

ОТЗЫВ

на автореферат диссертации Ляжкова Сергея Дмитриевича

«Влияние граничных условий и нелинейных эффектов на перенос и перераспределение энергии в дискретных средах»,

представленной на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.8 — Механика деформируемого твёрдого тела

Диссертация посвящена аналитическому и численному исследованию нестационарных волновых процессов переноса и перераспределения энергии в дискретных моделях деформируемого твёрдого тела – одномерных цепочках и границентрированной кубической решётке. Рассмотрены три класса задач:

1. влияние свободной границы на перенос энергии при начальном и стохастическом подводе энергии в линейной цепочке;
2. подвод энергии в полубесконечную нелинейную цепочку типа β -Ферми–Паста–Улама–Цингу при периодическом силовом и кинематическом нагружении на границе;
3. перераспределение кинетической энергии между подрешётками в цепочке «масса-в-массе» и между пространственными направлениями в ГЦК решётке с учётом нелинейности.

Получены новые аналитические решения и приближения, выявлены эффекты, связанные с границей (отсутствие роста энергии вблизи свободного конца, подавление резонанса при нулевой групповой скорости) и нелинейностью (сдвиг частоты максимальной закачки, замедление выравнивания температур).

Научная новизна

1. Впервые получено аналитическое решение для переноса энергии в полубесконечной линейной цепочке со свободной границей при стохастическом воздействии в виде белого шума. Показано, что вблизи границы математическое ожидание кинетической энергии стремится к константе, а вдали – неограниченно растёт (в отличие от бесконечной цепочки, где растут энергии всех частиц).
2. Впервые построено приближённое нестационарное решение задачи динамики полубесконечной цепочки при силовом граничном условии с периодической внешней силой. Обнаружено отсутствие роста амплитуды колебаний вблизи границы при нагружении на частоте нулевой групповой скорости, тогда как в бесконечной цепочке рост наблюдается во всех точках.
3. Впервые выведены приближённые формулы для полной энергии, закачиваемой в слабонелинейную полубесконечную цепочку при силовом

и кинематическом нагружении на больших временах, включая частоты выше полосы пропускания. Показано, что нелинейность и тип граничного условия влияют на частоту максимальной закачки энергии.

4. Впервые показано, что в цепочке «масса-в-массе» кинетические энергии основной цепочки и прикреплённых осцилляторов остаются различными в процессе затухания как при слабой, так и при сильной нелинейности.
5. Предложена аппроксимирующая формула для масштаба времени выравнивания кинетических энергий по пространственным направлениям в нелинейной ГЦК решётке в зависимости от начальной энергии.

Теоретическая значимость

1. Развита методика континуализации дискретных решений, позволяющая корректно описывать поведение энергии вблизи свободной границы (учёт затухания $1/t^3$ вместо $1/t$).
2. Построены асимптотические решения для задач с нелинейностью и граничными условиями, что расширяет аппарат механики дискретных сред.
3. Выявлены механизмы перераспределения энергии между степенями свободы в многокомпонентных и анизотропных решётках, что важно для построения многотемпературных моделей сплошных сред.

Практическая значимость

1. Результаты могут быть использованы для интерпретации экспериментов по волновому переносу тепловой энергии методом *transient thermal grating* (ТТГ) в кристаллах.
2. Полученные закономерности применимы для разработки тепловых диодов, транзисторов и систем отвода тепла в нано- и микроэлектронике.
3. Модели динамики цепочек с граничными условиями могут быть адаптированы для технических систем (бурильные колонны, валопроводы, стержневые конструкции) по аналогии с дискретными моделями.
4. Результаты о выравнивании кинетических температур в ГЦК решётке могут служить основой для построения определяющих соотношений в механике метаматериалов, находящихся в неравновесных условиях.

Достоинства работы

1. Чёткое разделение задач по типам граничных условий и характеру нелинейности.
2. Получение точных решений в линейных задачах (через фундаментальные функции и интегралы по зоне Бриллюэна).

3. Оригинальные результаты о поведении энергии вблизи свободной границы (затухание быстрее, чем в бесконечной среде; отсутствие неограниченного роста при стохастическом подводе).
4. Обнаружение подавления резонансного роста амплитуд в полубесконечной цепочке при частоте нулевой групповой скорости – нетривиальный эффект, важный для практики.
5. Введение квазилинейного приближения для оценки закачки энергии в нелинейной цепочке, работающего даже в полосе непропускания.
6. Глубокий анализ перераспределения энергии в ГЦК решётке с выделением шести основных частот колебаний и двух масштабов времени выравнивания.

По автореферату имеются следующие замечания:

1. **Отсутствие количественной оценки погрешности континуальных аппроксимаций (глава 1).** В таблице 1 приведены три разных континуальных решения. Автор утверждает, что «континуальное решение» (с затуханием $1/t^3$) точнее, чем «симметричное». Однако в автореферате не указаны критерии выбора мезомасштаба осреднения и не приведены оценки погрешности в зависимости от расстояния до границы и времени. Без этого остаётся неясным, в каком диапазоне параметров предложенные модели физически обоснованы.
2. **Недостаточное асимптотическое обоснование отсутствия роста амплитуды вблизи границы при $\Omega=2\omega_e$ (глава 2).** Из таблиц 3–4 и рисунка 5 следует, что для граничной частицы $n=0$ рост амплитуды отсутствует, тогда как для $n \gg 1$ – наблюдается. Однако в автореферате не приведён детальный вывод асимптотики $i_0(t)$ при $\eta \rightarrow 0^+$ и $\Omega=2\omega_e$. Такое обоснование необходимо, поскольку в бесконечной цепочке в этой точке дисперсионной кривой возникает сингулярность (стационарная точка с нулевым гессианом), и её влияние на полубесконечную цепочку нетривиально.
3. **Неясность метода усреднения и границ применимости квазилинейного приближения (глава 2, таблица 5).** Для ренормализации частот вводятся интегралы $\mu_1(\Omega)$, $\mu_2(\Omega)$ с усреднением $\langle \dots \rangle_t$ «по периоду осциллятора Дуффинга». Не пояснено, как именно проводится это усреднение, почему не учитывается генерация высших гармоник и каков допустимый диапазон параметра нелинейности ($\beta F_0^2 / c^3$ или $\beta A_0^2 / c$). Также не обсуждается погрешность квазилинейного приближения для частот выше полосы пропускания (рис. 6), что снижает практическую ценность формул.

Вышеприведённые замечания по тексту автореферата не снижают высокой научной и практической ценности представленной диссертации.

Диссертационная работа по своей актуальности, научной новизне и практической значимости отвечает требованиям пункта 9 «Положения о порядке присуждения учёных степеней», утверждённого Постановлением Правительства Российской Федерации № 842 от 24 сентября 2013 г., а её автор, Сергей Дмитриевич Ляжков, заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.8 — Механика деформируемого твёрдого тела.

Информация о лице, составившем отзыв:

и.о. директора Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича Сибирского отделения Российской академии наук;

Россия, 630090, Новосибирск, ул. Институтская, 4/1;

тел: +7 (383) 330-42-68;

сайт: <https://itam.nsc.ru/>;

почта: kraus@itam.nsc.ru;

доктор физико-математических наук (01.02.04 – Механика деформируемого твёрдого тела).



Краус Евгений Иванович

Я, Краус Евгений Иванович, даю согласие на включение своих персональных данных в документы, связанные с работой диссертационного совета, и их дальнейшую обработку.



Краус Евгений Иванович

07.04.2026

Подпись Е. И. Крауса удостоверяю

Ученый секретарь, к.ф.-м.н.



Ю. В. Крацова