

На правах рукописи



Шубенков Иван Сергеевич

**КОНВЕКЦИЯ ОДНО- И МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ ЖИДКОСТЕЙ
В ПОРИСТЫХ СЛОЯХ**

Специальность 1.1.9 –
«Механика жидкости, газа и плазмы»

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Пермь – 2026

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Пермский государственный национальный исследовательский университет» (ПГНИУ).

Научный руководитель: **Любимова Татьяна Петровна**, доктор физико-математических наук, профессор.

Официальные оппоненты: **Цибулин Вячеслав Георгиевич**, доктор физико-математических наук (05.13.18), доцент, заведующий кафедрой теоретической и компьютерной гидроаэродинамики ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет» (г. Ростов-на-Дону);

Вяткин Алексей Анатольевич, кандидат физико-математических наук (01.02.05), доцент кафедры физики и технологии ФГБОУ ВО «Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет» (г. Пермь).

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук» (ИПМех РАН) (г. Москва).

Защита состоится **18 ноября 2026 г.** в 14:00 на заседании диссертационного совета Д 004.036.01 при Федеральном государственном бюджетном учреждении науки «Пермский федеральный исследовательский центр Уральского отделения Российской академии наук» (филиал — Институт механики сплошных сред УрО РАН) по адресу: 614018, г. Пермь, ул. Академика Королёва, 1; тел: (342) 237-84-61; факс: (342) 237-84-87; сайт www.icmm.ru.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте Института механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук.

Отзывы на автореферат в двух экземплярах, заверенные печатью учреждения, просьба направлять по адресу: 614068, г. Пермь, ул. Академика Королёва, 1; ученому секретарю диссертационного совета 24.1.201.01 (Д004.036.01).

Автореферат разослан _____ 2026 года.

Учёный секретарь диссертационного совета,
доктор физико-математических наук, доцент



/ А.Л. Зуев

Общая характеристика работы

Актуальность и степень разработанности темы исследования

Конвективные процессы в пористых средах являются предметом повышенного научного интереса в частности в связи с задачами о течениях подземных вод и эксплуатации геотермальных резервуаров. Другими важными приложениями являются фильтрация загрязняющих веществ, добыча нефти и пищевая промышленность, а также охлаждение электронных компонентов, теплоизоляция и проблемы безопасности в активных зонах ядерных реакторов.

Реальные жидкости, используемые в промышленности, а также встречающиеся в природе и быту, в большинстве случаев являются многокомпонентными. Их поведение может существенно отличаться от поведения однокомпонентных жидкостей и требует углублённого и всестороннего изучения. Конвективные процессы в однокомпонентных жидкостях и бинарных смесях достаточно полно исследованы, в то же время количество работ, посвященных трёхкомпонентным и более сложным системам, невелико, поскольку данное направление только в настоящее время начинается активно развиваться с ростом мощностей вычислительной техники и улучшением измерительных возможностей.

Задачи конвекции многокомпонентных жидкостей в пористых средах особенно актуальны, когда речь идёт об описании движения нефти в недрах земли. Благодаря наличию геотермального градиента, в нефтеносных пластах имеют место конвективные, а также диффузионные и термодиффузионные процессы. Несмотря на то, что в пористых средах эти процессы (в том числе конвективные) происходят очень медленно, за время существования нефтеносного пласта они могут внести существенный вклад в пространственное распределение компонентов в месторождениях углеводородов. В промышленности эффект термодиффузии используется для разделения изотопов или фракций жидких или газовых смесей на отдельные компоненты в термодиффузионных (термогравитационных) колоннах. Этим способом можно успешно разделять компоненты, температура кипения которых отличаются на десятки доли градуса, проводить обогащение урана и т.д.

Одним из эффективных средств воздействия на структуру и устойчивость конвективных течений жидкостей являются вибрации. С помощью вибраций можно влиять на порог конвекции и осуществлять управление течением жидкостей. Значительный вклад в теорию вибрационной гидромеханики внесли ученые Пермской гидродинамической школы. Данное направление является актуальным и в настоящее время.

Экспериментальное изучение течений жидкостей в пористых средах является сложным, поэтому необходимо использовать теоретические методы, включающие в себя аналитическое и численное решение систем уравнений, а также прямое численное моделирование, в том числе с использованием математических пакетов и программных систем, таких как Ansys Fluent и т.п.

Настоящая работа направлена на изучение конвективных процессов, в пористых слоях, насыщенных одно- и многокомпонентными жидкостями, при вертикальном градиенте температуры. Рассматриваются устойчивость механического равновесия и надкритические режимы конвекции, способные существенно повлиять на распределение компонентов смеси. Особое внимание уделяется структуре конвективных течений, которая может сильно зависеть от конфигурации слоя, угла его наклона, нагрева и физических параметров смеси.

Целью диссертационной работы является определение условий устойчивости механического равновесия и характеристик нелинейных режимов конвекции одно- и многокомпонентных жидкостей в горизонтальном и наклонном пористых слоях при вертикальном градиенте температуры.

Для достижения поставленной цели решались следующие **задачи**:

1. Исследовать устойчивость механического равновесия и нелинейные режимы конвекции трёхкомпонентной смеси с эффектом Соре в горизонтальном пористом слое, подогреваемом снизу, в том числе при наличии вибраций.
2. Исследовать возникновение и развитие трёхмерных конвективных структур в насыщенном однокомпонентной жидкостью наклонном пористом слое при вертикальном градиенте температуры.
3. В рамках трёхмерного подхода выполнить прямое численное моделирование конвекции в насыщенных бинарной жидкостью трёхслойных пористых системах, имитирующих антиклинальную и синклинальную геологические складки, под действием геотермального градиента.

Научная новизна работы состоит в том, что в ней впервые:

1. Обнаружена длинноволновая мода колебательной неустойчивости трёхкомпонентной смеси с эффектом Соре в подогреваемом снизу горизонтальном пористом слое. Найден диапазон параметров, в котором эта мода является наиболее опасной. Получена карта устойчивости, определены характер возбуждения конвекции и характеристики надкритических конвективных режимов.
2. С использованием модели, учитывающей вязкие члены в уравнениях для пульсаций, исследовано влияние высокочастотных вертикальных вибраций малой амплитуды на возникновение и развитие конвекции в подогреваемом снизу горизонтальном пористом слое, насыщенном трёхкомпонентной смесью. Выявлено, что воздействие вибраций приводит к расширению области параметров, в которой длинноволновые возмущения являются более опасными. Показано, что вибрации повышают устойчивость механического равновесия для ячеистых возмущений и снижают частоту наиболее опасных колебательных возмущений.
3. Установлено, что за наступление кризиса механического равновесия наклонного слоя пористой среды, насыщенной однокомпонентной

жидкостью, при вертикальном градиенте температуры, при любых углах наклона слоя ответственны трёхмерные возмущения, имеющие форму продольных валов.

4. Обнаружено, что при трёхмерном конвективном движении, возникающем после потери устойчивости, траектории частиц жидкости внутри каждого конвективного вала представляют собой эллипсы. Нормаль к плоскости, в которой лежат эти эллипсы, перпендикулярна вектору силы тяжести и наклонена под некоторым углом к оси валов. По мере увеличения надкритичности этот угол увеличивается.
5. Определены условия возникновения конвекции, а также структура и интенсивность конвективных движений, возникающих после потери устойчивости механического равновесия в насыщенных бинарными смесями пористых слоях, имитирующих антиклинальные и синклинальные геологические складки, под действием геотермального градиента.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. В задаче об устойчивости механического равновесия трёхкомпонентной смеси с эффектом Соре в горизонтальном пористом слое имеется диапазон значений отношений разделения, в котором длинноволновая мода колебательной неустойчивости является наиболее опасной, а конвекция возбуждается путём прямой бифуркации.
2. Воздействие высокочастотных вертикальных вибраций малой амплитуды на конвекцию в насыщенном трёхкомпонентной смесью горизонтальном пористом слое приводит к сдвигу точек перехода от длинноволновых мод неустойчивости равновесия к ячеистым, расширяя диапазон значений параметров, в котором длинноволновые моды более опасны, а также повышает порог конвекции для ячеистых мод и уменьшает частоту колебательных мод.
3. За кризис механического равновесия наклонного слоя пористой среды, насыщенной однокомпонентной жидкостью, при вертикальном градиенте температуры, во всём диапазоне углов наклона слоя ответственны трёхмерные возмущения, имеющие форму продольных валов, при этом имеется отличная от нуля компонента скорости жидкости вдоль оси валов, так что траектории движения жидких частиц представляют собой эллипсы.
4. В насыщенных бинарными смесями трёхслойных пористых системах, имитирующих антиклинальную и синклинальную геологические складки, находящиеся под действием геотермального градиента, при проницаемостях слоёв, превышающих пороговые значения, наблюдается слабое конвективное движение, охватывающее всю систему, а при более высоких проницаемостях формируются продольные валы, накладывающиеся на слабое сквозное течение.

Практическая и теоретическая значимость

Результаты проведённых исследований важны с точки зрения фундаментальной механики жидкости, для развития знаний в области гидродинамики и тепломассопереноса, они расширяют понимание процессов тепловой конвекции многокомпонентных жидкостей под действием гравитационного и вибрационного полей. Экспериментальное изучение течений жидкостей в пористых средах является сложным, поэтому существует необходимость использовать теоретические методы.

Полученные данные могут помочь точнее прогнозировать процессы миграции и формирования залежей углеводородов, а также оценить эффективность естественного перемешивания компонент жидкостей в подземных резервуарах. Другим важным приложением может являться проектирование хранилищ токсичных или радиоактивных отходов в геологических формациях, где температурные градиенты могут инициировать нежелательную циркуляцию грунтовых вод. Исследование теплопереноса в пористых слоях актуально для оптимизации работы геотермальных систем и повышения КПД теплообменников, заполненных зернистыми или пористыми материалами.

Сочетание многокомпонентности смеси и сложности рассматриваемой геометрии позволяет отойти от идеализированных физических моделей и приблизиться к реалистичному описанию процессов, протекающих в земной коре и промышленных установках. На сегодняшний день данная тематика изучена недостаточно.

Методология и методы исследования

Для исследования линейной устойчивости механического равновесия бинарной и трёхкомпонентной смесей использовались уравнения термоконцентрационной конвекции с эффектом Соре в приближении Буссинеска. Линейные задачи устойчивости решались численно методом построения фундаментальной системы решений. Основным инструментом нелинейного исследования являлся вычислительный эксперимент, для реализации которого применялись метод конечных разностей (численное решение в переменных функции тока) и вычислительный пакет Ansys Fluent, реализующий метод конечных объёмов (численное решение в естественных переменных скорость–давление).

Достоверность результатов работы основывается на использовании проверенных методов и соответствии результатов численных расчётов аналитическим формулам (в предельных случаях) и результатам других авторов. Для выполнения расчетов использовались известные и хорошо зарекомендовавшие себя в гидродинамических задачах численные методы (методы стрельбы, конечных разностей, конечных объёмов). В ряде случаев были получены близкие результаты при использовании различных численных методов. Расчетные алгоритмы верифицировались с использованием различных численных

схем. Проводился анализ сходимости результатов при изменении шага расчётной сетки.

Апробация работы

Результаты диссертационной работы были представлены и обсуждались на следующих конференциях: Региональная научно-практическая конференция студентов, аспирантов и молодых учёных "Физика для Пермского края" (Пермь, 2021); Всероссийская конференция с международным участием «Пермские гидродинамические научные чтения» (Пермь, 2022, 2023, 2025); Зимняя школа по механике сплошных сред (Пермь, 2023, 2025); XIII Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике (Санкт-Петербург, 2023); Всероссийская конференция «Математическое моделирование в механике» (Красноярск, 2024); Международный симпозиум «Неравновесные процессы в сплошных средах» (Пермь, 2024); Отчётная конференция «Фундаментальная механика в новых материалах, конструкциях, технологиях» (Пермь, 2024, 2025); 15th, 16th International Meeting on Thermodiffusion (Tarragona, Spain 2023; Milano, Italy, 2025); Всероссийская конференция «XLI Сибирский теплофизический семинар» (Новосибирск, 2025); XXVI Международная конференция "He3aTeGiУс-2026" (Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность) (Московская обл., 2026); Всероссийская конференция «Механика в новых материалах, конструкциях и технологиях» (Пермь, 2026).

Помимо перечисленных выше конференций результаты исследований также докладывались на Пермском гидродинамическом семинаре имени проф. Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкого и Д.В. Любимова (Пермь, 2025, 2026; номера заседаний: 1591, 1608).

Исследования, результаты которых вошли в диссертацию, проводились в рамках крупного научного проекта при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение № 075-15-2024-535 от 23.04.2024).

Личный вклад

Автором диссертации проведена большая часть численных расчётов, включающих исследование линейной устойчивости и исследование нелинейных режимов конвекции с использованием метода конечных разностей и программного пакета Ansys Fluent. Численные расчеты Раздела 3.4 осуществлялись совместно с соавтором публикации Н.А. Ожгибесовой. Все вычислительные программы для исследования линейной устойчивости и большинство программ, реализующих метод конечных разностей, разработаны автором диссертации. Постановка задач, обсуждение и анализ результатов осуществлялись совместно с научным руководителем Т.П. Любимовой.

Публикации

Материалы диссертации изложены в 6 работах [A1-A6], изданных в научных журналах из списка ВАК, 5 из которых также индексируются в международных базах данных Scopus и Web of Science.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, 3 глав и заключения. Полный объем диссертации составляет 148 страниц, включая 78 рисунков и 7 таблиц. Список литературы содержит 139 наименований.

Содержание работы

Во введении показаны актуальность и степень разработанности темы исследования, сформулированы цель и задачи работы, отражены научная новизна и практическая значимость, приведены выносимые на защиту положения.

Первая глава посвящена изучению возникновения и нелинейных режимов вызванной эффектом Соре конвекции трёхкомпонентной жидкости в горизонтальном пористом слое, нагреваемом снизу. Представлен обзор, охватывающий зарождение данной тематики и современные исследования в этой области.

В Разделах 1.2.1-1.2.3 с учётом эффекта Соре аналитически и численно исследуется линейная устойчивость механического равновесия для системы, находящейся в статическом поле тяжести. Рассматривается бесконечный горизонтальный слой пористой среды, насыщенной трёхкомпонентной смесью углеводородов [1]: додекан, изобутилбензол и тетралин (наиболее тяжёлый компонент – растворитель) под действием вертикального градиента температуры. Данная смесь использовалась в серии экспериментов DCMIX на международной космической станции по определению коэффициентов переноса в условиях микрогравитации [2]. Границы слоя твёрдые, непроницаемые, идеально теплопроводные, на них поддерживаются постоянные разные температуры. Предполагается, что отклонения температуры T и концентраций примесей $\mathbf{C}$ от средних значений достаточно малы, и можно считать, что плотность смеси линейно зависит от температуры и концентраций. Коэффициенты диффузии D и термодиффузии D_T считаются постоянными. При $D_T < 0$ направления градиента температуры и термодиффузионного потока массы $(-\rho_0 D_T \nabla T)$ совпадают, в результате чего примесь перемещается в более нагретую область (нормальная термодиффузия), что в случае лёгкой примеси и нагрева снизу приводит к понижению конвективной устойчивости. Если $D_T > 0$, то примесь перемещается в более холодную область (аномальная термодиффузия).

Уравнения Дарси-Буссинеска, описывающие конвективное движение многокомпонентной смеси в пористой среде в поле тяжести с учётом эффекта Соре, имеют следующий вид:

$$0 = -\frac{1}{\rho} \nabla P - \frac{\nu}{K} \mathbf{V} + g(\beta_T(T - T_0) + \mathbf{B}(\mathbf{C} - \mathbf{C}_0))\mathbf{y}, \quad (1)$$

$$b \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla)T = \chi \Delta T, \quad (2)$$

$$\phi \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla)\mathbf{C} = \mathbf{D} \Delta \mathbf{C} + \mathbf{C}_0(\mathbf{I} - \mathbf{C}_0)\mathbf{D}_T \Delta T, \quad (3)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = 0, \quad (4)$$

где $\mathbf{V}$ – скорость фильтрации; t – время; P – давление; T – температура; $\mathbf{C} = (C_1, \dots, C_{n-1})$ – вектор концентраций; ϕ – пористость; ρ – плотность жидкости; ν – кинематическая вязкость жидкости; K – проницаемость пористой матрицы; g – ускорение свободного падения; $\mathbf{y}$ – единичный вектор, направленный вверх; β_T – коэффициент теплового расширения; $\mathbf{I} = (1, \dots, 1)$ – вектор-столбец; $\mathbf{B} = \text{diag}(\beta_{C_1}, \dots, \beta_{C_{n-1}})$ – диагональная матрица коэффициентов концентрационного расширения; $b = (\rho c)_p / (\rho c)_f$ – отношение объёмных теплоёмкостей; $(\rho c)_p$ – эффективная теплоёмкость пористой среды; $(\rho c)_f$ – теплоёмкость жидкой смеси; $\chi = \lambda^* / (\rho c)_f$ – эффективный коэффициент температуропроводности пористой среды, λ^* – эффективная теплопроводность пористой среды; $\mathbf{D}$ – матрица коэффициентов молекулярной диффузии; $\mathbf{D}_T$ – вектор коэффициентов термодиффузии.

Скорость движения жидкости в пористой среде мала, поэтому производной по времени и нелинейными членами в уравнении движения (1) можно пренебречь [3]. Уравнения (1)-(4) записаны в предположении, что вязкость и коэффициенты переноса постоянны. Влияние бародиффузии и эффект Дюфура не учитываются, поскольку в жидких смесях эти эффекты пренебрежимо малы.

Рассматриваемая задача имеет решение, соответствующее состоянию механического равновесия. Для исследования линейной устойчивости этого состояния система (1)-(4) обезразмеривается (с использованием масштабов: $y = L \cdot y_{ND}$, $V = \chi / L \cdot V_{ND}$, $t = L^2 (\rho c)_p / \lambda^* \cdot t_{ND}$, $P = \rho \chi \nu / K \cdot P_{ND}$, $T - T_0 = \Delta T \cdot T_{ND}$, $\mathbf{C} - \mathbf{C}_0 = \mathbf{C}_0 (\mathbf{C}_0 - \mathbf{I}) \Delta T \mathbf{D}_T (\mathbf{D})^{-1} \cdot \mathbf{C}_{ND}$), линеаризуется относительно малых возмущений и вводятся нормальные возмущения. В результате получается система для амплитуд возмущений скорости, температуры и концентрации примесей. Решение данной системы приводит к задаче на собственные значения.

Если при нагреве снизу при некоторых значениях параметров влияние стабилизирующей примеси слабее, чем влияние дестабилизирующей (слабая стабилизация), то следует ожидать появления длинноволновой колебательной моды неустойчивости. Сильный стабилизирующий эффект одной или обеих примесей приводит к ячеистой колебательной неустойчивости. Возникновение индуцированной эффектом Соре конвекции рассматриваемой смеси в горизонтальном пористом слое с учётом эффектов перекрёстной диффузии исследовалось ранее в работе [4], однако колебательная длинноволновая мода не была обнаружена.

Разложение в ряды по чётным степеням волнового числа приводит к следующим формулам для критических чисел Рэлея монотонной и колебательной неустойчивостей $Ra_m^{(0)}$ и $Ra_{os}^{(0)}$, а также для частоты критических возмущений при колебательной неустойчивости $\lambda_i^{(1)}$:

$$Ra_m^{(0)} = \frac{12}{Le_1 \psi_1 + Le_2 \psi_2}, \quad Ra_{os}^{(0)} = \frac{12(Le_1 + Le_2)}{Le_1 Le_2 (\psi_1 + \psi_2)}, \quad \lambda_i^{(1)2} = -\frac{Le_1^2 \psi_1 + Le_2^2 \psi_2}{Le_1^2 Le_2^2 (\psi_1 + \psi_2) \varepsilon^2}, \quad (5)$$

где $\boldsymbol{\psi} = -\mathbf{C}_0 (\mathbf{I} - \mathbf{C}_0) \beta_T^{-1} \mathbf{B} (\mathbf{D})^{-1} \mathbf{D}_T$ – вектор отношений разделения; $\mathbf{Le} = \chi (\mathbf{D})^{-1}$ – диагональная матрица чисел Льюиса, где $Le_1 = Le_{11} = \chi / D_{11}$, $Le_2 =$

$Le_{22} = \chi/D_{22}$; $Ra = Kg\beta_T\Delta TL/(\nu\chi)$ – аналог числа Рэлея для пористой среды; $\varepsilon = \phi(\rho c)_f/(\rho c)_p$ – нормализованная пористость.

Отношение разделения ψ характеризует влияние термодиффузионного разделения на конвекцию смеси. Как видно из определения, величина отношения разделения ψ_i , характеризующая влияние термодиффузионного разделения для i -й компоненты смеси, зависит от концентрации этой компоненты. При нулевой или 100% концентрации примеси эффект термодиффузии отсутствует. Если $\beta_T > 0$, то положительные значения ψ_i соответствуют случаю, когда лёгкая примесь перемещается в более нагретую область (нормальная термодиффузия), что в случае нагрева снизу приводит к понижению устойчивости механического равновесия. При $\psi_i < 0$ лёгкая примесь перемещается в более холодную область (анормальная термодиффузия), что повышает устойчивость механического равновесия.

Как видно из (5), в случае подогрева снизу длинноволновая колебательная неустойчивость возможна при положительных суммарных отношениях разделения $\psi_1 + \psi_2$, и отрицательных ψ_1 , удовлетворяющих условию $\psi_1 < -(Le_2/Le_1)^2\psi_2$. Формулы для критических значений (5) аналогичны соответствующим формулам для случая жидкости в отсутствие пористого скелета [5] с точностью до множителя.

Исследование линейной устойчивости равновесия для возмущений с ненулевым волновым числом производилось методом стрельбы. Значения отношений разделения варьировались, что можно считать эквивалентным изменению концентраций примесей. Числа Льюиса считались постоянными. Расчеты проводились при фиксированных значениях параметров: $\psi_2 = 0.120$, $Le_1 = 147$, $Le_2 = 91$, $\varepsilon = 0.15$. Параметр ψ_1 варьировался в интервале $\psi_1 \in [-0.15, 0]$. На Рис. 1 показана карта устойчивости, на плоскости $Ra - \psi_1$. Цифрой 3 обозначена обнаруженная в работе мода неустойчивости – колебательная длинноволновая. Найдена область параметров, в которой она является наиболее опасной. Данная длинноволновая колебательная мода аналогична соответствующей моде в отсутствие пористого скелета [5], однако переходы на эту моду с других мод происходят иначе.

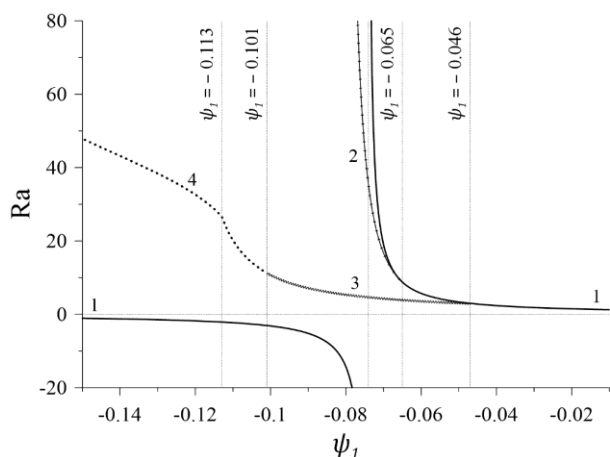


Рис. 1. Карта устойчивости системы (кривые неустойчивости: 1 – монотонная длинноволновая, 2 – монотонная ячеистая, 3 – колебательная длинноволновая, 4 – колебательная ячеистая)

В Разделе 1.2.4 представлены результаты численного исследования нелинейных режимов конвекции с использованием метода конечных разностей.

Рассматривались параметры, аналогичные тем, что использовались в Разделе 1.2.3. Расчеты проводились в двумерной постановке для вытянутой по горизонтали прямоугольной полости с соотношением сторон 5:1. На всех границах ставились условия непроницаемости и отсутствия потока вещества. В результате нелинейного исследования было подтверждено существование длинноволновой колебательной моды (Рис. 2). Порог конвекции, полученный в численных нелинейных расчётах, хорошо согласуется с данными линейного анализа. Установлено, что конвекция возникает путём прямой бифуркации. При повышенных надкритичностях может реализовываться несколько конвективных режимов с различным количеством вихрей в пределах рассматриваемой области, которое растёт с ростом надкритичности. Переходы между режимами в большинстве случаев сопровождаются гистерезисом. Частота колебаний для длинноволновой моды монотонно падает с ростом надкритичности.

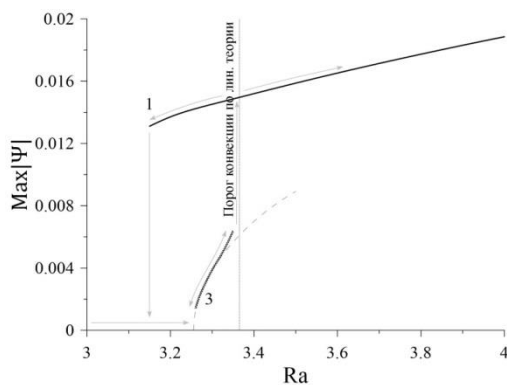


Рис. 2. Зависимости максимума модуля функции тока $\text{Max}|\Psi|$ в полости от числа Рэлея при $\psi_1 = -0.055$ (1 — монотонная длинноволновая мода; 3 — колебательная длинноволновая мода; штриховая кривая — корневой закон вблизи порога конвекции)

Раздел 1.3 посвящён исследованию влияния вибраций на возникновение и нелинейные режимы вызванной эффектом Соре конвекции трёхкомпонентной жидкости в горизонтальном пористом слое, нагреваемом снизу. Вибрации предполагаются высокочастотными и малоамплитудными, их направление параллельно градиенту температуры. При наличии вибраций в уравнение движения (1) добавляется сила инерции:

$$0 = -\frac{1}{\rho} \nabla P - \frac{\nu}{K} \mathbf{V} + (\beta_T(T - T_0) + \mathbf{B}(\mathbf{C} - \mathbf{C}_0))(g\mathbf{y} - a\omega^2 \cos(\omega t)\mathbf{n}), \quad (6)$$

где a — амплитуда вибраций; ω — частота вибраций; $\mathbf{n}$ — единичный вектор оси вибраций.

В Разделе 1.3.2 произведена оценка размерных параметров системы для определения диапазона их значений, в котором допустимо применение метода осреднения. В рамках диссертационной работы задача рассматривается в постановке, учитывающей вязкость в уравнениях для пульсаций, что позволяет значительно расширить область применимости осреднённого подхода в направлении более низких частот вибраций. После осреднения уравнений и проведения преобразований, аналогичных описанным в предыдущих разделах, получается система уравнений для амплитуд возмущений.

В Разделе 1.3.5 методами линейного анализа показано, что вибрации приводят к сдвигу точек перехода длинноволновых мод к ячеистым, расширяя диапазон, в котором длинноволновые моды более опасны (Рис. 3). Они также

повышают порог возбуждения ячеистых мод и уменьшают частоту колебательной ячеистой моды.

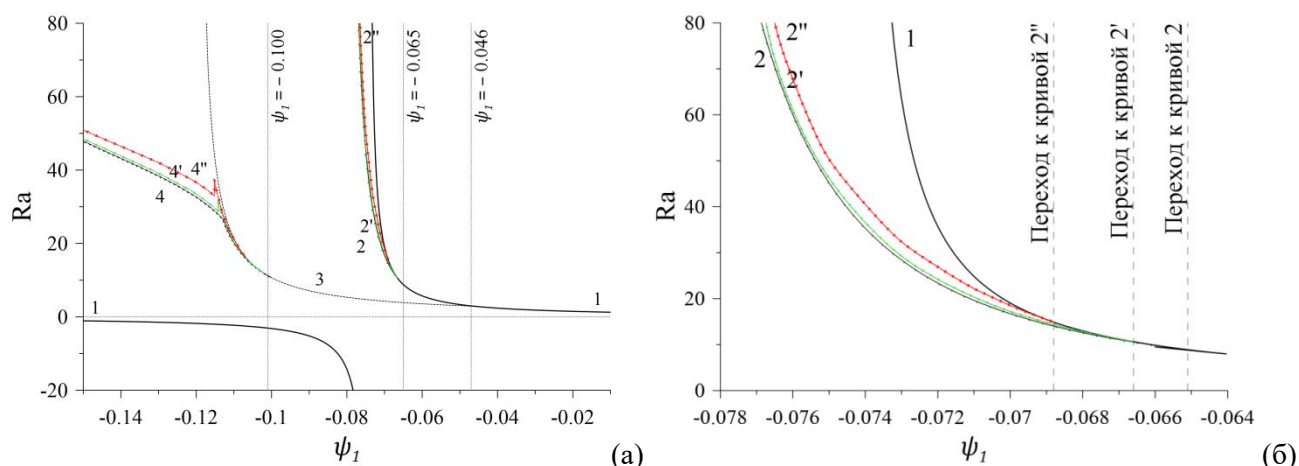


Рис. 3. Карта устойчивости системы (а) и её область для монотонных мод (б)

(кривые неустойчивости: 1 – монотонная длинноволновая, 2 – монотонная ячеистая $Ra_v = 0$, 2' – монотонная ячеистая $Ra_v = 1.5$, 2'' – монотонная ячеистая $Ra_v = 7.5$, 3 – колебательная длинноволновая, 4 – колебательная ячеистая $Ra_v = 0$, 4' – колебательная ячеистая $Ra_v = 1.5$, 4'' – колебательная ячеистая $Ra_v = 7.5$, где $Ra_v = K\phi(a\omega\beta_T\Delta T)^2/(2\nu\chi)$ – вибрационное число Рэлея)

В Разделе 1.3.6 представлены результаты численного исследования нелинейных режимов конвекции с использованием метода конечных разностей. Рассматривались параметры, аналогичные тем, что использовались в Разделе 1.3.5. Расчеты проводились в двумерной постановке для вытянутой по горизонтали прямоугольной полости с соотношением сторон 5:1. На всех границах ставились условия непроницаемости и отсутствия потока вещества. Полученные данные о пороге конвекции и волновом числе критических возмущений с хорошей точностью согласуются с данными линейного анализа (отличие не более 3%). Как и в случае без вибраций, конвекция возникает путём прямой бифуркации (Рис. 4а), а при повышенных надкритичностях в системе может реализовываться несколько конвективных режимов, количество вихрей которых растёт с ростом надкритичности (Рис. 4б).

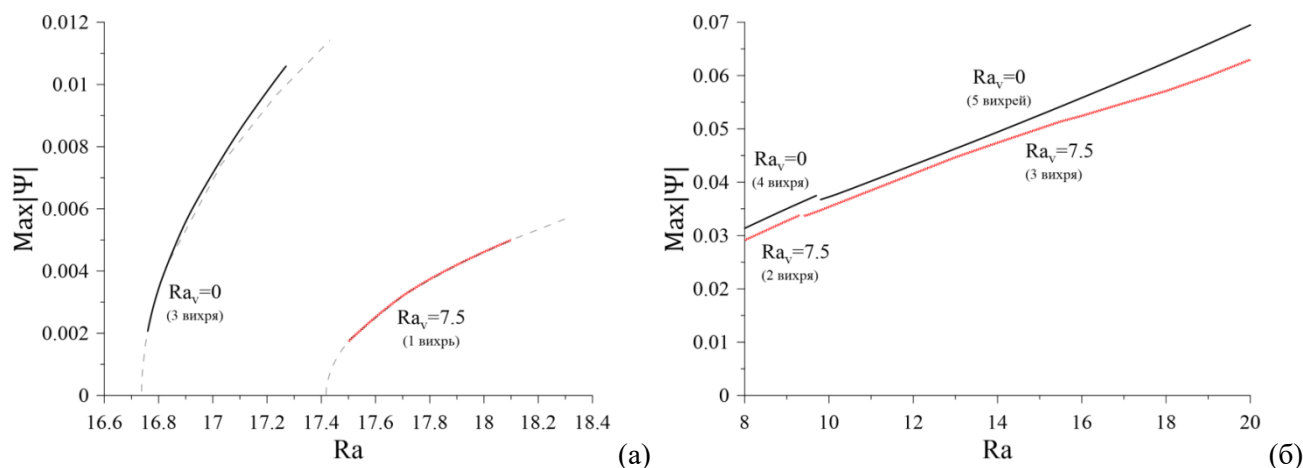


Рис. 4. Зависимость $Max|\Psi|$ от числа Рэлея Ra при $\psi_1 = -0.108$ (а) и $\psi_1 = -0.070$ (б) (штриховая линия – корневой закон вблизи порога конвекции)

На Рис. 5 представлены поля Ψ и концентрации первой примеси для одновихревого (Рис. 5а,б) и трёхвихревого (Рис. 5в,г) режимов. Как можно заметить, конвекция сильно влияет на распределение концентрации примесей, нарушая вертикальную стратификацию плотности примесей, связанную с термодиффузией ($C_0 = I \cdot (1/2 - y)$). Наличие вибраций с рассматриваемыми параметрами не приводит к качественным изменениям структуры течений и распределения концентраций примесей.

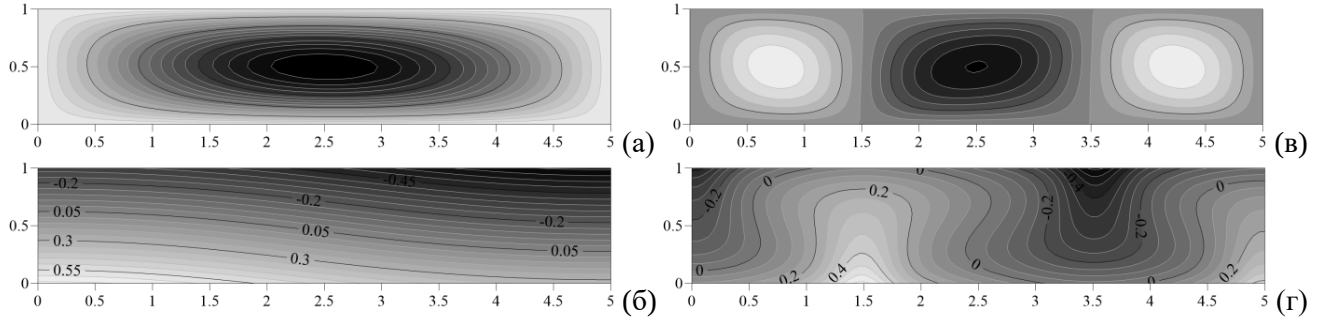


Рис. 5. Поля Ψ (а, в) и концентрации первой компоненты примеси (б, г) при $Ra_v = 7.5$ (а, б: $\psi_1 = -0.108$, $Ra = 18.1$; в, г: $\psi_1 = -0.070$, $Ra = 10$)

Вторая глава посвящена изучению трёхмерных режимов свободной тепловой конвекции в наклонённом под углом α к вертикали насыщенном однокомпонентной жидкостью пористом слое при вертикальном градиенте температуры. Слой находится в поле силы тяжести. Предполагается, что в слое возможно равновесие, то есть условия подогрева обеспечивают вертикальность и постоянство градиента температуры в жидкости. Границы слоя твёрдые и идеально теплопроводные. Для описания тепловой конвекции в насыщенном жидкостью пористом слое используется модель Дарси-Буссинеска. По сравнению со случаем трёхкомпонентной смеси, уравнения теплопроводности (2) и неразрывности (4) остаются без изменений, а уравнение (1) упрощается:

$$0 = -\frac{1}{\rho} \nabla P - \frac{\nu}{K} \mathbf{V} + g\beta_T T \mathbf{y}. \quad (7)$$

В Разделах 2.2.1-2.2.2 исследуется линейная устойчивость состояния механического равновесия:

$$\mathbf{V}_0 = 0, \quad \nabla T_0 = -\mathbf{y}, \quad \nabla P_0 = RT_0 \mathbf{y}, \quad (8)$$

где $R^2 = Ra = g\beta Ah^2 K / \nu \chi$, Ra – аналог числа Рэлея для пористой среды. Для исследования трёхмерных конвективных структур, которые могут возникать после потери устойчивости состояния равновесия (8), система уравнений (2), (4), (7) обезразмеривается, линеаризуется относительно малых возмущений и записывается в виде проекций на оси координат. Из полученных уравнений исключаются V_x , V_z , P и вводятся нормальные возмущения, периодические в направлениях x и z . В результате получается система уравнений для амплитуд возмущений y -компоненты скорости $\varphi(y)$ и температуры $\theta(y)$ в виде:

$$\Delta \varphi + i\zeta k R \theta' \cos(\alpha) - k^2 R \theta \sin(\alpha) = 0, \quad (9)$$

$$\Delta \theta - R \varphi \sin(\alpha) + iR \frac{\zeta}{k} \varphi' \cos(\alpha) + R^2 (1 - \zeta^2) \theta \cos^2(\alpha) = 0, \quad (10)$$

где $\Delta = \partial_{yy}^2 - k^2$, $k = (k_x^2 + k_z^2)^{1/2}$, $\zeta = k_z/k$ – параметр трёхмерности. Значение $\zeta = 0$ соответствует продольным валам (валы с осями, перпендикулярными оси, относительно которой имеет место наклон слоя), а $\zeta = 1$ – поперечным. Штрих обозначает производную по y . Для случая $\zeta = 0$ получается аналитическая зависимость критического числа Рэлея Ra от волнового числа k и угла наклона слоя α :

$$Ra = \frac{(\pi^2 + 4k^2)^2}{4(\pi^2 \cos^2(\alpha) + 4k^2)}. \quad (11)$$

Для произвольных значений ζ задача (9)-(10) решается численно методом стрельбы. Как видно из Рис. 6а, абсолютный минимум критического числа Рэлея соответствует возмущениям с $\zeta = 0$ (продольные валы). Более того, эти возмущения являются наиболее опасными во всём диапазоне углов наклона слоя.

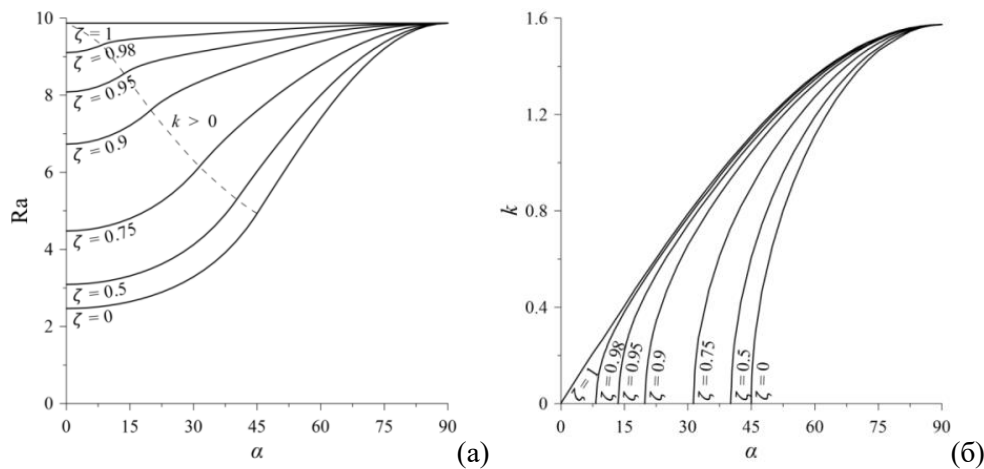


Рис. 6.
Зависимость критического числа Рэлея (а) и критического волнового числа (б) от угла наклона слоя

Раздел 2.3 посвящён численному исследованию трёхмерных нелинейных режимов конвекции с использованием программного пакета Ansys Fluent, реализующего метод конечных объёмов. Расчетная область представляет собой прямоугольный параллелепипед с отношением сторон 10:1:10 (xuz). На всех границах ставятся условия непроницаемости. Распределение температуры на границах, перпендикулярных оси y и перпендикулярных оси z , соответствует вертикальному градиенту температуры. Границы, перпендикулярные оси x , теплоизолированы. Физические параметры жидкости и пористой матрицы соответствуют воде и песчанику. Расчеты показали, что при всех исследованных углах наклона слоя (за исключением горизонтальной ориентации слоя) устанавливается конвективное движение в виде валов с осями, параллельными оси z (продольные валы) (Рис. 7а). Таким образом, результаты трёхмерных нелинейных расчетов подтверждают, что вследствие потери устойчивости в слое действительно устанавливается течение в виде продольных валов. Реализующееся количество валов в направлении оси x также согласуется с линейной теорией. Обнаружено, что конвекция возбуждается путём прямой бифуркации. Также установлено наличие ненулевой составляющей скорости течения вдоль оси z . Траектории частиц жидкости представляют собой эллипсы, лежащие в плоскости, параллельной вертикальному вектору y (Рис. 7б).

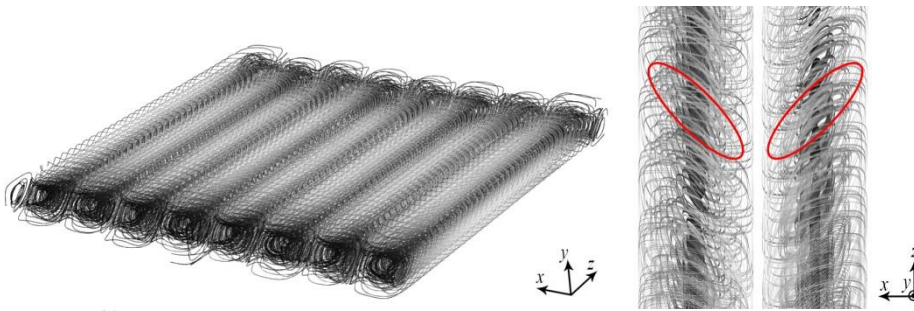


Рис. 7. Линии тока в разных плоскостях для угла наклона слоя $\alpha = 65^\circ$ и $Ra = 7.72$

В Разделе 2.4 решается двумерная в плоскости xu (Рис. 8) задача для режима конвекции, представляющего собой продольные валы ($\zeta = k_z/k = 0$). Используется аналитическое выражение для z -компоненты скорости, что значительно упрощает задачу и позволяет провести подробное численное исследование системы при различных параметрах. Постановка задачи, основные уравнения и граничные условия такие же, как в Разделе 2.2.

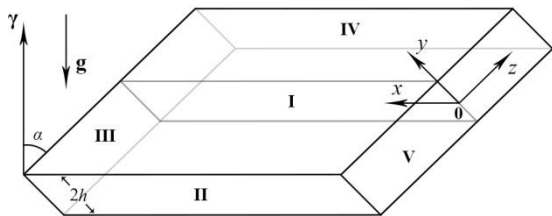


Рис. 8. Ячейка бесконечно-протяженного слоя (I – исследуемое сечение; II и IV – бесконечно-протяженные границы; III и V – периодические границы; верхняя и нижняя границы (параллельные плоскости xz) – непроницаемые, идеально теплопроводные, распределение температуры на них соответствует вертикальному градиенту)

Рассматриваются нелинейные режимы конвекции в области, представляющей собой поперечное сечение ячейки бесконечно-протяженного слоя (Рис. 8). Наиболее опасными в этой задаче при любом угле наклона слоя являются продольные возмущения, для которых V_z можно найти в явном виде:

$$V_z = R \cos(\alpha) \left(T' - \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \langle T' \rangle_x dy \right). \quad (12)$$

Задача решалась методом конечных разностей. Использовалась равномерная сетка, основные расчеты проводились для полости с соотношением сторон 6:1 (xu). Как отмечено в Разделе 2.3, вдоль оси z существует ненулевая компонента скорости. На Рис. 9 показаны поля Ψ , V_z и T . Как видно, вдоль оси z действительно имеется ненулевая скорость потока жидкости. Конвекция возбуждается путём прямой бифуркации (Рис. 10), полученные значения критических Ra и k согласуются с данными линейного анализа (с учётом геометрии слоя отличие не превышает 4%).

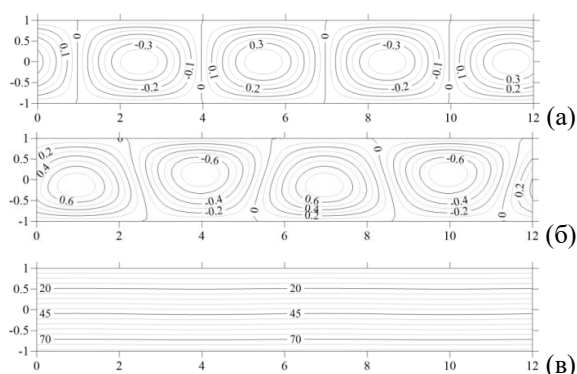


Рис. 9. Поля Ψ (а), V_z (б) и T (в) при $\alpha = 60^\circ$, $Ra = 7.84$

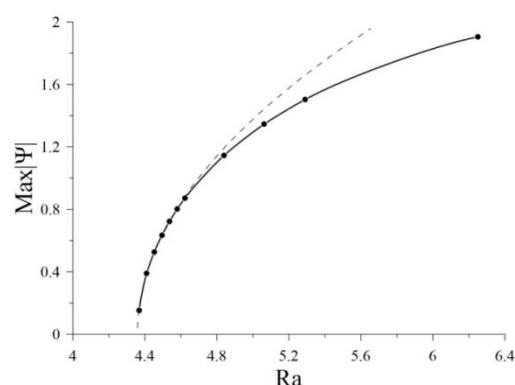


Рис. 10. Зависимость $\text{Max}|\Psi|$ от числа Рэлея при $\alpha = 40^\circ$ (пунктирная кривая – корневой закон вблизи порога конвекции)

Третья глава посвящена численному исследованию трёхмерных нелинейных режимов конвекции бинарных смесей в трёхслойных системах, имитирующих геологические складки (Рис. 11а). Для исследования используется программный пакет Ansys Fluent.

В **Разделе 3.4** исследуются геометрия антиклинальной складки при низкопроницаемых внешних слоях. Рассматривается индуцированная эффектом Соре конвекция бинарной смеси (тетралин 50% и додекан 50%, **Таблица 1**), заполняющей полость, представляющую собой систему из трёх слоёв одинаковой толщины $h_i = 25$ м, имеющую излом в центральной части и имитирующую антиклинальную или синклинальную (Рис. 11б) геологическую складку. Длина расчётной области $L = 200$ м, ширина $B = 100$ м. Такие размеры характерны для пластов, содержащих углеводороды. При указанных геометрических размерах угол складки (между наклонными плоскостями) равен примерно 152° .

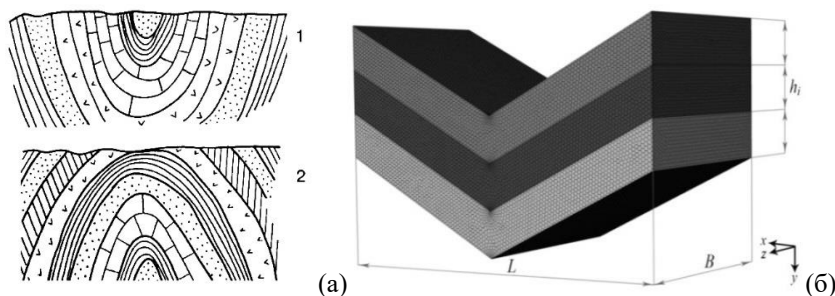


Рис. 11. Синклинальная (1) и антиклинальная (2) складки (а); модель синклинальной складки (б)

Таблица 1. Физические и тепловые параметры смеси тетралина и додекана (1:1)

$\rho_0, \text{кг/м}^3$	$\nu, \text{м}^2/\text{с}$	$\chi, \text{м}^2/\text{с}$	$\beta_T, 1/\text{К}$	β_C	$D, \text{м}^2/\text{с}$	$D_T, \text{м}^2/(\text{сК})$
840.70	$1.81 \cdot 10^{-6}$	$9.70 \cdot 10^{-8}$	$8.95 \cdot 10^{-4}$	0.270	$6.46 \cdot 10^{-10}$	$5.94 \cdot 10^{-12}$

Уравнения, описывающие конвективное движение многокомпонентной (в частности, бинарной) смеси в пористой среде в поле тяжести с учётом эффекта термодиффузии, описаны в Разделе 1.2.1. Рассматривается нагрев снизу с градиентом температуры $A = 3 \cdot 10^{-2}$ К/м. Все внешние границы считаются непроницаемыми; на верхней и нижней границах температура соответствует строго вертикальному градиенту; вертикальные границы теплоизолированные; на границах между слоями давление, температура и концентрация, а также

нормальные компоненты теплового и диффузионного потоков вещества и нормальные проекции вектора скорости непрерывны.

Проницаемости верхнего (K_1) и нижнего (K_3) слоёв считаются одинаковыми ($K_{ex} = K_1 = K_3$) и всегда меньшими, чем проницаемость внутреннего слоя ($K_{in} = K_2$). Вначале рассматривается система, представляющая собой антиклинальную складку со слабопроницаемыми внешними слоями ($K_{ex} = 10^{-14} \text{ м}^2$) и более проницаемым внутренним слоем. В этом случае течение жидкости происходит преимущественно во внутреннем слое. На Рис. 12 показаны плоскости, в которых представлены результаты моделирования.

Расчёты показали, что при проницаемости среднего слоя $K_{in} = 2 \cdot 10^{-13} \text{ м}^2$ и ниже в полости реализуется симметричное двухвихревое течение, соответствующее длинноволновой моде (Рис. 13). Течение локализовано в среднем слое и практически не проникает в менее проницаемые внешние слои.

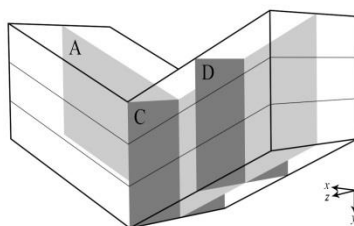


Рис. 12. Плоскости в области, показанной на Рис. 11б, для которых приводятся результаты трёхмерных расчетов

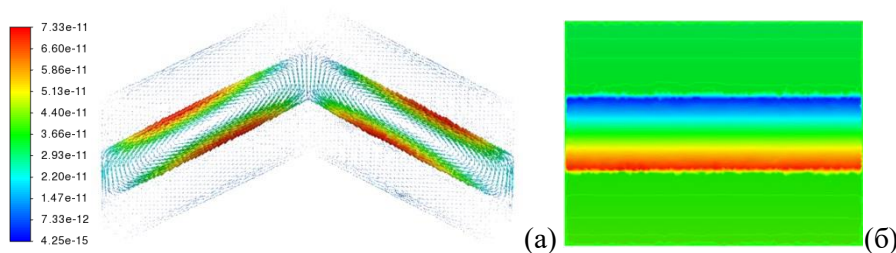


Рис. 13. Векторное поле скорости в плоскости А (а) и изолинии вертикальной составляющей скорости в плоскости D (б) при $K_{in} = 2 \cdot 10^{-13} \text{ м}^2$

Когда проницаемость среднего слоя достигает значения $K_{in} = 10^{-12} \text{ м}^2$ и выше, течение приобретает структуру продольных валов. Анализ временной эволюции структуры течения в плоскости D для внутреннего слоя показал, что повышение K_{in} увеличивает количество вихрей, ускоряет развитие потока, но делает его более нелинейным (Рис. 14).

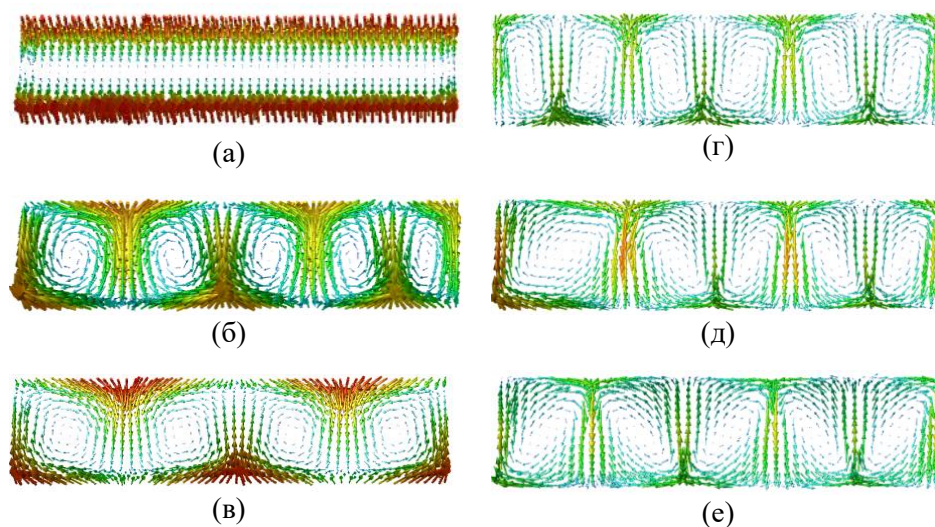


Рис. 14. Векторное поле скорости в плоскости D для моментов времени: $t = 1.5 \cdot 10^3$ лет (а), $t = 5 \cdot 10^3$ лет (б), $t = 10^4$ лет (в) ($K_{in} = 2 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2$); $t = 1.5 \cdot 10^3$ лет (г), $t = 3 \cdot 10^3$ лет (д), $t = 5 \cdot 10^3$ лет (е) ($K_{in} = 10^{-11} \text{ м}^2$).

Раздел 3.5 посвящён исследованию течений при близких проницаемостях внешних слоёв и внутреннего слоя (когда конвекция становится возможной во всех слоях) в случае синклинали складки. При проницаемости слоёв $K_{in} = 2 \cdot 10^{-14} \text{ м}^2$, $K_{ex} = 10^{-14} \text{ м}^2$ основное течение жидкости происходит во внешних слоях, хотя они менее проницаемы, чем внутренний (Рис. 15). Это связано с тем, что течение в пределах каждого крыла складки становится крупномасштабным (один конвективный вал занимает все слои крыла). Вдоль оси z течение отсутствует.

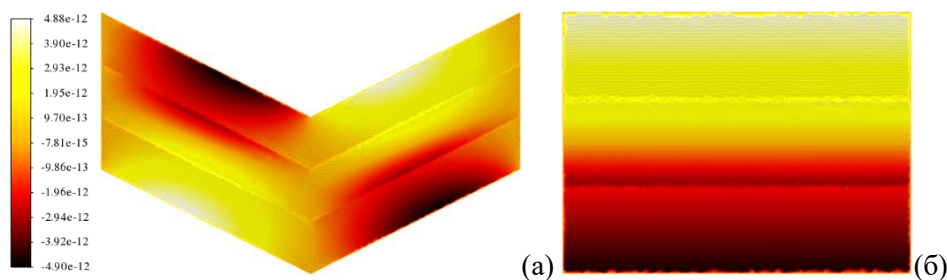


Рис. 15. Поля компоненты скорости V_x [м/с] в плоскостях А (а) и D (б)

При проницаемости слоёв $K_{in} = 5 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2$, $K_{ex} = 10^{-12} \text{ м}^2$ и выше на основное плоскопараллельное течение начинает накладываться составляющая, соответствующая продольным валам. Скорость движения жидкости вдоль оси z становится ненулевой и возникает трёхмерное течение. При ещё более высокой проницаемости слоёв основной вклад в движение жидкости вносят продольные валы.

В **Заключении** приведены основные результаты работы, которые состоят в следующем:

1. Обнаружена длинноволновая мода колебательной неустойчивости трёхкомпонентной смеси с эффектом Соре в горизонтальном слое пористой среды. Получена карта устойчивости механического равновесия на плоскости число Рэлея – отношение разделения. Определён диапазон параметров, в котором длинноволновая колебательная мода является наиболее опасной. Найдено, что конвекция возникает путём прямой бифуркации. Повышение надкритичности приводит к переходам на другие конвективные режимы, переходы между режимами в большинстве случаев сопровождаются гистерезисом.
2. Исследование влияния высокочастотных вибраций малой амплитуды в рамках модели, учитывающей вязкость в уравнениях для пульсаций, показало, что вибрации приводят к сдвигу точек перехода длинноволновых мод к ячеистым, расширяя диапазон, в котором длинноволновые моды более опасны. Они также повышают порог возбуждения ячеистых мод и уменьшают частоту колебательной ячеистой моды.
3. Проведённый ранее в других работах линейный анализ устойчивости равновесия наклонного слоя пористой среды, насыщенной однокомпонентной жидкостью, под действием вертикального градиента температуры расширен на трёхмерный случай. Показано, что трёхмерные возмущения, имеющие форму продольных валов, являются наиболее

опасными во всём диапазоне углов наклона слоя. Определена зависимость волнового числа критических возмущений от угла наклона слоя. Существование продольных валов подтверждено трёхмерными нелинейными расчётами.

4. С помощью трёхмерных численных расчётов показано наличие ненулевой составляющей скорости течения жидкости вдоль оси продольных валов, так что траектории движения жидких частиц представляют собой эллипсы. В рамках двумерного подхода с аналитическим выражением для z -компоненты скорости подтверждено существование ненулевой скорости потока жидкости вдоль оси продольных валов, а также детально изучена структура конвективных течений. Найдено, что при всех углах наклона слоя имеет место прямая бифуркация.
5. С помощью трёхмерного численного моделирования конвекции в системах насыщенных бинарными смесями трёх пористых слоёв, имитирующих антиклинальную и синклинальную геологические складки под действием геотермального градиента, определены условия возникновения конвекции, а также структура и интенсивность конвективных движений, возникающих после потери устойчивости равновесия в зависимости от соотношения проницаемостей слоёв. Найдено, что при проницаемостях слоёв, соответствующих критическим условиям возникновения конвекции, возникает слабое течение, охватывающее всю трёхслойную систему. При более высоких проницаемостях появляется составляющая течения в форме продольных валов, накладывающаяся на слабое сквозное течение. При достаточно близких проницаемостях внешних и внутреннего слоя основное течение концентрируется около внешних стенок складки. Тип складки не вносит качественных изменений в структуру конвективных потоков.

Публикации автора по теме диссертации

A1. Lyubimova T.P., Muratov I.D., **Shubenkov I.S.** Onset and nonlinear regimes of convection in an inclined porous layer subject to a vertical temperature gradient // *Phys. Fluids*. — 2022. — Vol. 34. — Art. 094114.

A2. Lyubimova T.P., **Shubenkov I.S.** Soret-induced convection of ternary fluid in a horizontal porous layer heated from below // *Physics of Fluids*. — 2023. — Vol. 35. — Art. 084114.

A3. **Shubenkov I.S.**, Lyubimova T.P., Sadilov E.S. Three-dimensional convection in an inclined porous layer subjected to a vertical temperature gradient // *Fluid Dynamics & Materials Processing*. — 2024. — Vol. 20, № 9. — P. 1957–1970.

A4. Lyubimova T.P., **Shubenkov I.S.**, Ozhgibesova N.A. Soret-induced convection in a layered porous medium simulating an anticlinal geological fold under the action of a geothermal temperature gradient // *Heat Transfer*. — 2025. — Vol. 54. — P. 2251–2264.

А5. **Шубенков И.С.**, Любимова Т.П. Возникновение и нелинейные режимы конвекции бинарных смесей в многослойных системах, имитирующих синклинальные геологические складки // Вычислительная механика сплошных сред. — 2026. — Т. 19, № 1. — С. 31–42.

А6. **Шубенков И.С.**, Любимова Т.П. Влияние вибрации на возникновение конвекции в горизонтальном пористом слое, насыщенном трёхкомпонентной жидкой смесью // Вестник Пермского университета. Физика. — 2026. — № 2. — С. 49–64.

Список литературы

1. Blanco P., Bou-Ali M.M., Platten J.K., de Mezquia D.A., Madariaga J.A., Santamaría C. Thermodiffusion coefficients of binary and ternary hydrocarbon mixtures // J. Chem. Phys. — 2010. — Vol. 132, № 11. — Art. 114506.

2. Mialdun A., Sechenyh V., Legros J.C., Ortiz De Zárate J.M., Shevtsova V. Investigation of Fickian diffusion in the ternary mixture of 1,2,3,4-tetrahydronaphthalene, isobutylbenzene, and dodecane // J. Chem. Phys. — 2013. — Vol. 139, № 10. — Art. 104903.

3. Nield D.A., Bejan A. Convection in Porous Media. — 4th ed. — New York : Springer, 2013.

4. Mutschler D., Mojtabi A. Theoretical and numerical analysis of Soret-driven convection in a horizontal porous layer saturated by an n-component mixture: Application to ternary hydrocarbon mixture tetralin, isobutyl benzene, n-dodecane with mass fractions 0.8–0.1–0.1 // Int. J. Heat Mass Transfer. — 2020. — Vol. 162. — Art. 120339.

5. Рыжков И.И. Термодиффузия в смесях: уравнения, симметрии, решения и их устойчивость. — Новосибирск : Изд-во СО РАН, 2013. — 200 с.

Шубенков Иван Сергеевич

Конвекция одно- и многокомпонентных жидкостей в пористых слоях

Автореф. дис. на соискание учёной степени канд. физ.-мат. наук

Подписано в печать _____. Заказ № _____

Формат 60х90/16. Усл. печ. л. 1. Тираж 100 экз.

Типография _____