

На правах рукописи



Понькин Евгений Игоревич

**КУМУЛЯЦИЯ ЭНЕРГИИ ПРИ БЕЗУДАРНОМ СЖАТИИ
ДВУМЕРНОЙ МИШЕНИ ДЛЯ ТЕРМОЯДЕРНОГО СИНТЕЗА**

Специальность 1.1.9 —
«Механика жидкости, газа и плазмы»

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

СНЕЖИНСК — 2025

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Снежинский физико-технический институт Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ».

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор
Баутин Сергей Петрович

Официальные оппоненты: **Литвиненко Юрий Алексеевич**,
доктор физико-математических наук,
Федеральное государственное бюджетное учреждение
науки «Институт теоретической и прикладной
механики им. С. А. Христиановича» Сибирского
отделения Российской академии наук,
старший научный сотрудник

Просвиряков Евгений Юрьевич,
доктор физико-математических наук, доцент,
Федеральное государственное автономное обра-
зовательное учреждение высшего образования
«Уральский Федеральный Университет имени
Первого Президента России Б.Н. Ельцина»,
Профессор кафедры информационных технологий
и систем управления

Ведущая организация: Федеральное государственное учреждение «Фе-
деральный исследовательский центр Институт
прикладной математики им. М. В. Келдыша Россий-
ской академии наук»

Защита состоится 12 ноября 2025 г. в 14-00 часов на заседании диссертационного
совета Д 004.036.01, созданного на базе Пермский федеральный исследователь-
ский центр УрО РАН, по адресу: 614013, г. Пермь, ул. Академика Королёва, 1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБУН «Пермский федераль-
ный исследовательский центр Уральского отделения Российской академии наук»
(филиал – Институт механики сплошных сред УрО РАН) и на сайте: www.icmm.ru.

Автореферат разослан « ____ » _____ 2025 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
д-р физ.-мат. наук, доцент



А. Л. Зув

Общая характеристика работы

Актуальность и степень разработанности темы исследования. Управляемый термоядерный синтез (УТС) – это способ получения энергии, который в отличие от взрывного термоядерного синтеза, используемого в термоядерных взрывных устройствах, носит управляемый характер. В экспериментах по УТС повторяют схему инициализации горения DT-топлива в термоядерных зарядах, используя излучения лазера вместо ядерного взрыва. В результате воздействия лазерного излучения на поверхность DT-мишени оболочка мишени взрывается (явление абляции) и наиболее горячая внешняя часть оболочки разлетается наружу, а внутренняя холодная часть движется в направлении центра мишени в виде сходящихся сферических ударных волн (радиационная имплозия). Из уравнения ударной адиабаты известно, что водород можно сжать ударной волной (УВ) приблизительно в четыре раза. Следовательно, для того чтобы сжать газ в 1000 раз для инициализации «горения» DT-топлива необходимо воздействовать на мишень серией из не менее пяти ударных волн.

Существует энергетически более выгодный способ зажигания термоядерных реакций в мишени – это безударное сильное сжатие (БСС). Данный способ инициализации «горения» DT-топлива до настоящего времени рассматривался исключительно теоретически и в расчетах предлагались различные конфигурации мишеней для УТС с целью получения максимального коэффициента усиления: одномерные конфигурации (сферически-, цилиндрически симметричные мишени), двумерные конфигурации (специальные призматические объемы), трехмерные конфигурации (тетраэдры, конусы и т.д.).

Для постановки эксперимента по БСС мишени в рамках УТС необходимо построение адекватных математических моделей двумерных или трехмерных течений разрежения и сжатия, использующих аналитические решения соответствующих начально-краевых задач (НКЗ), что позволит исключить в эксперименте факторы, препятствующие успешному «зажиганию» мишени. Также это поможет предложить рекомендации по конкретным конфигурациям мишеней для УТС.

Целью данного исследования является математическое описание кумуляции энергии при безударном сжатии двумерной мишени для термоядерного синтеза путем построения локально-аналитического решения системы уравнений газовой динамики (СУГД), описывающего двумерное течение в области разрежения при разлете политропного газа в вакуум с косой стенки или при сжатии в призматическом объеме, в пространстве физических автомодельных переменных $\xi = \frac{x}{t}$, $\eta = \frac{y}{t}$.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие **задачи**:

1. Построить в аналитическом виде локально-аналитическое решение начально-краевой характеристической задачи Коши (ХЗК) стандартного вида для СУГД, описывающей при $t > 0$ разлет политропного газа в вакуум на косой стенке, а при $t < 0$ сильное сжатие призматического объема газа в пространстве физических автомодельных переменных $\xi = \frac{x}{t}$, $\eta = \frac{y}{t}$ в общем несогласованном

случае, когда нет алгебраической связи между показателем политропы γ и углом наклона косо́й стенки $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

2. Для построенного решения исходной НКЗ выполнить газодинамический анализ свойств течений разрежения и сжатия газа в области двойной волны в согласованном и несогласованном случаях. Определить границы области существования двумерного течения и значения газодинамических параметров внутри нее для различных значений γ и α при разлете газа в вакуум с косо́й стенки. Определить критерий, при выполнении которого течение сжатия в области двойной волны (ДВ) будет безударным. Дать математическое описание явления градиентной катастрофы в течении сжатия для различных значений γ и α , которое описывается построенным решением в квазисогласованном приближении.

3. Применить построенное локально-аналитическое решение ХЗК стандартного вида для СУГД, описывающей разлет газа в вакуум на косо́й стенке в согласованном случае, к описанию сжатия газа, находящегося в специальном призматическом объеме для двух вариантов газодинамического воздействия на мишень, используемых в физических экспериментах. Построить законы движения проникаемых или непроницаемых поршней в области ДВ, сжимающих газ в специальном призматическом объеме, и определить параметры кумуляции газа. Предложить рекомендации по конфигурации мишеней для УТС с максимально возможным коэффициентом усиления.

Научная новизна результатов диссертационной работы сводится к следующим положениям:

1. Впервые построено локально-аналитическое решение начально-краевой задачи о разлете политропного газа в вакуум на косо́й стенке при $t > 0$ в общем несогласованном случае, когда нет алгебраической связи между γ и α , в виде ряда по степеням ϑ , где ϑ – известная функция автомодельных переменных $\xi = \frac{x}{t}$, $\eta = \frac{y}{t}$. Впервые определена область абсолютной сходимости построенного решения.

2. Впервые построен критерий для определения значений γ , для которых решение транспортного уравнения для коэффициента $c_1(\xi)$ можно построить в явном виде для любых значений $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Впервые транспортное уравнение для коэффициента $c_1(\xi)$ проинтегрировано в явном виде для значений $\gamma = \frac{5}{3}, 2, \frac{5}{2}$.

3. Впервые определена конфигурация течения разрежения в области двойной волны в несогласованном случае для квазисогласованного приближения в зависимости от значений γ и α .

4. В интерпретации решения на сжатие в квазисогласованном приближении впервые определен критерий возникновения в течении градиентной катастрофы в зависимости от значений γ и α . Впервые показано, что для рассматриваемой двумерной мишени в несогласованном случае режим безударного сильного сжатия ограничен критическим значением скорости звука, определяемой из построенного критерия, при достижении которой режим течения сжатия переходит в ударную волну.

5. Впервые построены законы движения проникаемых и непроницаемых поршней, сжимающих водород в специальном призматическом объеме с косо́й

стенкой, с использованием построенного локально-аналитического решения исходной НКЗ в согласованном случае, определены параметры кумуляции газа и мощности энерговложения в мишень.

Теоретическая значимость работы. Исследование дополняет и развивает теоретические результаты по вопросам безударного сжатия специальных призматических объемов.

Практическая значимость работы. На основании построенных локально-аналитических решений, описывающих сжатие политропного газа в специальном призматическом объеме, и анализа их газодинамических характеристик даны рекомендации по конкретным конфигурациям мишеней для УТС.

Методология и методы диссертационного исследования. Локально-аналитические решения поставленных задач получены в рамках гипотез и ограничений классической теории газовой динамики через представление искомого решения в виде ряда по степеням независимых переменных. Неизвестные коэффициенты в разложении искомым функций (газодинамических параметров) в степенные ряды найдены как решения специальных обыкновенных дифференциальных уравнений.

Положения, выносимые на защиту:

1. Конфигурация течения в области ДВ при разлете газа в вакуум замкнута и ограничена косой стенкой, звуковой характеристикой и границей газ вакуум.
2. В согласованном случае все три границы суть прямые линии. В несогласованном случае звуковая характеристика в зависимости от значения α и γ либо выпукла ($\text{tg}^2 \alpha < \beta$), либо вогнута ($\text{tg}^2 \alpha > \beta$).
3. В несогласованном случае положение звуковой характеристики и границы газ-вакуум при приближении к вакууму ($c_0 \rightarrow 0$) стремится к положению этих кривых в согласованном случае.
4. В несогласованном случае ($\text{tg}^2 \alpha \neq \beta$) в течении ДВ сжатия при достижении критической скорости звука c_0^* при $t_* < 0$ на звуковой характеристике возникает градиентная катастрофа, переходящая в УВ.
5. Зависимость критической скорости звука c_0^* от значения α и γ – критерий возникновения в течении сжатия градиентной катастрофы.
6. Градиентная катастрофа вызвана «несогласованным» перетеканием газа из области ДВ в область плоской волны из-за большего значения скорости звука в области ДВ.
7. При увеличении количества граней мишени, представляющей в поперечном сечении правильный n -угольник ($n \gg 1$), режим течения сжатия не зависит от внешнего воздействия и представляет собой сходящуюся УВ.
8. При сжатии специального призматического объема непроницаемым поршнем в течении ДВ возникает область локальной кумуляции, где давление газа на порядок больше, чем в плоском течении.
9. При уменьшении начального угла наклона непроницаемого поршня к косой стенке степень локальной кумуляции увеличивается.

10. При сжатии мишени проницаемым поршнем область локальной кумуляции не возникает. Сжатие мишени непроницаемым поршнем энергетически более выгодно приблизительно на порядок.

Степень достоверности результатов, полученных в настоящем исследовании, обеспечивается корректным использованием аппарата математической теории, описывающей течения политропного газа, численных методов решения задач газовой динамики, методов решения краевых задач математической физики и корректным сравнением частных случаев полученных аналитических решений с аналитическими, численными и экспериментальными результатами других авторов.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на следующих конференциях:

1. Международная конференция «Лаврентьевские чтения по математике, механике и физике» (Новосибирск, Россия, 2020).

2. Международная конференция «Забабахинские научные чтения» (Снежинск, Россия, 2021, 2023, 2025).

3. Международная конференция «Лазерные, плазменные исследования и технологии» (Москва, Россия, 2021, 2022, 2024).

4. Международный симпозиум «Неравновесные процессы в сплошных средах – 2024» (Пермь, Россия, 2024).

5. XVIII Международная конференция «МЕХАНИКА, РЕСУРС И ДИАГНОСТИКА МАТЕРИАЛОВ» (Екатеринбург, Россия, 2024).

6. XIII Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике (Санкт-Петербург, Россия, 2023).

7. Всероссийская конференция «Пермские гидродинамические научные чтения» (Пермь, Россия, 2022).

8. Всероссийская научно-практическая конференция «Научная сессия НИЯУ МИФИ» по направлению «Инновационные ядерные технологии» (Снежинск, Россия, 2019, 2020, 2022, 2023, 2024, 2025).

9. Всероссийская конференция молодых ученых-механиков (Сочи, Россия, 2020).

Результаты исследований были представлены на научных семинарах:

1. Научный семинар Института механики сплошных сред УрО РАН, г. Пермь, председатели д.ф.-м.н., проф. П. Г. Фрик и д.ф.-м.н., проф. Т. П. Любимова.

2. Семинар СФТИ НИЯУ МИФИ «Дифференциальные уравнения и их приложения», г. Снежинск, председатель д.ф.-м.н., проф. С. П. Баутин.

Личный вклад автора. Автором диссертации лично в полном объеме выполнены все выкладки для построения локально-аналитических решений СУГД в постановке, предложенной научным руководителем. Автором диссертации написан код программ для построения поверхности проницаемых и непроницаемых поршней, сжимающих специальный призматический объем, и газодинамического исследования двумерных течений разрежения и сжатия.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 25 печатном издании, в том числе 5 работ в журналах, рекомендованных ВАК и индексируемых MathSciNet, zbMATH, Web of Science, Scopus, 20 работ в тезисах докладов конференций. Зарегистрированы 3 программы для ЭВМ.

Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность выбранной темы исследования, ставятся цели, формулируются задачи работы, приведены сведения о научной новизне, практической значимости, основные результаты выносимые на защиту, апробация результатов и публикации.

Первая глава содержит литературный обзор источников, посвященных исследованиям задач сильного безударного сжатия газа. Здесь описываются проблемы реализации УТС, которые приводят к задачам сильного безударного сжатия в том числе сложных многомерных конструкций. В обзоре показывается, что на сегодняшний день аналитические решения задач сжатия не до конца описывают рассматриваемые явления. В заключении главы формулируется и рассматривается актуальность задач, решению которых посвящено настоящее исследование.

Вторая глава содержит 13 параграфов и посвящена математической постановке и построению локально-аналитического решения НКЗ об истечении газа в вакуум на косой стенке в пространстве физических автомодельных переменных в общем несогласованном случае.

Постановка НКЗ об истечении газа вакуум с косой стенки делается следующим образом (см. § 2.1). В начальный момент времени $t = 0$ политропный газ покоится в области BOF плоскости xOy (см. рис. 1а), образованной двумя непроницаемыми стенками OB и OF . В момент времени $t = 0$ вертикальная стенка OB убирается, после чего начинается истечение газа в вакуум вдоль косой стенки OF (см. рис. 1б).

В области ADE , помеченной на рис. 1б цифрой 2, находится ДВ – искомое двумерное течение. Закон движения газа в области ДВ неизвестен, требуется найти параметры течения газа в области ДВ, как решение следующей НКЗ¹

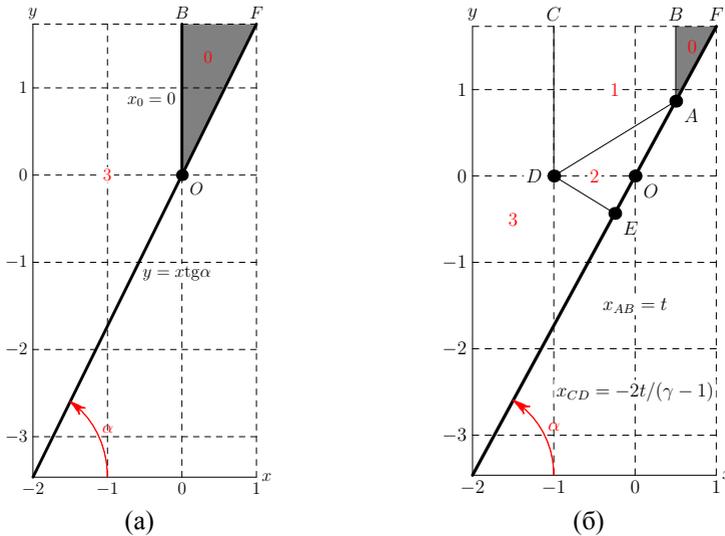
$$\begin{cases} c_t + uc_x + vc_y + \varkappa c(u_x + v_y) = 0, & u_t + uu_x + vv_y + \frac{c}{\varkappa} c_x = 0, \\ v_t + uv_x + vv_y + \frac{c}{\varkappa} c_y = 0, & c|_{C^+} = \frac{\varkappa}{\varkappa+1} \frac{x}{t} + \frac{1}{\varkappa+1}, \\ u|_{C^+} = \frac{1}{\varkappa+1} \frac{x}{t} - \frac{1}{\varkappa+1}, & v|_{C^+} = 0, \quad v|_{y=xtg\alpha} = utg\alpha|_{y=xtg\alpha}, \end{cases} \quad (1)$$

здесь c – скорость звука в газе, отн.ед.; u, v – горизонтальная и вертикальная компонента скорости газа, отн.ед.; $\varkappa = \frac{\gamma-1}{2}$, а γ – показатель политропы газа, отн.ед.

В результате двух невырожденных замен

$$\vartheta = \eta - f(\xi), \quad \zeta = \eta - \xi tg\alpha \quad (2)$$

¹Баутин, С. П. Математическое моделирование сильного сжатия газа [Текст] / С. П. Баутин. – Новосибирск : Наука, 2007. – 312 с.,



0 – покоящийся газ; 1 – течение в виде ЦВ; 2 – течение в виде ДВ; 3 – вакуум

Рис. 1 — Конфигурация течения в момент времени $t = 0$ (а) и $t > 0$ (б)

исходная НКЗ (1) сводится к ХЗК стандартного вида²

$$\begin{cases} T_1[B - f'A]T_2\mathbf{W}_\vartheta + T_1[B - \operatorname{tg}\alpha A] \left(T_2\mathbf{W}_\zeta + \frac{\partial T_2}{\partial \xi} \frac{\mathbf{W}}{f' - \operatorname{tg}\alpha} \right) = \mathbf{0}, \\ \mathbf{W}|_{\vartheta=0} = \mathbf{W}_0, \quad w_3|_{\zeta=0} = -g(\vartheta)w_2|_{\zeta=0}, \quad g(\vartheta) = \frac{\kappa}{c_0} \frac{\operatorname{tg}\alpha}{[1 + f'_\xi \operatorname{tg}\alpha]}, \end{cases} \quad (3)$$

для вектора

$$\mathbf{W} = T_2^{-1}\mathbf{U} = (w_1, w_2, w_3)^T = \left(c + v \frac{\kappa}{c_0} (c_0 f' - f), u + v f', -\frac{\kappa}{c_0} v \right)^T, \quad (4)$$

где T_1, T_2 – невырожденные матрицы, элементы которых есть аналитические функции независимой переменной ξ (см. § 2.2).

Для того чтобы задача (3) была ХЗК стандартного вида, необходимо выполнение следующего условия²

$$\det [B - f'(\xi)A]|_{\substack{v=v_0 \\ \vartheta=0}} \equiv 0. \quad (5)$$

Решение уравнения (5) для различных значений параметра γ приведено в § 2.3, в результате получаем выражение для функции $f(\xi)$ в явном виде:

$$f(\xi) = \begin{cases} c_0 \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha - 2 \ln c_0}, & \text{если } \gamma = 3, \\ c_0 \sqrt{\beta + c_0^{1/\kappa - 1} (\operatorname{tg}^2 \alpha - \beta)}, & \text{если } \gamma \neq 3. \end{cases} \quad (6)$$

В § 2.4 доказывается теорема.

Теорема. *Поставленная задача (3) при найденной функции $f(\xi)$ является ХЗК стандартного вида и поэтому у нее в некоторой окрестности точки*

²Баутин, С. П. Характеристическая задачи Коши и ее приложения в газовой динамике [Текст] / С. П. Баутин. – Новосибирск : Наука, 2009. – 368 с.

($\zeta = 0, \vartheta = 0$) существует единственное локально-аналитическое решение, представимое в виде сходящегося ряда

$$\mathbf{W}(\zeta, \vartheta) = \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{W}_k(\zeta) \frac{\vartheta^k}{k!}; \quad \mathbf{W}_k(\zeta) = \frac{\partial^k \mathbf{W}}{\partial \vartheta^k} \Big|_{\vartheta=0}. \quad (7)$$

В § 2.5 излагается алгоритм построения решения задачи (3), основанный на приведенном доказательстве теоремы, а в § 2.6, 2.7 описывается нахождение неизвестных коэффициентов $u_1(\xi)$ и $v_1(\xi)$

$$u_1 = \frac{c_1}{\varkappa} \cdot \frac{c_0 f'}{c_0 f' - f}, \quad v_1 = -\frac{c_1}{\varkappa} \cdot \frac{c_0}{c_0 f' - f}, \quad (8)$$

и коэффициента $c_1(\xi)$, как решение следующей задачи Коши

$$c_1' - \frac{c_1}{2c_0} \left[\frac{c_0^2}{f^2} - 1 - \frac{4u_0' c_0^2}{c_0^2 + f^2} \right] - \frac{(c_0^2 + f^2)^2}{4c_0' c_0^2 f^3} c_1^2 = 0, \quad c_1(1) = \frac{2c_0' \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1}. \quad (9)$$

В § 2.8 строится решение задачи (9) в согласованном случае ($\operatorname{tg}^2 \alpha = \beta$) и находится решение исходной НКЗ:

$$c(\xi, \eta) = \frac{1}{\beta} + \frac{\varkappa}{\beta} \xi + \frac{\varkappa}{\sqrt{\beta}} \eta, \quad u(\xi, \eta) = \xi - c(\xi, \eta), \quad v(\xi, \eta) = \eta - \sqrt{\beta} c(\xi, \eta). \quad (10)$$

В §§ 2.9, 2.10 строится решение (9) в несогласованном случае ($\operatorname{tg}^2 \alpha \neq \beta$), отсюда $c_1(\xi)$, $u_1(\xi)$, $v_1(\xi)$:

$$c_1(\xi) = \frac{c_0^2 + f^2}{c_0 f} \frac{2c_0'}{M(\xi)}, \quad u_1(\xi) = \frac{c_0^2 - f^2}{c_0 f} \frac{2u_0'}{M(\xi)}, \quad v_1(\xi) = \frac{4u_0'}{M(\xi)},$$

$$M(\xi) = \begin{cases} \left(1 - \frac{2}{\operatorname{tg}^2 \alpha}\right) c_0 + 1 + \frac{f^2}{c_0^2} + 3 \frac{c_0^2}{f^2} - 7c_0(I_1(\xi) - I_1(1)), & \gamma = 3, \\ c_0^{1/\varkappa} \left(\frac{\varkappa - 1}{2\varkappa} \operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{3}{2\operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{3}{2} - \varkappa + \frac{1}{2\varkappa} \right) + \varkappa + \frac{1}{2} - & \gamma \neq 3, \\ -\frac{1}{2\varkappa} + \frac{\varkappa + 1}{2\varkappa} \frac{f^2}{c_0^2} - \frac{1}{2} \frac{c_0^2}{f^2} - \frac{2\varkappa + 5}{2} c_0^{1/\varkappa} (I_1(\xi) - I_1(1)), & \end{cases} \quad (11)$$

$$I_1(\xi) = \int \frac{dc_0}{c_0^2 (\operatorname{tg}^2 \alpha - 2 \ln c_0)^2}, \quad I(\xi) = \int \frac{dz}{z^2 (\beta + z^{1-\varkappa} (\operatorname{tg}^2 \alpha - \beta))}, \quad z = c_0^{1/\varkappa}.$$

В §§ 2.11, 2.12 из исходной СУГД (3) согласно алгоритму, приведенному в § 2.5, строится дифференциальное уравнение

$$c_n' - P_n(\xi) c_n + S_{n-1}(\xi) = 0, \quad (12)$$

и уравнение начальных условий для нахождения коэффициента $c_n(\xi)$ при $n \geq 2$

$$c_n(1) = \left[\varkappa \frac{c_0 f' - f}{c_0} Q_{n-1} + g(0)(c_0 f' - f) w_{2,n} + \right. \\ \left. + (c_0 f' - f) \sum_{k=1}^{n-1} \binom{k}{n} g_{\vartheta}^{(k)}(0) w_{2,n-k} \right]_{\xi=1}, \quad (13)$$

где коэффициенты $w_{2,k}$, $k = \overline{1, n}$ определяются по алгоритму, изложенному в § 2.5. Множители P_n , Q_{n-1} и S_{n-1} , входящие в уравнения (12), (13) – аналитические функции независимой переменной ξ .

Решение задачи (12), (13) задается выражениями

$$c_n(\xi) = \bar{c}_n(\xi) \left(\frac{c_n(1)}{\bar{c}_n(1)} - \int_1^{\xi} \frac{S_{n-1}(\xi')}{\bar{c}_n(\xi')} d\xi' \right),$$

$$\bar{c}_n(\xi) = \begin{cases} \frac{c_0^2 + f^2}{c_0^{2+2/\varkappa}} \exp(J(\xi)), & n = 2, \\ \frac{c_0^2 + f^2}{f^{2-n}} \exp\left(\frac{n+1}{3} J(\xi)\right), & n > 2, \end{cases} \quad J(\xi) = \int c_1(\xi) \frac{(c_0^2 + f^2)^2}{c_0' c_0^2 f^3} d\xi.$$

В заключении § 2.12 определяется область сходимости ряда (7)

$$\vartheta < \left| (n+1) \frac{c_n(\xi)}{c_{n+1}(\xi)} \right|.$$

В **третьей главе** выполнен газодинамический анализ течений разрежения и сжатия в области ДВ, которые описываются автомодельным решением задачи об истечении газа в вакуум на косой стенке в согласованном и общем несогласованном случае, при произвольном значении угла наклона косой стенки $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, не связанном со значением политропы γ .

Конфигурация течения газа в области ДВ задается тремя кривыми: косой стенкой AE , звуковой характеристикой AD и свободной границей газа с вакуумом DE .

В согласованном случае границы AE , AD и DE – суть прямые линии, причём $DE \perp AE$ (см. § 3.1). В несогласованном случае (см. § 3.3) в зависимости от значения α звуковая характеристика AD выгнута ($\text{tg}^2 \alpha > \beta$) или выпукла ($\text{tg}^2 \alpha < \beta$) в направлении AE , и в окрестности точки D стремится к положению AD в согласованном случае. Граница газ–вакуум DE в несогласованном случае при $\alpha \neq \alpha_s$ ($\text{tg}^2 \alpha \neq \beta$) в окрестности точки D также стремится к прямой $DE \perp AE$ в согласованном случае.

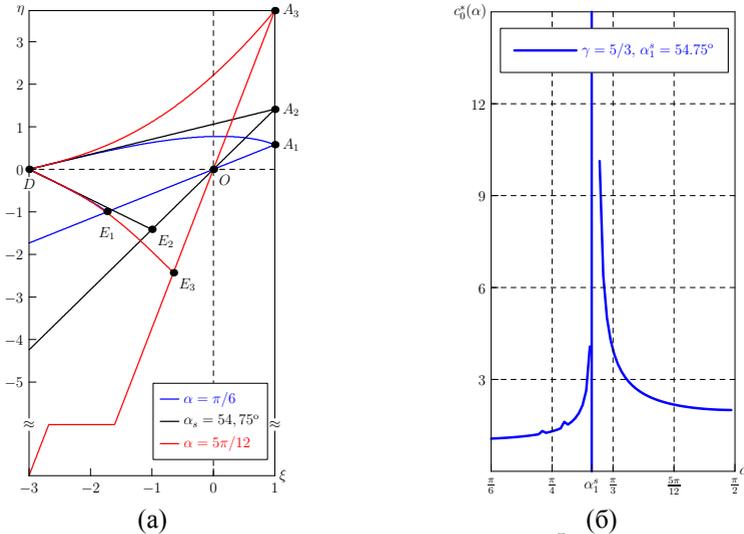


Рис. 2 — Конфигурация течения в области ДВ при $\gamma = \frac{5}{3}$ и $\alpha = \frac{\pi}{6}$, α_s , $\alpha = \frac{5\pi}{12}$ (а). Зависимость значения c_0^* от значения α при $\gamma = \frac{5}{3}$ (б)

При интерпретации решения на сжатие (см. § 3.4) в квазисогласованном приближении показано, что при $\text{tg}^2 \alpha > \beta$ и $\text{tg}^2 \alpha < \beta$ решение $c_1(\xi)$ содержит особенность в точке c_0^* , значение которой определяется из следующего условия

$$c_0^* = \min \left\{ \left(\frac{\beta}{\beta - \text{tg}^2 \alpha} \right)^{\kappa/(1-\kappa)}, M(\xi) = 0 \right\}, \quad (14)$$

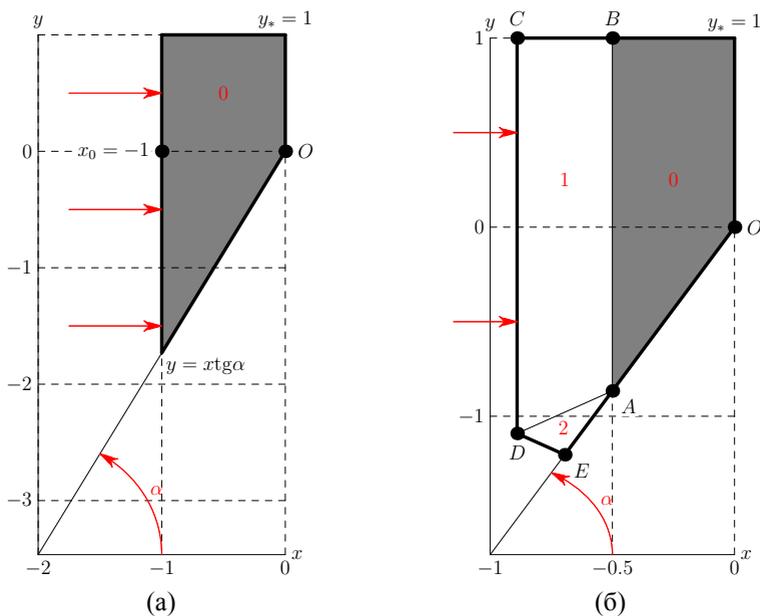
что приводит к возникновению в течении газа градиентной катастрофы. В газодинамическом смысле это означает, что при БСС замкнутого объема в течении до

момента коллапса ($t_* = 0$) возникает сильный разрыв (ступенька), что приводит к изменению структуры течения в области ДВ и образованию ударной волны.

Увеличение количества граней мишени (правильный n -угольник в поперечном сечении) приводит к уменьшению значения угла α и течение БСС раньше переходит в УВ. Таким образом, когда поверхность мишени стремится к цилиндру или сфере ($n \gg 1$), режим течения сжатия не зависит от внешнего воздействия и всегда представляет собой сходящуюся УВ.

В **четвертой главе** приведено математическое описание сильного безударного сжатия призматического объема с косой стенкой заполненного водородом с использованием построенного решения при $t < 0$ в согласованном случае.

В § 4.1 ставится задача о неограниченном сжатии газа в замкнутом призматическом объеме (см. рис. 3а). В момент времени $t_0 = -1$ вертикальная стенка $x = x_0$ (поршень) начинает плавно вдвигаться в газ (рис. 3б) так, чтобы сжатие газа происходило безударно, и в момент времени $t = 0$ весь газ был сжат до бесконечной плотности на прямой $x = 0$.



0 – покоящийся газ; 1 – область течения ЦВ; 2 – область течения ДВ

Рис. 3 — Конфигурация течения в момент $t_0 = -1$ (а) и $t_0 < t < 0$ (б)

В §§ 4.2, 4.3 построены законы движения непроницаемого и проницаемого поршня, сжимающего газ. Закон движения непроницаемого поршня в области ДВ

определяется из решения следующей системы уравнений

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \left(1 - \frac{\varkappa}{\beta}\right) \cdot \frac{x}{t} - \frac{\varkappa}{\sqrt{\beta}} \cdot \frac{y}{t} - \frac{1}{\beta}, & x(t_0) = x_0, \\ \frac{dy}{dt} = -\frac{\varkappa}{\sqrt{\beta}} \cdot \frac{x}{t} + \left(1 - \varkappa\right) \cdot \frac{y}{t} - \frac{1}{\sqrt{\beta}}, & y(t_0) = y_0, \end{cases} \quad (15)$$

где (x_0, y_0) – точка, из которой поршень начинает движение, t_0 – момент начала движения поршня.

Закон сильного сжатия мишени проницаемым поршнем в области ДВ, что соответствует в эксперименте внешнему воздействию на мишень заданным давлением, определяется уравнением

$$\frac{1}{\beta} \left(1 + \varkappa \frac{x}{t} + \varkappa \sqrt{\beta} \frac{y}{t}\right) = \bar{c}, \quad \bar{c} = \text{const}. \quad (16)$$

Закон движения поршня в области ЦВ находится из решения ДУ

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{\varkappa+1} \frac{x}{t} - \frac{1}{\varkappa+1}, \quad x(t_0) = x_0. \quad (17)$$

Решение задач (15), (16) и (17) позволяет построить алгоритм численного расчета положения поршня CDE от времени:

– в области течения типа ЦВ, когда $y_{i,j} \geq y_{D,i}$ и $x_{i,j}^p = x_{i,j} = x_{D,i}$

$$x_j(t_i) = x_{i,j}^p = \left(x_{i-1,j}^p + t_{i-1}/\varkappa\right) \left(\frac{t_i}{t_{i-1}}\right)^{1/(\varkappa+1)} - t_i/\varkappa, \quad (18)$$

– в области течения типа ДВ, когда $y_{i,j} < y_{D,i}$ и $x_{i,j} < x_{D,i}$

$$x_j(t_i) = x_{i,j} = \frac{x_{i-1,j} + \sqrt{\beta} y_{i-1,j} + t_{i-1}/\varkappa}{1+\beta} \left(\frac{t_i}{t_{i-1}}\right)^\delta - \frac{1 + \sqrt{\beta} \varkappa (y_{i-1,j}/t_{i-1} - \sqrt{\beta} x_{i-1,j}/t_{i-1})}{1+\beta} \frac{t_i}{\varkappa}, \quad (19)$$

$$y_j(t_i) = y_{i,j} = \frac{(x_{i-1,j} + \sqrt{\beta} y_{i-1,j} + t_{i-1}/\varkappa) \sqrt{\beta}}{1+\beta} \left(\frac{t_i}{t_{i-1}}\right)^\delta + \frac{\varkappa (y_{i-1,j}/t_{i-1} - \sqrt{\beta} x_{i-1,j}/t_{i-1}) - \sqrt{\beta}}{1+\beta} \frac{t_i}{\varkappa}, \quad (20)$$

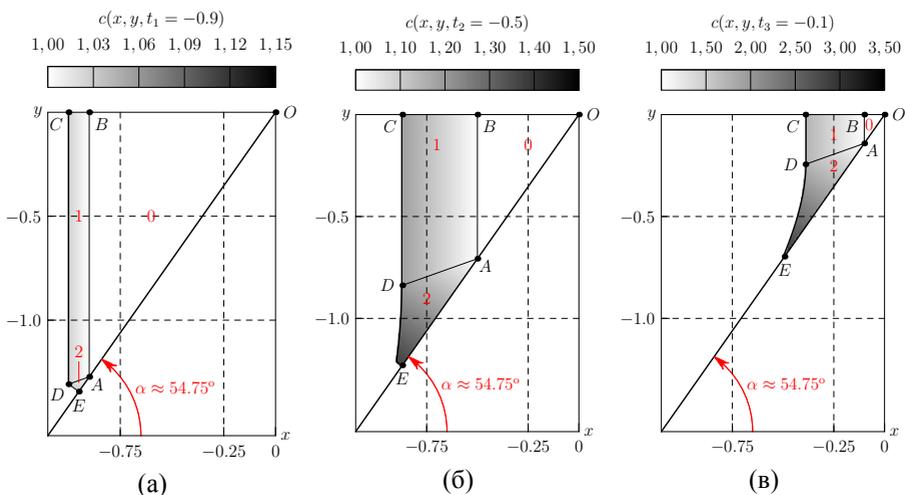
здесь индекс $j = \overline{1, m}$ задает точку на поверхности поршня CDE , индекс $i = \overline{1, n}$ нумерует моменты времени. В случае сжатия мишени непроницаемым поршнем $\delta = \frac{1-\varkappa}{1-\varkappa}$, для проницаемого поршня $\delta = \frac{1}{1-\varkappa}$. Координаты точки D равны:

$$x_{D,i} = \left(x_{D,i-1} + \frac{t_{i-1}}{\varkappa}\right) \left(\frac{t_i}{t_{i-1}}\right)^{1/(\varkappa+1)} - \frac{t_i}{\varkappa}, \quad y_{D,i} = \frac{\sqrt{\beta}}{1+\varkappa} (\varkappa x_{D,i} + t_i), \quad (21)$$

при $i = 1$ значения $x_{D,1} = x^p (\varepsilon - 1)$ и $y_{D,1} = \frac{\sqrt{\beta}}{1+\varkappa} (\varkappa x^p + 1) (\varepsilon - 1)$.

Результаты моделирования сильного сжатия рассматриваемого призматического объема непроницаемым поршнем CDE приведены на рис. 4, а результаты сжатие того же объема проницаемым поршнем CDE на рис. 5.

Расчеты показывают, что при сжатии мишени непроницаемым поршнем происходит переток газа из области течения ЦВ в область течения ДВ, выгибание поверхности поршня в направлении косої стенки (см. рис. 4а,б). В угле между непроницаемым поршнем и косої стенкой наблюдается область повышенного давления (локальная кумуляция газа), в которой сосредоточено около 10% массы сжимаемого газа (рис. 4в). При этом степень локальной кумуляции зависит от начальной конфигурации поршня в области ДВ, т.е. чем острее угол наклона поршня к косої стенке, тем степень кумуляции выше.



0 – область покоя; 1 – область течения в виде ЦВ; 2 – область течения в виде ДВ

Рис. 4 — Значение функции $c(t, x, y)$ в призматическом объеме при его сжатии непроницаемым поршнем CDE в моменты времени $t_1 = -0,9$ (а), $t_2 = -0,5$ (б) и $t_3 = -0,1$ (в)

При сжатии мишени проницаемым поршнем CDE поршень DE все время перпендикулярен кривой стенке (см. рис. 5). Газ из области ЦВ с течением времени перетекает в область ДВ, но при этом области локальной сильной кумуляции не наблюдается, потому что часть газа покидает область сжатия через проницаемый поршень.

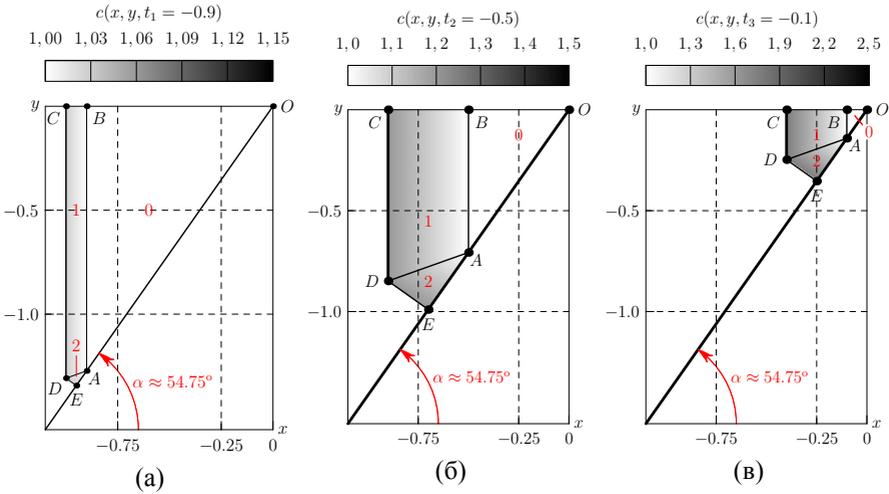
В табл. 1 для сравнения приведены параметры кумуляции газа для двух вариантов воздействия на мишень в момент времени $t = -0,1$.

Таблица 1 — Параметры кумуляции газа для двух вариантов воздействия на мишень при $t = -0,1$

Тип поршня	$\bar{p}(t = -0,1)/\bar{p}(0)$	$A_r(t = -0,1)$
Непроницаемый поршень	154,95	1190,13
Проницаемый поршень	8,98	620,30

В табл. 1 значение $A_r(t = -0,1)$ – мощность энерговложения в мишень в момент времени $t = -0,1$, а значение $\bar{p}(t = -0,1)/\bar{p}(0)$ – отношение среднего значения давления на поршне DE в момент времени $t = -0,1$ к среднему значению давления на поршне в начале сжатия (степень кумуляции).

Из сравнения данных на рис. 4, 5 и табл. 1 очевидно, что сильное безударное сжатие мишени непроницаемым поршнем энергетически более выгодно приблизительно на порядок.



0 – область покоя; 1 – область течения в виде ЦВ; 2 – область течения в виде ДВ

Рис. 5 — Распределение давления газа в призматическом объеме $p(t, x, y)$ при его сжатии поршнем CDE (поршень DE – пронцаем) в моменты времени $t_1 = -0,9$ (а), $t_2 = -0,5$ (б) и $t_3 = -0,1$ (в)

В § 4.4 из полученных свойств исследуемых двумерных течений предложена конфигурация мишени (поперечное сечение), реализующее режим БСС (см. рис. 6а). Для обеспечения симметрии воздействия мишень для УТС должна состоять из четырех треугольных сегментов с двумя углами при основании $35,25^\circ$ (показано на рис. 6а желтым цветом) и твердого сердечника (показано на рис. 6а серым цветом).

На рис. 6а границы AB, BC, CD, AD – поверхность непронцаемого поршня, направление внешнего воздействия на непронцаемый поршень, которое осуществляется по закону $A_r(t)$ (см. рис. 6б), показано красными стрелками.

Характер течения в области сжатия ДВ, ЦВ и покоя в каждом из треугольных сегментов соответствует изображению на рис. 4.

Заклучение

В диссертационной работе приведены результаты аналитического и численного исследования для моделирования двумерных течений разряжения и сжатия, возникающих при истечении газа в вакуум с косой стенки, и сжатии специального призматического объема газа:

1. Поставлена НКЗ для СУГД в виде ряда по степеням ϑ , которое описывает движение газа при истечении в вакуум с косой стенки ($t > 0$) и сильное безударное сжатие специального призматического объема ($t < 0$) в пространстве физических автомодельных переменных $\xi = \frac{x}{t}, \eta = \frac{y}{t}$ (ϑ – известная функция переменных ξ и η). Доказана теорема существования и единственности локально-аналитического

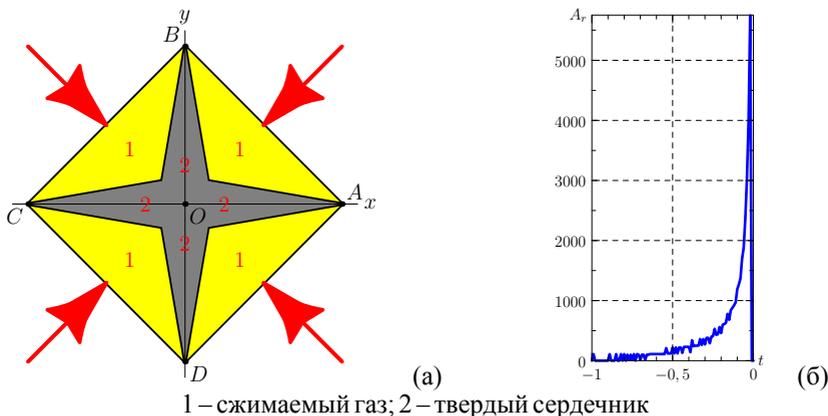


Рис. 6 — Рекомендуемая мишень для реализации БСС при УТС (а). Мощность энерговложения в мишень A_r (б)

решения поставленной задачи. На основании доказанной теоремы предложен алгоритм нахождения неизвестных коэффициентов $c_n(\xi)$, $u_n(\xi)$, $v_n(\xi)$ при $n \geq 1$ разложения в степенной ряд газодинамических параметров рассматриваемых течений, как решения соответствующих дифференциальных уравнений для коэффициентов $c_n(\xi)$, коэффициенты $u_n(\xi)$, $v_n(\xi)$ находятся как решение СЛАУ.

2. Построено локально-аналитическое решение исходной НКЗ, а именно найдено в аналитическом виде решение дифференциального уравнения для коэффициента $c_n(\xi)$ при $n \geq 1$ и произвольном значении γ и α . Для частного случая $\gamma = \frac{5}{3}$, $\gamma = 2$, $\gamma = \frac{5}{2}$ построено аналитическое решение для коэффициента $c_1(\xi)$ в явном виде.

3. Выполнен газодинамический анализ характеристик течения разрежения и сжатия в области двойной волны в согласованном и несогласованном (квазисогласованное приближение) случаях для различных значений γ и α . Определено условие, когда в течении сжатия возникает градиентная катастрофа, связанная с особенностью полученного решения, в зависимости от значений γ и α . Установлено, что безударное сильное сжатие двумерной мишени возможно только в согласованном случае течения (решение ДВС).

4. В работе частное решение рассматриваемой задачи (ДВС) применено к математическому описанию двух способов газодинамического воздействия на мишень, используемых в физических экспериментах по УТС. Для найденных законов движения проникаемого или непроницаемого поршня определены параметры газа в области ДВ при сжатии специального призматического объема. Показано, что сжатие мишени непроницаемым поршнем приблизительно на порядок энергетически более выгодно, чем сжатие газа заданным внешним давлением (проницаемый поршень). В заключении предложена возможная конфигурация мишени для постановки эксперимента по безударному сильному сжатию мишени в рамках УТС.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ В ИЗДАНИЯХ ИЗ СПИСКА ВАК РФ

1. *Ponkin, E. I.* The characteristic Cauchy problem of standard form for describing the outflow of a polytropic gas into vacuum from an oblique wall [Text] / E. I. Ponkin // Journal of Samara State Technical University, Ser. Physical and Mathematical Sciences. — 2022. — June. — Vol. 26, no. 2. — P. 322—338.
2. *Bautin, S. P.* Self-similar solutions of the problem of polytropic gas flow along an oblique wall into vacuum [Text] / S. P. Bautin, E. I. Ponkin // J. Appl. Mech. Tech. Phys. — 2021. — Vol. 62, no. 1. — P. 27—37.
3. *Баутин, С. П.* Некоторые рекомендации по мишеням для лазерного термоядерного синтеза [Текст] / С. П. Баутин, Ю. В. Николаев, Е. И. Понькин // Вестник Национального исследовательского ядерного университета МИФИ. — 2022. — Т. 11, № 1. — С. 44—50.
4. *Понькин, Е. И.* Математическое описание двух способов газодинамического воздействия на мишень с использованием решения Сучкова [Текст] / Е. И. Понькин // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Математическое моделирование физических процессов. — 2022. — № 2. — С. 27—39.
5. *Ponkin, E. I.* Construction of a self-similar solution to the system of gas dynamics equations describing the outflow of polytropic gas into vacuum from an inclined wall in the inconsistent case [Text] / E. I. Ponkin // Journal of Samara State Technical University, Ser. Physical and Mathematical Sciences. — 2023. — Vol. 27, no. 2. — P. 336—356.

ЗАРЕГИСТРИРОВАННЫЕ ПРОГРАММЫ ДЛЯ ЭВМ

6. *Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ.* Расчет газодинамических параметров двойной волны Сучкова в согласованном случае при сжатии призматического объема газа [Текст] / Е. Понькин ; НИЯУ МИФИ. — № 2021660586 ; заявл. 18.06.2021 ; опубл. 29.06.2021, 2021619544 (Рос. Федерация).
7. *Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ.* Построение поверхности скорости звука в квазисогласованном случае при $-1 < t < 1$ [Текст] / Е. Понькин ; НИЯУ МИФИ. — № 2024619830 ; заявл. 19.04.2024 ; опубл. 27.04.2024, 2024618786 (Рос. Федерация).
8. *Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ.* Истечение/сжатие газа на косоугольной стенке. Визуализация решения В.А. Сучкова при $-1 < t < 1$ [Текст] / Е. Понькин ; НИЯУ МИФИ. — № 2024660359 ; заявл. 19.04.2024 ; опубл. 06.05.2024, 2024618608 (Рос. Федерация).

Понькин Евгений Игоревич

КУМУЛЯЦИЯ ЭНЕРГИИ ПРИ БЕЗУДАРНОМ СЖАТИИ ДВУМЕРНОЙ МИШЕНИ ДЛЯ ТЕРМОЯДЕРНОГО СИНТЕЗА

Автореф. дис. на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук

Подписано в печать 04.09.2025. Заказ № 82-1349/25 от 04.09.2025

Формат 60×90/16. Усл. печ. л. 1. Тираж 100 экз.

Типография ФГУП «ПО «Маяк», 456780, г. Озерск, пр. Ленина, 40а