

На правах рукописи



Некрасов Олег Олегович

ЭЛЕКТРОТЕРМОКОНВЕКЦИЯ СЛАБОПРОВОДЯЩЕЙ
ЖИДКОСТИ В ГОРИЗОНТАЛЬНОМ СЛОЕ ПРИ НАГРЕВЕ
СВЕРХУ

1.1.9 – Механика жидкости, газа и плазмы

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Пермь – 2023

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования "Пермский государственный национальный исследовательский университет" (ПГНИУ).

Научный руководитель: **Сморodin Борис Леонидович**, доктор физико-математических наук, профессор.

Официальные оппоненты: **Кривилев Михаил Дмитриевич**, д.ф.-м.н., доцент, заведующий лабораторией физики конденсированных сред Института математики, информационных технологий и физики ФГБОУ ВО "Удмуртский государственный университет", г. Ижевск;

Садиков Евгений Сергеевич, к.ф.-м.н., научный сотрудник лаборатории вычислительной гидродинамики ФГБУН "Пермский федеральный исследовательский центр Уральского отделения Российской академии наук" (филиал – Институт механики сплошных сред УрО РАН), г. Пермь.

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова", г. Москва.

Защита состоится **02 ноября 2023 г.** в 14:00 часов на заседании диссертационного совета Д 004.036.01 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки "Пермский федеральный исследовательский центр Уральского отделения Российской академии наук" (филиал – Институт механики сплошных сред УрО РАН) по адресу: 614013, г. Пермь, ул. Академика Королёва, 1; тел: (342) 237-84-61; факс: (342) 237-84-87; сайт: www.icmm.ru.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте Института механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук.

Автореферат разослан « ____ » сентября 2023 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,
доктор физико-математических наук, доцент



/ А.Л. Зуев

Актуальность и степень разработанности темы диссертации. В работе проводится исследование регулярных и хаотических колебательных течений в неоднородно нагретых слабопроводящих жидкостях, находящихся в электрическом поле горизонтального слоя (конденсатора), а также влияние модуляции поля на свойства электроконвективных структур. Присутствие свободного заряда и его перенос в неизолированных жидкостях с низкой проводимостью оказывает важное влияние не только на пороги возникновения конвекции и поведение малых возмущений, но и на нелинейную эволюцию конечно-амплитудных течений. Благодаря конвективному переносу и подвижности зарядов в жидкости под действием электрического поля могут возникать стационарные, осциллирующие и волновые электротермоконвективные структуры. В переменном поле даже при малоамплитудной модуляции электрического поля пространственно-временные характеристики электроконвективных структур могут значительно измениться. Фундаментальный анализ переноса заряда, связанных с ним стационарных, колебательных и волновых течений жидкости в электрическом поле, а также сопутствующая теплопередача активно изучались в последние десятилетия.

Знание характера и понимание особенностей течений неизолированных слабопроводящих жидкостей в электрическом поле актуально также и для контроля тепло- и массопереноса, а также управления этими процессами в технологических приложениях, например, высоковольтных устройствах, немеханических переключателях или датчиках. Электротермоконвекция используется в качестве активного метода улучшения теплопередачи в однофазных и многофазных системах передачи энергии. Усовершенствование теплопередачи на основе электротермоконвекции обеспечивает ряд преимуществ, таких как простая конструкция, отсутствие движущихся частей, отсутствие шума, быстрое и интеллектуальное управление, и более высокая энергоэффективность.

Исследования, результаты которых вошли в диссертацию, проводились при поддержке РФФИ (№ 23-21-00344, <https://rscf.ru/project/23-21-00344/>).

Целью работы является изучение электроконвективных колебаний и волновых структур в нагреваемом сверху горизонтальном слое, 1) заполненном слабопроводящей жидкостью, проводимость которой зависит от температуры, или 2) диэлектрической жидкостью при наличии инъекции; анализ и классификация отклика системы на внешнее воздействие; исследование эволюции течений.

Для достижения цели в ходе выполнения работы следовало решить следующие **задачи**:

1. В случае зависимости электропроводности слабопроводящей жидкости от температуры (электрокондуктивный механизм) на основе маломодовой модели электроконвекции для разных периодов электрического поля получить характеристики устойчивости жидкости: критические волновые числа и значения электрического параметра. Численно исследовать нелинейные колебания слабопроводящей жидкости в переменном электрическом поле при умеренном нагреве сверху.

2. В случае, когда инжектируемый заряд на электроде пропорционален полю, численно исследовать электротермоконвективные течения при модуляции заряда на электроде.

3. Провести анализ возникновения линейной электротермоконвекции в горизонтальном конденсаторе при автономной инжекции заряда на катоде.

4. Численно исследовать волновые электроконвективные решения в постоянном поле при наличии автономной инжекции.

5. Проанализировать режимы электротермоконвекции при модуляции потенциала на электроде.

Научная новизна работы состоит в том, что в ней впервые

1. В рамках маломодовой модели при помощи теории Флоке определены характеристики порогов возникновения электротермоконвекции в случае электрокондуктивного механизма создания заряда и нагрева сверху в переменном электрическом поле.

2. Нелинейная эволюция маломодовой модели при умеренном нагреве сверху и характеризуется наличием хаоса, переход к которому осуществляется через квазипериодичность или субгармонический каскад, а также сосуществованием интенсивных синхронных и малоинтенсивных квазипериодических или хаотических колебаний.

3. Изучено влияние термогравитационного и кулоновского механизмов неустойчивости на поведение малых возмущений слоя жидкости в горизонтальном конденсаторе при автономной инжекции заряда. В широком диапазоне изменения параметров задачи найдены критические волновые числа и электрические числа Релея, а также частоты нейтральных колебаний.

4. Построены бифуркационные диаграммы решений, характеризующие электротермоконвективные течения слабопроводящей жидкости в плоском горизонтальном конденсаторе при наличии автономной инжекции; проанализированы режимы смешанного состояния, бегущих (стоячих), а также модулированных бегущих (стоячих) волн, а также пространственные распределения функции тока, температуры и заряда в различные моменты времени.

5. Определено влияние модуляции внешнего электрического поля на электроконвективные решения и интенсивность электроконвекции в случае автономной инжекции.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Эволюция маломодовой системы электроконвекции в переменном электрическом поле при умеренном нагреве сверху обладает гистерезисом. Рост эффективного электрического числа Релея приводит к смене колебательных течений с малым теплотокком: квазипериодических, хаотических и субгармонических. С дальнейшим увеличением управляющего параметра происходит скачкообразный переход к синхронным колебаниям с большим теплотокком. При уменьшении управляющего параметра синхронные колебания сменяются состоянием механического равновесия.

2. При совпадении частоты модуляции инжектируемого заряда на катоде и

собственной частоты электроконвекции рождается режим амплитудно- и фазовомодулированной волны, при котором периодически изменяются интенсивность конвекции и структура конвективных валов; на удвоенной (резонансной) частоте модуляции заряда формируется режим синхронных колебаний модулированной конвекции.

3. Для нагреваемого сверху слоя слабопроводящей жидкости в постоянном электрическом поле при автономной инжекции заряда с катода получены зависимости критических волновых и электрических чисел Релея и частоты нейтральных колебаний от интенсивности инжекции, подвижности заряда, а также интенсивности нагрева. Показано, что рост интенсивности инжекции и подвижности заряда понижает частоту нейтральных колебаний.

4. На бифуркационных диаграммах электроконвективных течений в случае автономной инжекции и постоянного электрического поля имеются режимы стоячих, бегущих и модулированных волн, а также стационарной конвекции. Показано, что фазовая скорость бегущих волн уменьшается с ростом электрического числа Релея. Кроме того, в случае слабой инжекции вблизи порога обнаружен смешанный режим, сочетающий черты стоячей и бегущей волны. Режимы стоячих волн неустойчивы.

5. Воздействие на систему электрического поля на резонансных частотах даже с крайне малой амплитудой колебаний может изменить режим течения и увеличить интенсивность электротермоконвекции в несколько раз.

Теоретическая и практическая значимость работы:

– анализ надкритических колебательных электроконвективных течений дополняет теорию нелинейных колебательных и волновых течений жидкости под действием модулированных внешних полей, демонстрируя возможность смены типа интенсивности и типа течения с изменением частоты или амплитуды внешнего воздействия;

– полученные данные могут быть востребованы как в процессе постановки новых экспериментов, так и для практических задач об эффективном управлении теплопереносом в слабопроводящих жидкостях с помощью электроконвекции.

Методология и методы исследования: Пороги линейной устойчивости маломодовой модели исследованы при помощи численного интегрирования линеаризованной системы в рамках теории Флоке. Нелинейная маломодовая система численно интегрируется при помощи метода Рунге-Кутты четвертого порядка точности. Возникновение электроконвекции на фоне состояния механического равновесия диэлектрической жидкости при наличии инжекции заряда изучено с помощью методов анализа устойчивости относительно малых возмущений. Эволюция конечно-амплитудных надкритических электроконвективных течений в постоянном или переменном поле изучена методом конечных разностей. Кроме того, использованы методы обработки и визуализации: анализ Фурье для колебаний характеристик во времени и разложения пространственных полей функции тока, температуры и заряда по пространственным гармоникам.

Степень достоверности результатов обеспечивается использованием

физически обоснованных моделей, апробированных методик расчета и анализа результатов, согласием полученных данных с ранее известными в общих областях изменения параметров, подтверждается подробным графическим материалом; характеристики возмущений на границе возникновения конвекции согласуются с данными расчетов на основе метода конечных разностей.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 8 работ. Из них 6 статей изданы в журналах, рекомендованных ВАК.

Личный вклад автора. Автор самостоятельно проводил аналитические вычисления и численное моделирование, принимал активное участие в постановке задач: обсуждение и интерпретация результатов проводились совместно с научным руководителем и соавторами. Представленные в диссертации и выносимые на защиту основные положения получены автором лично.

Апробация работы. Результаты диссертационной работы докладывались на межвузовской научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Физика для Пермского края» (Пермь, 2017); Всероссийской конференции с международным участием «Пермские гидродинамические научные чтения» (Пермь, 2018, 2020, 2022); Russian Conference on Magneto Hydrodynamics (Perm, 2021); International Symposium "Non-equilibrium processes in continuous media" (Perm, 2021); 13-ой международной конференции-школы молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах» (Москва, 2022); Зимней школе по механике сплошных сред (Пермь, 2023); Пермском гидродинамическом семинаре (Пермь, 2023).

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, обзорной главы, трех глав с результатами автора, заключения и списка литературы (125 наименований). Общий объем диссертации 115 страниц, включая 53 рисунок и 3 таблицы.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В первой главе дан обзор литературы, связанной с электроконвективными течениями изотермических и неоднородно нагретых слабопроводящих жидкостей, находящихся в постоянных или переменных электрических полях.

Вторая глава посвящена анализу влияния модуляции разности потенциалов на обкладках плоского горизонтального бесконечного конденсатора на устойчивость механического равновесия и нелинейные течения помещенной в этот конденсатор вязкой несжимаемой слабопроводящей жидкости. Предполагается, что основной механизм возникновения неоднородности заряда и, следовательно, электроконвекции – электрокондуктивный.

Применение метода Галеркина позволяет перейти от системы уравнений Навье-Стокса к системе восьми дифференциальных уравнений первого порядка для зависящих от времени амплитуд разложений функции тока, отклонений температуры и плотности заряда от равновесных полей (Ильин В. А. Электроконвекция диэлектрических и слабопроводящих жидкостей / Дисс. канд. физ.-мат. наук: 01.02.05. – Пермь, ПГУ, 2006. – 137 с.):

$$\begin{aligned}
\dot{X} &= \text{Pr}(-X + rY - eT\cos\omega t) & \dot{Y} &= -Y + X + XZ \\
\dot{Z} &= -bZ - XY & \dot{V} &= \text{Pr}_e(-d \cdot V + (rW - eS\cos\omega t)/d) \quad (1) \\
\dot{W} &= -d \cdot W + V & \dot{S} &= -g \cdot S + XU - gY\cos\omega t \\
\dot{T} &= -gT - gW\cos\omega t & \dot{U} &= -gU - XS - 2gZ\cos\omega t
\end{aligned}$$

где X, V – амплитуды функции тока, Z, Y, W – амплитуды температуры, S, U, T – амплитуды плотности заряда, g, d, b – геометрические параметры, связанные с волновым числом k и числами Прандтля, ω – циклическая частота модуляции внешнего поля, e – нормированное электрическое число Релея, пропорциональное квадрату разности потенциалов на обкладках конденсатора, точкой обозначена первая производная по времени. Значения безразмерных параметров системы: число Прандтля $\text{Pr} = 400$, электрическое число Прандтля $\text{Pr}_e = 30$, – соответствуют кукурузному маслу.

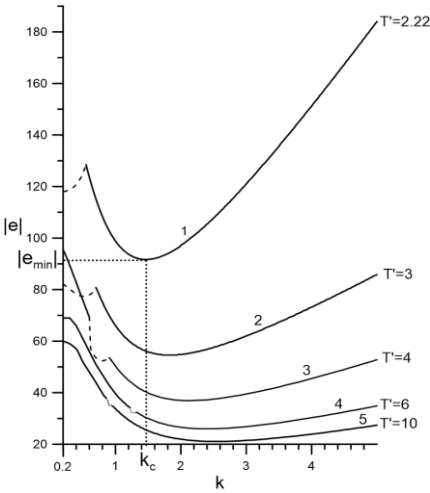


Рис. 1. Семейство нейтральных кривых в координатах волновое число k – модуль электрического параметра $|e|$ при различных периодах T' изменения внешнего электрического поля, сплошные линии отвечают квазипериодическим режимам, штриховые – синхронным

Существенным отличием данной работы от предыдущих является то обстоятельство, что для каждой частоты внешнего воздействия путем анализа линейной устойчивости модели (1), проведенного при помощи теории Флоке, установлены критические волновые числа k_c возникновения конвекции (рис. 1), которые использовались для численного моделирования нелинейной системы. Кроме того, жидкость умеренно нагрета сверху (нормированное тепловое число Релея $r = \text{Ra}/\text{Ra}_0 = -1$, где Ra – тепловое число Релея, Ra_0 – порог конвекции жидкости в случае нагрева снизу).

Для исследования нелинейных режимов конвекции варьировались периоды колебаний потенциала на обкладках конденсатора и значения электрического параметра e , при этом для каждого из набора параметров определялся безразмерный усредненный по времени теплопоток, приходя-

щий на единицу длины конденсатора (число Нуссельта):

$$\text{Nu} = 1 - \frac{2}{t_{\text{end}}} \int_0^{t_{\text{end}}} Z(t) dt,$$

где время t_{end} равно нескольким сотням периодов колебаний системы. Как известно, равенство единице числа Нуссельта соответствует отсутствию движения жидкости и молекулярному теплопереносу. Значения $\text{Nu} > 1$ отвечают –

конвективному теплопереносу. Система (1) решалась численно при помощи метода Рунге-Кутты четвертого порядка точности. Для исследования колебаний системы применялся Фурье-анализ эволюции во времени амплитуды X .

Эволюция колебательных течений при периоде воздействия $T' = 2.22$, (линейная частота – 0,45), представлена на рис. 2. В случае увеличения абсолютного значения безразмерного электрического параметра $|e|$, конвекция возникает из состояния механического равновесия в точке В ($|e|=91.7$) в форме квазипериодических колебаний (Фурье-спектр амплитуды X содержит две или более несоизмеримых с внешней частоты, к примеру, при $|e| = 100$ в спектре присутствуют линейные частоты $\nu = 0.167$ и $\nu = 0.734$, а все прочие частоты в спектре являются их линейными комбинациями). Квазипериодические колебания существуют вплоть до точки С ($|e|=102.5$), в которой появляется хаос, то есть Фурье-спектр амплитуды X становится непрерывным. Таким образом реализуется сценарий перехода к хаосу через квазипериодичность. Хаос существует на отрезке CF за исключением области скачка теплопотока DE (от $|e|=105.7$ до $|e|=106.6$), в котором Фурье-спектр амплитуды X содержит частоту, вдвое меньшую частоты внешнего воздействия и кратные ей (окно периодичности). Безразмерный теплопоток в точке F ($|e|=108.2$) претерпевает резкий скачок, и система переходит к синхронным колебаниям в точке G (Фурье-спектр амплитуды X содержит только частоты кратные внешней).

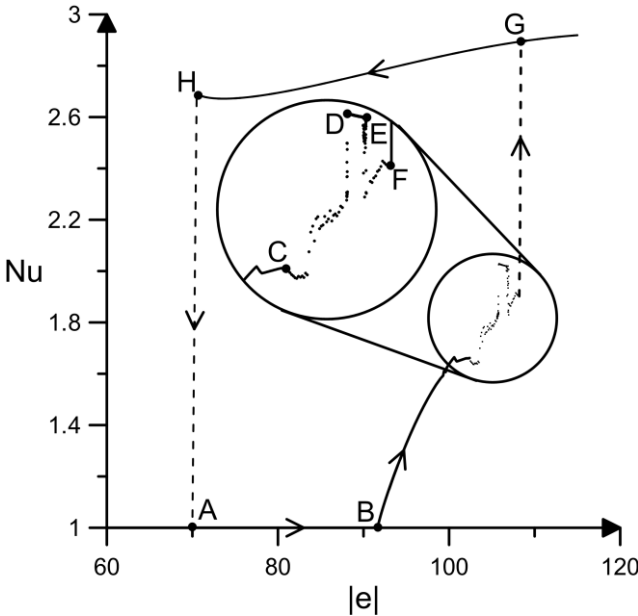


Рис. 2. Зависимость числа Нуссельта Nu от абсолютного значения безразмерного электрического параметра $|e|$ при периоде внешнего поля $T' = 2.22$. Стрелки на линиях показывают изменение состояний при увеличении и уменьшении $|e|$.

Управляющий параметр может быть уменьшен из областей, лежащих правее точки G. В таком случае эволюция системы изменится, то есть в системе

наблюдается гистерезис. На верхней его ветви (отрезок ГН от $|e|=108.5$ до $|e|=70.6$) наблюдаются синхронные колебания, а при дальнейшем уменьшении числа $|e|$ в точке Н безразмерный теплопоток претерпевает резкое уменьшение, и система возвращается к состоянию механического равновесия в точке А. Таким образом, имеется сосуществование квазипериодических и синхронных электроконвективных колебаний, а также хаотических и синхронных колебаний.

Третья глава посвящена исследованию влияния модуляции во времени инжектируемого отрицательного заряда на электротермоконвективные течения слабопроводящей жидкости в плоском горизонтальном конденсаторе толщиной d с разностью потенциалов на обкладках V_0 . Рассматривается случай инжекции, при котором величина заряда на катоде зависит от напряженности электрического поля. Набор безразмерных уравнений, характеризующих двумерные течения, в терминах функции тока и функции вихря скорости записывается в виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \frac{\partial \psi}{\partial x} = \Delta \varphi - \frac{T^2}{M^2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \frac{\partial q}{\partial x} - \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial q}{\partial z} \right) - \frac{Ra}{Pr} \frac{\partial \theta}{\partial x}, \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} - \frac{\partial \theta}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\partial \theta}{\partial z} \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{1}{Pr} \Delta \theta, \\ \frac{\partial q}{\partial t} - \frac{\partial q}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\partial q}{\partial z} \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{T}{M^2} (q^2 - \nabla \Phi \nabla q), \\ \varphi = -\Delta \psi, \end{array} \right. \quad (2)$$

где $\psi, \varphi, \theta, q, E, \Phi$ – соответственно функции тока, вихря скорости, температуры, плотности заряда, напряженности и потенциала электрического поля, Pr – число Прандтля, Ra – тепловое число Релея, $T = \varepsilon \varepsilon_0 V_0 / \eta K$ – электрическое число Релея, $M = \sqrt{\varepsilon \varepsilon_0 / \rho_0 K^2}$ – параметр подвижности зарядов (ε – диэлектрическая проницаемость, η – вязкость, ρ_0 – плотность жидкости, K – подвижность заряда). Граничные условия на горизонтальных твердых, идеально тепло- и электропроводящих границах записываются в виде:

$$z = 0: \psi = 0, \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0, \theta = 1, \Phi = 0; \quad z = 1: \psi = 0, \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0, \theta = 0, \Phi = 1; \quad (3a)$$

$$z = 0: q = -A \cdot E(z = 0) \cdot (1 + \alpha \sin 2\pi vt), \quad (3б)$$

где A – параметр инжекции, α, v – амплитуда и частота модуляции заряда. Используется безындукционное приближение, в рамках которого распределение электрического поля внутри конденсатора считается независимым от конвективного перераспределения заряда. В таком случае можно считать параметры электрического поля зависящими лишь от вертикальной координаты:

$$\nabla \Phi = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}; \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) = (0; -E_z(z)). \quad \text{Распределение } E_z = \frac{3A(2Az+1)^{\frac{1}{3}}}{1-(2A+1)^{\frac{2}{3}}} \text{ берется из реше-}$$

ния задачи при условии отсутствия движения жидкости.

Для поиска решений применяются периодические граничные условия по горизонтали: $F(x + L, z, t) = F(x, z, t)$ для любых x, z, t , где F – любая из

функций системы (2), а $L = 2$ – пространственный период решений. Задача решается численно с использованием явных методов конечных разностей второго или первого (для интенсивных течений) порядка точности для уравнения движения жидкости, первого порядка точности для уравнений теплопроводности и закона сохранения заряда, а также при помощи метода последовательной верхней релаксации для уравнения Пуассона. Используется численная сетка 41 на 21 узел. Значения безразмерных параметров выбираются следующим образом: $Pr = 10$, $Ra = -2500$ (подогрев сверху), $A = 0.25$ (слабая инжекция), $M = 14.14$.

Первым надкритическим режимом конвекции в постоянном поле (Мордвинов А. Н., Смородин Б. Л. Журнал экспериментальной и теоретической физики. —2012. —Т. 141, № 5. —С. 997–1005) является режим бегущих волн (TW), характеризующийся наличием в системе двух закрученных в противоположные стороны конвективных валов, которые двигаются вдоль горизонтального направления с постоянной скоростью, при этом интенсивность конвекции в валах остается постоянной. Этот режим характеризуется собственной частотой колебаний функций системы (2) ν_0 ($\nu_0 = 1.4$ для $T = 6800$).

При модуляции заряда в системе возникает режим модулированных бегущих волн (MTW), отличающийся от режима бегущих волн тем, что интенсивность конвекции в двигающихся вдоль горизонтального направления валах теперь начинает зависеть от времени с частотой, соответствующей частоте внешнего воздействия. В зависимости от соотношения между частотой модуляции ν и собственной частотой системы ν_0 можно получить различные виды отклика: квазипериодический в случае, когда внешняя частота несоизмерима с собственной (рис. 4) и режим модулированных волн (рис.5, 6) в том случае, когда частота воздействия равна собственной частоте.

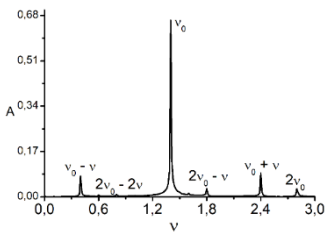


Рис 4. Квазипериодический отклик Фурье-спектр колебаний значения функции тока в фиксированной точке ячейки при

практически синфазно. Однако, обе эти зависимости сдвинуты по фазе относительно модуляции заряда на катоде, хотя период модуляции заряда совпадает с периодом изменения картины движения жидкости внутри расчетной ячейки. Помимо ангармонического изменения интенсивности конвекции и горизонтальной скорости движения жидкости ячейке, наблюдается периодическое изменение структуры течения (рис. 6). В те моменты, когда жидкость

Режим модулированных бегущих волн имеет ярко выраженную модуляцию интенсивности конвекции и фазовой скорости движения конвективной структуры. Как можно видеть на рисунке 5, нахождение в областях минимумов максимального значения функции тока (моменты t_4 и t_6) соответствует увеличению скорости движения жидкости (достижение модулем горизонтальной компоненты фазовой скорости наибольших значений), при этом фазовая скорость и интенсивность конвекции изменяются практически синфазно. Однако, обе эти зависимости сдвинуты по фазе относительно модуляции заряда на катоде, хотя период модуляции заряда совпадает с периодом изменения картины движения жидкости внутри расчетной ячейки. Помимо ангармонического изменения интенсивности конвекции и горизонтальной скорости движения жидкости ячейке, наблюдается периодическое изменение структуры течения (рис. 6). В те моменты, когда жидкость

находится в состояниях, отвечающих окрестностям локального и глобального максимума интенсивности конвекции, а соответственно и наименьшей скорости горизонтального движения волны (моменты времени t_1 и t_5 рис. 5 и распределения а) и д) рис. 6. в системе наблюдается два конвективных вала, закрученных в противоположные стороны. Но, по мере уменьшения интенсивности конвекции и увеличения фазовой скорости волны, конвективная структура трансформируется.

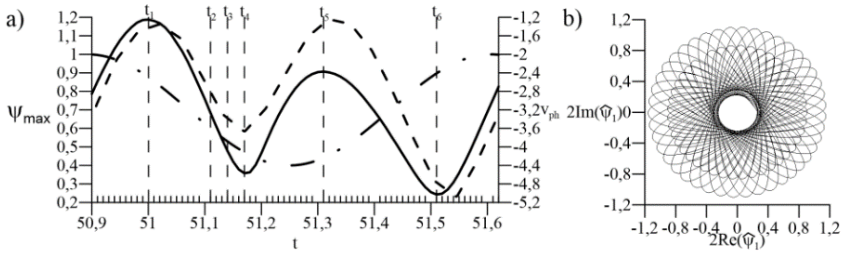


Рис. 5. а) Зависимости максимального значения функции тока (сплошная линия, левая вертикальная ось), скорости изменения x -координаты максимального значения функции тока (штриховая линия, правая вертикальная ось) и временной модуляции заряда (штрихпунктирная линия, без соблюдения вертикального масштаба); б) фазовая траектория амплитуды первой пространственной гармоники функции тока в случае, когда частота модуляции ν и собственная частота ν_0 совпадают

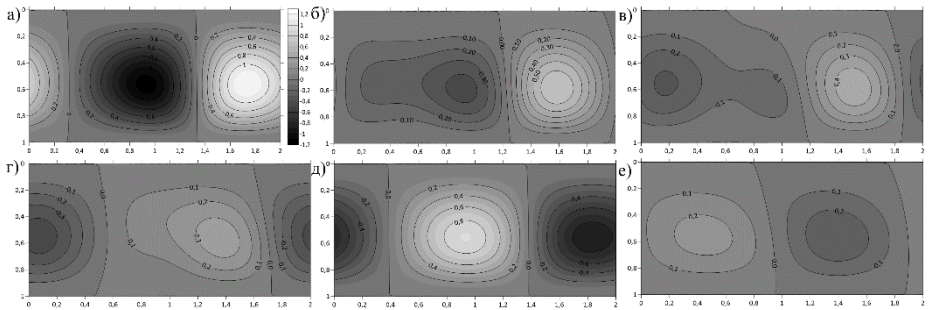


Рис. 6. Распределения функции тока для различных моментов времени в режиме «модулированной» волны, порядок разрезов рис. 8 1-6 совпадает с порядком распределений а-е

Как видно из серии разрезов, соответствующих моментам времени $t_2 - t_4$ рис. 5, сначала в распределении функции тока появляется дополнительный минимум (распределения б) и в) рис. 6), затем он исчезает и появляется дополнительный максимум (распределение г) рис. 6), который также в дальнейшем исчезает, и система возвращается в состояние с двумя симметричными валами (распределение д) рис. 6).

В области же глобального минимума интенсивности конвекции, когда

скорость горизонтального движения жидкости достигает наибольшего значения (отличаясь от минимального примерно в пять раз), наблюдается не размытие валов, а «проскок» конвективной структуры, когда два противоположно вращающихся конвективных вала, сохраняя свою форму, быстро меняются местами (рис. 6 е), завершая цикл колебаний.

В четвертой главе рассматривается электроконвективная задача в случае автономной инжекции, независящей от электрического поля. Учитывается изменение электрического поля в жидкости за счет конвективного и дрейфового перераспределения заряда. Система уравнений (2) дополняется уравнением Пуассона, связывающего заряд q и потенциал Φ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \frac{\partial \psi}{\partial x} = \Delta \varphi - \frac{T^2}{M^2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \frac{\partial q}{\partial x} - \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial q}{\partial z} \right) - \frac{Ra}{Pr} \frac{\partial \theta}{\partial x}, \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} - \frac{\partial \theta}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\partial \theta}{\partial z} \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{1}{Pr} \Delta \theta, \\ \frac{\partial q}{\partial t} - \frac{\partial q}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\partial q}{\partial z} \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{T}{M^2} (q^2 - \nabla \Phi \nabla q), \\ \varphi = -\Delta \psi, \\ q = -\Delta \Phi. \end{array} \right. \quad (4)$$

Граничные условия для функции тока, температуры и потенциала на горизонтальных границах остаются прежними (3а). Заряд на катоде – постоянная величина: при $z = 0$ $q = -C$, где $C = q_0 d^2 / \varepsilon \varepsilon_0 V_0$ – параметр автономной инжекции.

В первую очередь получено распределение электрического поля в отсутствие движения жидкости:

$$E_z = \frac{3\bar{C}(2\bar{C}z + 1)^{\frac{1}{2}}}{1 - (2\bar{C} + 1)^{\frac{3}{2}}}$$

при этом $C = \frac{3\bar{C}^2}{1 - (2\bar{C} + 1)^{\frac{3}{2}}}$. Получить аналитически обратную зависимость $\bar{C} = f(C)$ нельзя, но для каждого значения C можно численно определять значения коэффициента \bar{C} . Интересным выводом является тот факт, что решения

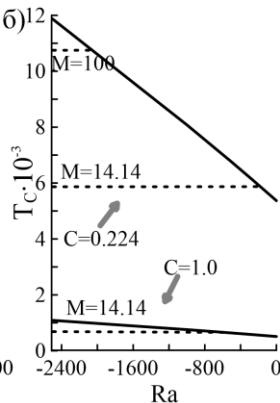
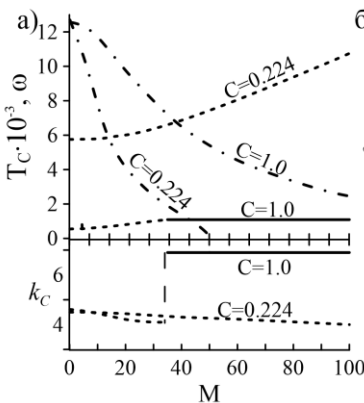


Рис. 7. Критические параметры возникновения конвекции T_c, ω, k_c для различных значений параметра инжекции C в зависимости от (а) параметра подвижности $M, Ra=-2500$; от (б) теплового числа Релея. Штриховые линии – колебательная неустойчивость, сплошные линии – монотонная неустойчивость, штрихпунктирные линии – значения циклической частоты нейтральных колебаний

в случае автономной и зависящей от поля инъекции формально совпадают при замене параметра C на \bar{C} .

Проведен анализ линейной устойчивости системы (4). Определены критические значения параметров (рис. 7), при которых возникают колебательная и монотонная неустойчивость для различных значений параметров подвижности M и инъекции C , а также теплового числа Релея Ra . В случае электроконвекции изотермической жидкости ($Ra = 0$) полученные результаты совпадают с известными данными (Atten P., Moreau R., J. Me'can. 1972. Vol. 11. P. 471-520).

Численные решения нелинейной задачи (4) проведено методом конечных разностей с использованием упомянутых выше схем с периодическими по горизонтали условиями на сетке 41 на 21 узел. Исследование влияния густоты сетки на результаты численного моделирования показало, что измельчение сетки приводит к незначительному количественному изменению результатов. Получены бифуркационные диаграммы режимов течения жидкости для $Pr = 10$, $M = 14.14$ для двух значений параметра инъекции (рис. 8).

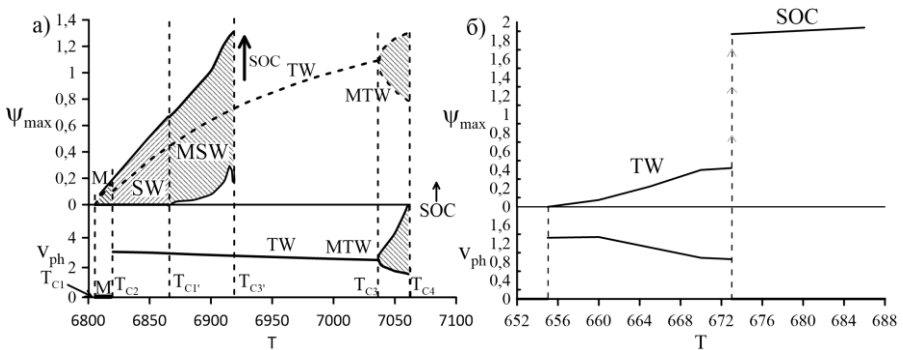


Рис. 8. Бифуркационные диаграммы режимов течения жидкости в зависимости от электрического числа Релея T для умеренной ($C = 0.224$, а) и сильной ($C = 1$, б) инъекции

В случае значения параметра инъекции $C = 0.224$ устойчивые режимы конвекции последовательно сменяют друг друга. Конвекция возникает колебательным образом путем прямой бифуркации в виде смешанного режима M ($T_{c1} = 6805$, рис. 8, а). Этот режим (рис. 9) сочетает в себе черты стоячей волны

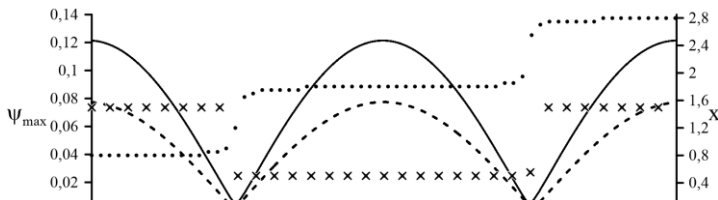


Рис. 9. Зависимость максимального значения функции тока (линии и левая ось) и горизонтальной координаты максимума функции тока в ячейке (точки и правая ось) для смешанного режима ($T = 6805$, сплошная линия и точки) и режима стоячих волн ($T = 6810$, пунктирная линия и кресты)

(на протяжении большей части периода колебаний в системе присутствуют два закрученных в противоположные стороны конвективных вала, которые последовательно меняются местами через уменьшение интенсивности конвекции в ячейке) и бегущей волны (при минимальной интенсивности течения в ячейке конвективная структура как единое целое быстро смещается вдоль горизонтального направления, рис. 9, $t=0.25; 0.75$).

При увеличении управляющего параметра система находится в режиме бегущих волн TW ($T \in (T_{C2} = 6818; T_{C3} = 7037]$, рис. 8, а), при еще больших значениях – в режиме модулированных бегущих волн MTW, при этом моду-

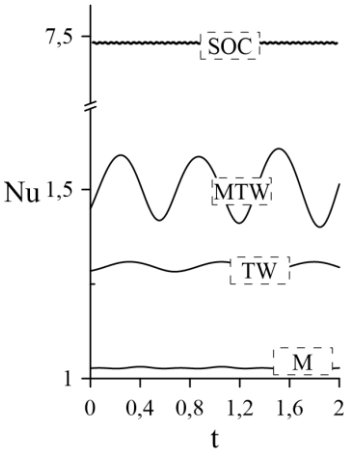


Рис. 10. Зависимость от времени безразмерного теплотока через нагреваемую границу слоя для различных режимов электроконвекции

ляция наблюдается как для интенсивности конвекции в конвективных валах, так и для фазовой скорости движения валов вдоль горизонтального направления. При превышении управляющего параметра критического значения $T_{C4} = 7070$ система скачкообразно переходит к режиму стационарной конвекции SOC, который характеризуется двумя зеркально-симметричными конвективными валами, закрученными в противоположную сторону с в несколько раз большей по сравнению с надкритическими режимами интенсивностью переноса (рис. 10).

При использовании периодических граничных условий для всех функций режим стоячих волн (SW) оказывается неустойчивым. Поэтому для его моделирования применялись граничные условия, запрещающие смещение структуры вдоль горизонтального направления: $\psi(0, z, t) = \psi(L, z, t) = 0$. При этом электро-

конвекция возникает при том же критическом значении управляющего параметра T_{C1} в виде стоячих волн. Смена конвективных валов местами не сопровождается проскакиванием конвективной структуры по горизонтали (рис.9). При увеличении управляющего параметра система переходит в режим модулированных стоячих волн MSW ($T \in (T_{C2}' = 6865; T_{C3}' = 6918)$, рис. 8 а), в котором уменьшение интенсивности конвекции в ячейке сопровождается появлением второй пространственной гармоники, и конвективные валы меняются местами разбиваясь на четыре вала. Когда максимальное значение функции тока в ячейке достигает тех же значений, что и в режиме модулированных бегущих волн MTW на устойчивой ветви решений, система скачкообразно переходит к режиму SOC ($T \geq T_{C3}'$).

При большей инжекции $C=1.0$ (рис. 8 б) режимы бегущих волн и стационарной конвекции реализуются при значениях электроконвективного параметра, меньших по сравнению со случаем, описанным выше, приблизительно в 10 раз.

Проведено исследование трансформации бегущей волны при модуляции потенциала на верхней обкладке конденсатора по гармоническому закону:

$\Phi(z = 0) = \alpha \sin(2\pi vt)$. Такое воздействие накладывалось на систему при $C = 0.224$, $T = 6950$, когда в постоянном поле существует режим бегущих волн TW с собственной частотой $\nu_0 = 1.35$. При малой амплитуде ($\alpha < 0.002$) и любых частотах модуляции электрического поля в системе реализуется режим модулированных бегущих волн, а частота модуляции конвекции в валах совпадает с частотой воздействия на систему. Это соответствует квазипериодическому отклику, когда частота воздействия несоизмерима с собственной.

Для каждой из частот воздействия существует некая критическая амплитуда α_* , при превышении которой возмущения в системе приводят к скачкообразному переходу к режиму модулированной электроконвекции (МЕС), интенсивность конвекции в котором сопоставима с интенсивностью конвекции в режиме SOC, но гармонически модулирована с частотой внешнего воздействия.

Получена зависимость критической амплитуды α_* от частоты воздействия, демонстрирующая возникающий в системе параметрический резонанс (рис. 13). Критическая амплитуда меньше при частотах, удовлетворяющих соотношению $\frac{\nu_0}{\nu} = \frac{n}{2}$, $n = 1, 2, 4$. Этот результат в общем соответствует теории параметрического резонанса нелинейных диссипативных систем.

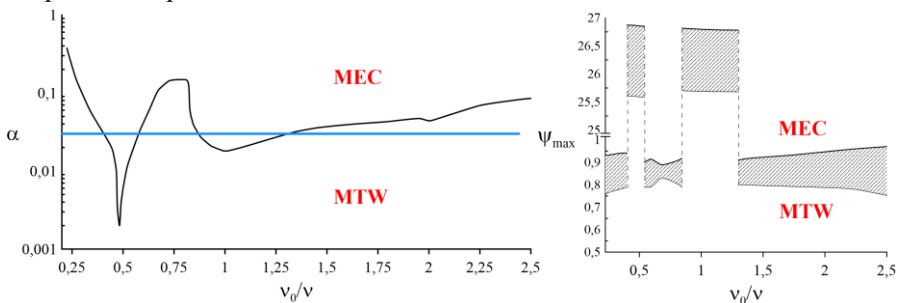


Рис. 13. Нейтральная кривая возникновения режима модулированной электроконвекции в логарифмическом масштабе (левый график), и наблюдаемая в системе амплитуда изменения максимального значения функции тока при фиксированной амплитуде $\alpha = 0.03$ (правый график). Горизонтальный разрез на левом графике соответствует параметрам правого графика

В Заключение сформулированы основные результаты и выводы исследований, проведенных диссертационной работе.

Основные результаты и выводы

1. На основе маломодовой модели проведен анализ влияния умеренного нагрева сверху и переменного электрического поля на поведение горизонтального слоя слабопроводящей жидкости, электропроводность которой зависит от температуры. Показано, что в широком интервале частот электроконвекция возникает в виде квазипериодических колебаний. Определены критические волновые числа и пороги конвекции. Обнаружен новый сценарий нелинейной эволюции течения, в котором рост электрического параметра приводит к последовательному появлению квазипериодических, хаотических, а затем синхронных колебаний. Бифуркационная диаграмма, содержащая области гистерезиса малоинтенсивных квазипериодических

(переходящих в хаотические) колебаний и высокоинтенсивных синхронных получена впервые.

2. Обнаружен режим амплитудно- и фазовомодулированной бегущей волны, характеризующийся сильным нарушением симметрии конвективной структуры, проанализированы его особенности.

3. Впервые определено влияние интенсивности нагрева сверху, подвижности зарядов и степени инжекции на характеристики монотонной и колебательной неустойчивости в горизонтальном слое слабопроводящей жидкости при автономной униполярной инжекции с катода.

4. Для электротермоконвекции при наличии автономной инжекции обнаружено и изучено новое конвективное решение – режим смешанной конвекции, представляющий собой чередование фаз стоячей и бегущей волны.

5. Построены бифуркационные диаграммы и определены области существования различных состояний диэлектрической жидкости в постоянном электрическом поле: равновесия, смешанного состояния, бегущих и модулированных бегущих волн, стационарной конвекции.

6. Показано, что воздействие на диэлектрическую жидкость при инжекции с катода электрического поля на резонансных частотах даже с крайне малой амплитудой колебаний может изменить характер течения и увеличить в несколько раз теплоток через конденсатор.

Публикации автора по теме диссертации:

1. **Nekrasov O.O.**, Kartavykh N.N. Electroconvection instability of poorly conducting fluid in alternating electric field//Interfacial Phenomena and Heat Transfer, 2019, 7(3), pp. 217–225. (WoS, Scopus).

2. **Nekrasov O. O.**, Smorodin B. L. Effect of Charge Modulation on the Electroconvective Flow of a Low Conducting Liquid// Mathematical Modelling of Natural Phenomena, 2021, Vol. 16, 35. (WoS, Scopus).

3. **Некрасов О. О.**, Смородин Б. Л. Электроконвекция слабопроводящей жидкости при униполярной инжекции и нагреве сверху// Вычислительная механика сплошных сред, 2022, т. 15, №3, С. 316-332, (БАК, Scopus).

4. **Nekrasov O. O.**, Smorodin B. L. The Electroconvective Flows of a Weakly Conducting Liquid in the External DC and AC Electric Fields// Microgravity Science and Technology, 2022, vol. 34, 75. (WoS, Scopus).

5. **Nekrasov O, Smorodin B.** Electro-Thermo-Convection of a Dielectric Liquid in the External DC and AC Electric Fields. Mathematics. 2023; 11(5):1188. (WoS, Scopus).

6. **Некрасов О. О.** Стоячие конвективные волны в слабопроводящей жидкости//Вычислительная механика сплошных сред. 2023, т. 16, №1, С. 125-134, (БАК, Scopus).