Министерство просвещения Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет» Физический факультет Кафедра физики и технологии

На правах рукописи Гариушие

Карпунин Иван Эдуардович

ОСЦИЛЛЯЦИОННАЯ ДИНАМИКА МНОГОФАЗНЫХ СИСТЕМ ПРИ ДЕЙСТВИИ ОСЛОЖНЯЮЩИХ ФАКТОРОВ

1.1.9 – Механика жидкости, газа и плазмы

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук,

профессор Козлов В.Г.

оглавление

ВВЕДЕНИЕ
ГЛАВА 1. ВИБРАЦИОННАЯ ДИНАМИКА ЛЕГКОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ТЕЛА ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ПОЛОСТИ С ЖИДКОСТЬЮ17
1.1. Тело в полости, вращающейся вокруг горизонтальной оси 17
1.1.1. Экспериментальная установка и методика 17
1.1.2. Динамика тела и осредненное дифференциальное вращение тела 20
1.2. Свободное цилиндрическое тело во вращающейся горизонтальной полости при вибрациях
1.2.1. Экспериментальная установка и методика
1.2.2. Колебания и дифференциальное вращение тела
1.3. Анализ результатов
ГЛАВА 2. ДВУХФАЗНАЯ СИСТЕМА ПРИ СОВПАДЕНИИ ЧАСТОТЫ ВРАЩЕНИЯ С ЧАСТОТОЙ ВИБРАЦИИ
2.1. Экспериментальная установка и методика
2.2. Легкое тело в жидкости
2.2.1. Осциллирующее движение легкого твердого тела
2.2.2. Дифференциальное вращение тела
2.3. Система двух несмешивающихся жидкостей
2.3.1. Динамика столба легкой жидкости 52
2.3.2. Граница раздела: волны на границе раздела, скорость границы раздела, структура потоков
2.4. Анализ результатов
2.4.1. Смещение легкого фазового включения относительно оси вращения 56
2.4.2. Дифференциальное вращение границы раздела жидкостей
ГЛАВА 3. ТЯЖЕЛОЕ ВКЛЮЧЕНИЕ В НЕРАВНОМЕРНО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ПОЛОСТИ С ЖИДКОСТЬЮ
3.1. Экспериментальная установка и методика 63
3.2. Характер и амплитуда колебаний тяжелого твердого тела. Высокочастотный и низкочастотный пределы
3.3. Структура осредненного течения в неравномерно вращающейся полости 70
3.4. Анализ результатов

 ГЛАВА
 4. ОСЦИЛЛЯЦИОННАЯ ДИНАМИКА ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА

 ЖИДКОСТЕЙ В РАДИАЛЬНОЙ ЯЧЕЙКЕ ХЕЛЕ–ШОУ
 79

 4.1.
 Экспериментальная установка и методика
 79

 4.2.
 Тестовые испытания экспериментальной установки
 85

 4.2.1.
 Классическая неустойчивость Саффмана-Тейлора
 85

 4.2.2.
 Поведение колеблющейся границы раздела
 89

 4.3.
 Неустойчивость осциллирующей границы раздела жидкостей
 91

 4.3.1.
 Режимы колебаний границы раздела
 92

 4.3.2.
 Устойчивость осесимметричной границы раздела, надкритические структуры
 99

 4.4.
 Анализ результатов
 102

 ЗАКЛЮЧЕНИЕ
 107

введение

Влияние осложняющих факторов разной природы на состояние широкое гидродинамических имеет применение систем В различных технологических сферах. К осложняющим факторам, действующим на многофазную систему, можно отнести вращение, вибрации, градиент плотности или вязкости, градиент давления. В различных технологических процессах влияние вращения или вибраций приводят к их интенсификации. Вибрации являются эффективным инструментом управления механическими системами [1], что делает возможными новые технологические решения. При обработке и задании прочностных характеристик материалам, выращивании кристаллов, обогащении руд, обработка почвы – это лишь малая часть процессов, где применяется вращение или вибрации. Ярким эффектом, связанным с вибрациями, является осредненное течение [2], которое находит применение в самых различных областях: от промышленных технологий до описания принципов физиологии человеческого тела.

Гидродинамика вращающихся систем обладает рядом специфических особенностей, что объясняется действием силы Кориолиса и центробежной силы. Движение атмосферы и океана, ядер планет, технологические гидродинамические процессы, протекающие во вращающихся системах, подвержены действию указанных силовых полей. Множество монографий посвящено гидродинамике вращающихся систем [3 – 6] и связанных с этим процессов и явлений. Вращение сказывается на характере конвективных течений, а сила Кориолиса придает специфические свойства волновым и колебательным процессам во вращающихся системах.

Что касается вибрационного воздействия, то в новаторской работе [7] было обнаружено, что высокочастотные вибрации могут удерживать устойчивое положение перевернутого маятника с вибрирующей точкой подвеса ввиду осредненных массовых сил. В работе [8] для понимания и возможности

теоретического описания физики процесса и решения подобных задач был разработан метод разделения медленного и быстрого движений. Данные работы послужили толчком к развитию вибрационной механики как отдельного направления научного исследования [1]. Вибрации могут быть причиной генерации осредненных потоков [9, 10], что с теоретической точки зрения объясняется нелинейным характером уравнений гидродинамики. Ввиду нелинейности уравнений гидродинамики теоретическое описание процессов в гидродинамических системах достаточно сложное, и зачастую проводится в некотором идеализированном приближении. Таким образом, не менее важным и ключевым понимания физики процессов проведение для является экспериментальных исследований.

Динамика твердых тел в жидкости

При действии осциллирующего внешнего силового поля (в результате, к примеру, вибраций) в системе отсчета полости возникают инерционные колебания фазового включения и возникает отклик на возмущение дифференциальное вращение относительно полости. Механизм дифференциального вращения заключается в создании среднемассовой силы в вязких пограничных слоях вблизи колеблющихся поверхностей [10, 11]. В случае, когда легкая фаза представляет собой свободное твердое тело, этот эффект наиболее силен [12]. Это объясняется различием граничных условий на границе раздела жидкость-жидкость и на границе жидкость-твердое тело [13]. При вращении поперечные колебания резонансным образом возбуждают интенсивные колебания тела, как запаздывающие, так и опережающие относительно полости, приводит к возникновению стационарного течения в кольце и к что дифференциальному вращению тела. Направление дифференциального вращения фазового включения совпадает с направлением его колебаний и определяется относительной частотой колебаний. Интенсивность движения определяется амплитудой колебаний тела и вязкостью жидкости [12].

Особый интерес представляет динамика тяжелых тел при вибрациях, а также взаимодействие с обтекающим его потоком жидкости [14 – 16]. Так в

работе [17] теоретически и экспериментально показано, что на тяжелое тело в (коаксиальный слой), заполненной жидкостью полости совершающей вращательные колебания, действует осредненная подъемная сила во всем объеме полости. Оказалось, что осредненная подъемная сила существенно больше по величине, чем при поступательных вибрациях, и проявляется BO всем Определено коаксиальном зазоре, заполненном жидкостью. условие квазиравновесия тела на произвольном расстоянии от оси вибраций. Эффект подвеса тела в жидкости, как показал эксперимент, возможен как при малых (ламинарное обтекание тела), так и при больших (турбулентный режим обтекания тела) амплитудах вибраций. Другое экспериментальное исследование показывает, что подвес тела наблюдается и при тангенциальных колебаниях границы полости в неподвижной жидкости [18]. Эффект отрыва тяжелого тела от границы, как показано в работе [19], возникает и в полости, совершающей модулированное вращение большой амплитуды. Однако, при относительной плотности системы порядка единицы при либрациях полости предсказываемый теоретически [20] коэффициент подъемной силы оказывается меньше, чем найденный В [21]. Таким эксперименте образом, остается невыясненным механизм, определяющий величину подъемного коэффициента в постановке данной задачи. Изучение вибрационной динамики легких и тяжелых фазовых включений во вращающейся полости при поступательных вибрациях или модуляции скорости вращения полости имеет непосредственный прикладной характер. Немаловажным также является развитие теории «вибрационной гидромеханики».

Граница раздела жидкостей при малой относительной вязкости

Вращающиеся двухфазные системы представлены большим спектром рассмотренных задач. Действие внешней силы на вращающуюся двухфазную систему приводит к возбуждению инерционных колебаний. Поэтому в жидкости наблюдается дифференциальное вращение [22, 23]. Подробно изучена динамика слоя центрифугированной жидкости со свободной поверхностью. Действие силы тяжести на жидкость, частично заполняющую горизонтальную вращающуюся цилиндрическую полость, приводит к радиальному сдвигу газового цилиндра

вертикально вниз [24]. Устойчивый радиальный сдвиг во вращающейся системе отсчета приводит к колебаниям поверхности слоя жидкости относительно полости, вызывающим постоянный поток в жидкости [25]. В случае рассмотрения частично заполненной вращающейся цилиндрической полости [22], данный эффект приводит к дифференциальному вращению жидкости. Устойчивость поверхности сильно зависит от геометрических параметров: относительного радиуса поверхности, определяемого объемным заполнением, и относительного длины полости [26]. Работа [27] описывает экспериментальное исследование динамики двух несмешивающихся жидкостей в цилиндрической вращающейся полости в гравитационном поле, являющимся источником возмущения жидкости и волн на границе раздела. Изучены скорость центрифугированного слоя раздела жидкостей и его форма, а также влияние таких параметров, как относительная плотность, относительный объем и вязкость, на динамику жидкостей.

Вибрации и средние вибрационные воздействия могут быть эффективно использованы для управления гетерогенными системами, в частности, для управления тепломассообменом. В этом отношении вращающиеся системы представляют особый интерес для широкого диапазона собственных колебаний, которые легко возбуждаются переменными силовыми полями [3]; например, во вращающихся двухфазных системах. Во вращающихся системах с неоднородным вдоль радиуса распределением температуры [28] происходит резонансное возбуждение колебаний посредством вибраций с собственными частотами, что может служить эффективным инструментом управления течениями и тепло и массопереносом.

Вибрационные эффекты представляют особый интерес и в условиях микрогравитации. Например, вращение космического корабля может быть использовано для создания поля центробежной силы, заменяющего гравитацию. В то же время жидкости во вращающихся контейнерах будут динамически реагировать на вибрации, вызванные работой судна и работой экипажа. Примером применения вибраций в условиях микрогравитации является контроль разделения жидкостей с примесью [29]. Интерес представляют также задачи устойчивости

границы раздела жидкостей в условиях микрогравитации, как при вибрациях, так и при вращении [30].

Граница раздела жидкостей с высоким контрастом вязкости

Гидродинамика многофазных систем, включающих границу раздела жидкостей с контрастом вязкости в щелевых каналах или пористых средах, представляет собой важную область физической гидродинамики, как с точки зрения фундаментальной науки, так и с точки зрения решения прикладных задач.. Исследование динамики границы раздела в данной постановке важно во многих технологических приложениях, особенно для очистки сахара, добычи нефти, гидрологии и, к примеру, связывании углерода [31 – 36]. Одной из самых острых и интересных с точки зрения решения прикладной технологической проблемы является добыча нефти, когда нефть вытесняется водой. При вытеснении одной жидкости из пористой среды другой на первый план выходят вопросы смачивания, краевых углов, соотношения вязкостей жидкостей. Таким образом, при вытеснении маловязкой жидкости высоковязкой в однородной пористой среде образуется устойчивая граница раздела. В обратном случае, когда высоковязкая жидкость вытесняется маловязкой, граница раздела между жидкостями оказывается неустойчивой. При этом менее вязкая жидкость прорывается в более вязкую в виде вытянутых «пальцев». Это явление на границе раздела в пористой среде называется неустойчивостью Саффмана-Тейлора [37, 38].

Для моделирования движения жидкостей в пористых средах широко используется ячейка Хеле–Шоу [39]. В ячейке скорость движения жидкости пропорциональна градиенту давления, а также определяется силами вязкости, аналогичными течению жидкости в пористой среде. Данная закономерность позволяет провести аналогию между движением жидкости в ячейке и в насыщенной жидкостью пористой среде, в которой жидкость движется по закону Дарси [32]. Данная физическая модель широко применяется для изучения конвекции, как при условии наличия температурного градиента, так и при вибрациях [40 – 42]. Исследованы и определены устойчивые и нестационарные

виброконвективные течения. Составлена карта устойчивости конвективных режимов для широкого диапазона управляющих параметров.

Возможность применения ячейки Хеле–Шоу (прямоугольной или цилиндрической) как модели пористой среды рассматривается во многих теоретических работах [43 – 46]. Широко рассмотрены вопросы, как устойчивости границы раздела, так и связанные с фильтрационными методами. При вытеснении маловязкой жидкостью более вязкой встает вопрос не только о развитой «пальчиковой» неустойчивости, но и о морфологической неустойчивости границы раздела жидкостей с момента начала вытеснения [43, 47]. Большинство проведенных исследований посвящено стационарному вытеснению менее вязкой средой более вязкой в ячейке Хеле-Шоу [48, 49].

Одним из основных методов с точки зрения интенсификации нефтеотдачи, рассматриваемых в геологии и гидрологии, является гидравлический разрыв пласта (фрекинг) и связанные с ним эффекты. Такой метод заключается в воздействии высоким давлением на нефтенесущий пласт и, как следствие создание в нем высокопроводимых трещин [50, 51] Однако, вибрационное воздействие на нефтесодержащие пласты может приводить к не менее эффективному результату. Вибрационное воздействие на зоны остаточной нефтенасыщенности рассматривалось как способ увеличения нефтеотдачи [52, 53]. Таким образом, изучение колебательной динамики гидродинамических систем, включающих межфазную границу в пористых средах, является актуальным для выяснения лежащих в их основе механизмов.

В отличие от задачи стационарного вытеснения одной жидкостью другой в ячейке Хеле-Шоу, которой посвящено большое количество экспериментальных и теоретических исследований, влияние осциллирующей прокачки на динамику границы раздела жидкостей практически не изучалось. Можно отметить только исследования экспериментальные [54] В которой было обнаружено дестабилизирующее воздействия влияние периодического (модуляции приложенного давления) на форму границы раздела в плоскости ячейки Хеле-Шоу. Влияние инерционных эффектов на границу жидкостей в цилиндрической

ячейке теоретически рассматривалось в [55, 56], в частности сделан вывод о том, что вибрации оказывают стабилизирующую роль на границу раздела. В работе [57] обнаружен резонансный отклик на колебания границы раздела с определенной частотой. Для смешивающихся жидкостей [58], как и для несмешивающихся [59] обнаружено стабилизирующее влияние колебаний движущегося фронта вытеснения.

Все описанные выше работы посвящены влиянию колебаний границы раздела на классическую неустойчивость Саффмана-Тейлора, т. е. исследования проводились в условиях непрерывного перемещения границы раздела. Можно ожидать, что в случае одновременного установившегося перемещения и колебаний границы раздела жидкостей с большим контрастом вязкости в зазорах результат будет определяться взаимодействием щелевых двух независимых механизмов, а именно классического, связанного с установившимся перемещением, и колебательного, характеризующего осредненное воздействие колебаний на границу раздела жидкостей. Изучение последнего механизма относится к области «механики колебаний». Вибрационная динамика межфазных границ и осредненные эффекты, возбуждаемые колебаниями гидродинамических систем с границей раздела, представляет собой одно из важных направлений «вибрационной гидромеханики». В настоящий момент хорошо развита теория высокочастотного воздействия на границы раздела, когда жидкости по обе стороны границы раздела совершают невязкие колебания. Такие колебания вызывают устойчивую деформацию межфазной границы [60 – 63], осредненные течения, влияющие на тепло и массоперенос в средах [64]. Следует отметить, что нелинейные осредненные эффекты сохраняются и в случае вязких колебаний жидкостей [65].

Несмотря на обширное изучение поведения границы раздела жидкостей, как при стационарной прокачке, так и при осцилляции фронта вытеснения, остается слабо изученным влияние колебаний жидкости при нулевом среднем расходе на границу раздела в пористых средах и щелевых зазорах.

Актуальность и степень разработанности темы исследования.

В настоящее время большое внимание исследователей уделяется задачам вибрационной гидромеханики, в которых изучается влияния осциллирующих сил на динамику неоднородных по плотности гидродинамических систем. Особый интерес вызывают задачи о динамике фазовых включений в жидкости, а именно вращающейся возможность управления И позиционирования BO или вибрирующей полости. Данный интерес связан напрямую С вопросами эффективной очистки от примеси жидкостей, интенсификации перемешивания, активизации сепарационных процессов. Также интерес представляет изучение влияния вибраций на границу раздела жидкостей ввиду решения большого спектра прикладных задач. Основной интерес в данном случае представляет добыча углеводородов, однако во многих технологических процессах на производствах так или иначе встречается осцилляционная динамика границы раздела, как смешивающихся, так и несмешивающихся жидкостей.

Краткое описание диссертационного исследования

Целью диссертационной работы является экспериментальное изучение «вибрационной» динамики многофазных систем при действии осложняющих факторов: вращения, неоднородности свойств жидкости.

Задачи исследования:

- экспериментальное изучение вибрационной динамики легкого длинного цилиндрического тела в заполненном жидкостью горизонтальном цилиндре;
- исследование динамики двухфазной системы, пара несмешивающихся жидкостей и твердого тела в жидкости при вибрациях с частотой вращения полости;
- изучение динамики тяжелого цилиндрического тела в цилиндрической полости с жидкостью при модуляции скорости вращения; определение зависимости от безразмерной частоты модуляции величины подъемной силы и механизма, определяющего ее значение;

 экспериментальное исследование динамики осциллирующей границы раздела двух жидкостей с высоким контрастом вязкости в радиальной ячейке Хеле–Шоу.

Научная новизна. Изучена осредненная динамика легкого длинного цилиндрического тела в заполненном жидкостью горизонтальном вращающемся цилиндре в случаях, когда колебания тела относительно полости возбуждаются внешним статическим полем либо перпендикулярными оси вращения поступательными вибрациями.

Исследована динамика двухфазной системы (пара несмешивающихся жидкостей и твердое тело в жидкости) при вибрациях с частотой вращения полости. Обнаружен эффект стационарного смещения включения с оси вращения. Показана возможность вибрационного управления фазовым включением в равномерно вращающейся полости.

Рассмотрена динамика тяжелого цилиндрического тела в цилиндрической полости с при модулированном вращении. Обнаружено жидкостью определяющее значение безразмерной частоты либраций величине В коэффициента подъемной силы, действующей на тяжелое тело и приводящей к отрыву тела от стенки полости.

Впервые изучена динамика осциллирующей границы раздела двух жидкостей с высоким контрастом вязкости в радиальной ячейке Хеле–Шоу. Обнаружен и исследован новый тип неустойчивости, проявляющийся в возникновении «пальчиковых» структур на межфазной границе в фазе вытеснения вязкой жидкости с повышением амплитуды ее радиальных колебаний. Показано, что неустойчивость имеет квазистационарную природу и по типу аналогична неустойчивости Саффмана – Тейлора.

Теоретическая и практическая значимость работы. Ясность в специфике процессов, протекающих в многофазных системах при действии осложняющих факторов, важна с позиции применимости в производственных и технологических

процессах. В частности, возможность управления положением фазового включения (легкого ИЛИ тяжелого) В полости за счет переменного осциллирующего поля может быть использована для активации перемешивания или для сепарации. Описанные в работе механизм стабилизации (другими словами, выравнивания) межфазной границы и новый обнаруженный тип квазистационарной неустойчивости по типу Саффмана – Тейлора имеют широкий прикладной интерес в нефтедобыче и технологических процессах, протекающих в пористых средах. Выполненные экспериментальные исследования вносят важный вклад в развитие теории вибрационной гидромеханики.

Методы и методология диссертационного исследования. Решение поставленных задач осуществляется проверенными апробированными экспериментальными методами с использованием современных устройств: высокоскоростной камеры, шагового двигателя с контроллером вращения, твердотельного лазера, вибростенда. Обработка экспериментальных данных производится с помощью специализированных программ. Экспериментальное исследование структуры течения в полости осуществлялось методом цифровой трассерной визуализации (PIV–метод).

Основные положения, выносимые на защиту:

- Колебания неоднородных по плотности многофазных систем, вызываемые полем силы тяжести во вращающейся вокруг горизонтальной оси полости, являются источником осредненных эффектов (в частности, дифференциального вращения), которые определяются скоростью вращения и параметрами системы.
- Вибрации вращающейся полости с многофазной системой возбуждают инерционные колебания последней и вносят вклад в осредненную динамику фазовых включений. Эффект определяется безразмерными параметрами: частотой и амплитудой вибраций.

- Вибрации вращающейся полости с частотой вращения приводят к модификации центробежного силового поля и могут быть использованы для вибрационного управления многофазными системами.
- Модулированное вращение полости с жидкостью и твердым тяжелым телом генерирует осредненную подъемную силу, приводящую к отрыву тела от стенки полости; коэффициент подъемной силы зависит от безразмерной частоты либраций.
- Колебания границы раздела жидкостей с высоким контрастом вязкости в щелевом зазоре приводят к проявлению нового типа квазистационарной неустойчивости, порог возбуждения которой определятся амплитудой колебаний межфазной границы.

Достоверность результатов исследования подтверждается использованием апробированных экспериментальных методик сбора и обработки данных. Экспериментальный и теоретический подходы к рассмотрению проблем и сравнение с результатами других авторов гарантируют точность результатов.

Апробация работы. Результаты исследования были представлены на следующих конференциях: Всероссийская конференция, посвященная памяти профессоров Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкого и Д.В. Любимова «Пермские гидродинамические научные чтения» (Пермь, 2016, 2018, 2019, 2020); Международная научная школа молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах» (Москва, 2016, 2018); Международный симпозиум «Неравновесные процессы в сплошных средах» в рамках Пермского Естественнонаучного Форума (Пермь, 2017, 2021); Зимняя школа по механике сплошных сред. ИМСС УрО РАН (Пермь, 2017, 2021); ХХІІІ Международная конференция «Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность» (Звенигород, 2018); XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Уфа, 2019); VII Всероссийская конференция с участием забежных ученых «Задачи со свободными границами: теория, эксперимент и

приложения» (Красноярск, 2020). Работа выполнена при поддержке: проекта Российского научного фонда № 14-11-00476; Ведущей научной школы № НШ-9176.2016.1; проекта Министерства образования и науки РФ 3.9053.2017/БЧ.; проекта Российского научного фонда № 18-71-10053; Российского Фонда Фундаментальных исследований (проект 17-41-590773, проект 18-31-00363, проект 20-41-596011); Правительства Пермского края (грант для ведущей научной школы С-26/1191); Правительства Пермского края (грант для международных исследовательских групп С-26/174.9).

Публикации. Полученные результаты опубликованы в 29 работах, включая 6 статей в журналах из списка ВАК [66 – 71] (индексированы в WOS/SCOPUS), 14 статей в сборниках научных статей и трудах конференций [72 – 85] (индексированы в РИНЦ) и 9 тезисов докладов [86 – 94].

Личный вклад автора. Диссертантом совместно с научным руководителем спроектированы И сконструированы экспериментальные установки. Экспериментальные исследования и обработка результатов, описанные в главах 1, 2, 4, выполнены лично диссертантом. Эксперименты и обработка данных 3 главы проведены совместно с к.ф.-м.н. Власовой Ольгой Андреевной. Обсуждение публикаций теоретический научных результатов, анализ И написание осуществлялись совместно с научным руководителем и соавторами.

Структура и объем работы. Основной текст работы состоит из введения, четырех содержательных глав, заключения и списка литературы. Диссертация содержит 120 страниц текста, включая 56 фигур, а также список литературы из 112 источников.

Автор настоящей диссертационной работы выражает глубокую благодарность и признательность д.ф.-м.н., профессору Виктору Геннадьевичу Козлову и д.ф.-м.н., профессору Алевтине Алексеевне Ивановой за

предоставление темы диссертации, постоянное внимание и помощь, полезные обсуждения, а также помощь и поддержку в написании и защите диссертации. Особая благодарность всему научному коллективу лаборатории вибрационной гидромеханики ПГГПУ и лично к.ф.-м.н. Козлову Николаю Викторовичу и к.ф.-м.н. Власовой Ольге Андреевне за плодотворные обсуждения задач и результатов экспериментов и помощь в написании статей. Большое спасибо семье, родным и близким за поддержку.

ГЛАВА 1. ВИБРАЦИОННАЯ ДИНАМИКА ЛЕГКОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ТЕЛА ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ПОЛОСТИ С ЖИДКОСТЬЮ

Экспериментально изучается динамика цилиндрического тела BO вращающейся цилиндрической полости при перпендикулярных оси вращения вибрациях. Эксперименты проводятся при высокой скорости вращения, когда под действием центробежной силы тело располагается вблизи оси вращения. Режим осредненного движения тела зависит от частоты вращения полости. Вибрации приводят к возбуждению разного рода дифференциального вращения тела (опережающего или отстающего), связанного с резонансным возбуждением его инерционных колебаний. Исследована зависимость дифференциальной скорости вращения тела от частоты вибраций. В зависимости от безразмерной частоты вибраций динамика тела имеет сложный характер. Анализ траектории колебаний тела показывает, что колебательное движение тела состоит из суммы нескольких мод, каждая из которых вносит вклад в осредненные динамику тела и течения в полости.

1.1. Тело в полости, вращающейся вокруг горизонтальной оси 1.1.1. Экспериментальная установка и методика

Рассматривается задача о движении легкого цилиндрического тела радиуса R_2 в заполненной жидкостью цилиндрической полости радиуса R_1 , вращающейся с частотой $\Omega_{rot} = 2\pi f_r$, где f_r – скорость вращения полости (рис. 1.1). Длина полости $L_1 = 280$ мм, внутренний радиус $R_1 = 35.0$ мм. Длина и радиус тела: $L_2 = 245$ мм, $R_2 = 20.0$ мм. Плотность тела составляет $\rho_s = 0.88$ г/см³. Рабочей жидкостью является вода, $\rho_L = 1.0$ г/см³.



Рис. 1.1. Схема полости и тела в ней

Экспериментальная модель представляет собой прозрачную цилиндрическую кювету *1* (рис. 1.2), изготовленную из оргстеклянной трубы с прозрачной торцевой крышкой *2*. В кювете, заполненной рабочей жидкостью, находится легкое полое твердое тело *3*, изготовленное из капролона. На оси симметрии тела (на торцах) установлены упоры в виде тонких упругих "усов" длиной 10 мм для предотвращения приближения тела к торцам полости.

Кювета закреплена в стойках с подшипниками 4, которые стянуты металлическими шпильками 5 с целью предотвращения перекоса стоек. Кювета приводится во вращение шаговым двигателем 6 модели FL86STH80-4208A, закрепленным на плите 7. Электродвигатель управляется драйвером SMD-4.2 в паре с модулем АЦП ZET 210 (8), в качестве источника питания используется блок питания NES-350-48 (9). Нестабильность скорости вращения не превышает 0.001 об/с.



Рис. 1.2. Схема кюветы с телом (вид сбоку)

Скорость вращения кюветы изменяется в диапазоне $f_r = 0 - 9.75$ об/с. Для охлаждения электродвигателя используется вентилятор 10 типа BBФ-71M. Вращение от двигателя через муфту 11 передается кювете. Экспериментальная

кювета в сборе монтируется на алюминиевой плите 12, что обеспечивает жесткость всей конструкции и позволяет закрепить кювету на вибрационном стенде.

В отсутствие вращения легкое цилиндрическое тело находится в верхней части полости. Исследование динамики тела проводится для центрифугированного состояния, когда легкое тело, меньшей по сравнению с окружающей жидкостью плотности, находится вблизи оси вращения полости (рис. 1.3). На рисунке приведена фотография торца тела, сделанная камерой *13* (см. рис. 1.2).

Центрифугирование тела, переход от стенки полости в среднюю часть при повышении скорости вращения, происходит при скорости вращения $f_r = 4.88$ об/с, а возвращение тела в исходное положение при понижении скорости вращения происходит при $f_r = 4.37$ об/с.



Рис. 1.3. Центрифугированное состояние твердого тела, $f_r = 4.88$ об/с

Исследования в отсутствие вибраций проводятся при $f_r \ge 4.88$ об/с. Наблюдение за поведением тела, а также его фото- и видеорегистрация проводятся со стороны прозрачного торца кюветы при непрерывном освещении. Высокоскоростная видеозапись выполняется высокоскоростной камерой Optronis CamRecord CL600x2 (см. рис. 1.2, *13*) с частотой 800 кадров в секунду при разрешении 640×480 пикселей на кадр. Обработка результатов фото- и видеорегистрации выполняется на компьютере.

Для изучения тела проводится покадровая обработка динамики видеозаписей. Для измерения скорости вращения тела и скорости вращения полости на их торцы нанесены радиальные метки. Наблюдение за смещением меток позволяет определить угол поворота или количество оборотов тела (полости). Время между положениями тела находится по известной частоте кадров. Таким образом, определяется скорость вращения тела в лабораторной системе отсчета f_s и в системе отсчета полости $\Delta f = f_s - f_r$. Для обработки изображений используется программа ImageJ. Сначала определяются x и y координаты центров (осей) полости и тела в лабораторной системе отсчета. Вычитая из координат центра тела координаты центра полости, мы осуществляем систему отсчета, связанную с не переход В вращающимся столиком (алюминиевой плитой, рис. 1.2, 12) с началом координат в центре полости. Именно в этой системе отсчета будет рассматриваться движение центра тела.

1.1.2. Динамика тела и осредненное дифференциальное вращение тела

Поведение исследуемой системы определяется скоростью вращения. В качестве одной из основных характеристик отклика системы используется скорость дифференциального вращения тела относительно полости, определяемая как $\Delta f = f_s - f_r$. Здесь f_s – скорость вращения тела, а f_r – скорость вращения полости. На рис. 1.4 представлен график зависимости безразмерной скорости вращения тела от скорости вращения полости f_r . Единицей измерения Δf служит скорость вращения полости. По оси абсцисс также отложена величина безразмерного ускорения силы тяжести, определяемого как:

$$\Gamma = \frac{g}{\left(2\pi f_r\right)^2 R_2}.$$
(1.1)

График показывает, что для всего диапазона f_r вращение тела является отстающим по отношению к полости. С повышением скорости вращения полости скорость вращения тела в среднем увеличивается. При прямом ходе, т.е. при увеличении скорости вращения полости (светлые точки на графике), наблюдается локальный минимум в диапазоне $f_r = 7.25 - 8.00$ об/с, и при значении $f_r = 8.12$ об/с скорость вращения тела скачком повышается. При обратном ходе по скорости вращения полости (темные точки) наблюдается монотонное понижение величины $\Delta f / f_r$.



Рис. 1.4. Зависимость безразмерной дифференциальной скорости вращения тела от скорости вращения полости и безразмерного ускорения силы тяжести: *1* – увеличение скорости вращения полости (пустые символы), *2* – обратный ход в скорости вращения полости (закрашенные символы). Схемы по сторонам графика показывают соответствующие режимы движения, поясненные на рис. 1.5

Между прямым и обратным ходом по f_r наблюдается гистерезис, обусловленный отличием амплитуды колебания тела. Так, при повышении скорости f_r , на участке $f_r = 5.25 - 8.25$ об/с колебания имеют большую амплитуду по сравнению со случаем понижения f_r . В зависимости от скорости вращения

полости поведение тела имеет различный характер. При изменении f_r происходит смена режимов колебаний тела.

Можно выделить три основных типа движения тела во вращающейся полости. При $f_r = 4.88 - 8.00$ об/с (см. рис. 1.4, *AB*) наблюдаются двумерные колебания тела. В лабораторной системе отсчета динамика тела характеризуется его стационарным смещением относительно оси вращения полости и колебаниями относительно собственного среднего положения (рис. 1.5,*a*). Подобное поведение демонстрирует тело и при понижении скорости вращения полости в области $f_r = 6.75 - 5.25$ об/с (*EA*).



Рис. 1.5. Схематичное представление характерного поведения легкого твердого тела при различных режимах, соответствующих следующему на рис. 1.4: область *AB* для светлых символов и область *EA* для темных символов (*a*); только область *BC* для светлых символов (*б*); область *CD* для светлых символов и область *DE* для темных символов (*в*)

На приведенных схемах смещение относительно собственного среднего положения тела обозначено как b_1 , а стационарное смещение тела относительно оси вращения полости обозначено как b_2 . Вблизи порогового перехода $f_r = 8.12$ об/с (*BC*) динамика тела осложняется появлением прецессии (рис. 1.5, δ).

Следует отметить, что прецессия проявляется только вблизи порогового перехода и только для случая прямого хода по скорости вращения полости. При понижении f_r , области с данным типом движения не обнаружено. При повышении скорости вращения полости сверх $f_r > 8.12$ об/с (*CD* на рис. 1.4) используемые оптические экспериментальные методы также не позволяют увидеть колебания тела относительно собственного среднего положения. Поведение тела, для случая обратного хода, аналогично для области $f_r = 9.75 - 7.25$ об/с (*DE*). Для данных значений f_r характерно только стационарное смещение тела (рис. 1.5,*в*).

Скорость дифференциального вращения тела коррелирует с его режимом колебаний. При меньших значениях безразмерного ускорения Γ наблюдается устойчивый радиальный сдвиг b_2 (экспериментальные точки в пределах *CD* и *DE* на рис. 1.4). Этот режим движения соответствует меньшей разнице скоростей вращения. С увеличением Γ разница в скорости вращения становится больше. При относительно высоком значении Γ дополнительные колебания с амплитудой b_1 наблюдаются одновременно с установившимся стационарным радиальным смещением (экспериментальные точки в пределах *AB* и *EA* на рис. 1.4), тогда разница в скоростях вращения будет в несколько раз больше. В пределах точности эксперимента, как радиальный сдвиг, так и дополнительные колебания являются двумерными, т.е. поперечными. В переходной области BC наблюдаются трехмерные прецессионные колебания. Наблюдаемый гистерезис между прямыми и обратными ходами типичен для переходов между различными режимами движения для вращающихся двухфазных систем.

1.2. Свободное цилиндрическое тело во вращающейся горизонтальной полости при вибрациях

Динамика цилиндрического тела во вращающейся полости экспериментально исследована при поперечных оси вращения полости поступательных колебаниях. Эксперименты проводятся при высокой скорости вращения, когда под действием центробежной силы тело смещается к оси вращения (центрифугированное состояние). В отсутствие вибраций наблюдается отстающее дифференциальное вращение тела из-за радиального смещения тела от оси полости, вызванного силой тяжести. Режим вращения тела зависит от скорости вращения полости. Вибрации приводят к возбуждению различных режимов дифференциального вращения тела (опережающего или отстающего), связанных с возбуждением его инерционных колебаний. Изучена зависимость дифференциальной скорости вращения тела от частоты вибраций. Динамика тела имеет сложный характер и зависит от безразмерной частоты колебаний. Анализ траектории колебательного движения тела свидетельствует, что движение состоит из нескольких мод, которые определяют осредненную динамику тела и течения в полости.

1.2.1. Экспериментальная установка и методика

Экспериментальная модель в сборе *1*, закрепленная на платформе, помещается на столик вибростенда *2*, осуществляющего горизонтальные колебания (рис. 1.6).



Рис. 1.6. Экспериментальная установка (вид сверху)

Столик установлен на линейные шариковые подшипники, которые перемещаются по горизонтальным параллельным рельсам 3. Вращательное движение ротора мотора посредством кривошипно-шатунного механизма 4, 5 преобразуется в поступательное движение столика вибростенда. Ось вращения полости параллельна столику вибростенда, а направление вибраций перпендикулярно оси вращения полости. Частота вибрации варьируется в диапазоне $f_{vib} = 0-7$ Гц, амплитуда поддерживается неизменной и составляет $A_{vib} = 10.0 \pm 0.5$ мм.

Исследование влияния вибраций на динамику тела проводится при определенной скорости вращения полости, $f_r = 4.88$ об/с. Данная частота вращения соответствует центрифугированию тела. Для фото- и видеорегистрации используется статично расположенная скоростная камера 6 (Optronis CamRecord CL600x2) со стороны прозрачного торца кюветы при непрерывном освещении. Высокоскоростная видеозапись выполняется с частотой 800 кадров в секунду и разрешением 640×480 пикселей на кадр. Для изучения динамики фазового включения проводится покадровая обработка видеозаписей. Скорость вращения тела в лабораторной системе отсчета f_s определяется по смещению метки, нанесенной на его торец, и по времени между кадрами, которое записывает камера. Скорость в системе отсчета полости находится как $\Delta f = f_s - f_r$, где f_r – это скорость вращения полости. Обработка результатов фото- и видеорегистрации выполняется с помощью программы ImageJ на компьютере 7. Определяются координаты центров полости и фазового включения. Вычитая из координат центра включения координаты центра полости, осуществляется переход в систему отсчета, связанную столиком вибратора, относительно которой co рассматривается движение включения.

1.2.2. Колебания и дифференциальное вращение тела

Рассмотрим влияние вибраций на вращающуюся систему. Скорость дифференциального вращения тела изменяется сложным образом в зависимости от задаваемой частоты вибрации (рис. 1.7). На графике относительная частота f_{vib} / f_r отложена вдоль оси абсцисс, относительная скорость вибрации дифференциального вращения тела при вибрационном воздействии отложена вдоль оси ординат. Единицей измерения является дифференциальная скорость вращения тела в поле силы тяжести $\left|\Delta f_g\right|$, определяемая как $\left|\Delta f_g\right| = \left|f_s - f_r\right|$ при При скорости вращения полости $f_r = 4.88$ об/с величина $f_{vih} = 0$ Гц. $|\Delta f_g| = 2.22$ об/с. Сравнение результатов, полученных при прямом ходе по частоте f_{vib} / f_r (светлые символы) и обратному (темные символы), выявляет узкие области гистерезиса при переходах из одного режима движения в другой. И в случае прямого хода, и в случае обратного хода в области $f_{vib} \, / \, f_r \, = \, 0 - 0.41$ вибрации не влияют на величину $\Delta f / \left| \Delta f_g \right|$. При $f_{vib} / f_r = 0.43$ скорость вращения тела резко уменьшается, а дальнейшее увеличение f_{vib} / f_r сопровождается ростом $f_{\rm wib} / f_r = 0.80.$ B скорости вращения значения диапазоне тела ДО $f_{vib} / f_r = 0.80 - 0.88$ наблюдается резкий спад величины $\Delta f / \left| \Delta f_g \right|$, что сменяется монотонным увеличением скорости вращения тела при f_{vib} / f_r > 0.88. В целом, дифференциальная скорость вращения тела возрастает с повышением частоты вибраций. Наблюдения свидетельствуют, что при изменении f_{vib} / f_r происходит смена режимов движения цилиндрического тела в полости. Исследованный интервал частот можно разделить на четыре характерные области.

В области *I*, $f_{vib} / f_r = 0 - 0.41$, поведение тела полностью определяется действием поля силы тяжести, как, например, в случае $f_{vib} / f_r = 0.31$ (рис. 1.8,*a*, точка 2); единицей измерения координат Δx и Δy является радиус тела $R_2 = 20.0$ мм.



Рис. 1.7. Зависимость относительной дифференциальной скорости вращения тела от относительной частоты вибраций

Наряду со стационарным смещением относительно оси вращения полости лействием силы тяжести наблюдаются случайные колебания пол тела относительно некоторого среднего положения. Смещение относительно оси вращения полости при воздействии вибраций и в их отсутствие сопоставимо по величине, но амплитуда колебаний тела относительно среднего положения при больше. Тем не вибрациях В несколько раз менее, динамику можно охарактеризовать как схожую, и вращение тела остается прежним: $\Delta f / \left| \Delta f_g \right| = -1$. Вибрации в частотном диапазоне $f_{vib} / f_r = 0 - 0.41$ не меняют характер движения тела по сравнению с гравитационным случаем.

В области *II* (см. рис. 1.7) поведение тела характеризуется монотонным увеличением дифференциальной скорости вращения тела наряду с изменением типа движения. В этой области характер колебаний тела качественно меняется. Тело больше не занимает стационарное положение, смещенное относительно оси вращения полости (или слегка колеблющееся, относительно этого среднего положения) в лабораторной системе отсчета. В данной области тело совершает круговые колебания относительно некоторого смещенного положения от оси

вращения полости (рис.1.8, а, точки 3). Это обстоятельство указывает на то, что действие вибраций вызывает круговые колебания тела, которые суммируются со стационарным смещением, вызванным действием тяжести. Центр круговой траектории, по которой движется тело, находится приблизительно в той же точке, что и ось тела в гравитационном случае. На рис. 1.8,6 представлена безразмерная временная зависимость координаты $\Delta x/R_2$. Единицей измерения времени является период вибраций T; одному периоду соответствует t/T = 1. Поскольку тело совершает круговые колебания, его координаты изменяются во времени в соответствии с периодическим законом. Временная зависимость для координаты $\Delta y/R_2$ выглядит аналогично, но со сдвигом по фазе на $\pi/2$. В этом случае (рис. 1.8, в), которая включает оба типа смещения, осциллограмма b_1 (относительно собственного среднего положения тела) и b_2 (стационарное смещение тела относительно оси вращения полости), позволяет определить, что круговые колебания происходят с частотой f_{vib} . В выбранных координатах среднее смещение осциллограммы от $b/R_2 = 0$ соответствует b_1 , амплитуда гармонических колебаний соответствует b_2 . Амплитуда круговых колебаний b_1 на порядок превышает стационарный радиальный сдвиг b_2 и амплитуды других колебаний. При чисто круговых колебаниях радиальное смещение b/R_2 будет оставаться постоянным во времени, а в случае одновременного радиального смещения оно будет изменяться периодически с частотой вибраций. Спектр сигнала $b/R_2(t/T)$, полученный быстрым преобразованием Фурье, содержит три частоты (рис. 1.8,2). Амплитудное значение спектра Фурье A/R_2 нормировано на радиус тела. Основной пик спектра соответствует частоте круговых колебаний, которая совпадает с частотой вибраций, что характерно для всех f_{vib} / f_r в области II (см. рис. 1.7). Кроме того при меньшей частоте наблюдаются два вторичных пика левее основного, которые систематически обнаруживаются при различных значениях f_{vib} / f_r .



Рис. 1.8. Среднее положение центра тела (*a*) в отсутствие вибраций (*1*) и при $f_{vib} / f_r = 0.31$ (2); траектория, описываемая центром тела в системе отсчета столика вибростенда при $f_{vib} / f_r = 0.80$ (3): безразмерная осциллограмма смещения центра тела по оси абсцисс (*б*), безразмерная осциллограмма радиального смещения тела (*в*), безразмерный частотный спектр колебаний, найденный быстрым преобразованием Фурье (*г*)

При $f_{vib} / f_r = 0.82 - 1.02$ (область *III* на рис. 1.7) траектория орбиты тела относительно оси вращения полости является более сложной (рис. 1.9,*a*). Движение сопровождается уменьшением дифференциальной скорости вращения (отставание становится сильнее). Основная особенность заключается в том, что колебания тела с частотой вибрации становятся заметно модулированными (рис. 1.9,*б*).



Рис. 1.9. Траектория, описываемая центром тела в системе отсчета столика вибростенда (*a*); безразмерная осциллограмма смещения центра тела по оси абсцисс (*б*); безразмерная осциллограмма радиального смещения тела (*в*); безразмерный частотный спектр колебаний, найденный быстрым преобразованием Фурье (*г*). $f_{vib} / f_r = 0.88$

В спектре основной пик наблюдается при частоте, которая совпадает с частотой вибраций (рис. 1.9,*г*). При этом пик при $f_{vib} / f_r \sim 0.40$ удвоил свою амплитуду по сравнению с тем, что наблюдалось в области *II*. Как видно на рис. 1.8, максимум в спектре при $f / f_r = f_{vib} / f_r$ связан со сдвигом круговой траектории относительно начала координат. Таким образом второй по амплитуде максимум при $f / f_r \approx 0.4$ связан с модуляцией базовой круговой моды.

При $f_{vib} / f_r > 1.02$ (область IV на рис. 1.7) торцы тела двигаются по спирали, периодически приближаясь к оси вращения полости и удаляясь от нее (рис. 1.10,*a*). Фрагмент траектории центра тела и его последовательные положения отмечен на рисунке красной линией со стрелкой. Наблюдения в боковой проекции показывают, что такая траектория связана с прецессией тела. Как показывают осциллограммы (рис. 1.10,*б*, *в*), наряду с круговыми колебаниями

тела с частотой вибраций относительно среднего положения прецессия вызывает низкочастотные высокоамплитудные колебания концов тела.



Рис. 1.10. Траектория, описываемая центром тела в системе отсчета столика вибростенда (*a*); безразмерная осциллограмма смещения центра тела по оси абсцисс (*б*); безразмерная осциллограмма радиального смещения тела (*в*); безразмерный частотный спектр колебаний, найденный быстрым преобразованием Фурье (*г*). $f_{vib} / f_r = 1.25$

Математически ЭТО эквивалентно модуляции круговых колебаний (рис. 1.10,б). На рис. 1.10,г прецессионные колебания соответствуют первому пику ($f / f_r \approx 0.2$) и малому пику вблизи значения $f / f_r \approx 1.25$. Сравнивая спектры на рис. 1.8,г, 1.9,г и 1.10,г, можно заметить, что во всех случаях три *f / f_r*. Два принадлежат определенным низкочастотных частоты пика проявляются при одних и тех же значениях f/f_r , независимо от значения f_{vib} / f_r , и, вероятно, соответствуют частотам собственных колебаний тела. Третий пик в спектре всегда находится вблизи значения заданной частоты вибраций, $f / f_r = f_{vib} / f_r$.

При понижении частоты вибраций частотные области с характерными режимами движения тела воспроизводятся в обратном порядке, границы этих областей могут не совпадать. Об этом свидетельствуют небольшие различия в значении $\Delta f / \left| \Delta f_g \right|$ (между пустыми и закрашенными символами на рис. 1.7).

1.3. Анализ результатов

В работах [12, 95, 96] в двумерной постановке изучено влияние постоянного и переменного инерционных полей, однородных в пространстве, на динамику цилиндрического тела в цилиндрической полости. При этом выполнена трансляционная симметрия относительно оси вращения полости z, т.е. $\partial / \partial z = 0$. Действие статического внешнего поля, перпендикулярного оси вращения, круговые колебания вызывает тела относительно полости вида $r = b(\sin \Omega_{osc} t \cdot \mathbf{i} + \cos \Omega_{osc} t \cdot \mathbf{j})$, где b – амплитуда радиального смещения тела, Ω_{osc} – угловая частота его колебаний в системе отсчета полости. Если колебания вызваны полем силы тяжести, частота колебаний тела в системе отсчета вращающейся полости Ω_{osc} равна частоте вращения Ω_r , $\Omega_{osc} = -\Omega_r$. В случае поступательных поперечных вибраций полости с частотой Ω_{vib} тело колеблется с частотой $\Omega_{osc} = \Omega_{vib} - \Omega_r$. В результате колебаний в пограничном слое Стокса на поверхности тела генерируется осредненный момент силы, приводящий его во вращение относительно полости. Опережающее или отстающее вращение тела характеризуется положительным или отрицательным знаком Ω_{osc} , соответственно.

Теоретические результаты [97] получены в приближении малой вязкости и малой амплитуды колебаний $b \ll R_1 - R_2$. Амплитуда радиального смещения, вызванного гравитацией, определяется из баланса между плавучестью и гидродинамическим давлением:

$$\frac{b}{R_2} = 0.5 \frac{g}{\Omega_r^2 R_2} (1 - \rho)(1 - R^2), \qquad (1.2)$$

где $\rho = \rho_s / \rho_l$ – относительная плотность тела, $R = R_2 / R_1$. Угловая скорость дифференциального вращения, определяемая произвольными колебаниями тела, согласно теории составляет:

$$\frac{\Delta\Omega}{\Omega_r} = \frac{U_0^2 \left(1 - R^2\right)}{4\Omega_{osc}\Omega_r R_2 \delta},\tag{1.3}$$

где $U_0 = 2b\Omega_{osc}/(1-R^2)$ – амплитуда скорости колебаний жидкости за пределами вязкого пограничного слоя толщиной $\delta = \sqrt{2\nu / \Omega_{osc}}$, ν – кинематическая вязкость жидкости. В случае возбуждения колебаний полем силы тяжести из (1.2) и (1.3) получаем [96]:

$$\frac{\Delta\Omega}{\Omega_r} = -\frac{1}{4} \frac{R_2}{\delta} \left(\frac{g}{\Omega_r^2 R_2} \right)^2 (1 - \rho)^2 (1 - R^2).$$
(1.4)

Результаты экспериментов согласуются с двумерной линейной теорией, однако в случае жидкостей малой вязкости наблюдается их расхождение, которое усиливается с увеличением относительной длины цилиндрического тела. Эксперименты с длинным цилиндрическим телом, описываемые в данной главе, позволяют проверить пределы справедливости существующей 2D-теории.

Теоретическое описание колебательной динамики легкого твердого тела во вращающейся полости с жидкостью предполагает слабое, по сравнению с центробежной силой, возмущающее действие сил инерции [96]. Последние приводят к колебаниям тела малой амплитуды в системе отсчета полости. Это приближение справедливо в областях *I* и *II* (см. рис. 1.7). Можно сравнить

полученные в настоящее время экспериментальные результаты с теоретическими в случае отсутствия вибраций (см. рис. 1.8,*a*, точка *1*).

Несмотря небольшую колебаний, на амплитуду скорость дифференциального вращения тела оказывается на порядок выше, чем предсказывает теория: при $f_r = 4.88$ об/с значение скорости дифференциального вращения тела составляет $\Delta f / f_r = -0.46$ в эксперименте и $\Delta f / f_r = -0.052$ рассчитанным по выражению (1.3). Помимо колебаний с частотой $\Delta f / f_r$ при $f_r = 4.88$ об/с тело совершает дополнительные колебания относительно среднего положения, не совпадающего с осью вращения полости. Причиной такого сильного расхождения могут быть трехмерные колебания, которые не учитываются в теории и проявляются наиболее сильно при большой относительной длине тела. Так, теория предполагает только стационарное радиальное смещение тела, без колебаний относительно среднего смещенного положения.

Круговые колебания цилиндрического тела подобны азимутальным волнам с волновым числом 1 на границе раздела жидкость-жидкость. Согласно теоретическому анализу [27], цилиндрическое тело обладает двумя собственными частотами азимутальных колебаний, определяемыми следующим соотношением:

$$n = \frac{f_{vib}}{f_r} = \frac{2 \pm \sqrt{2 (1 - \rho) (1 - R^2)}}{1 + R^2 + \rho (1 - R^2)}.$$
(1.5)

Учитывая относительную плотность и относительный радиус тела, получаем следующие значения для условий эксперимента: $n_1 = 0.83$ для отстающих колебаний тела и $n_2 = 1.25$ для опережающих. На графике дифференциального вращения (см. рис. 1.7), можно увидеть, что при $f_{vib} / f_r \approx n_1$ существует локальный минимум $\Delta f / |\Delta f_g|$. Это соответствует усилению отстающего дифференциального вращения тела, так как n_1 соответствует частоте

отстающих азимутальных колебаний. В случае $f_{vib} / f_r \approx n_2$ отношение $\Delta f / |\Delta f_g|$ является положительным, что связано с опережающими круговыми колебаниями тела, предсказанными по формуле (1.5).

Вибрации осложняют динамику тела, возбуждая колебания с другими частотами. Фурье-анализ колебаний тела позволяет построить карту спектральной плотности колебаний (распределение частоты и амплитуды) в зависимости от частоты вибраций (рис. 1.11,*a*). В качестве единицы измерений частоты вибраций и частоты колебаний тела выбрана скорость вращения полости $f_r = 4.88$ об/с. Штрих-пунктирной линией на графике обозначено отношение $f / f_{vib} = 1$, которое соответствует вынужденным колебаниям тела, когда частота его колебаний совпадает с частотой вибраций. Видно, что при $f_{vib} / f_r < 0.4$ вибрационное воздействие не оказывает существенного влияния на поведение тела: круговые колебания тела имеют очень малую амплитуду (рис. 1.11,*б*) и на спектральной карте практически нет явных пиков (рис. 1.11,*а*). Следовательно, скорость дифференциального вращения тела определяется только его радиальным смещением под действием силы тяжести: $\Delta f / |\Delta f_g| \approx -1$ (см. рис. 1.7). Прежде

Интенсивность вибрационного воздействия можно охарактеризовать с помощью безразмерного вибрационного ускорения a_{vib} , описывающего силы инерции, возникающие в системе отсчета столика вибростенда из-за горизонтальных вибраций, ориентированных поперечно оси вращения рабочей полости. Если в качестве единицы измерения взять характерное центробежное ускорение в полости $(2\pi f_r)^2 R_2$, то этот параметр принимает вид:

$$a_{vib} = \frac{A_{vib}}{R_2} \left(\frac{f_{vib}}{f_r}\right)^2.$$
 (1.6)



Рис. 1.11. Карта спектральной плотности безразмерной частоты колебаний тела в зависимости от f_{vib} / f_r (*a*) и зависимость обезразмеренной амплитуды круговых колебаний тела от f_{vib} / f_r (*б*). Цвет характеризует амплитуду спектра колебаний *A*

Поскольку скорость вращения кюветы и амплитуда вибраций A_{vib} поддерживаются постоянными, значит, вибрационное ускорение a_{vib} определяется только безразмерной частотой вибраций, и при повышении частоты вибраций возрастает по квадратичному закону:
$$a_{vib} = 0.5 \left(\frac{f_{vib}}{f_r}\right)^2. \tag{1.7}$$

На рис. 1.11 видно, что отклик на вибрационное возмущение генерируется по достижении значения $f_{vib} / f_r = 0.43$, при этом наблюдается скачок амплитуды b_1/R_2 . Поступательные колебания столика вибростенда возбуждают в неинерциальной системе отсчета колебания тела. Последние происходят с частотой вибраций, движение тела происходит по круговой траектории. Круговые колебания тела, возбуждаемые при $f_{vib} / f_r = 0.43$, имеют наибольшую амплитуду и сохраняются вплоть до максимально заданной f_{vib} / f_r . Помимо круговых колебаний возбуждаются несколько других колебательных мод.

При круговых колебаниях с частотой, меньшей частоты вращения полости, тело совершает отстающие круговые колебания в системе отсчета полости, которые генерируют отстающее дифференциальное вращение тела. В сочетании с действием поля силы тяжести, которое сохраняется (так как среднее положение тела смещено относительно оси полости), вынужденные круговые колебания тела с частотой вибраций приводят к резкому усилению его отстающего вращения (см. рис. 1.7, A).

При увеличении безразмерной частоты вибраций, что сопровождается увеличением безразмерного вибрационного ускорения a_{vib} , режим колебаний тела с частотой вибраций $(f / f_r = f_{vib} / f_r)$ сохраняется (рис. 1.11,*a*). В среднем амплитуда круговых колебаний b_1/R_2 увеличивается с a_{vib} . В то же время при некоторых f_{vib} / f_r проявляются другие колебательные моды. Наиболее заметны моды с частотами $f / f_r = 0.12$ и 0.39 (рис. 1.11,*a*). Значение их частот не зависит от частоты f_{vib} / f_r . Первая мода характеризует трехмерные прецессионные колебания тела, которые наиболее отчетливо проявляются при $f_{vib} / f_r \approx n_2$ (см. рис. 1.7). При данном значении генерируется сильное опережающее полость дифференциальное вращение тела, сопровождаемое круговыми и

прецессионными колебаниями большой амплитуды. Вторая мода при $f / f_r = 0.39$ аналогична первой, но колебания сопровождаются усилением отстающего или опережающего дифференциального вращения тела. Данная мода, вероятно, характеризует переход между режимами колебания тела и значением скорости $\Delta f / |\Delta f_g|$ (см. рис. 1.7).

Наиболее сильные прецессионные колебания (см. рис. 1.10) возбуждаются при безразмерной частоте вибраций f_{vib} / $f_r > 1.02$ и достигают максимума при $f_{vib} / f_r \approx 1.25$ (рис. 1.11,*a*). Согласно 2D-теории эти значения частот соответствуют плоским круговым колебаниям с частотой n_2 . Было бы естественно увидеть нелинейное увеличение амплитуды круговых колебаний b_1/R_2 при $f_{vib}/f_r \approx 1.25$, однако резонансного пика не наблюдается (см. рис. 1.11). Вместо этого на фоне круговых колебаний амплитуда прецессии резонансным образом увеличивается. Между тем частота прецессии не является резонансной. Чтобы понять это, сравним различные случаи, когда появляются частоты прецессионных колебаний. Опираясь на карту, можно сделать вывод, что именно данный тип колебаний проявляется при более низких частотах вибраций $f_{vib} / f_r : A - 0.43, B - 0.72, C - 0.94$ (см. рис. 1.11,*a*). Сравнивая карту спектральной плотности с графиком для $\Delta f / \left| \Delta f_g \right|$ (см. рис. 1.7), видим, что эти частоты находятся вблизи точек изменения режимов поведения тела. Вблизи пороговых переходов колебания тела аналогичны колебаниям при f_{vib} / f_r >1.02, но имеют меньшую амплитуду.

Интересно отметить, что наиболее часто наблюдаемым поведением исследуемой системы является прецессия. Она возникает во всех случаях, когда положение тела становится нестабильным: переход от колебаний к устойчивому радиальному смещению в гравитационном случае, переходы между различными модами движения при вибрациях и, наконец, в резонансе при поступательных круговых колебаниях тела. Предположительно причина в том, что момент инерции рассматриваемого длинного цилиндрического тела относительно его поперечной оси намного больше, чем его собственный момент инерции относительно собственной оси симметрии. При этом амплитуда прецессионных колебаний возрастает при частотах, соответствующих собственным двумерным колебаниям. При $f_{vib} / f_r \approx n_2$ эффект проявляется сильнее, чем при $f_{vib} / f_r \approx n_1$ из-за более высокого значения вибрационного ускорения a_{vib} . Этот результат дополняет предыдущие наблюдения в экспериментах с более короткими цилиндрическими телами.

ГЛАВА 2. ДВУХФАЗНАЯ СИСТЕМА ПРИ СОВПАДЕНИИ ЧАСТОТЫ ВРАЩЕНИЯ С ЧАСТОТОЙ ВИБРАЦИИ

Экспериментально изучается влияние поступательных вибраций большой амплитуды на динамику легкого тела или системы двух несмешивающихся жидкостей, помещенных вращающуюся цилиндрическую BO полость. Эксперименты проводятся при высокой скорости вращения, когда под действием центробежной силы легкая фаза располагается вблизи оси вращения. При этом частота вибраций близка к частоте вращения полости, а направление вибраций перпендикулярно оси вращения полости. Показано, что при совпадении частот f_r и f_{vib} поступательные вибрации приводят к созданию стационарного силового поля в системе отсчета полости. Действие вибраций при этом эквивалентно параллельному переносу оси вращения полости на расстояние, равное половине перпендикулярных вибраций. Незначительное рассогласование амплитуды частоты вибраций и частоты вращения полости приводит к осредненному азимутальному дрейфу фазового включения (легкого тела или столба легкой жидкости) относительно полости. Последнее определяется азимутальным перемещением направления осредненного силового поля со временем и может быть как отстающим, так и опережающим. Поперечные оси вращения вибрации с частотой, близкой к частоте вращения, могут быть использованы для азимутального и радиального позиционирования во вращающейся полости легких твердых и жидкостных фазовых включений.

2.1. Экспериментальная установка и методика

Экспериментальная модель представляет собой прозрачную цилиндрическую кювету, изготовленную из оргстеклянной трубы с прозрачной торцевой крышкой (рис. 2.1). В первом случае внутрь помещается легкое (меньшей по сравнению с окружающей жидкостью плотности) цилиндрическое тело 1, и пространство между ним и стенками кюветы заполняется рабочей жидкостью. Во втором случае кювета заполняется парой несмешивающихся жидкостей разной плотности 2. Размеры рабочей полости составляют: длина $L_1 = 26.5$ см (в случае тела) и $L_1 = 13.5$ см (с двумя жидкостями), внутренний радиус $R_1 = 3.5$ см. Твердое полое тело изготовлено из капролона и имеет длину $L_2 = 24.5$ см, радиус $R_2 = 2.0$ см. Его плотность составляет 0.88 г/см³. Длина столба легкой жидкости $L_3 = 13.5$ см, а радиус изменяется в диапазоне $R_3 = 0.7 - 2.3$ см. Уменьшение длины полости при изучении двухжидкостной системы позволяет ослабить эффекты, связанные с возникновением центробежных волн на границе раздела жидкостей при вибрациях.



Рис. 2.1. Экспериментальная установка (вид сбоку)

Размеры полости, в частности, радиус полости и радиусы включений подобраны таким образом, чтобы иметь возможность изменять амплитуды вибраций системы в большом диапазоне. Физические характеристики используемых в экспериментах рабочих жидкостей приведены в таблице 2.1. Относительные физические характеристики пар исследуемых жидкостей приведены в таблице 2.2. Безразмерные параметры нормированы на параметры тяжелой жидкости для каждой из пар.

	Плотность	Вязкость	Коэффициент поверхностного
	$ ho$, г/см 3	<i>ν</i> , сСт	натяжения
			$oldsymbol{\sigma}$, дин/см
Вода (подкрашенная)	1.0	1.0	54
Масло И-5А	0.83	10.3	27
Вода+глицерин (50%)	1.12	5.0	37
Вода+глицерин (75%)	1.2	21.0	44

Таблица 2.1. Физические характеристики рабочих жидкостей

	-	-	-
	Отношение	Отношение	Коэффициент межфазного
	плотностей	вязкостей	натяжения,
	$ ho_{omh}$	V_{omh}	дин/см
Вода – Масло И-5А	0.83	10.3	31
Вода+глицерин (50%) – Масло И-5А	0.74	2.1	17
Вода+глицерин (75%) – Масло И-5А	0.69	0.49	8.6

Таблица 2.2. Физические характеристики пар жидкостей

В отсутствие вращения легкое цилиндрическое тело (столб легкой жидкости) находится в верхней части полости. Экспериментальное исследование динамики включения проводится для случая центрифугированного состояния, когда легкое фазовое включение, меньшей по сравнению с окружающей жидкостью плотности, находится вблизи оси вращения полости (рис. 2.2). При этом легкая жидкость принимает форму осесимметричного столба, вытянутого вдоль оси вращения.





Рис. 2.2. Центрифугированное состояние легкой фазы: твердое тело (а), столб жидкостей

(б)

Вибрационное воздействие оказывается на систему перпендикулярно оси вращения полости с помощью вибрационного стенда, описанного выше (см. Глава 1, рис. 1.6). Наблюдение за динамикой двухфазной системы производится со стороны прозрачного торца. Съемка производится высокоскоростной камерой Optronis CamRecord CL600x2. Результаты фото-и видеосъемки анализируются с помощью программы ImageJ на компьютере. В ходе анализа экспериментально полученных данных определяется скорость вращения твердого тела в лабораторной системе отсчета f_s и в системе отсчета полости $\Delta f = f_s - f_r - дифференциальной скорости, где <math>f_r$ это скорость вращения полости.

В случае жидкостного включения определение дифференциальной скорости данным методом не возможно. Для двухжидкостной системы траектория движения центра столба легкой жидкости определяется, так же, как и для твердого тела. Одним из параметров, имеющих отношение к исследованию, является угловая скорость вращения границы раздела жидкостей. Для ее определения на поверхность раздела были добавлены полимерные частицы, плотность которых была промежуточной между плотностями тяжелой и легкой жидкостей. Размер частиц составлял от 0.3 до 0.7 мм. По достижении центрифугированного состояния системы частицы распределялись ВДОЛЬ цилиндрической границы раздела. Посредством синхронизации мерцания стробоскопической лампы с частотой вращения объекта измерялась частота осредненного вращения границы раздела $f_{\rm int}$. Для управления стробоскопом использовался генератор сигналов GSPF-052 (точность 0.001 Гц). Частота мерцания настраивалась таким образом, чтобы частицы были видны неподвижными в системе отсчета столика вибростенда. Угловая скорость установившегося дифференциального вращения границы определялась как $\Delta\Omega = 2\pi (f_{\rm int} - f_r).$

Для анализа динамики легкого фазового включения необходим правильный выбор системы координат. Ось вращающейся полости твердотельно перемещается вместе со столиком вибростенда. Переход в систему отсчета,

43

связанную со столиком вибростенда осуществляется за счет вычитания координаты центра полости из координат центра включения. Именно в этой системе отсчета были проанализированы траектории центра легкого включения, дифференциальные скорости вращения, а также фазовая скорость волны и скорость вращения границы раздела жидкостей.

По достижении определенной амплитуды вибраций в зависимости от заданных экспериментальных параметров на границе раздела жидкостей возникала волна. Угловая фазовая скорость волны $\Omega_w = 2\pi f_w$ измеряется с помощью отслеживания определенной фазы волны. Координаты точек границы раздела и координаты оси полости использовались для расчета мгновенного положения волны в системе отсчета столика вибростенда. Время каждого кадра определялось по частоте кадров скоростной видеосъемки. Угловое (азимутальное) изменение фиксированной фазы волны определяет Ω_w . Дифференциальная фазовая скорость волны определяется как $\Delta \Omega_w = \Omega_w - \Omega_r$, где $\Omega_r = 2\pi f_r$.

Частота вибрационного воздействия f_{vib} в экспериментах близка к частоте вращения полости f_r . Частота f_{vib} зависит от частоты вращения полости (для центрифугированного состояния легкого включения), относительного заполнения полости q, физических характеристик жидкостей. Также частота вибраций ограничена возможностями вибрационного стенда, в особенности при высокоамплитудных вибрациях. Верхний предел для частоты вибраций в случае большой амплитуды (порядка десятков миллиметров) составляет 8 Гц.

С целью определения рабочих диапазонов (частоты вращения полости и частоты вибраций) были проведены эксперименты в поле силы тяжести (гравитационный случай в отсутствие вибраций). Так, твердое тело заданных размеров переходит от стенки полости в среднюю часть при $f_r = 4.88$ об/с. Таким образом, для твердого фазового включения параметры проведения экспериментов следующие: $f_r = f_{vib} = 5 - 7$ Гц, амплитуда вибраций $A_{vib} = 0 - 3.0$ см. В случае двухжидкостной системы частота центрифугирования зависит от параметров жидкостей: вязкости, плотности, от относительного заполнения полости

 $q = R_3^2 / R_1^2$, где R_3 – радиус столба легкой жидкости, R_1 – внутренний радиус полости. Для трех пар рабочих жидкостей экспериментально определяется частота центрифугирования (рис. 2.3). Рассматривались следующие пары: вода – индустриальное масло И5-А (1), 50% раствор глицерина в воде – индустриальное масло И5-А (2), 75% раствор глицерина в воде – индустриальное масло И-5А (3).



Рис. 2.3. Частота центрифугирования легкого столба жидкости в зависимости от относительного заполнения рабочей полости

Предварительные эксперименты показали, что возможными для проведения экспериментов являются раствор глицерина в воде в паре с индустриальным маслом (при различном относительном заполнении полости и процентной концентрации глицерина в воде). Таким образом, для жидкостного фазового включения параметры проведения экспериментов следующие: $f_r = f_{vib} = 5.75 - 7.75$ Гц, амплитуда вибраций $A_{vib} = 0 - 1.5$ см. Допустимая амплитуда вибраций оказалась ниже, чем для твердого тела, по причине возникновения волн на границе раздела двух жидкостей, что приводит к разрушению устойчивого центрифугированного состояния столба легкой жидкости.

2.2. Легкое тело в жидкости

Экспериментально исследуется поведение легкого твердого тела большой относительной длины во вращающейся горизонтальной цилиндрической полости. Изучение ведется при внешнем осцилляционном воздействии (поперечные оси вращения вибрации) с частотой $f_{vib} = f_r$.

2.2.1. Осциллирующее движение легкого твердого тела

Воздействие на цилиндрическое фазовое включение во вращающейся полости определяется суперпозицией силы тяжести и связанной с вибрациями осциллирующей силы инерции. Обе эти силы возбуждают колебания включения в системе отсчета полости (с различными частотами), вызывая аддитивные осредненные эффекты. Интенсивность вибрационного воздействия можно охарактеризовать безразмерным вибрационным ускорением a_{vib} , описывающим силы инерции в системе отсчета вибрирующего столика. С учетом характерного центробежного ускорения $(2\pi f_r)^2 R_2$ формула для вибрационного ускорения принимает вид:

$$a_{vib} = \frac{A_{vib}}{R_2} \left(\frac{f_{vib}}{f_r}\right)^2.$$
(2.1)

Исследуется динамика твердого легкого тела во вращающейся полости при вибрациях с частотой, предельно близкой к частоте вращения $f_{vib} = f_r$. В связи с этим будем говорить об изменении частоты вращения, подразумевая действие поля силы тяжести, так и силы инерции. В отсутствие вибраций под действием силы тяжести тело смещается вдоль радиуса, и скорость его дифференциального вращения $\Delta f < 0$. Воздействие вибраций с частотой, близкой к частоте вращения, вызывает двумерные круговые колебания тела, которые суммируются со

стационарным смещением, вызванным действием поля тяжести. Об этом свидетельствует траектория движения тела (рис. $2.4,a,\delta$): оно совершает круговые колебания (точки 1) по траектории радиуса b_1 относительно среднего положения (точка 2), смещенного с оси вращения полости на величину b_2 . Это означает, что тело совершает как азимутальное, так и радиальное движение одновременно вращаясь вокруг своей оси.



Рис. 2.4 Траектория движения центра тела в системе отсчета столика вибростенда при $A_{vib} = 0.53$ см (*a*), при $A_{vib} = 2.05$ см (*б*), фотография смещения тела от оси полости при $A_{vib} = 1.5$ см (*в*) и $A_{vib} = 3.0$ см (*г*); $f_{vib} = f_r = 5$ Гц

Качественно можно различить два типа движения тела. Выбор между ними не зависит от частоты вращения полости (вибраций) и определяется амплитудой. Первый тип характерен для амплитуд вибраций $A_{vib} < 1.5$ см. Траектория, описываемая центром торца тела, характеризуется периодическим изменением ее радиуса b_1 (рис. 2.4,*a*). Второй тип движения тела наблюдается при увеличении амплитуды вибраций и, соответственно, росте вибрационного ускорения. При этом тело движется по траектории с постоянным радиусом b_1 (рис. 2.4, δ). Если рассмотреть траекторию, показанную на рис. 2.4, δ , в системе отсчета, вращающейся вместе с полостью, то легкое тело занимает устойчивое положение на расстоянии b_1 от оси вращения. Относительно него тело совершает колебания малой амплитуды b_2 . Угловая координата тела по отношению к вращающейся полости не изменяется со временем. Сравнение рис. 2.4,a, δ показывает, что b_1 возрастает с амплитудой вибраций. В системе отсчета, связанной со столиком вибрационного стенда, хорошо видно смещение тела от оси полости (рис. 2.4,e), а в предельном случае, когда $b_1 = R_1 - R_2$, тело соприкасается со стенкой кюветы (рис. 2.4,e).

2.2.2. Дифференциальное вращение тела

Смещение и колебания тела относительно полости приводят к колебаниям жидкости и в результате – к генерации среднего момента сил, вызывающего дифференциальное вращение тела [97]. При фиксированной частоте дифференциальная скорость вращения тела Δf в целом монотонно возрастает с ростом амплитуды вибраций A_{vib} (рис. 2.5,*a*). Следует отметить, что серии экспериментальных точек расслаиваются по частоте вращения, это связано с вкладом поля тяжести в дифференциальное вращение тела [70]. В интервале $A_{vib} = 1.0 - 1.5$ см наблюдаются резкие возрастания Δf по отношению к общему росту. Данное явление находится в стадии изучения. Предположительно, оно может быть связано со сменой типа движения тела. При A_{vib} = 3.0 см тело соприкасается со стенкой полости и дифференциальное вращение прекращается, $\Delta f = 0$. При фиксированной амплитуде в изученном диапазоне параметров повышение частоты вращения приводит к небольшому возрастанию скорости (рис. 2.5,б). дифференциального вращения тела Следует отметить, ЧТО безразмерная амплитуда a_{vib} не изменяется для одного выделенного значения A_{vib} .



Данные из рис. 2.5, *a*, *б* обобщены на рис. 2.5,*в* на плоскости безразмерных параметров. Как показано в работе [9], скорость дифференциального вращения тела – это линейная суперпозиция двух составляющих, обусловленных независимо действием силы тяжести и вибрациями: $\Delta f = \Delta f_{vib} + \Delta f_g$. На рис. 2.5,*в* представлен график зависимости $\Delta f / |\Delta f_g|$ от A_{vib}/R_2 , где амплитуда вибраций обезразмерена на величину радиуса тела. Для Δf произведено обезразмеривание на гравитационную составляющая скорости тела, Δf_g , определяемую для каждой частоты вращения полости при $f_{vib} = 0$ Гц и $A_{vib} = 0$ см. Таким образом, оцениваем только вклад вибраций в скорость дифференциального вращения.

Можно отметить, что при малых A_{vib}/R_2 отклик тела на возмущение с разной частотой одинаков. В целом три зависимости качественно согласуются и аппроксимируются квадратичной зависимостью: $\Delta f / |\Delta f_g| \sim (A_{vib}/R_2)^2$ (сплошная линия на рис. 2.5,*в*). Как можно видеть из графика, вибрации возбуждают отстающее вращение тела, скорость которого возрастает с амплитудой.

2.3. Система двух несмешивающихся жидкостей

В центрифугированном состоянии легкая жидкость сконцентрирована у оси вращения полости в виде ровного столба (рис. 2.6, а). Колебания с частотой приводят к радиальному смещению столба легкой жидкости $f_{vib}/f_r \approx 1$ (рис. 2.6.б). который при этом занимает стационарное положение BO вращающейся системе отсчета. Геометрический центр столба перемещается с той же угловой частотой, что и полость. Смещение столба легкой жидкости увеличивается с ростом амплитуды вибраций A_{vib}. При некотором пороговом значении А_{vib} граница раздела теряет устойчивость, что приводит к появлению центробежных волн, в то время как ось столба сохраняет неподвижное положение вращающейся системе отсчета. Наблюдаются два основных режима BO Первый распространения волн. режим характеризуется возбуждением азимутальной волны (рис. 2.6, в): столб теряет свою осевую симметрию, при этом возмущение является двумерным и гребни волны располагаются параллельно оси столба.



Рис. 2.6. Фотографии формы границы раздела для пары водоглицериновый раствор (50%) – масло И-5А при q = 0.13, $f_r = 7.75$ об/с. Амплитуда колебаний A_{vib} (см) = 0 (*a*), 0.63 (*d*), 0.75 (*b*), 1.1 (*c*), 1.5 (*d*,*e*); радиус осесимметричного легкого включения $R_3 = 1.25$ см. Состояние системы: столб имеет круглое сечение (*a*); пять гребней на границе раздела жидкостей, параллельных оси столба (*d*); гребни становятся острее и их фаза меняется вдоль оси (*b*); последовательные фазы автоколебаний столба легкой жидкости (*z*–*e*). Точкой на фотографиях отмечена ось вращения

Второй режим характеризуется одновременным существованием осевых и азимутальных волн (рис. 2.6, г). В этом случае возмущения на границе раздела зависят от осевой координаты. При дальнейшем увеличении амплитуды вибраций волны на границе раздела жидкостей переходят в автоколебательный режим. В качестве примера рис. 2.6,∂,е две различные фазы на показаны автоколебательного режима. При дальнейшем повышении А_{vib} нарушается устойчивость границы раздела, однако это не влияет на среднее положение оси столба легкой жидкости.

2.3.1. Динамика столба легкой жидкости

В целом динамика столба легкой жидкости при вибрациях с относительной частотой $f_{vib} / f_r \approx 1$ характеризуется его смещением вдоль радиуса полости, при этом его положение во вращающейся системе отсчета не изменяется со временем. Движение столба легкой жидкости характеризуется радиальным смещением b. В системе отсчета столика вибростенда столб движется по круговой траектории радиуса b_1 (рис. 2.7, точки 1) с угловой скоростью Ω_r .





Рис. 2.7. Траектория движения центра столба жидкости в системе отсчета столика вибростенда при $f_r = f_{vib} = 7.75$ Гц, $A_{vib} = 0.6$ см (*a*); 7 Гц, 0.45 см (*б*); 7.5 Гц, 0.88 см (*в*)

В то же время центр этой траектории не совпадает с осью цилиндрической полости, заданной координатами ($\Delta y, \Delta x$) = (0,0), и смещается от нее на расстояние b_2 (рис. 2.7, *a*–*e*, точки 2). На рис. 2.7 приведены траектории для различных случаев: $v_{omh} = 2.1$, $\rho_{omh} = 0.74$, q = 0.13 (*a*); $v_{omh} = 2.1$, $\rho_{omh} = 0.74$,

q = 0.24 (б); $v_{omh} = 0.49$, $\rho_{omh} = 0.69$, q = 0.24 (в). Все относительные параметры нормированы на параметры тяжелой жидкости (раствор глицерина в воде).

Это означает, что легкая жидкость совершает как азимутальное, так и радиальное движение в полости. Данная динамика, как можно отметить, не зависит от таких параметров экспериментального исследования, как относительное заполнение полости $q = R_3^2 / R_1^2$ и относительных параметров жидкостей (ρ_{omh} , v_{omh}), поскольку характер движения однотипный. В связи с этим можно судить о возможности «твердотельно» управлять жидкостным включением при условии начального центрифугированного состояния системы.

Временная динамика столба легкой жидкости описывается смещением его центра относительно центра полости (рис. 2.8). В системе отсчета, связанной с вращающейся полостью, во всех случаях динамика столба описывается выражением $b = b_1 + b_2(t)$.





Рис. 2.8. Зависимость радиального смещения столба легкой жидкости от времени, обозначения соответствуют рис. 2.7

Из рис. 2.8 видно, что b_1 и амплитудное значение b_2 пропорциональны A_{vib} . Можно видеть, что во всех случаях b_1 (постоянное смещение центра столба жидкости от оси вращения в системе отсчета полости) близко к половине амплитуды вибраций A_{vib} .

2.3.2. Граница раздела: волны на границе раздела, скорость границы раздела

Рассмотрим более подробно динамику границы раздела двух несмешивающихся жидкостей на примере пары водоглицериновая смесь (75%) – масло И-5А ($\rho_{omh} = 0.69$ и q = 0.29). В отсутствие вибраций граница раздела двух несмешивающихся жидкостей совершает отстающее вращение $\Delta\Omega/\Omega_r < 0$ (рис. 2.9).



Рис. 2.9. Скорость дифференциального вращения границы раздела $\Delta\Omega/\Omega_r$ и фазовая скорость волны $\Delta\Omega_w/\Omega_r$ в зависимости от безразмерной амплитуды вибраций, $f_r = 6.0$ об/с

При $A_{vib}/R_3 < A_w^{\sim}$ (область *I*) граница раздела остается симметричной относительно оси столба легкой жидкости (круговой формы), а значение $\Delta\Omega/\Omega_r$ постоянно. Разница в скоростях вращения между столбом жидкости и полостью растет с увеличением амплитуды вибраций. Некоторое небольшое увеличение становится заметным по мере приближения к порогу A_w^{\sim} слева. Выше порога A_w^{\sim} (область *II*) появляются центробежные волны. Столб жидкости искажается, однако эти возмущения двумерные: гребни волны вытянуты параллельно оси

столба. С увеличением амплитуды вибраций в этой области можно также наблюдать второй тип волн, определяющихся одновременным возникновением осевых и азимутальных волн. В целом, волны распространяются с постоянной во времени скоростью. Безразмерная фазовая скорость волны $\Delta\Omega_w/\Omega_r$ при этом увеличивается с повышением амплитуды вибраций (рис. 2.9). Отставание фазовой скорости волны относительно полости на порядок выше, чем скорость дифференциального вращения границы раздела. При $A_{vib}/R_3 > A_{a.osc}^{\sim}$ (область *III*) волны на границе раздела переходят в режим автоколебаний. В данной области динамика границы раздела становится нестационарной и значения скоростей $\Delta\Omega/\Omega_r$ и $\Delta\Omega_w/\Omega_r$ определить не является возможным.

Сравнение экспериментов, проводимых при разных скоростях вращения, показывает схожую динамику, что позволяет построить карту режимов течений в полости (рис. 2.10).



Рис. 2.10. Карта режимов течений: порог возбуждения волны A_{w}^{\sim} (1); порог возникновения автоколебаний $A_{a.osc}^{\sim}$ (2). Области I, II, III соответствуют рис. 2.9

Влияние силы тяжести определяется безразмерным параметром $\Gamma = g/(\Omega_r^2 R_3)$, который представляет собой отношение ускорения силы тяжести к центробежному ускорению. Можно отметить, что пороги смены режимов слабо зависят от скорости вращения. Исключением является эксперимент с частотой

вращения $f_r = 5.75$ об/с ($\Gamma = 0.40$), при котором автоколебания возбуждаются при относительно низкой амплитуде вибраций. Это может быть связано с очень близкой к порогу центрифугирования частотой вращения.

2.4. Анализ результатов

В данном параграфе приведено теоретическое описание воздействия, оказываемого вибрациями на легкое фазовое включение в случае совпадения частот вращения и вибраций. Проанализированы экспериментальные результаты динамики легкого фазового включения, а также скорости вращения границы раздела в случае двух несмешивающихся жидкостей в зависимости от заданных параметров эксперимента.

2.4.1. Смещение легкого фазового включения относительно оси вращения

Динамика исследуемой системы может быть описана следующими основными эффектами: стационарное радиальное смещение и колебания легкого фазового включения (твердого и жидкостного), волны на границе раздела жидкостей, дифференциальное вращение твердого тела или границы раздела жидкостей. Последнее, как было обнаружено ранее [27, 99], обусловлено осредненным течением, генерируемым колебаниями жидкости. Радиальное смещение включения можно объяснить преобразованием центробежного поля при вибрациях с частотой, равной частоте вращения. Подобный эффект был ранее обнаружен во вращающемся цилиндре с неизотермической жидкостью [28]. Однако систематического изучения для разного рода фазовых включений проведено не было.

Рассмотрим случай быстрого вращения, когда роль силы тяжести пренебрежимо мала. Введем две системы отсчета, одну неподвижную x', y', z', другую – x, y, z, вращающуюся вместе с полостью с угловой скоростью Ω_r . Пусть оси z и z' совпадают с осью вращения полости (рис. 2.11), а ось кюветы

совершает поступательные колебания по закону $r = b \cos(\Omega_{vib} t) i'$, где i' - eдиничный вектор, направленный вдоль оси x'.



Рис. 2.11. Постановка задачи

В неинерциальной системе, совершающей поступательные колебания вместе с осью, на жидкость действует инерционное силовое поле $\mathbf{a} = -\ddot{\mathbf{r}} = A_{vib}\Omega_{vib}^2\cos(\Omega_{vib}t)\mathbf{i}'$. Данное поле может быть разложено в сумму двух силовых полей $\mathbf{a} = \mathbf{a}^+ + \mathbf{a}^-$, которые вращаются в противоположных направлениях с одинаковыми угловыми частотами Ω_{vib} :

$$\mathbf{a}^{+} \equiv \frac{A_{vib}\Omega_{vib}^{2}}{2} (\cos(\Omega_{vib}t)\mathbf{i}' + \sin(\Omega_{vib}t)\mathbf{j}'),$$

$$\mathbf{a}^{-} \equiv \frac{A_{vib}\Omega_{vib}^{2}}{2} (\cos(\Omega_{vib}t)\mathbf{i}' - \sin(\Omega_{vib}t)\mathbf{j}')$$
(2.2)

При переходе во вращающуюся вместе с полостью систему отсчета x, y, zэти силовые поля будут вращаться, соответственно, с угловыми скоростями $\Omega_{osc}^+ \equiv \Omega_{vib} - \Omega_r$ и $\Omega_{osc}^- \equiv -(\Omega_{vib} + \Omega_r)$. Рассмотрен случай однородного силового поля \mathbf{a}_{osc} , направленного перпендикулярно оси вращения полости и вращающегося в системе отсчета полости с угловой скоростью Ω_{osc} . Остановимся на частном случае, когда частота вибраций совпадает с частотой вращения $\Omega_{vib} = \Omega_r$. При этом одна из компонент инерционного силового поля (\mathbf{a}^+) оказывается неподвижной в системе отсчета полости ($\Omega_{osc}^+ \equiv \Omega_{vib} - \Omega_r = 0$) и складывается со статическим в системе отсчета полости центробежным полем; а вторая компонента (\mathbf{a}^-) совершает вращение с удвоенной частотой $\Omega_{osc}^- = -2\Omega_r$.

Таким образом, линейные вибрации вращающейся полости с частотой, совпадающей с частотой вращения, приводят к созданию стационарного силового поля в системе отсчета полости, нарушающего симметрию центробежного силового поля. Отметим, что незначительное рассогласование частоты вращения и частоты вибраций ($\Omega_{vib} \neq \Omega_r$) приводит к медленному вращению наведенного силового поля относительно полости с частотой $\Delta\Omega = \Omega_{vib} - \Omega_r$. Еще одной особенностью является то, что результирующее силового поля $\mathbf{a}^+ \equiv A_{vib}\Omega_r^2/2$ и осесимметричного центробежного поля $\Omega_r^2 r$ в системе отсчета полости, является осесимметричным с осью симметрии, смещенной от оси вращения на расстояние $A_{vib}/2$.

В [28] рассмотрен случай малых неоднородностей плотности $(1-\rho_{omn}) \sim 10^{-3}$. В настоящем экспериментальном исследовании рассмотрен случай систем с границей раздела, где профиль плотности ступенчатый и $(1-\rho_{omn}) \sim 10^{-1}$. Несмотря на это различие, мы наблюдаем качественно схожую динамику. Осредненный эффект вибраций при $f_{vib} = f_r$ эквивалентен параллельному переносу оси вращения на расстояние, равное половине A_{vib} . Об этом свидетельствуют экспериментальные значения смещения относительно оси вращения полости твердого тела (рис. 2.12,*a*) и жидкого столба (рис. 2.12,*b*).



Рис. 2.12. Зависимость безразмерного радиального смещения b_1/A_{vib} от амплитуды вибрации: твердое тело при $f_r = f_{vib} = 5$ Гц (1), 7 Гц (2) (*a*); столб легкой жидкости (б). Условия эксперимента для случая со столбом легкой жидкости приведены на графике

Отношение $b_1 / A_{vib} \approx 0.5$ сохраняется во всех экспериментах и не зависит от того, какого рода легкое включение исследуется. Данное отношение не зависит от значений f_r и f_{vib} при условии, что выполняется соотношение $f_r / f_{vib} \approx 1$. Для двухжидкостной системы, при вариации относительного заполнения полости q, относительной плотности отношения вязкостей V_{OMH} , величина $\rho_{om\mu}$ И $b_1 / A_{vib} \approx 0.5$ остается неизменной. Данный результат подтверждает теоретические оценки [28] о том, что смещение включения от оси симметрии полости вызвано осредненным инерционным полем. Результаты рассматриваемого эксперимента также указывают на то, что данная теория может быть обобщена на широкий класс вращающихся систем неоднородных по плотности.

2.4.2. Дифференциальное вращение границы раздела жидкостей

Действие гравитации проявляется в стационарном в лабораторной системе радиальном смещении легкого фазового включения на расстояние b_2 от оси вращения, которое во вращающейся системе координат рассматривается как круговые колебания с амплитудой b_2 и частотой f_r (см. рис. 2.7, 2.8). Эти колебания генерируют отстающее вращение границы раздела жидкостей со скоростью $\Delta\Omega/\Omega_r$, ниже порогового значения появления волны, т.е. при $A_{vib}/R_3 < A_w^{\sim}$. Экспериментальные серии, полученные при разных Γ , расщепляются на параллельные плато (рис. 2.13,*a*). Отставание $|\Delta\Omega/\Omega_r|$ усиливается с увеличением Γ . Влияние сдвига столба легкой жидкостей дается следующим выражением [27]:

$$\frac{\Delta\Omega_{gravity}}{\Omega_r} \sim \Gamma^2 \frac{R_3}{\delta} (1-\rho)^2 (1-q) = \Gamma_q^2$$
(2.3)

Перенормируем скорость дифференциального вращения границы раздела жидкостей и введем безразмерный параметр $\Psi \equiv \Delta \Omega / (\Omega_r \Gamma_q^2)$. При этом все экспериментальные серии совпадают в области $A_{vib}/R_3 < 0.4$ и в среднем равны значению Ψ в отсутствие вибраций ($A_{vib} = 0$), отмеченному штриховой линией (рис. 2.13,*б*).



Рис. 2.13. Безразмерная скорость дифференциального вращения границы раздела жидкостей ΔΩ/Ω_r (a) и безразмерный параметр Ψ (б) в зависимости от безразмерной амплитуды вибраций для пары жидкостей водоглицериновая смесь (75%) – масло И-5А при различных значениях Г

Это означает, что ниже порога возникновения волны дифференциальное вращение границы раздела создается гравитационным полем, которое совершает вращение в системе отсчета полости. Однако сила тяжести (величина Γ) влияет на порог возникновения волн на границе раздела, который определяется амплитудой $A_{vib}/R_3 \sim 0.45$. В то же время ниже порогового значения A_w^{\sim} вибрации не вносят заметного вклада в дифференциальное вращение границы раздела жидкостей.

Устойчивость жидкостей границы раздела двух определяется вибрационным ускорением $\Gamma_{vib} = A_{vib}/R_3$. При появлении центробежных волн генерируется осредненное течение, вызванное колебаниями границы раздела, которое добавляется к потоку, вызванному полем силы тяжести. Ввиду этого отстающее дифференциальное вращение усиливается. Волны на границе раздела характеризуются частотой близкой к их собственной частоте. Так как в экспериментах наблюдались только отстающие волны, это объясняет, почему вибрационное воздействие усиливает отстающий поток в полости, а не подавляет его. Дифференциальное вращение границы раздела, вызванное вибрациями, может быть в несколько раз больше, чем вызванное полем силы тяжести (см. рис. 2.13, $\Gamma = 0.23$):

$$\frac{\Delta\Omega_{vibration}}{\Delta\Omega_{gravity}} = \frac{\Delta\Omega}{\Delta\Omega\big|_{A_{vib}=0}} - 1 = 3.0.$$
(2.4)

Из рис. 2.13 видно, что вызванное инерционными волнами отстающее азимутальное вращение столба жидкости возрастает с уменьшением Γ . Это объясняется ростом амплитуды волны с увеличением Γ_{vib}/Γ .

ГЛАВА 3. ТЯЖЕЛОЕ ВКЛЮЧЕНИЕ В НЕРАВНОМЕРНО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ПОЛОСТИ С ЖИДКОСТЬЮ

Экспериментально исследуется динамика тяжелого цилиндрического тела в горизонтальной заполненной жидкостью цилиндрической полости, совершающей модулированное вращение. Рассматриваются тела одного размера, но различной плотности, в связи с изменением распределения массы по радиусу. Относительная плотность системы близка к единице, однако различная плотность тел позволяет варьировать плотность рабочей жидкости, а значит и вязкость. Периодическое изменение (модуляция) скорости вращения полости приводит к азимутальным колебаниям тела в равномерно вращающейся системе отсчета за счет вязкого взаимодействия со стенками полости. Вблизи границы полости на колеблющееся тело действует осредненная отталкивающая подъемная сила. В широком диапазоне безразмерной частоты модуляции скорости вращения коэффициент подъемной силы монотонно растет с увеличением частоты. Обнаружено, что модуляция скорости вращения полости является эффективным инструментом для управления поведением твердого тяжелого тела. В ходе анализа структуры осредненного В неравномерно вращающейся полости, вблизи течения колеблющегося тела обнаружены вихри (в форме валов), локализованные вне вязкого пограничного слоя.

3.1. Экспериментальная установка и методика

Экспериментально изучается поведение тяжелого цилиндрического тела в заполненной вязкой жидкостью цилиндрической кювете, совершающей неравномерное вращение. Угловая координата горизонтальной цилиндрической полости 1 (рис. 3.1) изменяется со временем по закону $\varphi = \Omega_r t + \varphi_0 \sin \Omega_{lib} t$. Выражение $\varphi_0 \sin \Omega_{lib} t$ характеризует периодическое изменение угловой координаты с частотой $\Omega_{lib} = 2\pi f_{lib}$ и амплитудой φ_0 . Полость вращается с

угловой скоростью $\Omega = \Omega_r (1 + \varepsilon \cos \Omega_{lib} t)$ относительно горизонтальной оси, где $\Omega_r = 2\pi f_r$ – средняя скорость вращения полости, $\varepsilon = \varphi_0 \Omega_{lib} / \Omega_r$ – амплитуда модуляции скорости вращения полости, которая определяет максимальное отклонение Ω от Ω_r . Параметры эксперимента лежат в следующих диапазонах: $\Omega_r = 25.1 - 44.0$ рад/с, $\Omega_{lib} = 25.1 - 75.4$ рад/с, $\varepsilon = 0 - 1$.



Рис. 3.1. Схема экспериментальной кюветы

Кювета изготовлена из прозрачного плексигласа в форме куба со стороной в 80 мм. Рабочая полость организована цилиндрической выборкой радиусом R = 30.0 мм и длиной L = 74.0 мм. Прямоугольные внешние границы кюветы позволяют уменьшить оптические искажения на поверхности цилиндрической полости при исследовании течений внутри нее. Геометрические размеры тяжелого цилиндрического тела 2: радиус r = 3.9 мм, длина l = 58.0 мм. В экспериментах используются цилиндры с различным распределением массы вдоль радиуса: полнотелый цилиндр из плексигласа, толстостенный цилиндр из фторопласта (с отверстием диаметром 5.3 мм вдоль оси) и цилиндр из плексигласа с алюминиевым стержнем на оси (диаметр стержня 1.5 мм). Плотности цилиндров ρ_S соответственно равны 1.18, 1.26 и 1.29 г/см³. На торцах каждого цилиндра имеется метка, позволяющая следить за вращением тела вокруг своей оси. В качестве рабочей жидкости используется водный раствор глицерина, вязкость которого изменяется в широком диапазоне значений, v = 5.1 - 575.0 сСт. Обнаруженный в [19] эффект отрыва тяжелого тела от границы полости при модулированном вращении отягощен влиянием силы тяжести. В связи с этим условия эксперимента подобраны таким образом, чтобы свести действие силы тяжести на тело к пренебрежимо малой величине. Для этого плотность жидкости подбирается близкой к средней плотности тела $(\rho_S - \rho_L)/\rho_L \ll 1$. Здесь $\rho_S -$ средняя плотность тела, $\rho_L -$ плотность рабочей жидкости. Относительная плотность $\rho = \rho_S/\rho_L$ в экспериментах поддерживается близкой к единице и изменяется в диапазоне $\rho = 1.02 - 1.10$.

Кювета, заполненная рабочей жидкостью, с помещенным в нее телом устанавливается в стойки с подшипниками *3* (рис. 3.2). Для обеспечения неравномерного вращения кювета посредством муфты *4* крепится к шпинделю шагового двигателя *5* модели FL86STH118-6004A.



Рис. 3.2. Схема экспериментальной установки

Электродвигатель управляется драйвером SMD-4.2 в паре с модулем АЦП ZET 210 (б). Точность поддержания скорости вращения шпинделя мотора составляет 0.01 рад/с. Электропитание осуществляется блоком питания NES-350-48 (7). Для необходимого работы поддержания теплового режима электродвигателя на его торце закреплен вентилятор 8 типа ВВФ-71М. Экспериментальная установка в сборе монтируется на дюралюминиевой плите. Видеофиксация экспериментов проводится высокоскоростной камерой ОрtronisCamRecord CL600x2 (9) при ярком внешнем освещении полости. Видеозапись разбивается на кадры, которые обрабатываются на компьютере 10 с помощью специализированных программ. В экспериментах исследуется случай центрифугированного состояния системы (рис. 3.3,a), когда тяжелый цилиндр лежит на стенке полости. При модуляции скорости вращения полости тело совершает угловые колебания вдоль стенки, вызванные вязким взаимодействием с ней, в системе отсчета, связанной со столбом жидкости.





Рис. 3.3. Положение тела (плексигласовый цилиндр с металлическим стержнем на оси) в полости при модуляции скорости вращения при $\Omega_{lib} = \Omega_r = 31.4$ рад/с: тело прижато к стенке, $\varepsilon = 0$ (*a*); тело в подвешенном состоянии, $\varepsilon = 0.65$ (*б*)

В то же время столб жидкости вне пограничного слоя Стокса равномерно вращается в лабораторной системе отсчёта со скоростью Ω_r . На теле и на полости имеются радиальные метки, которые позволяют определить амплитуду колебаний тела. Обработка данных проводится в системе отсчета столба жидкости, в которой определяются амплитуда азимутальных колебаний полости φ_0 и тела φ_b в равномерно вращающейся системе отсчета, амплитуда вращательных колебаний тела α_b и зазор *h* между телом и стенкой полости.

Исследуются течения в неравномерно вращающейся полости с твердым телом внутри. Структура осредненного течения изучается PIV-методом [100]. На разном расстоянии от прозрачного переднего торца полости в поперечном сечении, создаваемом лазерным ножом, исследуется поле скорости осредненного

потока жидкости. Для визуализации в рабочую жидкость добавляются мелкие отражающие частицы трассеры из полиамида с характерным размером 50 мкм. Отношение плотности частиц к плотности рабочей жидкости варьируется в пределах 0.87–0.98. Скорость осаждения частиц в центробежном поле в условиях эксперимента составляет порядка 10⁻⁴ м/с. Данный показатель в 10 раз меньше характерной скорости стационарного потока жидкости в полости, что позволяет качественно визуализировать структуру потоков.

3.2. Характер и амплитуда колебаний тяжелого твердого тела. Высокочастотный и низкочастотный пределы

Тяжелое цилиндрическое тело совершает сложное комбинированное движение. Периодическое изменение скорости вращения кюветы вызывает азимутальные колебания тела относительно кюветы, в результате которых генерируется осредненная подъемная сила, отталкивающая тело от стенки полости. Помимо азимутальных колебаний цилиндр совершает вращательные колебания относительно своей оси.

Вращательные колебания полости ($\Omega_{lib} \neq 0, \varepsilon \neq 0$) на фоне равномерного среднего вращения вызывают азимутальные колебания тяжелого тела во вращающейся системе. Источником этих колебаний является взаимодействие цилиндра с вязким пограничным слоем Стокса, формирующимся на стенке полости. В ходе модулированного вращения полости вязкий пограничный слой увлекает погруженную в него часть цилиндра, одновременно смещая тело вдоль границы и закручивая его вокруг собственной оси. В зависимости от параметра, именуемого безразмерной частотой $\omega = \Omega_{lib} 4r^2 / v$, зависящей от размеров тела, частоты либраций и вязкости жидкости, получаем разные приближения для высоких и низких частот. В случае высоких безразмерных частот $\omega \gg 1$ толщина пограничного слоя $\delta = \sqrt{2\nu/\Omega_{lib}}$ мала по сравнению с характерным размером тела

(рис. 3.4,*a*). На рисунке стрелками показано направление движения жидкости в пограничном слое и цилиндре на полупериоде колебаний.



Рис. 3.4. Цилиндр в пограничном слое в случае высоких (*a*) и низких (б) безразмерных частот

С понижением безразмерной частоты толщина пограничного слоя увеличивается (рис.3.4,*б*). К случаю низких частот относится эксперимент, в котором отношение толщины слоя Стокса к диаметру тела составляет 0.87, т.е. тело практически полностью погружено в пограничный слой. Высокочастотная область задачи, когда безразмерная частота $\omega = \Omega_{lib} 4r^2 / v \gg 1$, исследуется в экспериментах со сплошным цилиндром в маловязких водных растворах глицерина. Область низких безразмерных частот изучается в экспериментах с цилиндром со стержнем на оси в чистом глицерине, либо в его слабом водном растворе.

В исследованной области параметров с увеличением амплитуды модуляции скорости вращения полости увеличивается и амплитуда азимутальных колебаний тела φ_b (рис. 3.5). Параметр n_L характеризует отношение частоты либраций полости к частоте вращения, $n_L = \Omega_{lib} / \Omega_r$.



Рис. 3.5. Зависимость амплитуды азимутального колебания φ_b от ε в случае высоких (*a*) и низких (*б*) безразмерных частот

Амплитуда φ_b определяется в системе отсчета столба жидкости, равномерно вращающегося со скоростью Ω_r за пределами пограничного слоя Стокса. Разрывы линий на рис. 3.5 отображают значение ε , при котором происходит отрыв тяжелого тела от внутренней границы полости. Как видно, в области высоких безразмерных частот (рис. 3.5,*a*) тело совершает колебания с меньшей амплитудой, чем в случае низких ω (рис. 3.5,*б*).

При фиксированном значении ε для всех ω характерно уменьшение φ_b с увеличением безразмерной частоты. Это связано с истончением вязкого пограничного слоя при увеличении ω , что приводит к снижению интенсивности вязкого взаимодействия тела со стенкой полости. В случае высоких безразмерных частот переход тела в подвешенное состояние сопровождается резкой сменой закона зависимости φ_b от ε . При переходе цилиндра в подвешенное состояние граница полости перестает напрямую взаимодействовать с телом, и передает свой импульс через слой жидкости. В случае предельно низких безразмерных частот большая часть цилиндра погружена в пограничный слой, что приводит к монотонному увеличению амплитуды колебаний тела.

Помимо азимутальных колебаний цилиндр совершает вращательные колебания относительно своей оси с амплитудой α_b , в том числе и после отрыва от стенки. Вращательные колебания тела происходят синфазно с азимутальными. Для всего диапазона исследуемых безразмерных частот характерно увеличение амплитуды вращательных колебаний тела с ростом ε (рис. 3.6). Нарастание амплитуды α_b с ε происходит тем интенсивней, чем меньше безразмерная частота ω .



Рис. 3.6. Зависимость амплитуды вращательных колебаний α_b от ε в случае высоких (*a*) и низких (б) безразмерных частот

3.3. Структура осредненного течения в неравномерно вращающейся полости

В отсутствие тела в полости, модулированное вращение последней приводит к появлению в ней установившегося зонального течения. В центральной

части полости генерируется отстающее азимутальное движение жидкости, а у стенки – опережающее (рис. 3.7,*a*). Это происходит в силу нелинейных эффектов в пограничных слоях Экмана вблизи торцевых стенок полости [101-103].



Рис. 3.7. Величина осредненной скорости потока в полости (м/с) в отсутствие цилиндра (a, δ) и с цилиндром в полости (e, c); $\Omega_r = \Omega_{lib} = 25.1$ рад/с, $\varepsilon = 0.15$ (a, e) и 0.30 (δ, c) , $\omega = 130$

С повышением амплитуды модуляции скорости вращения полости, структура не меняется, а интенсивность возрастает (рис. 3.7,*б*). Наличие тяжелого цилиндрического включения практически не влияет на структуру осредненного течения в полости ввиду малого относительного размера (рис. 3.7,*в*,*г*), порядка толщин вязкого пограничного слоя. Структуры течений на рис. 3.7 получены в системе отсчета равномерно вращающейся полости с угловой скоростью

 $\Omega_r = 25.1 \text{ рад/с}$ при $\Omega_{lib} = 25.1 \text{ рад/с}$. Тяжелое тело совершает азимутальные колебания вблизи стенки В системе отсчета, связанной с равномерно вращающейся со средней скоростью Ω, полостью. В случае колебаний цилиндрического тела вблизи стенки в жидкости возникает установившееся течение в виде пары симметричных вихрей [104, 105]. В рассматриваемой системе противоположной вблизи генерируются вихря закрутки также два (рис. 3.8,*a*). Ha рис. 3.8 представлена цилиндрического тела средняя завихренность жидкости при относительно высоких (фрагменты a и b) и низких (δ и г) безразмерных частотах в отсутствие зазора между телом и стенкой (a, δ) и после отрыва тела (*в*, *г*): $\varepsilon = 0.15$ (*a*) и 0.30 (*в*) при $\omega = 130$, $\varepsilon = 0.06$ (*б*) и 0.21 (*г*) при $\omega = 3$.

В высокочастотном случае вихри расположены по обеим сторонам от тела, а их размер сравним с диаметром твердого тела (рис. 3.8, a, b). Интенсивность вихрей возрастает с увеличением ε (рис. 3.8, b). В случае высоких безразмерных частот вихри несимметричны и генерируются вне вязкого слоя (рис. 3.8, d). Асимметрия вызвана влиянием стационарного потока жидкости над цилиндром. Вихрь, вращающийся против основного потока, расположен вдоль стенки, в то время как вихрь с противоположной стороны цилиндра подавляется набегающим потоком и прижимается к стенке полости. В низкочастотном случае размер вихрей превосходит диаметр тела (рис. $3.8, \varepsilon$). Часть цилиндра, выходящая за пограничный слой, генерирует вихри, размер которых превышает размер цилиндра. Вихри локализуются над цилиндром и сильно искажают структуру течения, подавляя отстающее течение жидкости в центре полости. Как и в высокочастотном случае с увеличением амплитуды модуляции ε интенсивность вихрей усиливается, при этом сохраняется структура потоков.


Рис. 3.8. Осредненное поле завихренности (1/c) (*a*-*c*) и схема течений вблизи цилиндра (*d*, *e*) в случае высоких (*a*,*e*,*d* - ω =130) и низких безразмерных частот (*б*,*c*,*e* - ω =3)

Изучение структуры течения на разных расстояниях от переднего торца полости показало, что структура течения не меняется вдоль оси вращения и двумерна. На рис. 3.9 представлены фотографии треков отражающих частиц, полученные в сечении лазерного ножа, проходящего перпендикулярно оси

73

вращения на различных расстояниях от торца. В результате азимутальных колебаний тела образуется пара двумерных вихрей противоположной закрутки в виде валиков, вытянутых параллельно оси цилиндрической полости. Подобная структура течения характерна для всего диапазона амплитуд модуляции скорости вращения *ε*.







Рис. 3.9. Структуры течения, полученные на разном расстоянии от переднего торца полости: 1/4L (*a*), 2/4L (*б*) и 3/4L (*b*); $\Omega_r = \Omega_{lib} = 25.1$ рад/с, $\varepsilon = 0.30$, $\omega = 130$

3.4. Анализ результатов

В работе [106] найдено точное решение задачи обтекания потоком идеальной жидкости цилиндра, находящегося у стенки, из которого следует, что на цилиндр действует подъемная сила, направленная от стенки. В проведенных экспериментах тяжелое тело при повышении амплитуды модуляции скорости вращения полости отрывается от внутренней стенки полости (рис. 3.10).





Рис. 3.10. Положение тела при модуляции скорости вращения полости $\Omega_r = \Omega_{lib} = 25.1$ рад/с: $\varepsilon = 0.120$ (*a*), $\varepsilon = 0.255$ (б)

В качестве безразмерного параметра, отвечающего за амплитуду колебаний полости, а значит и за амплитуду колебаний тела, выступает амплитуда модуляции скорости вращения полости *ε*.

На рис. 3.11 представлена зависимость безразмерного зазора h/δ (в единицах толщины пограничного слоя $\delta = \sqrt{2\nu/\Omega_{lib}}$) от ε для трех различных тел при $n_L = 1$. После отрыва тела от стенки зазор монотонно растет с повышением амплитуды модуляции ε . Символы на графике показывают среднее за один оборот значение зазора. Точки на графике соответствуют: $\rho = 1.020$ – полнотелый плексигласовый цилиндр, $\rho = 1.093$ – плексигласовый цилиндр с металлическим стержнем на оси, $\rho = 1.055$ – пустотелый цилиндр из фторопласта.



Рис. 3.11. Зависимость безразмерной величины зазора между телом и стенкой полости в зависимости от амплитуды модуляции скорости вращения полости ε

Для однородного тела пороговое значение отрыва тела меньше, чем для тел с неоднородным распределением массы. С ростом безразмерной частоты пороговое значение *є* уменьшается.

На рис. 3.12 представлена похожая зависимость безразмерного зазора h/δ от ε , но для низкочастотного и высокочастотного случая безразмерной частоты ω . Вид зависимости схож для всего исследованного диапазона безразмерных частот: наблюдается рост величины зазора с повышением амплитуды модуляции ε .



Рис. 3.12. Зависимость безразмерного зазора между телом и стенкой полости от ε в случае высоких (*a*, полнотелый цилиндр) и низких (*б*, цилиндр со стержнем на оси) безразмерных частот

Смещение порога отрыва тела от границы полости зависит от безразмерной частоты ω . В высокочастотной области с ростом безразмерной частоты пороговое значение ε увеличивается. Обратная же ситуация наблюдается в

области низких безразмерных частот ω . Это связано с тем, что в высокочастотной области с ростом ω толщина пограничного слоя уменьшается, т.е. вязкое взаимодействие со стенкой ослабевает. Для достижения необходимой для отрыва амплитуды колебаний тела необходимо более интенсивное осциллирующее движение границы полости. В вязкой жидкости для колебания тела необходимо привести в движение толстый вязкий слой жидкости и чем больше его толщина, тем больше должна быть амплитуда колебаний стенки полости.

Во всех описанных выше зависимостях h/δ от ε смещение порога отрыва тела от границы полости главным образом определяется частотой ω . С повышением ε тело удаляется от стенки на расстояние, составляющее толщину пограничного слоя δ , что согласуется с теорией и наблюдениями за колеблющимся телом в отсутствие вращения полости [107].

Следует отметить, что амплитуда используется φ_h для расчета коэффициента подъемной силы С₁. Подъемная сила, действующая на цилиндр, измеряется методом подвеса тела в центробежном поле, когда вес тела во вращающейся системе уравновешивается подъемной силой. Измеряемый коэффициент подъемной силы, согласно [21], равен $C_L = \pi r(\rho - 1) / k^2 \varepsilon^2 (R - r)$, где $k = \varphi_b / \varphi_0$ – относительная амплитуда азимутальных колебаний тела. Совокупность экспериментальных результатов В широком лиапазоне безразмерных частот показывает, что величина коэффициента С_L напрямую связана с безразмерной частотой ω (рис. 3.13). В экспериментах со всеми телами было обнаружено как уменьшение, так и увеличение коэффициента подъемной силы по сравнению с первоначальными экспериментами с полнотелым цилиндром ($\rho = 1.020$) в [21]. Точки на графике соответствуют пороговому значению Е, при котором происходит отрыв тяжелого цилиндра от границы полости.



Рис. 3.13. Зависимость подъемного коэффициента от безразмерной частоты

Коэффициент подъемной силы монотонно понижается с уменьшением безразмерной частоты. Поскольку в определение безразмерной частоты $\omega = \Omega_{lib} 4r^2 / v$ входит вязкость жидкости v, ключевым является взаимодействие тела с вязким пограничным слоем δ .

Можно сделать вывод, что коэффициент подъемной силы не зависит от распределения массы по радиусу тела, а именно момента инерции относительно оси, если плотность тела близка к плотности жидкости. Величина коэффициента подъемной силы в таком случае во многом определяется безразмерной частотой, т.е. отношением характерного размера тяжелого тела к величине вязкого пограничного слоя. Частота модуляции скорости вращения полости также существенно влияет на коэффициент подъемной силы.

ГЛАВА 4. ОСЦИЛЛЯЦИОННАЯ ДИНАМИКА ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ЖИДКОСТЕЙ В РАДИАЛЬНОЙ ЯЧЕЙКЕ ХЕЛЕ–ШОУ

устойчивость колеблющейся Исследуется границы раздела двух несмешивающихся жидкостей с высоким контрастом вязкостей. В осесимметричном плоском щелевом зазоре (круговой ячейке Хеле-Шоу) изучается радиальное вытеснение маловязкой жидкостью более вязкой, а также влияние гармонического изменения расхода жидкости на устойчивость границы раздела.

4.1. Экспериментальная установка и методика

Экспериментальная кювета, представляет собой плоский радиальный слой, организованный двумя дисками *I* (рис. 4.1) диаметром 150 мм, изготовленными из стекла толщиной 8 мм. В центре одного из стекол имеется отверстие диаметром 10 мм для подачи маловязкой вытесняющей жидкости в заполненную вязкой жидкостью кювету. Рабочие жидкости подобраны таким образом, что плотности их близки, а вязкость отличается на несколько порядков: это подкрашенная синим красителем вода ($\rho_w = 1.0 \text{ г/см}^3$, $\eta_w = 1.0 \text{ сП}_3$) и силиконовое масло ПМС – 1000 ($\rho_{oil} = 0.95 \text{ г/см}^3$, $\eta_{oil} = 10^3 \text{ сП}_3$). Коэффициент межфазного натяжения на границе раздела выбранных жидкостей составляет $\sigma = 27$ дин/см.

Металлическая вставка 2, вклеенная в отверстие стекла, с каналом диаметром 6 мм для подачи жидкости оборудована штуцером 3 для подключения к гидравлическому контуру (схема будет приведена на рис. 4.4). Кран 4 предназначен для заполнения кюветы и удаления из гидравлического контура газовых пузырьков. Стеклянные диски вклеены в алюминиевые оправы 5 таким образом, чтобы при смыкании оправ стеклянные диски располагались строго соосно и параллельно друг другу; между поверхностями дисков образуется слой толшиной $h=1.70\pm0.05$ мм. Такие стенки кюветы позволяют проводить

наблюдение за динамикой жидкостей как со стороны цельного стекла (диаметр окна составляет D = 140 мм), так и со стороны стекла со штуцером (радиальный размер окна a = 55 мм). Регистрация границы раздела жидкостей проводится камерой Canon 600D 6 в проходящем свете. Герметичность слоя обеспечивается уплотнительным кольцом 7. Алюминиевые резиновым оправы кюветы стягиваются болтами 8. Образованный стеклами щелевой канал по периметру выходит в осесимметричную широкую кольцевую полость размером 22×30 мм² в сечении, предназначенную для выравнивания давления в жидкости по периметру осесимметричного щелевого канала. Это сделано для обеспечения равномерного радиального вытеснения жидкости и однородного азимутального распределения колебания жидкости в слое. Входящий в кольцевой окружной канал штуцер 9 служит для подключения кюветы в гидравлический контур.



Рис. 4.1. Схема экспериментальной кюветы в разрезе (вид сбоку)

Расход жидкостей, прокачиваемых через кювету, определяется законом $Q = Q_{st} + Q_0 \cos \Omega t$, где Q_{st} – постоянная составляющая, Q_0 и Ω – амплитуда и циклическая частота колебаний расхода. Насос равномерной подачи задает постоянную составляющую расхода Q_{st} .(рис. 4.2) Насос состоит из цилиндра 1 внутренним диаметром 60.0 мм, в котором движется поршень 2 с резиновым уплотнителем 3. Поршень закреплен на металлическом штоке 4 диаметром 16.0 мм, который совершает поступательное движение в цилиндре. С торцов цилиндра имеются уплотнительных сальника 5, обеспечивающие два герметичность внутреннего объема насоса при движении штока. Таким образом,

насос имеет две полости и одновременно с выдавливанием жидкости из одной полости затягивает ее в другую, т.е. устроен по принципу «тяни-толкай». Насос включается в рабочий гидравлический контур через выходные штуцеры 6. Поступательное равномерное движение штока с поршнем задается шаговым электродвигателем FL86STH65-2808A 7. Со стороны электродвигателя на штоке закреплена длинная гайка 8, а на оси электромотора с помощью муфты 9 закреплен вал 10 с резьбой. Электродвигатель и цилиндрическая полость жестко закреплены на металлической пластине 11.



Рис. 4.2. Схема насоса равномерной подачи

Вращение шпинделя шагового двигателя с частотой f_r преобразуется в поступательное движение штока с поршнем. Скорость подачи вытесняющей жидкости задается скоростью вращения двигателя и может варьироваться в диапазоне значений $Q_{st} = 0 - 10$ мл/с с точностью 0.01 мл/с. Последняя обеспечивается высокой точностью скорости вращения двигателя, которая составляет 0.001 об/с.

Насос высокочастотной модуляции расхода прокачиваемой через кювету жидкости представляет собой короткую цилиндрическую полость, состоящую из двух камер, разделенных подвижной мембраной (рис. 4.3). Осциллирующее движение жидкости на выходах из насоса задается с помощью вертикальных колебаний упругой мембраны. Крышка насоса 1 представляет собой алюминиевый диск диаметром 150 мм и толщиной 6 мм. Стенки верхней и нижней камер насоса 2 и 3 имеют форму колец высотой 20 мм и внутренним и внешним диаметрами 106 мм и 150 мм, соответственно. Между кольцами зажата мембрана 4 из маслобензостойкой резины МБС толщиной 1 мм. Выбор данной

резины обусловлен ее эластичностью и прочностью, обеспечивающей длительный период эксплуатации.



Рис. 4.3. Схема насоса гармонических колебаний расхода жидкости

Герметизация камер обеспечивается резиновыми уплотнительными кольцами 5. В центре мембраны установлены два скрепленных между собой диска 6 из текстолита толщиной 2 мм и диаметром 90 мм, к которым жестко прикреплен шток 7, соединенный со столиком вибростенда. В нижней алюминиевой крышке 8 имеется отверстие, в котором уплотнительное кольцо 9 крепит дополнительную резиновую мембрану 10. Мембрана герметично и соосно зажимается на штоке и между кольцом и нижней крышкой и обеспечивает герметичность нижней камеры при колебаниях подвижного штока. Подключение насоса к гидравлическому контуру осуществляется при помощи штуцеров 11.

Осцилляционный насос (см. рис. 4.3) жестко закрепляется на неподвижной площадке 1 (рис. 4.4), установленной с помощью металлических креплений 2 на вибростенда И корпусе электродинамического остается неподвижным В Колебания лабораторной системе отсчета. мембраны задаются электродинамическим вибростендом 3 типа ВЭД-200. Электронный генератор сигналов, подключенный к компьютеру 4 посредством модуля АЦП ЦАП ZET 210, позволяет задавать амплитуду и частоту вибраций. Амплитуда вибраций столика вибростенда 5, жестко соединенного со штоком насоса, варьируется в диапазоне 0.1–10 мм, частота – в интервале $f_{vib} = 1-70$ Гц с точностью 0.01 Гц.



Рис. 4.4. Блок схема экспериментальной установки

Таким образом, подвижный столик вибростенда сообщает поступательные колебания подвижной мембране внутри насоса, вызывая периодическое изменение объема камер. При движении столика происходит выталкивание жидкости из одной камеры и одновременное всасывание жидкости в другую. Насос работает по принципу «тяни-толкай», полный объем жидкости в обеих камерах остается неизменным. Объем прокачиваемой жидкости изменяется со временем по закону $V = V_0 \cos \Omega t$, амплитудное значение объема в экспериментах варьируется в интервале $V_0 = 0 - 3$ мл. Здесь $\Omega = 2\pi f_{vib}$ – угловая частота вибраций. Для воздушного охлаждения подвижной катушки вибростенда используется центробежный воздушный насос 6.

Оба насоса подключаются к экспериментальной кювете параллельно с помощью металлопластиковых труб диаметром 16 мм, образуя единый гидравлический контур 7 (см. рис. 4.4) с кюветой 8. Для удаления воздуха из контура используются краны 9. Периодическое изменение расхода жидкости, прокачиваемой через кювету, происходит по закону $Q = Q_0 \sin \Omega t$, где $Q_0 = V_0 \Omega$ – амплитудное значение расхода прокачиваемой жидкости, $f_{vib} = \Omega/2\pi$ – частота колебаний столика.

Для измерения расхода прокачиваемой через канал жидкости Q_0 используется измеритель расхода 10, представляющий собой прозрачную оргстеклянную трубку внутренним диаметром d = 19.5 мм и длиной l = 400 мм, заполненную водой с частицами визуализатора нейтральной плавучести. С помощью лазера 11 создается световой нож в осевом сечении канала. Фоторегистрация и дальнейший обмер длины треков проводится по трассерам вблизи оси канала (рис. 4.5).



Рис. 4.5. Треки частиц визуализатора в расходомере; $f_{vib} = 2$ Гц и $A_f = 2.1$ мм

Данная методика позволяет по амплитуде A_f колебаний частиц трассера на оси рассчитать амплитуду средней по сечению канала скорости осциллирующего движения $\overline{v}_f = KA_f\Omega$, а значит и амплитудные значения объема прокачиваемой жидкости $V_0 = KA_f\pi d^2/4$ и расхода $Q_0 = V_0\Omega$. Точность измерения амплитуды A_f составляет 0.01 мм.

Переход от амплитуды колебаний жидкости в центре канала к расходу выполняется с использованием точного решения осциллирующего движения в круглой трубе [108]. Коэффициент K, характеризующий отношение амплитудных значений средней по сечению канала скорости и скорости на оси канала, зависит от безразмерной частоты колебаний и рассчитывается с учетом вязкости и частоты. Условия эксперимента отвечают устойчивому ламинарному режиму осциллирующего движения жидкости в измерительном канале. Его $l/d \approx 20$, большая относительная длина, исключает возмущение поля осциллирующей скорости за счет концевых эффектов.

Отметим, что кювета 8 (см. рис. 4.4) включается в гидравлический контур через разделительные фланцы 12 с упругими мембранами. Последние разделяют жидкости в кювете и в контуре и одновременно передают осциллирующее движение жидкости в контуре к рабочей жидкости в кювете. Жидкость в кювете при этом не смешивается с жидкостью в осцилляционном контуре. Независимо от колебаний жидкости в кювете, сообщаемых осцилляционным насосом, возможна равномерная подача в кювете осуществляется насосом равномерной подачи 13.

4.2. Тестовые испытания экспериментальной установки

В ходе выполнения диссертационного исследования разработана конструктивно сложная экспериментальная установка, предназначенная для изучения динамики двухжидкостной несмешивающейся системы в тонком щелевом зазоре (в ячейке Хеле–Шоу) при высокочастотном осциллирующем воздействии. Эксперименты проводятся в осесимметричной ячейке с круговой боковой границей, в которой заполняющая ячейку жидкость (пара жидкостей) совершает осесимметричные радиальные колебания. Установка предназначена для экспериментального моделирования поведения жидкостных включений и границы раздела жидкостей в пористых средах при высокочастотных колебаниях насыщающей пористую среду жидкости.

4.2.1. Классическая неустойчивость Саффмана – Тейлора

При исследовании динамики границы раздела жидкостей при вытеснении высоковязкой жидкости маловязкой использовалось силиконовое масло ПМС-1000, в качестве вытесняющей жидкости – подкрашенная вода. В начале каждого эксперимента слой полностью заполняется маслом за исключением канала в штуцере на оси полости, заполненного водой. Поверхности рабочего слоя предварительно тщательно очищались от загрязнений. Кювета располагалась

85

строго горизонтально. Эксперимент заключался в вытеснении вязкой жидкости с заданным постоянным расходом. Положение границы раздела регистрировалось с помощью фотоаппарата с частотой съемки 50 кадров в секунду. Эксперимент прекращался, когда граница раздела жидкостей приближалась к внешней границе ячейки. После чего включался обратный ход насоса равномерной подачи, и система возвращалась в исходное состояние.

При относительно малой скорости подачи вытесняющей жидкости фронт между двумя жидкостями в течение всего процесса сохраняет форму слегка деформированной окружности (рис. 4.6).



Рис. 4.6. Фронт вытеснения при $Q_{st} = 0.55$ мл/с, $f_r = 0.5$ об/с в моменты времени t = 0, 3.2, 6, 11, 14.4 и 17.6 с (a-e)

На границе раздела видна незначительная по амплитуде периодическая по азимуту деформация с азимутальным числом $k_{\varphi} = 5$, сохраняющаяся в течение всего процесса вытеснения. Скорость движения вытесняющей жидкости и границы раздела практически однородна по азимуту и близка к радиальной.

При большей скорости подачи жидкости, выше некоторой пороговой, в слое на некотором расстоянии от впускного канала происходит нарушение круговой формы межфазной границы (рис. 4.7). В ряде точек маловязкая жидкость пробивает границу раздела и далее распространяется в щелевом зазоре в виде «пальцев». При этом вязкая жидкость между «пальцами» практически не движется.



Рис. 4.7. Фронт вытеснения при $Q_{st} = 2.13$ мл/с, $f_r = 2.0$ об/с в моменты времени t = 0, 1.0, 1.6, 2.2, 3.0 и 4.0 с (*a*-*e*)

Такое поведение полностью согласуется с результатами теоретических и экспериментальных исследований неустойчивости Саффмана – Тейлора [38], которая объясняется азимутальной неоднородностью радиального градиента давления, приводящей к быстрому росту «пальцев» маловязкой жидкости. Вследствие возникшего градиента давления на границе раздела жидкостей в «невязких пальцах» скорость движения жидкости превосходит скорость равномерного вытеснения, что приводит к их интенсивному росту. Как видно на

рис. 4.7, в определенных азимутальных направлениях вытеснение вязкой жидкости при этом прекращается.

Проанализируем результаты наблюдений. Динамика границы раздела в ячейке Хеле–Шоу характеризуется капиллярным числом $Ca \equiv U\eta / \sigma$, где $U - d\eta / \sigma$ скорость границы раздела, и η – вязкость вытесняемой жидкости, тогда как вязкость вытесняющей жидкости много меньше, чем η [109]. В случае постоянного расхода капиллярное число уменьшается с удалением фронта от центра ячейки, т.е. $Ca = Q_{st} \eta / 2\pi r h \sigma$, если принять скорость границы раздела как среднюю скорость радиального движения границы раздела жидкостей на расстоянии r от центра ячейки. Как следует из теории [110], безразмерная длина волны λ/h (отношение расстояния между соседними «пальцами» к толщине ячейки Хеле-Шоу) наиболее опасных возмущений понижается с Са. В предельном случае *Ca* >>1, когда силы поверхностного натяжения перестают играть определяющую роль, длина волны полностью определяется расстоянием *h* между стенками ячейки. Согласно [110] наиболее неустойчивая длина волны λ / h имеет постоянное значение: $\lambda / h = 2.3$, как и в случае смешивающихся жидкостей. Экспериментально такое поведение наблюдалось в работах [109] и [111], но, при $\lambda / h \sim 5$ $\lambda / h \sim 3$ значениях длин волн: И разных асимптотических соответственно.

В нашем эксперименте формирование структур начинается на расстоянии $r_{th} \sim 0.7$ см от оси ячейки (рис. 4.7, δ), чему соответствуют $\lambda/h \sim 5$ и $Ca = Q_{st}\eta/(2\pi r_{th}h\sigma_{oilwat}) \sim 0.74$. Значение длины волны наблюдаемой неустойчивости Саффмана – Тейлора в области ее развития хорошо согласуется с результатами [110]. Отметим, в условиях эксперимента по мере дальнейшего вытеснения вязкой жидкости в ходе нелинейного развития «пальцев» их число не изменяется, а последующее деление «пальцев» начинается только на больших расстояниях от оси полости.

4.2.2. Поведение колеблющейся границы раздела

Рассмотрим влияние радиальных колебаний границы раздела жидкостей на изначально деформированную неустойчивостью типа Саффмана – Тейлора границу раздела жидкостей. На рис. 4.8 показано начальное состояние границы раздела жидкость-жидкость: видны «невязкие пальцы» окрашенной воды в более вязком масле.



Рис. 4.8. Классическая неустойчивость Саффмана – Тейлора при $Q_{st} = 2.13$ мл/с, $V_0 = 0$ мл и t = 0 с (*a*). Стабилизация границы раздела жидкостей при $f_{vib} = 2$ Гц и $V_0 = 2.98$ мл в моменты времени t = 43.6, 129.1, 168.1, 210.1 и 236.2 с (δ -*e*)

Под действием вибраций происходит медленное смещение основания «пальцев», при этом заметно, что их верхушки, находящиеся дальше от центра полости, практически не смещаются (рис. 4.8,*б*). При колебаниях границы раздела скорость у основания «пальцев» выше в силу неоднородного радиального распределения скорости, чем у верхушки «пальцев». Что касается скорости распространения, то здесь наблюдается обратная зависимость по сравнению с равномерным перемещением жидкости. Со временем поверхность раздела сжимается, образуя почти однородную круговую границу раздела жидкостей. Отдельная капля более вязкого масла может быть окружена менее вязкой жидкостью (рис. 4.8, в). В то же время под действием вибраций маловязкая жидкость медленно вымывает более вязкое масло, постепенно выравнивая форму границы. Интересным является поведение отдельной капли маловязкой жидкости, образующейся при колебаниях границы раздела жидкости в кювете (рис. 4.8,г). Капля, омываемая более вязкой жидкостью, начинает дрейфовать в сторону менее вязкой жидкости и в конечном итоге поглощается основным объемом маловязкой жидкости. Конечная форма межфазной границы, совершающей радиальные колебания, имеет почти осесимметричную форму. Можно сделать вывод, что радиальные колебания жидкостей с высоким контрастом вязкости в отсутствие маловязкой жидкости приводят прокачки К выравниванию изначально неоднородной границы раздела (рис. 4.8,*e*).

При одновременном действии статического и осциллирующего радиальных градиентов давления происходит преобразование фронта движущейся границы раздела во времени (рис. 4.9). Помимо равномерного смещения вязкой жидкости граница раздела совершает радиальные высокочастотные колебания, что приводит к качественно отличной динамике. Из сравнения со случаем равномерного вытеснения при той же скорости потока в отсутствие колебаний (см. рис. 4.6) следует, что при малой амплитуде колебаний (ниже порога развития колебательной «пальцевой» неустойчивости границы раздела) колебания имеют дестабилизирующее воздействие на границу раздела жидкостей (рис. 4.9). Радиальный размер развивающейся «пальчиковой» неустойчивости гораздо длиннее, чем в случае отсутствия колебаний. Более того, их волновое число оказывается значительно выше. Последнее согласуется с тем, что при чисто колебательном движении границы раздела неустойчивость проявляется в развитии «пальцев» с большим волновым числом. Наблюдается осредненный центрирующий эффект колебаний на границу раздела: несмотря на развитие «пальцев», слой имеет ярко выраженную концентрическую внутреннюю границу (см. рис. 4.9).

90







Рис. 4.9. Развитие неустойчивости Саффмана – Тейлора при $Q_{st} = 0.55$ мл/с и одновременном колебании границы раздела с частотой $f_{vib} = 2$ Гц и $V_0 = 0.45$ см³. Фрагменты (a-z) соответствуют последовательным моментам времени

4.3. Неустойчивость осциллирующей границы раздела жидкостей

Экспериментально исследуется динамика границы раздела двух несмешивающихся жидкостей с высоким контрастом вязкостей в радиальной ячейке Хеле–Шоу при гармонической модуляции расхода прокачиваемой жидкости. Осциллирующее движение границы происходит в отсутствие средней прокачки. Показано, что при малой амплитуде колебаний межфазная граница совершает осесимметричные радиальные колебания, сохраняя кольцевую форму в течение периода. Обнаружено, что с повышением амплитуды радиальных колебаний концентрическая межфазная граница пороговым образом теряет устойчивость. В фазе вытеснения вязкой жидкости на границе раздела неустойчивость Неустойчивость развивается вязких «пальцев». имеет квазистационарную природу И проявляется В развитии азимутально периодической «пальчиковой» структуры только на доле периода. «Пальцы» достигают наибольшей длины в фазе максимального вытеснения вязкой жидкости, при этом в фазе максимального смещения в сторону маловязкой жидкости межфазная граница принимает (восстанавливает) концентрическую форму. Показано, что порог возникновения квазистационарной «пальчиковой» неустойчивости определяется относительной амплитудой колебаний межфазной границы и в условиях выполненного эксперимента, когда одна из жидкостей совершает «вязкие» осцилляции, а другая – «невязкие», не зависит ни от частоты колебаний, радиального размера границы. Обнаруженный ΗИ OT тип неустойчивости является новым и исследуется впервые. Сравнение длины волны развивающихся структур с известным случаем равномерного вытеснения вязкой жидкости в ячейке Хеле-Шоу свидетельствует, что в основе обнаруженного явления лежит механизм неустойчивости Саффмана – Тейлора.

4.3.1. Режимы колебаний границы раздела

Изучается динамика границы раздела двух жидкостей с высоким контрастом вязкостей в радиальной ячейке Хеле–Шоу при гармоническом изменении расхода прокачиваемой жидкости, $Q = Q_0 \sin \Omega t$. Эксперименты выполняются на той же паре жидкостей, вода – силиконовое масло ПМС-1000. Маловязкая жидкость находится с внутренней стороны границы. Стационарная прокачка отсутствует. Частота вынужденных осцилляций границы изменяется в интервале $f_{vib} = 2-5$ Гц, при этом объем прокачиваемой жидкости варьируется в интервале $V_0 = 0-2.6$ мл.

Эксперимент начинается с того, что концентрическая граница раздела устанавливается на некотором расстоянии R_0 от оси симметрии ячейки. Методом видеорегистрации изучается динамика границы раздела в зависимости от

92

амплитуды колебаний расхода при различных частотах вибраций. Исследования выполняются при различных начальных положениях границы раздела (расстояние до центра ячейки): $R_0 = 17.9$, 25.6, 30.6 мм.

При возбуждении радиальных колебаний межфазной границы линия контакта межфазной границы со стенками ячейки смещается и занимает новое устойчивое положение, незначительно меньшее R_0 . Смещение контактной линии в новое положение происходит в течение нескольких секунд. Наблюдения свидетельствуют, что линия контакта согласуется с положением поверхности раздела в фазе максимального смещения к центру ячейки. При этом линия контакта остается практически неподвижной в течение периода. Такое поведение объясняется тем, что вязкое масло смачивает поверхность, а В ходе высокочастотных колебаний межфазной границы вблизи поверхности всегда остается тонкий вязкий слой масла. При этом межфазная граница раздела совершает колебания в виде языка маловязкой жидкости, периодически проникающего в щелевой зазор без контакта со стенками полости. Такая специфика осциллирующего движения границы объясняется высоким контрастом вязкостей.

При умеренных амплитудах колебаний межфазная граница совершает радиальные колебания, при этом колеблющийся фронт маловязкой жидкости имеет осесимметричную форму. На рис. 4.10 (и на последующих рисунках) приведены фотографии границы раздела, следующие через четверть периода: фрагмент *a* соответствует фазе нулевого расхода, $\Omega t = 0$ и $Q = Q_0 \sin \Omega t$, когда межфазная граница максимально смещена в направлении маловязкой жидкости. Радиальный размер осесимметричного слоя подкрашенной воды в данном случае определяется как R_{in} . В ходе осцилляций расхода граница раздела совершает радиальные колебания, но сохраняет круговую форму.



а







Рис. 4.10. Граница раздела двух жидкостей при $f_{vib} = 2$ Гц, $V_0 = 0.55$ мл, $R_0 = 30.6$ мм: $\Omega t = 0, \pi/4, \pi/2$ и $3\pi/2$ (*a*-2)

Межфазная граница в среднем имеет форму круга, однако ее центр не совпадает с центром симметрии кюветы. Это объясняется незначительной колебаний азимутальной асимметрией вязкой жидкости, связанной с неоднородностью давления на периферической границе осесимметричного щелевого зазора. Так, штуцер, подходящий к окружному кольцевому каналу в кювете (см. рис. 4.1) располагается на фотографиях слева, т.е. там, куда смещен центр пятна маловязкой жидкости. Такое смещение сохраняется при всех частотах и амплитудах колебаний. Отметим, что данное нарушение симметрии распределения давления на внешней границе слоя не является критичным, так как колебания межфазной границы происходят с одинаковой амплитудой по всем направлениям.

При повышении амплитуды колебаний границы раздела (амплитуды расхода прокачиваемой жидкости) круговая форма границы нарушается, на межфазной границе в определенные фазы периода возникает периодическая вдоль азимута рябь (рис. 4.11).



Рис. 4.11. Граница раздела двух жидкостей при $f_{vib} = 2$ Гц, $V_0 = 1.69$ мл, $R_0 = 30.6$ мм: $\Omega t = 0, \pi/4, \pi/2$ и $3\pi/2$ (*a–г*). На фрагменте *в* фотография обработана цифровым способом: применен сдвиг цвета, чтобы сделать линию контакта R_c и радиальный размер вершин ряби R_{ex} более заметными

Помимо фронта межфазной границы на рис. 4.11, δ –c видна контактная линия R_c , которая в течение периода практически не смещается по сравнению с положением в фазе максимального сжатия пятна (рис. 4.11,a). Линия контакта, положение которой определяется скачком оптической плотности подкрашенной воды, в начале радиального вытеснения вязкой жидкости немного смещается в

радиальном направлении (рис. 4.11,*в*). После этого линия контакта останавливается и остается на одном месте, пока движение границы раздела не достигнет фазы сжатия, и линия контакта снова не сместится вместе с ней. Вероятно, что растягивающие напряжения контролируют положение линии контакта в течение определенного периода.

При дальнейшем повышении амплитуды в определенные фазы периода наблюдается развитие системы «фингеров» (рис. 4.12).









Рис. 4.12. Граница раздела двух жидкостей при $f_{vib} = 2$ Гц, $V_0 = 1.99$ мл, $R_0 = 30.6$ мм: $\Omega t = 0, \pi/4, \pi/2$ и $3\pi/2$ (*a*-*г*). На фрагменте *в* применен сдвиг цвета, чтобы сделать линию контакта R_c и радиальный размер «пальцев» более заметными.

Пальцеобразные структуры формируются в фазе радиального вытеснения вязкой жидкости из ячейки (рис. 4.12,*б*), достигают максимального размера в фазе максимального смещения границы межфазной границы (*в*) и полностью исчезают в фазе максимального смещения границы в направлении маловязкой жидкости. В

ходе осцилляций межфазной границы линия контакта жидкостей с границами полости практически не смещается и совпадает с положением поверхности раздела в фазе нулевого расхода при амплитудном смещении к центру ячейки. Число «пальцев» (азимутальное волновое число радиальных структур) при незначительной надкритичности в течение периода остается неизменным (см. рис. 4.12).

Интересный эффект связан с азимутальным распределением (периодичностью) пальцеобразной структуры в фазе максимального радиального вытеснения жидкости (рис. 4.13).



Рис. 4.13. Граница раздела двух жидкостей при $f_{vib} = 2$ Гц, $V_0 = 1.76$ мл, $R_0 = 17.9$ мм. Кадры получены с интервалом по времени t = 0.24 с

Так, наблюдается явление, напоминающее «параметрический резонанс», и проявляющееся в последовательной смене положения вязкого «пальца» и впадины между двумя «пальцами», ровно через период колебаний. Данная

динамика присуща всем проведенным экспериментам вне зависимости от частоты и начального размера контактной линии, в случае, когда на долю периода образуется неустойчивость по типу вязких «пальцев».

При больших амплитудах колебаний межфазной границы азимутальная регулярность развивающихся «пальчиковых» структур может нарушаться в фазе их максимального развития (рис. 4.14).



а









г

Рис. 4.14. Граница раздела двух жидкостей при $f_{vib} = 3$ Гц, $V_0 = 2.28$ мл, $R_0 = 25.6$ мм: $\Omega t = 0, \pi/4, \pi/2$ и $3\pi/2$ (*a–г*)

При этом возможен даже отрыв кончиков «пальцев» и образование отдельных капель маловязкой жидкости, взвешенных в вязкой (рис. 4.14,*в*). Надо отметить, что на каждом периоде в ходе обратного движения все капельные включения маловязкой жидкости возвращаются в ее объем (*г*). В фазе

максимального сжатия границы раздела последняя на каждом периоде принимает круглую форму (*a*).

4.3.2. Устойчивость осесимметричной границы раздела, надкритические структуры

Положение межфазной границы в течение периода характеризуется ее положением в фазе нулевого расхода R_{in} , когда граница максимально смещена в направлении маловязкой жидкости и совпадает с контактной линией (см. рис. 4.12,*a*), и в фазе максимального радиального смещения. Как отмечалось, при этом виден конец «языка» маловязкой жидкости, положение которого можно охарактеризовать радиусом R_{ex} . В случае развития «пальчиковых» структур R_{ex} имеет два значения R_{ex1} и R_{ex2} , характеризующие расстояние от центра симметрии фигуры до основания и до кончиков «пальцев», соответственно (см. рис. 4.12,*e*). Средняя высота «пальцев» определяется разностью $h_{vf} = R_{ex2} - R_{ex1}$.

Как отмечалось выше, при осцилляциях расхода линия контакта изменяется по отношению к исходному положению R_0 и располагается на расстоянии R_{in} от оси. Интересно, что при дальнейшем повышении амплитуды осцилляций линия контакта остается практически на одном месте (рис. 4.15), в то время как амплитудное радиальное смещение межфазной границы R_{ex} монотонно возрастает. При некоторой критической амплитуде осцилляций на границе развивается неустойчивость и с увеличением длины «пальцев» кривые R_{ex1} и R_{ex2} расходятся.



Рис. 4.15. Положение контактной линии и максимального смещения межфазной границы (положения языка маловязкой жидкости) в зависимости от объема прокачиваемой жидкости V₀

Эксперименты, выполненные с различным начальным расположением границы раздела фаз в интервале частот $f_{vib} = 2-5$ Гц, показывают, что развитие неустойчивости с повышением амплитуды колебаний всегда происходит по одному сценарию, и неустойчивость (форма границы раздела) не испытывает качественных изменений ни с частотой вибраций (рис. 4.16,*a*,*b* в сравнении с рис. 4.16,*b*,*c*), ни с положением межфазной границы (рис. 4.16,*a*,*b* в сравнении с рис. 4.16,*b*,*c*).





а





Рис. 4.16. Неустойчивость Саффмана – Тейлора при различных параметрах осцилляционного воздействия и начальных радиусах маловязкой жидкости: $R_0 = 25.6$ мм, $f_{vib} = 3$ Гц и $V_0 = 1.74$ мл (*a*); 25.6 мм, 5 Гц и 1.56 мл (*б*); 17.9 мм, 2 Гц и 2.09 мл (*в*); 17.9 мм, 4 Гц и 1.75 мл (*г*)

Интересно, что порог возникновения «пальцев» также слабо зависит от частоты и радиуса границы раздела, но в значительной мере определяется амплитудой колебаний границы (рис. 4.17).



Рис. 4.17. Зависимость длины «пальцев» от амплитудного значения объема прокачиваемой жидкости V₀ при разных частотах и начальных радиусах границы раздела

101

4.4. Анализ результатов

Рассмотрим природу «пальчиковой» неустойчивости, обнаруженной в современных экспериментах. Результаты, обобщенные на рис. 4.17, полностью согласуются при переходе к безразмерным параметрам: относительной длине «пальцев» h_{vf} / R_{ex1} и относительной амплитуде колебаний границы раздела $b/h = V_0 / 2\pi R_{ex1} h^2$ (рис. 4.18), которая рассчитывается на расстоянии R_{ex1} , где неустойчивость развивается. Из графика следует, что неустойчивость развивается по достижении критического значения безразмерной амплитуды колебаний границы $b^* / h = 2.3$ и в условиях проведенного эксперимента не зависит ни от частоты осцилляций, ни от расстояния межфазной границы от оси симметрии ячейки. Это весьма неожиданный результат.



Рис. 4.18. Относительная высота «пальчиковых» структур от безразмерной амплитуды колебаний границы. Доверительные интервалы показывают характерное отклонение длины «пальцев» от среднего значения

Для анализа обратимся к безразмерной частоте $\omega_i = \Omega h^2 \rho_i / \eta_i$, которая характеризует квадрат отношения размера толщины ячейки Хеле–Шоу *h* и толщины вязкого пограничного слоя Стокса $\sqrt{2\eta_i / \rho_i \Omega}$. Проведенным экспериментам отвечают значения $\omega_{oil} < 0.1$ и $\omega_w > 30$. Отсюда можно сделать

вывод, что отсутствие зависимости от частоты объясняется тем, что в силу высокого контраста вязкостей жидкостей во всех экспериментах выполняются асимптотические условия вязких колебаний для масла ($\omega_{oil} \ll 1$) и невязких колебаний для воды ($\omega_w \gg 1$).

Неустойчивость межфазной поверхности очевидным образом связана с классической неустойчивостью Саффмана – Тейлора, хорошо известной в случае равномерного вытеснения вязкой жидкости из пористых сред и щелевых зазоров. Принципиальное отличие заключается в том, что описанная выше неустойчивость имеет квазистационарную природу и проявляется лишь на доле периода. Надкритические структуры, развивающиеся в фазе вытеснения вязкой жидкости, полностью исчезают к моменту максимального смещения межфазной границы в сторону маловязкой жидкости.

Следует также отметить интересную особенность – в каждом следующем периоде колебаний границы раздела «пальцы» и впадины между ними меняются местами. Таким образом, период данной смены положения «пальчиковой» структуры вдвое превышает период колебаний расхода. Можно провести аналогию с рябью Фарадея, но на границе раздела жидкостей с большим контрастом вязкостей. Режим высоковязкого течения в ячейке Хеле-Шоу не имеет ничего общего с классическим параметрическим возбуждением ряби. Наблюдения показывают, что в фазе максимального сжатия, когда «пальцы» исчезают, и граница раздела принимает форму круга, на границе возникают азимутально-периодические возмущения малой амплитуды в виде неглубоких впадин. Эти углубления, азимутальное положение которых строго соответствует положению «пальцев» в предыдущем периоде, задают положение впадин между «пальцами» в следующем периоде. Этим объясняется изменение расположения «пальчиковых» структур в последовательных периодах и резкое развитие «пальцев» строго на месте впадин в предыдущем периоде. Нарушение круговой формы межфазной границы в виде углублений на месте «пальцев» в фазе сжатия имеет динамический характер и вызвано «схлопыванием» маловязких «пальцев». Согласно [112] инерционный член играет важную роль в потоках жидкости даже

в ячейке Хеле-Шоу, независимо от фазы (начало или прекращение) движения границы раздела жидкостей.

Для понимания определяющей роли амплитуды колебаний межфазной границы в развитии данной неустойчивости и пороге ее возникновения остановимся на особенностях колебаний межфазной поверхности. Как отмечалось ранее, линия контакта поверхности раздела со стенками щелевого канала в ходе колебаний практически не изменяет своего положения, которое совпадает с межфазной границей при максимальном смещении в сторону маловязкой жидкости. Таким образом, в ходе осцилляций столб маловязкой жидкости совершает колебания, растягивая межфазную поверхность без соприкосновения маловязкой жидкости со стенками щелевого канала. Можно предположить, что потеря устойчивости прямого (в плоскости щели) фронта межфазной границы определяется критическим натяжением границы, т.е. критической величиной ее смещения от контактной линии, $2b^* / h \approx 4.5$. Можно ожидать, что величина этого порогового значения будет зависеть от силы межфазного натяжения и условий смачивания границы, т.е. от краевого угла. Естественно предположить, что в классической постановке (в условиях равномерного вытеснения вязкой жидкости) обнаруженный эффект (развитие неустойчивости только после прохождения определенного начального отрезка пути) также имеет место.

Саффмановская природа обнаруженной квазистационарной неустойчивости подтверждается хорошим согласием зависимости безразмерной длины волны надкритических структур от капиллярного числа с результатами других авторов, полученными в условиях равномерного вытеснения вязкой жидкости (рис. 4.19). На графике приведены результаты обмера пространственного периода структур у основания «пальцев», на расстоянии R_{ex1} (см. рис. 4.12 и 4.16), $\lambda / h = 2\pi R_{ex1} / k_{\phi}h$. Здесь k_{ϕ} – азимутальное волновое число. Капиллярное число $Ca = V_0 \Omega \eta / (2\pi R_{ex1} h \sigma_{oilwat})$ рассчитано по амплитудному значению скорости межфазной границы. Экспериментальные точки, соответствующие «пальчиковой» неустойчивости, сгруппированы вблизи теоретической кривой. Исключением

являются точки, соответствующие колебаниям границы малой амплитуды, наблюдаемым непосредственно вблизи порога возникновения «пальцев» при *b* / *h* < 2.3. Длина волны таких возмущений показана на рис. 4.19 тонкими и пустыми символами. Отметим, что длина волны ряби на границе раздела в докритической области выше, чем у развитой «пальчиковой» неустойчивости. При b/h > 2.3неустойчивости Саффмана – Тейлора с развитием все экспериментальные удовлетворительно локализуются вблизи точки теоретической кривой, построенной для стационарного смещения границы раздела. Некоторое отклонение данных от теоретической кривой может быть связано с использованием средней скорости движения границы раздела жидкостей, а не локальной при определении капиллярного числа Са.



Рис. 4.19. Зависимость безразмерной длины волны надкритических структур от капиллярного числа. Тонкие и пустые символы соответствуют колебаниям небольшой амплитуды, ниже порога, при b/h < 2.3. Толстые и сплошные символы соответствуют развитым «пальчиковым» структурам в надкритической области. Доверительные интервалы не превышают размера символов. Сплошная кривая — теория для выбора длины волны возмущений в зависимости от скорости их нарастания, которая характеризуется капиллярным параметром [110]

Важной особенностью ряби малой амплитуды, развивающейся вблизи порога появления «пальцев», является то, что в этом случае отсутствует

периодическое изменение расположения гребней и впадин. В каждый следующий период рябь появляется на одних и тех же местах. Это доказывает, что азимутально-периодические возмущения границы раздела жидкостей в фазе сжатия, которые определяют изменение положения «пальцев» в последующий период в надкритической области, вызваны схлопыванием «пальцев» и, таким образом, имеют динамический характер. Квазистационарный подход к развитию неустойчивости межфазной границы при колебательном перемещении вязкой жидкости в ячейке Хеле-Шоу представляется наиболее естественным. На это хорошее наблюдаемых также указывает соответствие длины волны «пальчиковых» структур с теоретически предсказанными опасными длинами волн в классической неустойчивости Саффмана – Тейлора. Однако проведенные эксперименты показывают, что порог устойчивости определяется не скоростью (капиллярным числом *Ca*), а амплитудой колебаний границы раздела.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итоги выполненного исследования

В диссертационной работе изучена вибрационная динамика многофазных систем в заполненной жидкостью полости при воздействии осложняющих факторов. Рассмотрено влияние инерционных силовых полей – вращение и вибрации. В экспериментах варьируется относительная плотность и вязкость системы. Экспериментальное исследование проведено с легкими и тяжелыми фазовыми включениями, как с твердой, так и деформируемой границей раздела. Рассмотрена задача об устойчивости границы раздела несмешивающихся жидкостей с высоким контрастом вязкости при нормальных к границе вибрациях. 1. В ходе экспериментального исследования систематически изучена осредненная динамика длинного легкого цилиндрического горизонтально тела В

расположенной вращающейся цилиндрической полости в отсутствие вибраций, а также при наличии перпендикулярных оси вращения вибраций.

• Показано, что в отсутствие вибраций при сравнительно медленном вращении полости наблюдается отстающее вращение тела, интенсивность которого понижается с увеличением скорости вращения.

• Обнаружено, что вибрации полости влияют на скорость дифференциального вращения тела, которая немонотонно изменяется с частотой вибраций.

2. Впервые изучена динамика двухфазной системы в цилиндрической полости при совпадении скорости вращения с частотой вибраций.

• Показано, что осредненный эффект вибраций с частотой $f_{vib} = f_r$ эквивалентен параллельному переносу оси вращения на расстояние, равное половине заданной амплитуды вибраций. Эффект характерен как для твёрдых включений, так и для включений с деформируемой границей раздела.

107

• Экспериментально доказана возможность вибрационного управления фазовым включением в равномерно вращающейся полости за счёт перпендикулярных оси вращения поступательных вибраций.

3. В широком диапазоне безразмерных частот либраций систематически исследована динамика тяжелого цилиндрического тела в неравномерно вращающейся цилиндрической полости с жидкостью.

• Изучена подъемная сила, действующая на тело, и структура осредненных потоков, возбуждаемых телом.

• Обнаружено, что пороговое значение амплитуды модуляции, когда тело отрывается от стенки, определяется относительной толщиной вязкого пограничного слоя.

• Показано, что коэффициент подъемной силы возрастает с безразмерной частотой в исследованном диапазоне.

4. Впервые экспериментально рассмотрена динамика осциллирующей границы раздела двух несмешивающихся жидкостей с высоким контрастом вязкости в радиальной ячейке Хеле–Шоу.

• Обнаружен и исследован новый тип неустойчивости, проявляющейся в возникновении «пальчиковых» структур на межфазной границе в фазе вытеснения вязкой жидкости.

• Показано, что неустойчивость аналогична неустойчивости Саффмана – Тейлора. Неустойчивость развивается при достижении порогового значения относительной амплитуды колебаний межфазной границы.

• Обнаружен стабилизирующий эффект радиальных колебаний границы раздела, приводящий к подавлению развитой неустойчивости.

Рекомендации, перспективы дальнейшей разработки темы.

Интерес для дальнейшего экспериментального изучения представляет обнаруженная квазиравновесная неустойчивость по типу Саффмана – Тейлора при колебании границы раздела жидкостей с высоким контрастом вязкости.
Необходимо исследовать зависимость порога образования неустойчивости от заданных параметров эксперимента (частота и амплитуда вибраций), а также от физических характеристик жидкости. Обнаруженный эффект подавления развитой неустойчивости на границе раздела двух жидкостей с высоким контрастом вязкости с помощью вибраций представляет большой интерес с точки зрения технологического применения и требует дальнейшего подробного изучения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Блехман И.И. Вибрационная механика, 1994. 394 с.
- Riley N. Steady streaming // Annual review of fluid mechanics. 2001. V. 33. №.
 1. P. 43-65.
- 3. Гринспен Х. Теория вращающихся жидкостей. Гидрометеоиздат, 1975. 304 с.
- Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М: Наука, 1972. 392 с.
- 5. Яворская И.М., Беляев Ю.Н. Конвективные течения во вращающихся слоях // Механика жидкости и газа. 1984. Т. 17. С. 3-85.
- 6. Гольдштик М.А., Штерн В.Н. Гидродинамическая устойчивость и турбулентность. Новосибирск, Наука, 1977. 366 с.
- Stephenson A. On a New Type of Dynamical Stability // Memoirs and Proceedings of the Manchester Literary and Philosophical Society. – 1908. – V. 52. – P. 1-10.
- Капица П.Л. Динамическая устойчивость маятника при колеблющейся точке подвеса. Т. 21 // ЖЭТФ. – 1951. – №. 5. – С. 588–594.
- 9. Стретт Дж. В. (лорд Рэлей) Теория звука. Т. 2. М: Гостехиз-дат, 1955. 476 с.
- 10. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 712 с.
- 11. Batchelor C.K., Batchelor G.K. An introduction to fluid dynamics. Cambridge university press, 2000. 616 pp.
- 12. Kozlov V.G., Kozlov N.V. Vibrational hydrodynamic gyroscope // Doklady Physics. Nauka/Interperiodica, 2007. V. 52. №. 8. P. 458-461.
- Lyubimov D.V., Lyubimova T.P., Cherepanov A.A. Dynamics of interfaces in vibration fields // Moscow: FizMatLit. – 2003.
- 14. Любимов Д.В., Любимова Т.П., Черепанов А.А. О движении твердого тела в вибрирующей жидкости // Конвективные течения... Пермь. 1987. С. 61-71.
- Сенницкий В.Л. О движении включения в однородно и неоднородно колеблющейся жидкости // Прикл. механика и техн. физика. 2007. Т. 48. №. 1. С. 79-85.

- Sun C. et al. Drag and lift forces on a counter-rotating cylinder in rotating flow // Journal of fluid mechanics. – 2010. – V. 664. – P. 150-173
- 17. Kozlov V.G. Solid-body dynamics in cavity with liquid under high-frequency rotational vibration // EPL (Europhysics Letters). 1996. V. 36. №. 9. P. 651.
- Иванова А.А., Козлов В.Г. Динамика сферического тела в жидкости при вращательных колебаниях полости // Изв. РАН. МЖГ. – 2001. – №. 5. – С. 35-47.
- Kozlov N.V., Vlasova O.A. Behavior of a heavy cylinder in a horizontal cylindrical liquid-filled cavity at modulated rotation // Fluid Dynamics Research. 2016. V. 48. №. 5. P. 055503.
- Ivanova A.A., Kozlov V.G., Shchipitsyn V.D. Lift force acting on a cylindrical body in a fluid near the boundary of a cavity performing translational vibrations // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2014. V. 55. №. 5. P. 773-780.
- Vlasova O.A., Kozlov V.G., Kozlov N.V. Lift force acting on a heavy solid in a rotating liquid-filled cavity with a time-varying rotation rate // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2018. V. 59. №. 2. P. 219-228.
- 22. Ivanova A.A., Kozlov V.G., Chigrakov A.V. Dynamics of a fluid in a rotating horizontal cylinder // Fluid Dynamics. 2004. V. 39. №. 4. P. 594-604.
- 23. Ivanova A.A., Kozlov V.G., Polezhaev D.A. Vibrational dynamics of a centrifuged fluid layer // Fluid Dynamics. 2005. V. 40. №. 2. P. 297-304.
- 24. Phillips O.M. Centrifugal waves // Journal of Fluid Mechanics. 1960. V. 7. №. 3. Р. 340-352.
- Gans R.F. On steady flow in a partially filled rotating cylinder // Journal of Fluid Mechanics. – 1977. – V. 82. – № 3. – P. 415–427.
- 26. Bauer H.F. Coupled oscillations of a solidly rotating liquid bridge // Acta Astronaut. 1982. V.9. № 9. P. 547–563.
- 27. Kozlov N.V., Kozlova A.N., Shuvalova D.A. Dynamics of immiscible liquids in a rotating horizontal cylinder // Physics of Fluids. 2016. V. 28. №. 11. P. 112102.

- Vjatkin A.A., Kozlov V.G., Sabirov R.R. Convection of a heat-generating fluid in a rotating cylindrical cavity subject to transverse vibrations // International Journal of Thermal Sciences. – 2019. – V. 137. – P. 560-570.
- Podgorski T. et al. Dynamics of vesicle suspensions in shear flow between walls
 // Microgravity Science and Technology. 2011. V. 23. №. 2. P. 263-270.
- Bezdenezhnykh N.A. et al. The influence of high frequency tangential vibrations on the stability of the fluid interfaces in microgravity // Microgravity Fluid Mechanics. – Springer, Berlin, Heidelberg. – 1992. – P. 137-144.
- 31. Полубаринова-Кочина П.Я. Теория движения грунтовых вод: Учебное пособие. Гостехиздат, 1952. 676 с.
- 32. Шейдеггер А.Э. Физика течения жидкостей через пористые среды // М.: Гостоптехиздат. 1960. 250 с.
- 33. Hill S. et al. Channeling in packed columns // Chemical Engineering Science. –
 1952. V. 1. №. 6. P. 247-253.
- 34. Orr Jr F.M., Taber J.J. Use of carbon dioxide in enhanced oil recovery // Science.
 1984. V. 224. №. 4649. P. 563-569.
- Cinar Y., Riaz A., Tchelepi H.A. Experimental study of CO2 injection into saline formations // Spe Journal. – 2009. – V. 14. – №. 04. – P. 588-594.
- 36. Gorell S.B., Homsy G.M. A theory of the optimal policy of oil recovery by secondary displacement processes // SIAM Journal on Applied Mathematics. 1983. V. 43. №. 1. P. 79-98.
- 37. Saffman P.G., Taylor G.I. The penetration of a fluid into a porous medium or Hele-Shaw cell containing a more viscous liquid // Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences. – 1958. – V. 245. – №. 1242. – P. 312-329.
- Saffman P.G. Viscous fingering in Hele-Shaw cells // Journal of Fluid Mechanics.
 1986. V. 173. P. 73-94.
- Hele-Shaw H.S. Flow of water // Nature. 1898. V. 58. №. 1509. P. 520-520.

- 40. Бабушкин И.А. и др. Об изменчивости одного типичного течения в ячейке Хеле-Шоу // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2009. №. 5. С. 3-14.
- 41. Babushkin I.A., Demin V.A. On vibration-convective flows in a Hele-Shaw cell // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2008. V. 81. №. 4. Р. 739-747.
- 42. Demin V.A., Petukhov M.I. The effect of temperature dependence of the viscosity on stationary convective flows in Hele–Shaw cell // Bulletin of South Ural State University. Series of "Mathematics. Mechanics. Physics. 2017. V. 9. №. 2. P. 47-54.
- 43. Miranda J.A., Widom M. Radial fingering in a Hele-Shaw cell: a weakly nonlinear analysis // Physica D: Nonlinear Phenomena. 1998. V. 120. №. 3-4. P. 315-328.
- 44. Kim H. et al. Viscous potential flow analysis of radial fingering in a Hele-Shaw cell // Physics of fluids. 2009. V. 21. №. 7. P. 074106.
- 45. Gadêlha H., Miranda J.A. Effects of normal viscous stresses on radial viscous fingering // Physical Review E. 2009. V. 79. №. 6. P. 066312.
- 46. Demin V.A., Maryshev B.S., Menshikov A.I. Concentration Front Propagation and Adsorption of Impurities during Filtration of a Nanofluid through a Porous Medium //Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2021. V. 62. №. 7. P. 1072-1087.
- 47. Martyushev L.M., Bando R.D., Chervontseva E.A. Metastability at the Loss of the Morphological Stability of the Moving Boundary of a Fluid // JETP Letters. 2018. V. 108. №. 1. P. 38-43.
- 48. Anjos P. H.A., Dias E.O., Miranda J.A. Radial fingering under arbitrary viscosity and density ratios //Physical Review Fluids. 2017. V. 2. №. 8. P. 084004.
- 49. Bischofberger I., Ramachandran R., Nagel S.R. Fingering versus stability in the limit of zero interfacial tension // Nature communications. 2014. V. 5. №. 1. P. 1-6.
- 50. Сухинин С.В., Рымаренко К.В. Способ гидроразрыва пласта. 2012.

- 51. Старовойтова Б.Н. и др. Оптимизация дизайна гидроразрыва пласта для горизонтальной скважины // Нефтяное хозяйство. 2019. №. 8. С. 106-110.
- 52. Кузнецов О.Л., Симкин Э.М., Чилингар Д. Физические основы вибрационного и акустического воздействий на нефтегазовые пласты // М. Мир, 2001. 260 с.
- 53. Гатауллин Р.Н., Кадыйров А.И. Интенсификация добычи нефти методами волнового воздействия на продуктивные пласты // Научные труды НИПИ Нефтегаз ГНКАР. – 2020. – №. 2. – С. 78-90.
- 54. Rabaud M., Couder Y., Gerard N. Dynamics and stability of anomalous Saffman-Taylor fingers // Physical Review A. – 1988. – V. 37. – №. 3. – P. 935.
- 55. Dias E.O., Miranda J.A. Influence of inertia on viscous fingering patterns: Rectangular and radial flows // Physical review E. – 2011. – V. 83. – №. 6. – P. 066312.
- 56. Lyubimova T., Ivantsov A., Lyubimov D. Control of fingering instability by vibrations // Mathematical Modelling of Natural Phenomena. 2021. V. 16. P. 40.
- Lins T.F., Azaiez J. Resonance-like dynamics in radial cyclic injection flows of immiscible fluids in homogeneous porous media // Journal of Fluid Mechanics. – 2017. – V. 819. – P. 713-729.
- 58. Yuan Q. et al. Suppressing frontal instabilities and stabilizing miscible displacements with time-dependent rates for improved oil recovery // SPE Improved Oil Recovery Conference. – OnePetro, 2018.
- 59. Arun R. et al. Control of instability by injection rate oscillations in a radial Hele-Shaw cell // Physical Review Fluids. – 2020. – V. 5. – №. 12. – P. 123902.
- Lyubimov D.V. et al. Numerical modeling of frozen wave instability in fluids with high viscosity contrast // Fluid Dynamics Research. 2016. V. 48. №. 6. P. 061415.
- 61. Ivanova A.A., Kozlov V.G., Evesque P. Interface dynamics of immiscible fluids under horizontal vibration // Fluid Dynamics. 2001. V. 36. №. 3. P. 362-368.

- 62. Kawahara N. et al. Effect of acoustic streaming on the mass transfer from a sublimating sphere // Physics of Fluids. 2000. V. 12. №. 4. P. 912-923.
- Любимов Д.В., Любимова Т.П., Черепанов А.А. О движении твердого тела в вибрирующей жидкости // Конвективные течения. Пермь: Перм. пед. ин-т. – 1987. – С. 61-71.
- 64. Gershuni G.Z., Lyubimov D.U. Thermal vibrational convection Willey // New york. 1998.
- 65. Kozlov V.G., Kozlov N.V., Schipitsyn V.D. Steady flows in an oscillating deformable container: Effect of the dimensionless frequency // Physical Review Fluids. 2017. V. 2. №. 9. P. 094501.
- 66. Karpunin I.E., Kozlov N.V., Kozlov V.G. Experimental study of liquid-liquid interface oscillating in radial Hele-Shaw cell // Journal of Physics: Conference Series.
 IOP Publishing, 2021. V. 1809. №. 1. P. 012020.
- Kozlov V., Karpunin I., Kozlov N. Finger instability of oscillating liquid–liquid interface in radial Hele-Shaw cell // Physics of Fluids. 2020. V. 32. №. 10. P. 102102.
- 68. Karpunin I., Kozlov N. Dynamics of Two-liquid System at Rotation and Vibration with Equal Frequencies // Microgravity Science and Technology. 2020. V. 32. №. 5. P. 973-982.
- Vlasova O., Karpunin I., Solomennikov M. Lift Force Acting on a Heavy Cylinder and a Steady Flow in an Unevenly Rotating Container // Microgravity Science and Technology. – 2020. – V. 32. – №. 5. – P. 889-896.
- 70. Karpunin I.E., Kozlov N.V. Two-Phase System in a Rotating Cylindrical Cavity under the Transverse Vibrations // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – IOP Publishing, 2019. – V. 581. – №. 1. – P. 012040.
- 71. Karpunin I.E., Kozlova A.N., Kozlov N.V. Behavior of a light solid in a rotating horizontal cylinder with liquid under vibration // Microgravity Science and Technology. – 2018. – V. 30. – № 4. – P. 399-409.

- 72. Карпунин И.Э. Динамика осциллирующей межфазной границы в зависимости от взаимного расположения жидкостей в радиальной ячейке хелешоу // Конвективные течения... – 2021. – №. 10. – С. 76-88.
- 73. Карпунин И.Э., Козлов В.Г., Козлов Н.В. Влияние высокочастотных колебаний жидкости на вязкое капельное включение в ячейке Хеле-Шоу // Конвективные течения... 2019. № 9. С. 36-51.
- 74. Карпунин И.Э., Козлов Н.В. Вибрационная динамика двухжидкостной системы при вращении // Конвективные течения... 2019. № 9. С. 52-64.
- 75. Власова О.А., Карпунин И.Э., Соломенников М.Н., Вивиани А. Подъемная сила, действующая на тело вблизи колеблющейся границы. роль безразмерной частоты // Конвективные течения... 2019. № 9. С. 111-123.
- 76. Карпунин И.Э., Козлов Н.В. Колебания свободного цилиндрического ядра во вращающемся горизонтальном цилиндре с жидкостью под действием вибраций // Конвективные течения... – 2017. – № 8. – С.110-128.
- 77. Карпунин И.Э., Козлов В.Г., Козлов Н.В. Неустойчивость Саффмана-Тейлора колеблющейся межфазной границы в радиальной ячейке Хеле-Шоу // Пермские гидродинамические научные чтения сборник материалов VII Всероссийской конференции с международным участием, посвященной памяти профессоров Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкого и Д.В. Любимова. – 2020. – С. 207-210.
- 78. Власова О.А., Карпунин И.Э., Соломенников М.Н. Подъемная сила, действующая на тяжелый цилиндр при модулированном вращении полости вокруг горизонтальной оси // Пермские гидродинамические научные чтения сборник материалов VI Всероссийской конференции с международным участием, посвященной памяти профессоров Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкого и Д.В. Любимова. – 2019. – С. 27-29.
- 79. Власова О.А., Карпунин И.Э., Соломенников М.Н. Роль вращательных колебаний цилиндра в генерации действующей на него подъемной силы в неравномерно вращающейся полости с жидкостью // XII Всероссийский съезд

по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. – 2019. – С. 974-976.

- Карпунин И.Э., Козлов Н.В. Вибрационная динамика двухфазной системы во вращающемся горизонтальном цилиндре // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. – 2019. – С. 1036-1038.
- 81. Карпунин И.Э., Козлов В.Г., Козлов Н.В. Вибрационная динамика двужидкостной системы с высоким контрастом вязкостей в цилиндрической ячейке Хеле-Шоу // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. – 2019. – С. 1039-1041.
- 82. Власова О.А., Карпунин И.Э. Динамика тяжелого тела и структура потоков вблизи него в полости с жидкостью, совершающей модулированное вращение // Пермские гидродинамические научные чтения сборник материалов V Всероссийской конференции с международным участием, посвященной памяти профессоров Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкого и Д.В. Любимова. – 2018. – С. 77-79.
- 83. Власова О.А., Карпунин И.Э., Латышев Д.И. Осредненные течения жидкости, осциллирующей в осесимметричном канале переменного сечения в области умеренных и низких безразмерных частот // Пермские гидродинамические научные чтения сборник материалов V Всероссийской конференции с международным участием, посвященной памяти профессоров Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкого и Д.В. Любимова. 2018. С. 80-82.
- 84. Карпунин И.Э., Козлов В.Г., Козлов Н.В. Динамика двухфазной системы во вращающейся цилиндрической полости при поперечных вибрациях // Сборник материалов 9-ой международной научной школы молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах». – 2018. – С. 85-88.
- 85. Карпунин И.Э., Козлов Н.В. Динамика свободного цилиндрического тела во вращающейся горизонтальной полости при вибрациях // Неравновесные процессы в сплошных средах Материалы международного симпозиума. В 2-х томах. – 2017. – С. 220-222.

- 86. Карпунин И.Э., Козлов Н.В. Волны и течения во вращающейся цилиндрической двухжидкостной системе при поперечных вибрациях // Сборник тезисов докладов VII Всероссийской конференции с участием забежных ученых «Задачи со свободными границами: теория, эксперимент и приложения». – 2020. – С. 116-117.
- 87. Карпунин И.Э., Козлов В.Г., Козлов Н.В. Поведение вязкой капли в осциллирующем потоке несмешивающейся жидкости в ячейке Хеле-Шоу // Сборник тезисов докладов VII Всероссийской конференции с участием забежных ученых «Задачи со свободными границами: теория, эксперимент и приложения». 2020. С. 118-119.
- 88. Власова О.А., Карпунин И.Э. Динамика осесимметричного тела в жидкости вблизи колеблющейся границы // Сборник тезисов докладов VII Всероссийской конференции с участием забежных ученых «Задачи со свободными границами: теория, эксперимент и приложения». – 2020. – С. 258-259.
- 89. Власова О.А., Карпунин И.Э. Динамика цилиндра в жидкости при модуляции скорости вращения полости. Роль относительного размера тела // XXI Зимняя школа по механике сплошных сред. Тезисы докладов. Ответственный редактор: Юрлова Н.А. – 2019. – С. 74.
- 90. Карпунин И.Э., Козлов Н.В. Двухфазная система во вращающейся цилиндрической полости при поперечных вибрациях // XXI Зимняя школа по механике сплошных сред. Тезисы докладов. Ответственный редактор: Юрлова Н.А. – 2019. – С. 137.
- 91. Карпунин И.Э., Козлов Н.В. Осредненная динамика свободного цилиндрического ядра во вращающейся и вибрирующей горизонтальной полости // Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность. Материалы XXIII Международной конференции. Ответственные редакторы Н.В. Никитин, Н.В. Попеленская. – 2018. – С. 167.
- 92. Карпунин И.Э., Козлов Н.В. Поведение свободного цилиндрического ядра во вращающейся горизонтальной полости с жидкостью при вибрациях // XX

Зимняя школа по механике сплошных сред. Тезисы докладов. Ответственный редактор: Юрлова Н.А. – 2017. – С. 156.

- 93. Карпунин И.Э., Козлов Н.В. Поведение свободного цилиндра BO Пермские вращающейся горизонтальной полости с жидкостью // гидродинамические научные чтения. Материалы IV Всероссийской профессоров Г.З. E.M. конференции, посвященной памяти Гершуни, Жуховицкого и Д.В. Любимова. – 2016. – С. 41-42.
- 94. Карпунин И.Э., Козлов Н.В. Динамика свободного цилиндрического ядра во вращающейся горизонтальной полости с жидкостью // Сборник материалов 7ой международной научной школы молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах». – 2016. – С. 98-101.
- 95. Козлов В.Г., Козлов Н.В. Вибрационная динамика легкого тела в заполненном жидкостью вращающемся цилиндре // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. – 2008. – №. 1. – С. 12-23.
- 96. Kozlov N. Theory of the vibrational hydrodynamic top // Acta Astronautica. 2015. V. 114. P. 123-129.
- 97. Козлов В.Г., Козлов Н.В. Вибрационный гидродинамический волчок // Доклады Академии наук. – Федеральное государственное унитарное предприятие Академический научно-издательский, производственнополиграфический и книгораспространительский центр Наука. – 2007. – Т. 415. – № 6. – С. 759-762.
- 98. Kozlov V.G., Kozlov N.V., Subbotin S.V. The effect of oscillating force field on the dynamics of free inner core in a rotating fluid-filled spherical cavity // Physics of Fluids. – 2015. – V. 27. – №. 12. – P. 124101.
- Kozlov N.V., Shuvalova D.A. Effect of vibration on two-liquid system in rotating cylinder // Acta Astronautica. – 2016. – V. 127. – P. 561-571.
- 100. Thielicke W., Stamhuis E. PIVlab–towards user-friendly, affordable and accurate digital particle image velocimetry in MATLAB // Journal of open research software.
 2014. V. 2. №. 1.

- 101. Busse F.H. Zonal flow induced by longitudinal librations of a rotating cylindrical cavity // Physica D: Nonlinear Phenomena. 2011. V. 240. №. 2. P. 208-211.
- 102. Sauret A. et al. Experimental and numerical study of mean zonal flows generated by librations of a rotating spherical cavity // Journal of Fluid Mechanics. – 2010. – V. 662. – P. 260-268.
- 103. Subbotin S., Dyakova V. Inertial waves and steady flows in a liquid filled librating cylinder // Microgravity Science and Technology. 2018. V. 30. №. 4. P. 383-392.
- 104. An H., Cheng L., Zhao M. Steady streaming around a circular cylinder near a plane boundary due to oscillatory flow // Journal of Hydraulic Engineering. 2011. V. 137. №. 1. P. 23-33.
- 105. Wang C.Y. On high-frequency oscillatory viscous flows // Journal of Fluid Mechanics. – 1968. – V. 32. – №. 1. – P. 55-68.
- 106. Сенницкий В.Л. О силовом взаимодействии жидкости и тела, касающегося стенки // Письма в ЖТФ. – 2005. – Т. 31. – №. 20. – С. 1-5.
- 107. Иванова А.А., Козлов В.Г., Кузаев А.Ф. Вибрационная подъемная сила, действующая на тело жидкости вблизи твердой поверхности // Докл. РАН. – 2005. – Т. 402. – № 4. – С. 488–491.
- 108. Лойцянский Л. Механика жидкости и газа. Рипол Классик, 1950.
- 109. Maxworthy T. Experimental study of interface instability in a Hele-Shaw cell // Physical Review A. 1989. V. 39. №. 11. P. 5863.
- 110. Fernandez J. et al. Wavelength selection of fingering instability inside Hele–Shaw cells // Physics of Fluids. 2001. V. 13. №. 11. P. 3120-3125.
- 111. Maher J.V. Development of viscous fingering patterns // Physical review letters. –
 1985. V. 54. №. 14. P. 1498.
- 112. Snoeijer J.H., Andreotti B. Moving contact lines: scales, regimes, and dynamical transitions // Annual review of fluid mechanics. 2013. V. 45. P. 269-292.