Численно задача исследовалась в двух различных постановках. В первом случае рассматривалось двумерное течение в квадратной области, во втором случае рассматривалось течение в тонкой вертикальной щели  $d \ll L$  (Рис. 7) в приближении Хеле-Шоу, описывающем двумерное течение в щели с учетом заданного поперечного профиля скорости. Обе математические модели основаны на уравнениях термогравитационной конвекции в приближении Буссинеска:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \text{Pr}^{-1} \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\nabla P + \Delta \mathbf{v} + \text{Ra} T \mathbf{e}_z, \quad (4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (5)$$

$$\text{Pr} \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla T = \Delta T. \quad (6)$$

Здесь  $\text{Pr} = \nu / \chi$  – число Прандтля,  $\text{Ra} = \frac{g\beta\theta L^3}{\nu\chi}$  – число Релея,  $t$  – время,  $\mathbf{v}$  – вектор скорости движения жидкости,  $P$  – давление (отклонение от гидростатического давления  $P_0$ ),  $T$  – температура (отклонение от среднего значения  $T_0$ ),  $\rho$  – среднее значение плотности,  $\nu$  – кинематическая вязкость,  $g$  – ускорение свободного падения,  $\beta$  – температурный коэффициент объемного расширения,  $\chi$  – коэффициент температуропроводности,  $\mathbf{e}_z$  – единичный вектор, направленный вдоль оси  $z$ . За единицы измерения длины, времени, скорости и давления выбраны  $L$ ,  $L^2/\nu$ ,  $\chi/L$ ,  $\rho\nu\chi/L^2$ . В качестве единицы измерения температуры выбрана  $\theta$  – разность температуры между горизонтальными границами полости. Система координат связана с центром полости как показано на Рис. 7.

Итак, первая из двух математических моделей является полностью двумерной (далее будем называть её модель 2D). Она описывает двумерное конвективное течение в квадратной области, поле скорости в котором является плоским, то есть  $\mathbf{v} = [v_x, 0, v_z]$ ,  $\partial_y \mathbf{v} = \partial_y T = 0$ .

Вторая модель, модель Хеле-Шоу, – квазидвумерная (далее будет называться моделью Q2D). В этом случае течение в вертикальном слое толщиной  $d \ll L$  (Рис. 7) считается плоским, то есть  $\mathbf{v} = [v_x, 0, v_z]$ , но с заданным профилем скорости поперек слоя:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}(x, z, t) \cos(\pi y / d). \quad (7)$$

Подстановка (7) в уравнения (4) – (6) с последующим интегрированием по  $y$  от  $-d/2$  до  $d/2$  приводит к двумерным уравнениям, которые имеют вид:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{\pi}{4} \text{Pr}^{-1} \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\frac{\pi}{2} \nabla P + \Delta \mathbf{v} - \frac{\pi^2}{\Gamma^2} \mathbf{v} + \frac{\pi}{2} \text{Ra} T \mathbf{e}_z, \quad (8)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (9)$$

$$\text{Pr} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{2}{\pi} \mathbf{v} \cdot \nabla T = \Delta T. \quad (10)$$

Предпоследнее слагаемое в первом уравнении описывает вязкое трение о боковые стенки полости,  $\Gamma = d/L$  есть аспектное отношение, характеризующее геометрию полости.

Граничные условия одинаковы для обеих постановок (2D и Q2D). Для скорости заданы условия прилипания на всех границах ( $\mathbf{v} = 0$ ). Температура равна  $T = \theta/2$  на дне и  $T = -\theta/2$  на верхней границе. Боковые границы теплоизолированы ( $\partial T / \partial n = 0$ ).

Дискретизация уравнений (4) – (6) для 2D модели и уравнений (8) – (10) для Q2D модели проводилась по методу конечных объемов. Для решения применялся метод, использующий процедуру коррекции давления (pressure-based algorithm), а именно, полунявный метод для связанных через давление уравнений (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations, SIMPLE). Использовалась равномерная расчетная сетка с совмещенными узлами (collocated grid), то есть значения всех переменных вычислялись в одних и тех же узлах. Применялась неявная по времени расчетная схема. Программная реализация алгоритма выполнена с учетом возможности расчетов на многопроцессорных системах. Параллельная реализация компьютерного кода для систем с распределенной памятью осуществлялась с использованием

библиотек MPI. Распараллеливание производилось с использованием метода регулярной декомпозиции расчетной области.

Расчеты выполнялись на вычислительном кластере «Уран» ИММ УрО РАН (г. Екатеринбург). Для выбора размера расчетной сетки были проведены тестовые вычисления на сетках, с различным количеством узлов. Все основные расчеты выполнены на равномерной расчетной сетке размером  $512 \times 512$  узлов. Для такой сетки ускорение работы параллельного алгоритма относительно времени выполнения на одном процессоре составило: на 32-х процессорах — 30.6 раза, на 64-х процессорах — 45.8 раз, на 128-ти — 72.6 раза.

Для верификации результатов расчета использовались результаты экспериментальных исследований турбулентной конвекции, возникающей при подогреве снизу в полости с размерами  $L \times d \times L$  ( $d$  варьировалась от 15 до 50 мм), заполненной водой. Основные расчеты выполнены для числа Релея  $Ra = 2.2 \cdot 10^9$  и числа Прандтля  $Pr = 7$ , что соответствует средней температуре воды  $25^\circ\text{C}$  и перепаду температур на теплообменниках  $\theta = 10^\circ\text{C}$ . При этом число Рейнольдса для квазидвумерного течения (определенное по размеру  $L$ )  $Re \approx 4000$ .

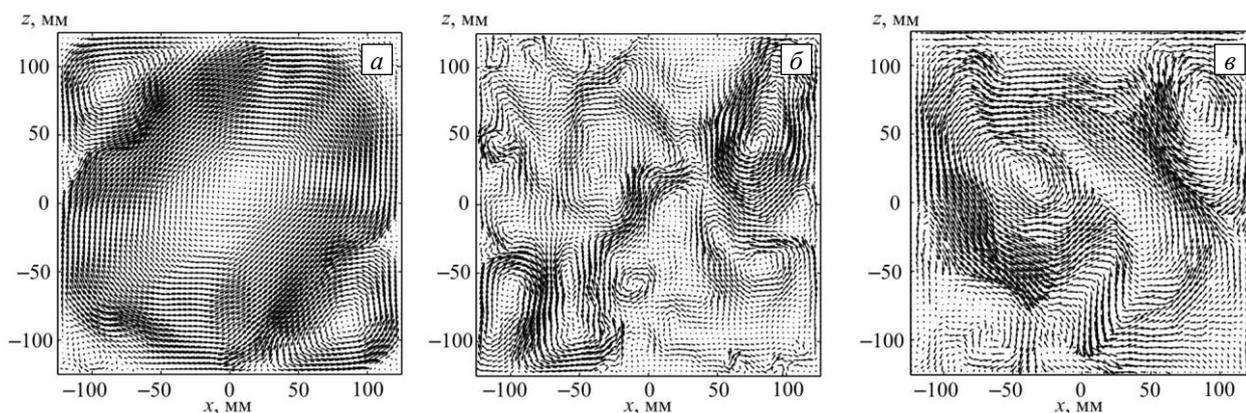


Рис. 8. Мгновенные поля скорости для  $Ra = 2.2 \cdot 10^9$ : (а) – чисто двумерный случай (2D расчет), (б) – модель с линейным трением,  $d = 15$  мм (Q2D расчет), (в) – эксперимент при  $d = 15$  мм.

Качественное изменение структуры двумерного потока при учете трения на боковых стенках иллюстрирует Рис. 8, на котором показаны примеры мгновенных полей скорости, полученные в 2D расчетах и Q2D расчетах для ширины щели  $d = 15$  мм. На этом же рисунке показан и пример поля скорости, измеренного в лабораторном эксперименте с помощью PIV-системы в центральном сечении полости при тех же значениях параметров. Можно видеть, что в Q2D расчетах масштабы доминирующих структур подобны наблюдаемым в эксперименте, в то время как чисто двумерная модель дает один доминирующий

вихрь, сопровождаемый парой вихрей противоположного знака в углах области.

Для количественной оценки характера эволюции крупномасштабной циркуляции жидкости в полости вычислялась амплитуда старшей моды разложения поля завихренности в ряд Фурье:

$$B_{11}(t) = \frac{4}{L^2} \int_{-L/2}^{L/2} \int_{-L/2}^{L/2} \omega_y(x, z, t) \cos(\pi x / L) \cos(\pi z / L) dx dz . \quad (11)$$

и регистрировались ее вариации в течение длительного времени (несколько тысяч секунд размерного времени). На Рис. 9 показаны изменения амплитуды  $B_{11}(t)$  в течение 4000 секунд, полученные по экспериментальным данным и по Q2D расчетам для значения толщины слоя  $d = 24$  мм. Вариации амплитуды носят случайный характер и детального совпадения дать не могут, но, тем не менее, можно видеть, что при данной толщине слоя колебания, полученные в расчетах и экспериментах, имеют близкую амплитуду и похожую структуру.

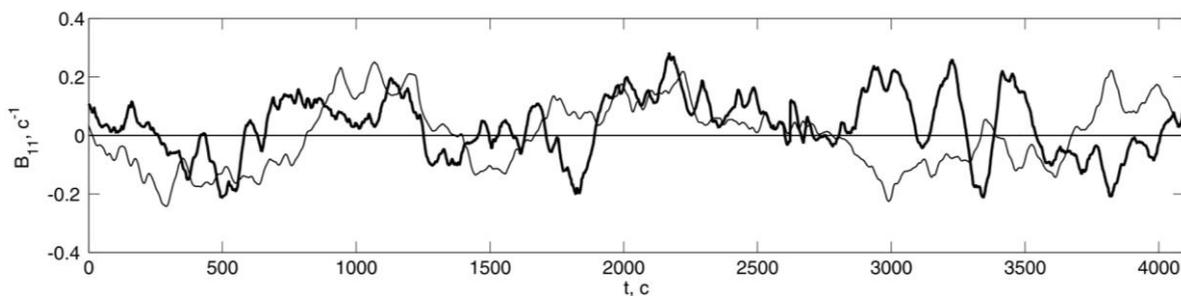


Рис. 9. Пример изменений амплитуды крупномасштабной циркуляции со временем при  $d = 24$  мм, тонкая линия – Q2D расчет, жирная линия – эксперимент.

Помимо поведения крупномасштабной циркуляции интерес представляют характеристики поля мелкомасштабных (турбулентных) пульсаций скорости. Структура полей для полной энергии пульсаций скорости в расчетах и в эксперименте достаточно близка, хотя интенсивность пульсаций в расчетах в целом получается завышенной. Однако, сравнение энергии пульсаций отдельных компонент скорости показывает, что приближение Q2D приводит к более выраженной концентрации пульсаций вертикальной компоненты скорости у вертикальных границ, хотя поля для горизонтальной компоненты подобны.

Принципиальное отличие структуры турбулентного потока в двумерных и квазидвумерных расчетах иллюстрирует Рис. 10, на котором представлены спектральные плотности энергии пульсаций вертикальной компоненты скорости в двух выделенных точках полости – в центре ( $x = y = z = 0$ ) и в точке ( $x = y = 0, z = -94$  мм). Q2D расчет (тонкие линии) дает выраженный степенной

интервал с характерным для трехмерной турбулентности колмогоровским наклоном « $-5/3$ » (в интервале частот  $0.01 - 0.1$  Гц), возможность появления которого в рамках двумерного расчета (даже при наличии линейного трения) далеко не очевидна. В двумерной (не конвективной) турбулентности интервал « $-5/3$ » характеризуется обратным каскадом энергии и возникает на масштабах, больших масштаба возбуждения турбулентности. На масштабах, меньших масштаба возбуждения, в двумерной турбулентности возникает инерционный интервал переноса энстрофии, характеризуемый наклоном « $-3$ ». Этот наклон также показан на рисунке и можно видеть, что высокочастотная часть спектров, полученных в Q2D расчетах, действительно тяготеет к такому наклону.

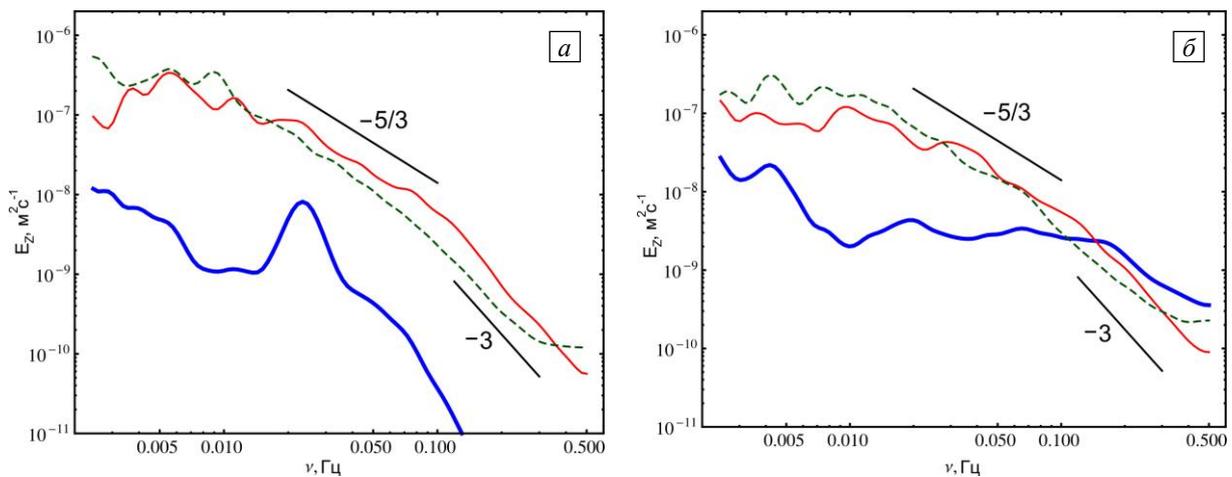


Рис. 10. Спектральная плотность энергии пульсаций вертикальной компоненты скорости  $v_z$  в центре полости (а) и в точке ( $x = 0, z = -94$  мм) (б). Q2D расчет для  $d = 24$  мм (тонкая линия); эксперимент для  $d = 24$  мм (штриховая линия); 2D расчет (жирная линия). Прямыми линиями показаны наклоны « $-5/3$ » и « $-3$ ».

Полученные в Q2D расчетах спектры близки к экспериментальным спектрам энергии пульсаций скорости, также показанных на Рис. 10. Основное отличие состоит в том, что на частотах выше  $0.1$  Гц в экспериментальных спектрах отсутствует переход к спектру « $-3$ ». Это не удивительно, так как частота  $0.1$  Гц соответствует пространственным структурам с масштабами порядка толщины слоя (при пересчете по характерной средней скорости течения), что означает переход к существенно трехмерной структуре турбулентного потока, в которой интервал « $-3$ » появиться не может. Отметим, что спектры, рассчитанные для пульсаций скорости в тех же точках, но по данным 2D модели (жирная линия на Рис. 10), имеют принципиально другую структуру. Во-первых, энергия пульсаций в этом случае на порядок ниже. Во-вторых, в спектрах отсутствует интервал со степенным законом. В-третьих, в центральной части полости

появляется доминирующая частота пульсаций (пик в спектре на частоте 0.023 Гц).

Детальное сопоставление полученных численных результатов с данными лабораторных экспериментов показало, что учет трения на боковых границах даже в рамках грубой модели линейного трения, использовавшейся в Q2D расчетах, позволяет получить реалистичную структуру турбулентного потока при аспектном отношении  $\Gamma \leq 0.1$ . При этом, Q2D расчет не только правильно описывает динамику крупномасштабного течения в слое, но и воспроизводит структуру распределения спектральной плотности энергии пульсаций скорости. В то же время, результаты расчетов в 2D постановке имеют достаточно слабое отношение к турбулентному течению в реальной полости при любом аспектном отношении.

**В заключении** представлены основные результаты диссертационной работы.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1. Численно в трехмерной постановке исследована структура вторичных течений в случае естественной (не смешанной) конвекции жидкости над неоднородно нагретой поверхностью в замкнутой области, имеющей форму прямоугольного параллелепипеда. Обнаружено, что в данной конфигурации задачи возможны режимы как с поперечной, так и с продольной ориентацией вторичных конвективных валов. Построена фазовая диаграмма режимов вторичных течений, разделяющая течения различной с разными типами конвективных валов, на плоскости  $Ra - Re$ .
2. Установлено, как тип вторичных течений влияет на теплоперенос в системе. Показано, что для оценки величины теплопереноса в прикладных задачах возможно получить приемлемые результаты с использованием двумерной численной модели, что позволит существенно сэкономить на требуемых вычислительных ресурсах.
3. Выполнено прямое численное моделирование турбулентной конвекции в тонких вертикальных слоях жидкости при подогреве снизу в рамках чисто двумерной (2D) и квазидвумерной (Q2D) моделей. Показано, что учет трения на боковых границах даже в рамках грубой модели линейного трения, использовавшейся в Q2D расчетах, позволяет получить реалистичную структуру турбулентного потока при аспектном отношении  $\Gamma \leq 0.1$ .

4. Показано, что расчет с использованием квазидвумерной модели не только правильно описывает динамику крупномасштабного течения в слое, но и воспроизводит распределение энергии пульсаций скорости как в физическом пространстве, так и в пространстве Фурье. При этом результаты расчетов в чисто двумерной постановке имеют достаточно слабое отношение к турбулентному течению в реальной полости при любом аспектном отношении.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ  
ИЗЛОЖЕНО В СЛЕДУЮЩИХ ПУБЛИКАЦИЯХ:

1. Sukhanovsky A., Batalov V., Teymurazov A., Frick P. Horizontal rolls in convective flow above a partially heated surface // *European Physical Journal B.* – 2012. – Vol. 85. – P. 1-12.
2. Теймуразов А.С., Васильев А.Ю., Фрик П.Г. Двумерные и квазидвумерные расчеты турбулентной конвекции в вертикальных слоях // *Вычислительная механика сплошных сред.* – 2012. – Т.5 – №4 – С. 405-414.
3. Колесниченко И.В., Теймуразов А.С. Течение жидкости в прямоугольном объеме, вызванное неоднородным подогревом снизу и действием внешнего источника // *Труды XVI Зимней школы по механике сплошных сред (механика сплошных сред как основа современных технологий (Электронный ресурс))* – Пермь: ИМСС УрО РАН, 2009. Электрон. оптич. диск. (CD).
4. Теймуразов А.С., Фрик П.Г. Адвективное течение жидкости в прямоугольном объеме с неоднородным подогревом снизу // *Всероссийская конференция молодых ученых «Неравновесные процессы в сплошных средах».* Материалы конференции. Пермь. – 2009. С. 243-246.
5. Теймуразов А.С., Фрик П.Г. Численное исследование вторичных течений и теплообмена в горизонтальном слое с неоднородным подогревом снизу // *Труды Пятой Российской национальной конференции по теплообмену (РНКТ-5).* Москва. – 2010. Том 2. С. 224-226.
6. Сухановский А.Н., Теймуразов А.С., Баталов В.Г., Фрик П.Г. Экспериментальное и численное исследование горизонтальных валов над неоднородно нагретой поверхностью. Материалы Всероссийской конференции молодых ученых «Неравновесные процессы в сплошных средах», г. Пермь, . – 2010. С. 230-233.
7. Teymurazov A., Sukhanovsky A., Batalov V., Frick P. Secondary convective flows in the rectangular tank with non-uniform heating // *13 European Turbulence Conference, Journal of Physics: Conference Series* – 2011. – Vol. 318 – Issue 8. – P. 1-5.
8. Teimurazov A., Kolesnichenko I., Batalov V., Sukhanovsky A., Frick P. Experimental and numerical study of fluid flow in rectangular cavity, generated by non uniform bottom heating // *International Conference «Mesoscale meteorology and air pollution» in Commemoration of the Late Professor Lev N. Gutman and His*

Outstanding Contribution to Theoretical Mesometeorology. Ukraine, Odessa. – 2008. С. 37–38.

9. Теймуразов А.С., Фрик П.Г. Численное исследование горизонтальных валов в конвективном потоке над неоднородно нагретой поверхностью. // Всероссийская конференция молодых специалистов, посвященная 50-летию НПО «Тайфун». Тез. докл. г. Обнинск. – 2010. С. 144–147.
10. Теймуразов А.С., Фрик П.Г. Численное исследование вторичных течений в горизонтальном слое жидкости с неоднородным подогревом снизу // Всероссийская научная школа молодых ученых «Механика неоднородных жидкостей в полях внешних сил». Тез. докл. г. Москва. – 2010. С. 81–83.
11. Frick P., Batalov V., Vasiliev A., Sukhanovsky A., Teimurasov A. Secondary Flows and Large-scale Structures in Turbulent convective flows // International Workshop "Convection, magnetoconvection, and dynamo theory", Cargese, France, 20-25 Sept. 2010. Abstracts, p.17.
12. Sukhanovsky A., Frick P., Teymurazov A. and Batalov V. Horizontal rolls in a convective flow driven by differential heating. Geophysical Research Abstracts, Vol. 13, EGU2011-1514-2, 2011, EGU General Assembly 2011.
13. Баталов В.Г., Сухановский А.Н., Теймуразов А.С., Фрик П.Г. Численное и лабораторное исследование формирования спиральных валов в температурном пограничном слое // XVII Зимняя школа по механике сплошных сред. Пермь. 28 февраля- 3 марта 2011 г. Тез. докл., стр. 40.
14. Теймуразов А.С., Васильев А.Ю., Фрик П.Г. Численное исследование двумерной и квазидвумерной конвективной турбулентности // Всероссийская конференция молодых ученых «Неравновесные процессы в сплошных средах». Пермь. 16-17 ноября 2012. Тез. докл. С. 70
15. Теймуразов А.С., Васильев А.Ю., Фрик П.Г. Численное исследование двумерной и квазидвумерной турбулентной конвекции в вертикальной щели // Всероссийская научная школа молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах». Москва. 3-5 декабря 2012. Тез. докл. С.185-186.