

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ  
ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МАШИНОВЕДЕНИЯ  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
(ИПМаш РАН)**

В.О., Большой проспект, д.61, Санкт-Петербург, 199178  
Тел.: (812)-321-4778; факс: (812)-321-4771; [www.ipme.ru](http://www.ipme.ru)

ОГРН 1037800003560, ИНН/КПП 7801037069/780101001



**УТВЕРЖДАЮ**

Директор ИПМаш РАН  
доктор технических наук



В.А. Полянский

30 ноября 2022

**ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ**

**на диссертационную работу Ошмарина Дмитрия Александровича**

**«МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕМПФИРОВАНИЯ КОЛЕБАНИЙ SMART-СИСТЕМ НА  
ОСНОВЕ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ  
ЭЛЕМЕНТОВ»,**

представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.8 – Механика деформируемого твёрдого тела

**Актуальность темы** исследования весьма высока, так как направлена на повышение надежности и функциональности изделий из smart-материалов. Этот современный класс устройств широко применяется при создании smart-систем либо в качестве чувствительных элементов (сенсоров), способных регистрировать параметры окружающей среды или текущее состояние конструкции, либо в качестве элементов активного воздействия (актуаторов), которые позволяют изменять свойства объекта в нужном направлении. Smart-материалы, выполняя различные функциональные задачи, находят все более широкие приложения в различных областях науки и техники. Их ключевым

отличием от традиционных конструкционных материалов является наличие связи между механическими полями (деформации, напряжения) и немеханическими (температура, электрическое поле, магнитное поле и т.д.). Изделия из smart-материалов широко применяются при создании smart-систем либо в качестве чувствительных элементов или сенсоров, способных регистрировать параметры окружающей среды или текущее состояние конструкции, либо в качестве элементов активного воздействия или актуаторов, которые позволяют изменять свойства объекта в нужном направлении.

В последние десятилетия наибольшее распространение получили smart-материалы, включающие в себя пьезоэлектрические элементы. При наличии электродированных поверхностей у пьезоэлемента к нему могут быть добавлены элементы электрических цепей: резисторы, конденсаторы, катушки индуктивности, которые в механических процессах являются аналогами вязкости, упругости и массы. Элементы, выполненные из пьезоэлектрических материалов в виде сенсоров либо актуаторов, широко используются для создания систем управления динамическим поведением конструкций. Данный факт можно объяснить тем, что пьезоматериалы обладают отличными электромеханическими свойствами: быстрый отклик, простота производства, малый вес, низкая стоимость, возможность работы в широком частотном диапазоне, низкое энергопотребление, отсутствие магнитного поля при преобразовании электрической энергии в механическую.

Одной из задач при использовании smart-материалов является управление динамическими процессами в механических системах, в частности, подавление различных мод колебаний. В большинстве случаев возникновение резонансных явлений в конструкциях негативно сказывается на их эксплуатационных характеристиках. В связи с этим крайне важной задачей как для проектировщиков, так и для исследователей, является разработка наиболее эффективных подходов к управлению динамическим поведением конструкций, позволяющему избегать негативных эффектов, связанных с воздействием нестационарных нагрузок.

Свойства smart-материала определяются характеристиками пьезоэлементов и их расположением в материале, архитектурой и параметрами электрических цепей, механическими характеристиками основного материала. Одной из актуальных задач проектирования и приложения smart-материалов является разработка методов математического моделирования для нахождения параметров smart-материалов, обеспечивающих их оптимальные свойства.

Основной **целью диссертации** является новый вариант математической постановки задач о собственных и вынужденных установившихся колебаниях кусочно-однородных электровязкоупругих тел с внешними пассивными электрическими цепями; построение алгоритмов их численной реализации на основе метода конечных элементов (МКЭ); оптимизация диссипативных свойств smart-систем на основе пьезоэлементов с внешними электрическими цепями с использованием результатов решения задач о собственных и о вынужденных установившихся колебаниях.

Для достижения поставленной цели были решены следующие задачи:

1. Анализ существующих подходов и соотношений для математического описания квазистатического и динамического поведения кусочно-однородных тел, содержащих элементы, выполненные из материалов с пьезоэлектрическими свойствами с элементами электрических цепей, а также реализация численных методов решения соответствующих квазистатических и динамических задач.

2. Формулировка математической постановки задач о собственных и о вынужденных установившихся колебаниях кусочно-однородных электровязкоупругих тел с внешними электрическими цепями на основе известных соотношений линейной теории электроупругости, теории линейной наследственной вязкоупругости и линейных соотношений теории электрических цепей.

3. Разработка, апробация и верификация алгоритма численного решения задач о собственных и о вынужденных установившихся колебаниях кусочно-однородных электровязкоупругих тел с внешними электрическими цепями на основе метода конечных элементов с использованием подпрограмм коммерческого пакета конечно-элементного анализа ANSYS.

4. Анализ влияния параметров внешних электрических цепей на динамические характеристики конструкций, с расположенными на их поверхности пьезоэлементами, к электродированным поверхностям которых присоединены внешние пассивные электрические цепи, обобщение и систематизация полученных результатов.

5. Выработка рекомендаций по использованию задачи о собственных колебаниях smart-систем на основе пьезоэлементов и элементов электрических цепей для поиска параметров системы, обеспечивающих максимальное демпфирование свободных колебаний, а задачи о вынужденных установившихся колебаниях — для поиска параметров, обеспечивающих минимальные резонансные амплитуды.

6. Поиск на основе разработанных постановок задач и алгоритмов их численной реализации новых вариантов smart-систем на основе пьезоэлементов.

Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы (179 наименований). Работа содержит 38 рисунков и 16 таблиц. Общий объем диссертации составляет 139 страниц.

### **Краткое содержание**

**Во введении** обосновывается актуальность темы диссертационной работы, формулируется цель исследований, показывается научная новизна результатов и их практическая значимость, излагаются основные положения, выносимые на защиту.

**В главе 1** диссертационной работы приводится вывод соотношений, описывающих математическую постановку задачи о колебаниях кусочно-однородных электровязкоупругих тел с внешними электрическими цепями. Объектом исследования является кусочно-однородное тело, одна часть которого состоит из  $N$  однородных электроупругих (пьезоэлектрических) элементов, а другая часть — из  $M$  однородных упругих или вязкоупругих элементов. К электродированным поверхностям рассматриваемого кусочно-однородного тела могут быть присоединены внешние электрические цепи различной архитектуры, состоящие из элементов сопротивления ( $R$ ), емкости ( $C$ ) и индуктивности ( $L$ ).

Электромагнитное поле в сплошной среде описывается системой макроскопических уравнений Максвелла, для решения задач статики и колебаний конструкций, выполненных из пьезоматериалов.

Для описания деформационного поведения пьезоэлектрических сред используются линейные соотношения механики сплошных сред: уравнение движения и кинематическое уравнение.

На основе второго закона термодинамики выводятся физические соотношения для электроупругой среды.

Вывод вариационного уравнения динамического деформирования пьезоэлектрических элементов осуществляется с использованием процедуры метода Галеркина.

В упругих частях объема используются соотношения линейной теории упругости, а в вязкоупругих частях – соотношения линейной наследственной вязкоупругости.

Вывод вариационных уравнений для элементов внешней электрической цепи, таких как резистор с сопротивлением  $R$ , катушка индуктивности с индуктивностью  $L$  и конденсатор с емкостью  $C$ , осуществляется на основе известных соотношений теории электрических цепей с помощью уравнения Лагранжа.

В задачах о собственных и о вынужденных установившихся колебаниях физические соотношения линейной вязкоупругости заменяются комплексным динамическим модулем.

Полученные уравнения решаются численно методом конечных элементов.

**В главе 2** строятся алгоритмы численной реализации задачи о колебаниях электровязкоупругих тел с элементами электрической цепи методом конечных элементов. Представлен вывод конечно-элементных соотношений для электроупругой среды. В качестве конечного элемента, используемого в рамках данной работы для моделирования поведения деформируемых тел, был выбран двадцатиузловой изопараметрический конечный элемент с квадратичной аппроксимацией искомых неизвестных. Приводятся общий вид используемого конечного элемента в локальной и глобальной системах координат, соотношения

для функций формы конечного элемента, а также выражения для формирования матриц жесткости и масс. Содержится вывод конечно-элементных соотношений для упругой и вязкоупругой сред.

Приводится обоснование необходимости разработки нового алгоритма для решения задач о собственных колебаниях кусочно-однородных электровязкоупругих тел с внешними электрическими цепями произвольной конфигурации. Проводится анализ возможностей коммерческого пакета конечно-элементного анализа ANSYS, позволяющих упростить процедуру построения конечно-элементного алгоритма. На основе проведенного анализа предлагается алгоритм построения разрешающего уравнения МКЭ.

Алгебраическим аналогом рассматриваемой задачи о собственных колебаниях кусочно-однородных электровязкоупругих тел с внешними электрическими цепями является неклассический вариант алгебраической проблемы комплексных собственных значений. Для ее решения предлагается новый алгоритм на основе метода Мюллера.

Приводятся результаты верификации разработанного алгоритма на примере конструкции в виде консольно-заземленной пластины с расположенным на ее поверхности пьезоэлементом и внешней электрической цепью, состоящей из последовательно соединенных резистивного и индуктивного элементов. Верификация проводилась путем сравнения результатов, полученных на основе разработанного алгоритма, с результатами, полученными в пакете ANSYS, для частных случаев, моделирующих предельные режимы работы пьезоэлемента: режим холостого хода (open circuit) и короткого замыкания (short circuit). Численные расчеты показали достоверность результатов, получаемых на основе предложенного алгоритма.

**В главе 3** рассмотрен выбор оптимальных вариантов компоновки упругих тел пьезоэлементами. Приводится анализ известных подходов к оценке степени проявления пьезоэлементом его пьезоэлектрических свойств и величины генерируемой им электрической энергии в задачах статического и динамического деформирования. Предложен алгоритм поиска оптимальной конфигурации упругой системы с пьезоэлементом на основе результатов

решения задачи о собственных колебаниях кусочно-однородных электроупругих тел.

При разработке алгоритма поиска оптимальной конфигурации было рассмотрено два варианта величин, наиболее часто используемых для оценки генерируемой им электрической энергии: величина электрического потенциала, возникающего на незаземленном электроде пьезоэлемента при его деформировании, и коэффициент электромеханической связи. На основе полученных результатов был предложен еще один вариант показателя для количественной оценки степени проявления пьезоэлементом пьезоэлектрических свойств — интеграл от нормальной деформации в направлении оси поляризации, взятый по части поверхности конструкции, имеющей размеры пьезоэлемента.

При подборе компоновки системы пьезоэлементами на основе анализа величины генерируемого пьезоэлементом электрического потенциала необходимо производить нормировку собственного вектора относительно какой-либо из его компонент, которая должна быть одной и той же для всех компоновок. Приводятся результаты численных расчетов по подбору оптимального места расположения пьезоэлемента в конструкции, представляющей собой тонкостенную оболочку в форме полуцилиндра.

**В главе 4** диссертационной работы приводятся приложения задач о собственных и о вынужденных установившихся колебаниях для оценки диссипативных свойств smart-систем на основе пьезоэлементов и электрических элементов и выбора параметров элементов электрических цепей, обеспечивающих максимальное демпфирование колебаний. В качестве вариантов внешних электрических цепей рассмотрены наиболее распространенные схемы: резистивная цепь, состоящая из одного резистивного элемента, и резонансная электрическая цепь, состоящая из последовательно или параллельно соединенных резистивного и индуктивного элементов. Объектам исследования выбраны консольно-заземленная упругая пластина и тонкостенная оболочка в форме полуцилиндра, жестко заземленная по торцам и свободно опертая по образующим.

Для конструкций с рассматриваемыми вариантами внешних электрических цепей найдены зависимости действительной и мнимой частей комплексной собственной частоты для различных мод колебаний. Полученные зависимости показали, что для всех мод, кроме дополнительной, возникающей за счет использования резонансной RL-цепи, мнимая часть комплексной собственной частоты колебаний имеет четко выраженный экстремум, соответствующий максимальной скорости затухания свободных колебаний. Полученные численные результаты позволили сформулировать условие, однозначно определяющее максимальное демпфирование соответствующей моды при свободных колебаниях smart-системы на основе пьезоэлементов, к электродированным поверхностям которых присоединены электрические цепи.

Приведены результаты численных расчетов, позволяющие сравнить показатели демпфирования при значениях параметров цепей, найденных на основе известных передаточных функций и на основе предлагаемых алгоритмов решения задач о собственных и вынужденных установившихся колебаниях рассматриваемых smart-систем для варианта последовательной резонансной RL-цепи. Для найденных значений параметров цепи были определены значения действительных и мнимых составляющих комплексных собственных частот колебаний.

Полученные результаты демонстрируют, что параметры электрических цепей, найденные на основе решения задачи о собственных колебаниях, обеспечивают более высокие показатели демпфирования, чем параметры цепей, найденные на основе известных передаточных функций. Графической иллюстрацией этих сопоставлений являются приведенные временные зависимости собственных затухающих колебаний при параметрах цепей, найденных на основе анализа собственных частот колебаний и на основе передаточной функции, которая, по сравнению с другими, обеспечивает лучшие показатели демпфирования при свободных колебаниях.

При вынужденных установившихся колебаниях величиной, характеризующей демпфирование колебаний, является амплитуда перемещений, деформаций или напряжений при соответствующих резонансах. В качестве



примера поиска параметров RL-цепи, обеспечивающих максимальное демпфирование вынужденных установившихся колебаний, рассмотрена пластина при заданных перемещениях торца. При различных значениях R и L представлены линии равного уровня значений амплитуды перемещений свободного торца пластины в окрестности первого резонанса, а также линии равного уровня для значений мнимой части комплексной собственной частоты первой моды колебаний.

В заключении сформулированы основные выводы из представленной результаты работы.

### **Теоретическая и практическая значимость полученных результатов**

Теоретическая значимость полученных результатов работы заключается в новой физико-математической постановке задачи о собственных колебаниях кусочно-однородных электровязкоупругих тел с внешними электрическими цепями и дальнейшее всестороннее математическое моделирование.

Практическая значимость результатов работы состоит в реализации алгоритмов решения задач о собственных и вынужденных установившихся колебаниях smart-систем, представляющих собой упругие и вязкоупругие тела с пьезоэлементами и элементами электрических цепей, что позволяет найти параметры систем, обеспечивающих их максимальные диссипативные свойства.

**Степень обоснованности и достоверность** результатов диссертационной работы обеспечена численными экспериментами, демонстрирующими асимптотическую сходимость решения на основе метода конечных элементов при увеличении степени дискретизации; сопоставлением характеристик динамического поведения рассматриваемых систем, полученных на основе решения задач о собственных и вынужденных установившихся колебаниях; сопоставлением с результатами, полученными другими методами, а также корректным применением уравнений эласто- и электродинамики, использованием проверенных алгоритмов компьютерной математики, оценкой практической сходимости вычислительных алгоритмов и взаимными сравнениями многовариантных расчетов, полученных разными методами.

Результаты работы, выводы и рекомендации являются обоснованными и достоверными.

### **Степень новизны полученных результатов**

Предложен новый эффективный вариант математической постановки задачи о собственных и вынужденных колебаниях кусочно-однородных электровязкоупругих тел с внешними пассивными электрическими цепями различной конфигурации.

Реализован конечно-элементный алгоритм численного решения рассматриваемых задач о собственных и вынужденных колебаниях электровязкоупругих тел с элементами электрических цепей на основе использования подпрограмм коммерческого пакета конечно-элементного анализа ANSYS.

Предложен алгоритм поиска параметров smart-систем на основе пьезоэлементов, обеспечивающих ее максимальные электромеханические характеристики.

Продемонстрированы возможности задач о собственных и вынужденных колебаниях для поиска вариантов smart-систем на основе пьезоэлементов и элементов электрических цепей с максимальными демпфирующими свойствами при свободных и вынужденных колебаниях.

Предложен новый вариант построения smart-систем на основе пьезоэлементов и электропроводящих материалов и продемонстрирована возможность использования электропроводящих свойств деформируемых тел для дополнительного демпфирования, в том числе — мультимодального демпфирования.

### **Публикации**

По теме диссертации опубликовано 48 работ, в том числе 11 статей в изданиях, индексируемых в базах данных Web of Science и Scopus, 2 статьи в виде глав в коллективных монографиях, 20 статей в других научно-технических журналах, сборниках научных трудов и материалов конференций, 15 работ — в виде тезисов докладов на конференциях

В качестве **замечаний и вопросов** можно отметить следующие.

1. О вариационных условиях и методе Галеркина. На с. 36 диссертационной работы без ссылок на литературные источники указано:

«Применим **метод Галеркина** к однородным уравнениям (1.3), (1.5), (1.21), (1.23), (1.24)», где в качестве базисных (пробных) функций взяты **вариации** перемещений и электрического потенциала.

Следовало бы указать ссылку на подобное применение метода Галеркина, ибо последний является не вариационным, но **проекционным методом**. Классическое применение метода Галеркина выглядит иначе. Первым шагом в реализации метода Галёркина является выбор набора **заранее заданных** базисных, пробных, или координатных, функций, которые:

удовлетворяют граничным условиям,

в пределе бесконечного количества элементов базиса образуют полную систему.

Конкретный вид базисных функций определяется из специфики задачи и удобства работы. Часто применяются собственные формы колебаний, тригонометрические функции, ортогональные полиномы (полиномы Лежандра, Чебышёва, Эрмита и др.).

Далее решение приближенно представляется (аппроксимируется) в виде линейного разложения по базису, то есть линейной комбинации произведений неизвестных коэффициентов аппроксимации и выбранных базисных функций. Затем приближённое решение подставляется в исходное дифференциальное уравнение и составляется его невязка. Далее выдвигается требование ортогональности невязки уравнения к каждой базисной функции. Отсюда получается система уравнений для искомых коэффициентов аппроксимации в линейном разложении по базису, и удаётся приближённо найти решение задачи.

Таким образом, из текста диссертации неясно, кому принадлежит авторство модификации метода Галеркина с использованием ортогональности невязки уравнений **к вариациям неизвестных искомых переменных (перемещение и потенциал)**. Действительно, уравнения метода Галеркина могут быть получены из вариационного принципа. Так, например, в теории упругости из принципа минимума потенциальной энергии системы удаётся

построить приближенное решение с помощью метода Галеркина, однако соответствующий функционал имеет строгий минимум и варьируется только поле перемещений.

2. Возможно ли составить функционал, условие стационарности которого эквивалентно краевой задаче (1.3), (1.5), (1.21), (1.23), (1.24), т.е. сформулировать классическую вариационную постановку задачи, из которой следовало бы и вариационное условие (1.28)?

3. Аналогичный вопрос и к 1.3. «Вариационное уравнение для кусочно-однородного вязкоупругого тела» на с. 38 диссертации, где для формулировки вариационного уравнения также используется метод Галеркина.

4. В заключении 1.3. «Вариационное уравнение для кусочно-однородного вязкоупругого тела», с применением наследственной теории упругости, на с. 42 диссертации сделан абсолютно справедливый вывод, что задача о колебаниях вязкоупругих тел приводится к эквивалентной задаче теории упругости с комплексными величинами перемещений, деформаций, напряжений и комплексными модулями. Вязкость материала, определяющая его внутреннее трение, очевидно, войдет в мнимую часть комплексного модуля упругости. Можно ли указать **зависимость внутреннего трения от частоты колебаний вязкоупругого тела, исследуемого в диссертации?**

5. Имеются ли недостатки у гиратора в сравнении с катушкой индуктивности взамен его преимуществам по меньшим габаритам?

6. Какими массово-габаритными величинами объектов ограничивается успешное применение используемых smart-систем на основе пьезоэлементов с внешними электрическими цепями?

7. Можно ли сделать вывод о прогрессирующей сложности применения разработанной технологии с увеличением плотности частотного спектра и/или наличием кратных частот объекта?

Указанные замечания и вопросы никоим образом не снижают ценности полученных результатов и выводов диссертации и, конечно же, не влияют на общую весьма положительную оценку работы.

## Заключение

Диссертационная работа Ошмарина Дмитрия Александровича является завершённой научно-квалификационной работой, весьма актуальной и практически значимой. Новые результаты имеют серьёзное теоретическое и практическое значение. Полученные в работе результаты являются обоснованными и достоверными. Автореферат отражает содержание диссертации.

Диссертация Ошмарина Дмитрия Александровича удовлетворяет п.9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней» постановления Правительства Российской Федерации от 24.09.2013 № 842, а ее автор Ошмарин Дмитрий Александрович заслуживает присвоения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.8 – Механика деформируемого твёрдого тела.

Отзыв обсужден на совместном заседании лаборатории мехатроники и лаборатории прикладных исследований 24 ноября 2022, протокол № 4.

Отзыв составил Беляев Александр Константинович, главный научный сотрудник лаборатории мехатроники, доктор физико-математических наук, член-корреспондент РАН.

Беляев А.К.

*Почтовый адрес:*

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт проблем машиноведения  
Российской Академии Наук (ИПМаш РАН)  
Санкт-Петербург, Россия  
199178, Васильевский остров, Большой проспект, 61  
Тел. : +7-812-321-4778  
e-mail: ipmash.ran@gmail.com

