Министерство образования и науки РФ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет» Физический факультет Кафедра общей и экспериментальной физики

На правах рукописи

Власова Ольга Андреевна

# ИЗУЧЕНИЕ ПОДЪЕМНЫХ СИЛ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА ТВЕРДЫЕ ТЕЛА В ЖИДКОСТИ ПРИ ВИБРАЦИЯХ

01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

*Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук* 

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук,

профессор Козлов В.Г.

## оглавление

ВВЕДЕНИЕ	4
1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ВИБРАЦИОННОЙ ДИНАМ	ИКИ
ПЛОСКОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА В ПОЛОСТИ С ЖИДКОСТЬЮ	24
1.1. Экспериментальная установка и методика	
1.2. Поведение легкого тела в жидкости при поступательных вибрация	IX
полости	
1.2.1. Отрыв тела от границы полости, особенности поведения	
1.2.2. Влияние геометрии тела на его динамику	
1.2.3. Колебания тела, изученные методом скоростной видеосъемки	
1.2.4. Обсуждение результатов	
1.3. Тяжелое тело в колеблющейся полости с жидкостью	
1.3.1. Роль вязкости жидкости и относительной толщины тела	
1.3.2. Динамика колеблющегося тела	
1.3.3. Анализ результатов	
1.4. Большие амплитуды колебаний тела	
1.4.1. Роль относительной плотности тела	50
1.4.2. Режимы поведения тела в надкритической области	58
1.4.3. Обсуждение результатов	65
2. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ВИБРАЦИОННОЙ ПОДЪЕМНОЙ	СИЛЫ,
ДЕЙСТВУЮЩЕЙ НА КОЛЕБЛЮЩЕЕСЯ В ЖИДКОСТИ ПЛОСКОЕ	ТЕЛО.67
2.1. Механизм возникновения подъемной силы, действующей на	
прямоугольную пластину	67
2.2. Сравнение теоретических и экспериментальных результатов	74
3 ВЛИЯНИЕ ОСЦИЛЛИРУЮЩИХ СИЛОВЫХ ПОЛЕЙ НА	
ИИЛИНЛРИЧЕСКОЕ ТЕЛО ВО ВРАШАЮЩЕЙСЯ ПОЛОСТИ	80
3.1. Экспериментальная установка и методика	
3.2. Влияние внешнего статического поля на тело при равномерном	
вращении полости	
3.2.1. Поведение тела до порога центрифугирования	85
3.2.2. Динамика цилиндра в центрифугированном состоянии	

3.2.3. Структура течения жидкости вблизи цилиндра	
3.3. Динамика цилиндра при модуляции скорости вращения полости	109
3.3.1. Подвес тела во вращающейся полости	110
3.3.2. Влияние силы тяжести и амплитуды модуляции на динамику тела	
3.4. Случай малой разности плотностей тела и жидкости	117
3.4.1. Влияние амплитуды модуляции на динамику тела	117
3.4.2. Безразмерные параметры задачи	
3.5. Анализ результатов эксперимента	128
3.5.1. Условие подвеса тела	129
3.5.2. Обсуждение результатов	
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	

#### введение

Динамика систем, совершающих колебательное движение, представляет интерес как для прикладной, так и для фундаментальной науки. Стимулом к изучению задач, описывающих динамику таких систем, послужили парадоксальные вибрационные эффекты [1–3] и широкое распространение таких систем в природе и технике. Речь идет о высокочастотных колебаниях с периодом малым по сравнению характерным промежутоком времени, на котором рассматривается динамика системы, и амплитудой, меньшей характерного размера системы.

С вибрациями связан целый ряд явлений и эффектов: вибрационное разрыхление сыпучих сред, вибрационное уплотнение и упрочнение материалов, действие осредненных подъемных сил на тела, совершающие колебания в жидкости или газе, терапевтический эффект, виброреологические эффекты, ориентация тел на вибрирующих поверхностях и др. [4–6]. Вибрационная технология используется в строительстве [7, 8], при механической обработке материалов [9, 10], при перемещении и стабилизации изделий [11, 12], в горном деле [13, 14], в химии [15, 16], в сельском хозяйстве [17, 18], в медицине [19]. В то же время, вибрационное воздействие может оказывать негативное влияние на систему: приводить к различного рода поломкам и авариям. Именно поэтому важно знать, какое влияние будут оказывать вибрации на динамику той или иной системы.

Так, в 1908 году Стефансон обнаружил стабилизирующий эффект вибраций: устойчивое положение перевернутого маятника с вибрирующей точкой подвеса [20]. В 1951 году Капица предложил физическое объяснение этого эффекта – наличие в системе осредненных сил, обусловленных высокочастотными колебаниями (вибрационных сил). В [21] был предложен эффективный метод рассмотрения подобных задач: разделение медленного и быстрого движения. Этот метод в дальнейшем успешно использовался для решения других физических задач.

Изучение вибрационной динамики сухих сыпучих сред в газах берет свое начало с экспериментов Фарадея [1]. Работая с тонкими слоями сыпучей среды на вибрирующей пластине и изучая динамику этой системы в зависимости от параметров вибраций, он обнаружил необычные вибрационные эффекты взаимодействия частиц сыпучего материала на свободной поверхности: стоячие волны, полосы, шестиугольники, квадраты, спирали и многое другое. Еще одним вибраций на сыпучую среду является вибрационная эффектом влияния сегрегация, которая используется в ряде важных процессов переработки минерального и техногенного сырья. Вибрационная сегрегация сопровождается всплыванием или погружением частиц, обладающих определенными свойствами (крупные – мелкие, тяжелые – легкие, отличающиеся формой). В работе [22] экспериментально исследуется всплывание твердого тела в среде значительно меньшей плотности, например, в песке, в том числе в песке, насыщенном водой. Результаты исследований представляют проблемой интерес В связи с выпучивания и износа трубопроводов, проложенных вблизи морского дна, а также для объяснения эффекта всплывания валунов в грунте под влиянием сейсмических воздействий.

Исследование взаимодействия потоков жидкости с твердыми телами является одной из классических задач гидродинамики. В связи с развитием средств освоения Мирового океана большое значение приобретает обобщение этой задачи на случай нестационарного движения тел в стратифицированной жидкости с произвольным непрерывным распределением плотности по глубине, а также на случай нестационарного взаимодействия гравитационных течений, линейных и нелинейных внутренних волн с погруженными телами. Своего рода вибрационным воздействием на фазовые включения в жидкости является набегающая на них внутренняя волна. Реальным примером такой системы может быть трубопровод, находящийся на дне водоема. В [23] показано, что внутренние волны оказывают существенное влияние на подводные аппараты и морские

сооружения. В [24] измерены силы, действующие на эллиптический цилиндр при набегании внутренних волн. Взаимодействие уединенной внутренней волны с круговым цилиндром в двухслойной системе смешивающихся жидкостей изучено в [25]. Волна генерировалась на границе системы жидкость-жидкость. Показано, что горизонтальная нагрузка максимальна, когда цилиндр находится на дне канала, и минимальна, когда он находится вблизи границы раздела сред. Визуализация течения показала, что при взаимодействии цилиндра с уединенной волной в его окрестности возникают высокоградиентные прослойки.

При обтекании тела потоком жидкости или газа на его поверхности образуется пограничный слой, и его устойчивость (переходу в турбулентное состояние) является актуальной проблемой [26, 27]. Интерес к этой задаче обусловлен не только необходимостью фундаментального описания проблемы турбулентности, но и ее практическим применением, например, для снижения сопротивления воздушных и плавательных судов или увеличении подъемной силы крыла. Вибрации поверхности их корпуса или отдельных элементов конструкции воздушного (водного) транспорта при его движении оказывают влияние на устойчивость ламинарного течения [28, 29] и могут привести к переходу от ламинарного течения к турбулентному, что, в свою очередь, может значительно снизить подъемную силу крыла. Методы вихревого или локального воздействия, позволяющие эффективно управлять обтеканием, вплоть до полного устранения отрыва, рассматриваются в [30, 31]. Существуют также вибрационные методы подавления возмущений за счет искусственной генерации волны в противофазе с существующим возмущением.

вибрационная Следует отметить такое направление, как тепловая конвекция. Данное направление рассматривает осредненные эффекты, вибрационным возлействием генерируемые высокочатстотным на неизотермическую жидкость. В работах [32, 33] был продемонстрирован новый механизм тепловой конвекции – вибрационный. Обзор теоретических работ, посвященных вибрационной тепловой конвекции, представлен в монографии [34]. Большое число экспериментальных работ по исследованию тепловой конвекции

было выполнено представителями Пермской гидродинамикой научной школы [35–38]. Следует отметить важную с прикладной точки зрения и интересную с точки зрения фундаментальной науки задачу данного направления – влияние высоочастотных колебаний, в частности, акустических, на пламя [39].

#### Тела и их взаимодействие в жидкости при поступательных вибрациях

Значительное вибраций влияние на поведение многофазных обуславливает необходимость гидродинамических систем изучения вибрационной динамики фазовых включений и сил, действующих на них. Данное направление рассматривается с теоретической и прикладной точки зрения в большом количестве работ [40-44]. При вибрациях В многофазных гидродинамических системах колеблющееся тело интенсивно взаимодействует с жидкостью и вносит изменения в структуру ее течения. Появление асимметрии в осциллирующем потоке жидкости приводит к возникновению осредненной силы. Так, необычный вибрационный эффект был обнаружен Челомеем. Помещенное в вертикальный канал тело, плотность которого больше плотности окружающей его жидкости, под действием вертикальных вибраций всплывает в поле силы тяжести [2]. Погружение пузырьков и всплывание тяжелых частиц можно рассматривать как эффект вибрационного перемещения, обусловленного градиентным типом асимметрии [3]. Отметим, что обнаруженный эффект показал возможность вибрационного управления включениями в жидкости и усилил интерес исследователей к данной области вибрационной гидромеханики.

Если тело совершает высокочастотные колебания в невязкой жидкости вблизи твердой границы, то за счет ассиметричного распределения осредненного давления на поверхности тела возникает осредненная сила притяжения [43]. Теоретическое описание этой силы, действующей на цилиндрические и сферические включения, совершающие колебания высокой частоты и малой амплитуды, дано в [45, 46]. В [45] описано притяжение к вибрирующей в сферического жидкости пластине легкого тела, находящегося над ee поверхностью, и тяжелого тела, находящегося под ней. В [46, 47]В высокочастотном пределе решена задача о колебаниях твердого цилиндра в

жидкости на произвольном расстоянии от стенки полости. Получены условия, при которых тяжелые тела всплывают, а легкие тонут под действием вибраций в поле силы тяжести. Надо отметить, что сила притяжения возрастает с уменьшением расстояния между телом и границей и проявляется только на расстоянии, сравнимом с характерным размером тела.

вибрациях [48, 49]При поступательных полости в впервые экспериментально обнаружена и изучена сила отталкивания, действующая на сферическое тело вблизи границы полости на расстоянии, сравнимом с толщиной вязкого слоя Стокса. Экспериментально изучена сила притяжения, которая сменяет силу отталкивания за пределами области вязкого взаимодействия; осуществлен вибрационный подвес тяжелого тела вблизи верхней границы полости. Показано, что расстояние, на котором сила вибрационного взаимодействия тела с границей полости меняет знак, определяется толщиной слоя Стокса. В работе [50] при поступательных вибрациях прямоугольной полости с жидкостью и легким цилиндром внутри обнаружено, что на цилиндр, совершающий колебания вблизи границы полости, действует вибрационная сила отталкивания, результате устойчивое В чего легкое тело занимает квазистационарное положение вблизи потолка. Сила отталкивания связана с гидродинамическим взаимодействием тела с границей полости. Поведение тяжелого цилиндра в полости с жидкостью при горизонтальных вибрациях изучалось в [51]. Обнаружено, что за исключением фазы колебаний динамика тяжелого тела аналогична динамике легкого тела.

Теоретическое описание и экспериментальное изучение механизма генерации силы отталкивания, действующей на цилиндрическое тело в полости с жидкостью, совершающей поступательные колебания, представлено в [52]. Показано, что сила отталкивания проявляется на расстоянии вязкого взаимодействия колеблющегося тела и стенки, когда течение между телом и стенкой имеет вязкий характер, а с противоположной от стенки стороны тело обтекается потенциальным осциллирующим потоком. В описании используется

точное решение, полученное в [53] для цилиндра вблизи стенки, обтекаемого осциллирующим потоком невязкой жидкости.

Эффект вибрационного перемещения фазовых включений в жидкости может применяться при реализации и интенсификации технологических процессов (например, при дегазации и очистке жидкостей от твердых включений, перемешивании различных компонент, и т.д.). Кроме того, вибрации могут влиять на функционирование различных узлов силовых установок, аппаратов и технических сооружений, содержащих жидкость и подверженных различным особенно вибрационным воздействиям, В условиях невесомости И микрогравитации [54, 55]. Изучение подъемной силы, действующей на фазовые включения различного рода в осциллирующих силовых полях, также является актуальной задачей для различных технологических процессов в условиях микрогравитации. В [56] проведено численное моделирование действия подъемной силы на сферические частицы, взвешенные в полости, заполненной жидкостью и совершающей колебания в горизонтальной плоскости. Обнаружена сила притяжения частицы к ближайшей стенке. В [57] исследовано движение пузырьков вблизи стенки в условиях микрогравитации. Численное моделирование подтвердило наличие силы притяжения к стенке и ее увеличение с увеличением плотности пузырька. Кроме того, проведено моделирование силы отталкивания, действующей на пузырек в непосредственной близости от стенки.

Взаимодействие тел. Еше олной важной залачей вибрационной гидромеханики является взаимодействие твердых тел жидкости. В Рассматриваются разные ситуации: тела находятся во взвешенном состоянии и обтекаются осциллирующим потоком жидкости; колебания совершает одно из тел под действием внешней силы, в то время как второе тело и жидкость на большом расстоянии от вибрирующего тела покоятся. В каждом случае изучается характер взаимодействия тела, траектория его движения и сила взаимодействия.

В [43] была рассмотрена задача о взаимодействии покоящегося тела и тела, совершающего поступательные колебания в жидкости. Было показано, что тела притягиваются. Теоретически задача о взаимодействии двух сфер в несжимаемой

жидкости рассмотрена в [47]. В предположении, что одна из сфер совершает колебания на некотором расстоянии от неподвижной сферы, показано, что при  $\rho < 1 -$ удаляется от нее. На характер взаимодействия двух тел влияет и направление вибрационного воздействия. Взаимодействие взвешенных В жидкости двух цилиндров рассмотрено в [58]. При вибрациях, направленных вдоль оси, соединяющей центры цилиндров, возникает сила отталкивания, в случае вибраций, перпендикулярных этой оси, цилиндры притягиваются. Если колебания совершает только одно из тел, независимо OT направления вибрационного воздействия генерируется сила притяжения, направленная вдоль оси, соединяющей центры цилиндров. При этом величина силы притяжения уменьшается с увеличением расстояния между телами, что согласуется с экспериментальными наблюдениями.

Роль безразмерной частоты. Рассмотренные ранее работы относятся к случаю высоких безразмерных частот, когда вязкие пограничные слои Стокса малы и не принимаются к рассмотрению в теоретических работах. В случае умеренных и низких безразмерных частот существенную роль играет вязкость толщина пограничного слоя становится сравнимой жидкости, когда с характерным размером тела или расстоянием между телами. При движении частицы в сдвиговом потоке жидкости на нее действует сила Сафмана (подъемная сила), обусловленная разностью давлений в направлении градиента скорости [59]. Задача о взаимодействии отдельной частицы (группы частиц) со стенкой в сдвиговом потоке жидкости подробно обсуждается в [60]. Нейтрально плавучие частицы, переносимые ламинарным течением разбавленных суспензий в круглых трубах, испытывают действие поперечных сил, которые стремятся переместить центральные частицы по направлению к стенке трубы, а частицы от стенки – по направлению к центру трубы. Независимо от их начального положения частицы стремятся сконцентрироваться в кольцевой области, расположенной примерно посредине между осью и стенкой трубы. Эти наблюдения были подтверждены экспериментальным исследованием Оливера [61] с единичными сферами. В [62]

исследовано взаимодействие в вязкой жидкости двух сфер, колеблющихся в направлении, совпадающем с осью, соединяющей их центры, (прямые численные эксперименты). Показано, что в области низких безразмерных частот сферы притягиваются друг к другу, тогда как в высокочастотной области наблюдается обратный эффект. В случае, когда направление вибраций перпендикулярно оси, соединяющей центры сфер, они отталкиваются [63]. Величина силы отталкивания уменьшается при уменьшении диаметра одной из сфер или при их удалении друг от друга. Показано, что сила сопротивления среды в случае двух колеблющихся сфер больше, чем при колебаниях одной сферы в вязкой жидкости.

#### Структуры течения вблизи твердых тел при вибрациях

Вибрационное воздействие на гидродинамическую систему с твердыми включениями приводит к генерации осредненных потоков вблизи этих включений. Возникновение течений связано с вихрями, возникающими в пограничных слоях Стокса  $\delta = \sqrt{2\nu/\Omega}$  (здесь  $\nu$  – кинематическая вязкость жидкости, Ω- частота вибраций). В свою очередь так называемые первичные вихри генерируют вторичное течение жидкости за пределами пограничного слоя. Впервые экспериментально это было обнаружено в [1]. Теоретически течения, генерируемые вибрирующим цилиндром, были описаны Шлихтингом [64]. Изучение осредненных течений В пограничных слоях, возбуждаемых колебаниями тела жидкости, относится к самостоятельному разделу В гидромеханики – акустическим течениям. Случай акустических волн был рассмотрен Релеем [65]. Данному направлению посвящены отдельные разделы фундаментальных трудов и монографий [41, 44, 66]. Интерес к изучению вибрационных потоков обусловлен возможностью их использования для интенсификации тепло-массообмена [67].

Характер обтекания тела зависит от безразмерной частоты вибраций  $\omega = \Omega h_s^2 / v$ , характеризующей отношение толщины пограничного слоя к характерному размеру тела  $h_s$ . В низкочастотном пределе ( $\omega \ll 1$ ) пограничные слои Стокса отсутствуют и вязкость играет определяющую роль при колебаниях

во всем объеме жидкости. При  $\omega \gg 1$  (высокочастотный предел) вязкость проявляется только в тонких пограничных слоях. В этом случае вид течений за пределами пограничного слоя определяется числом Рейнольдса  $\text{Re} \equiv h_s V_f / \nu (V_f - \text{скорость осциллирующего движения жидкости) [41, 64].}$ 

Большое количество работ посвящено изучению осредненных потоков жидкости вблизи тела в высокочастотном пределе, когда  $\delta \ll h_s$ . Рассматриваются разные случаи: тело совершает колебания в покоящейся жидкости; тело обтекается осциллирующим потоком жидкости; тело находится вблизи твердой границы или же на большом расстоянии от последней, когда ее влияние незначительно. В работе [68] представлены результаты экспериментального исследования структур вторичных течений вблизи цилиндра, осциллирующего в жидкости в направлении, перпендикулярном к его оси, в зависимости от амплитуды его колебаний. Показано, что вблизи тела формируются четыре вихря, являющиеся классической структурой течения [69]. С увеличением амплитуды колебаний тела обнаружено изменение формы потоков, их раздвоение. Подобный эффект разделения потоков и связанное с этим возбуждение отрывных вихрей позади вибрирующего цилиндра было обнаружено в экспериментах [70]. Работы [71, 72]посвящены изучению устойчивости потоков, генерируемых осциллирующим цилиндром в вязкой жидкости. В экспериментах с вязкими жидкостями наблюдается возникновение более сложных структур течений, при этом потоки могут быть направлены противоположно по сравнению с высокочастотным случаем [73, 74].

Влияние близости плоской границы на характер обтекания цилиндра изучено многими авторами [75, 76]. В работе [77] измерено распределение давления на поверхности цилиндра, осциллирующего вблизи стенки, для разных положений цилиндра над границей. Дополняет эти исследования работа [78], где показано, что наличие твердой границы существенно изменяет структуру течения: формирующиеся вихри становятся несимметричными.

#### Случай поступательно-вращательных вибраций системы

Большой интерес у исследователей вызывает влияние непоступательных вибраций на многофазную гидродинамическую систему, поскольку поступательные периодические вибрации в природе и технике в чистом виде встречаются довольно редко. В работе [79] впервые было теоретически описано и экспериментально обнаружено, что на тело в заполненной жидкостью полости, совершающей вращательные колебания, действует осредненная подъемная сила во всем объеме полости. В экспериментах использовалась односвязная полость в виде коаксиального зазора с жесткой перегородкой, заполненная жидкостью, внутрь полости помещался тяжелый цилиндр. Вся система совершала вращательные колебания относительно горизонтальной оси полости. В результате вибрационного воздействия тяжелое тело всплывало к внутренней границе коаксиального зазора. Обнаруженная в [79] осредненная подъемная сила оказывается существенно больше по величине, чем при поступательных вибрациях, и проявляется во всем объеме жидкости. Это связано с тем, что в такой системе колебания совершает не только тело (отличное по плотности от жидкости), но и жидкость совершает сдвиговые колебания относительно полости, связанные с изменением ориентации полости в пространстве. Теоретическое описание обнаруженного эффекта в [79] дано в приближении малых амплитуд и высоких частот вибраций, когда  $\delta \ll h_{\rm s}$ . Показано, что в данной задаче параметр  $W_r = (\varphi_0 \Omega)^2 R_0 / g$ , безразмерный управляющим является характеризующий отношение подъемной силы к силе тяжести. Здесь  $\phi_0$  – угловая амплитуда колебаний полости, g – ускорение свободного падения, R<sub>0</sub> – средний радиус кривизны слоя. В работе определено условие квазиравновесия тела на произвольном расстоянии от оси вибраций. Эффект подвеса тела в жидкости при вращательных колебаниях был обнаружен как при малых, так и при больших амплитудах вибраций, что говорит о возникновении подъемной силы при ламинарном И при турбулентном режимах обтекания Изучение тела. вибрационной динамики сферического тела В аналогичной постановке

проводилось в [80, 81]. Эксперименты свидетельствуют, что на тела действует сила отталкивания в непосредственной близости от границы полости, независимо от характера вибрационного воздействия на полость, при поступательных и при вращательных вибрациях [51, 79], а также в случае тангенциальных колебаний границы в неподвижной жидкости [82].

#### Динамика включений во вращающихся гидродинамических системах

Динамика неоднородных по плотности гидродинамических систем при вращении интересна в силу широкого распространения подобных систем в природе и технике. Управление различного рода включениями – это актуальная задача для космических технологий. Воздействие внешних силовых полей на вращающиеся системы может быть использовано для управления динамикой включений различных типов. При малой гравитации даже незначительное вибрационное воздействие на систему может привести к появлению силы, действующей на фазовые включения вблизи твёрдой границы. Такими включениями могут быть пузырьки газа и твёрдые тела различной формы. Частный случай в этом классе задач – динамика твёрдого тела во вращающейся полости с жидкостью. В зависимости от его плотности и скорости вращения тело может занимать устойчивое положение вблизи стенки или вблизи оси вращения.

Ряд теоретических и экспериментальных работ посвящены исследованию динамики тяжелых включений во вращающихся гидродинамических системах. В [83] исследовалось скатывание сферы по наклонной стенке трубы под действием силы тяжести (это подобно скатыванию тела по стенке медленно вращающейся полости). Обнаружено бесконтактное движение тяжелой сферической частицы вдоль границы. Кроме того, зафиксировано образование кавитационного пузырька между сферой и стенкой. В [84] изучалось поведение цилиндрического тела в маловязкой жидкости во вращающемся барабане. Было обнаружено, что тело, соскальзывающее с поднимающейся границы кюветы, при некотором значении угла отталкивается и переходит в зависшее состояние, при этом ось тела параллельна оси полости. В этом состоянии тело совершает вращение вокруг собственной оси. В [84] проведен теоретический анализ сил, действующих на тело в подвешенном состоянии, и изучена структура течения жидкости внутри полости при помощи метода изображений частиц (particle image velocimetry или PIVметод). В [85] описано несколько режимов поведения тяжелой сферической частицы, сменяющих друг друга с повышением скорости вращения полости. Основное внимание уделено новому режиму поведения частицы, названному режимом «подвеса», когда частица совершает движение по круговой орбите, не касаясь стенки полости. С повышением скорости вращения полости радиус орбиты увеличивается, при этом минимальное расстояние, на которое частица приближается к границе полости, не изменяется.

Исследователи уделяли внимание в основном изучению динамики легких включений во вращающейся полости. В работе [86] экспериментально исследуется поведение небольшого пузырька воздуха BO вращающемся горизонтальном цилиндре с жидкостью. Показано, что при малых скоростях вращения полости траектория движения пузырька по своей форме близка к спирали, с повышением скорости вращения траектория становится более сложной и напоминает циклоиду. Кроме того, было изучено устойчивое положение пузырька, когда действующие на него силы уравновешивают друг друга, позволяющее измерить подъемный и сдвиговый коэффициенты. Динамика легкого цилиндрического тела во вращающейся горизонтальной цилиндрической полости с жидкостью была изучена в [87]. Показано, что переходу тела в центрифугированное состояние предшествует последовательность режимов, определяющихся скоростью вращения полости. Сначала тело увлекается стенкой и смещается на некоторый небольшой угол в направлении вращения. С повышением скорости азимутальное смещение возрастает и сопровождается интенсивными нутационными колебаниями. В центрифугированном состоянии тело совершает колебания относительно полости под действием силы тяжести или переменного внешнего инерционного поля. Колебания приводят к генерации дифференциального установившегося среднего вращения Внешнее тела. вибрационное воздействие оказывает влияние на легкое тело (цилиндр, сфера) в центрифугированном состоянии только в резонансных областях, когда частота

вращения совпадает с собственной частотой системы [88–90]. Обнаружено, что тело резко изменяет интенсивность своего вращения: вращение станосится опережающим или отстающим. Кроме того, в резонансных областях тело смещается вдоль оси полости и занимает квазистационарное положение на некотором расстоянии от стенки.

Проведенный анализ литературы показал, что основное внимание уделялось изучению вибрационной динамики тел осесимметричной формы (сфера, цилиндр) в жидкости и сил, действующих на них. Неизученной остается задача о влиянии вибраций на тела более сложной не осесимметричной формы (например, пластины) в жидкости вблизи твердой границы. Логично предположить, что на тело такой формы, тоже будет действовать осредненная вибрационная сила. Не изученной и актуальной являетя также задача о подъемных силах, действующих на тела во вращающейся системе, когда тело, плотность которого больше плотности жидкости, под действием центробежной силы оказывается вблизи стенки полости и под действием внешней силы совершает колебания вблизи нее.

разработанности Актуальность И степень темы исследования. В настоящее время большое внимание исследователей уделяется задачам вибрационной гидромеханики, в которых изучается влияния осциллирующих сил на динамику неоднородных по плотности гидродинамических систем. Особый интерес вызывают задачи о взаимодействии свободных включений в жидкости с твердой поверхностью, при наличии относительных колебаний. В таких системах наличие осциллирующих сил приводит к возникновению осредненных эффектов. Ярким эффектом является действие подъемной силы, отталкивающей тело от стенки [53]. Детальные экспериментальные и теоретические исследования таких гидродинамических систем дают возможность определения универсальных законов, описывающих их динамику, что в свою очередь позволяет управлять распределением примеси в жидкости. Данное научное направление актуально и различных технологических процессов, имеет большую значимость для включающих В себя очистку жидкостей: очистка сточных вод; химическая/биологическая/нефтяная промышленность, связанная с получением

чистого концентрата вещества; целлюлозно-бумажная промышленность. Как вибрационное управление видно, включениями В жидкости является перспективным подходом к оптимизации технологических процессов. На данный момент существует ряд актуальных нерассмотренных проблем. Неисследованной остается задача о влиянии поступательных вибраций на тела сложной не осесимметричной формы (например, в виде пластины) в жидкости вблизи границы полости. Новым и быстро развивающимся направлением является вибрационная динамика твердых тел во вращающихся полостях. Однако исследования в этой области ограничены случаем «легких» тел, плотность которых меньше плотности жидкости. Изучение вибрационной динамики тел сложной формы при поступательных вибрациях, а также вибрационных сил, действующих на «тяжелые» тела во вращающихся системах, наряду с прикладным аспектом является важным для развития теории «вибрационной гидромеханики».

## Краткое описание диссертационного исследования

**Целью** диссертационной работы является изучение подъемной силы, действующей на твердые тела различной формы в заполненных жидкостью полостях, совершающих колебательное движение.

Задачи исследования:

- экспериментальное исследование динамики легкого (тяжелого)
  плоского тела, находящегося вблизи границы прямоугольной полости
  с жидкостью, совершающей продольные поступательные колебания;
- построение теоретической модели генерации вибрационной подъемной силы, действующей на колеблющееся в жидкости плоское тело;
- изучение динамики тяжелого цилиндрического тела в горизонтальной цилиндрической полости с жидкостью при ее равномерном и неравномерном вращении.

Содержание и структура работы. Основной текст работы состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Диссертация содержит 149 страниц текста, включающих в себя 83 рисунка и список литературы из 117 источников.

*Во введении* представлен обзор литературы по теме диссертации, обозначены цель и задачи исследования, ее новизна, научная значимость, а также приведено краткое содержание диссертации.

Первая глава включает в себя результаты экспериментального исследования динамики легкого (тяжелого) тела в форме пластины заданной толщины в полости с жидкостью, совершающей горизонтальные поступательные колебания. В отсутствие колебаний кюветы легкое (тяжелое) тело под действием силы Архимеда и силы тяжести прижимается к потолку (дну) кюветы. При вибрациях тело совершает колебания в полости под действием осциллирующей силы инерции. Обнаружено, что на тело, колеблющееся вблизи границы полости, действует сила, направленная перпендикулярно стенке. При повышении частоты вибраций (при заданной амплитуде) по достижении некоторой критической частоты тело отталкивается от границы, тяжелое – от дна, легкое – от потолка. Сначала отрывается один торец тела, дальнейшее повышение интенсивности вибраций приводит к полному отрыву тела: оно переходит в «подвешенное состояние», продолжая совершать колебания на некотором расстоянии от стенки. С повышением вибрационного воздействия увеличивается расстояние между стенкой. Характер колебания тела телом И изучается при помощи высокоскоростной видеокамеры. Обнаружено, ЧТО помимо продольных колебаний как легкие, так и тяжелые тела совершают угловые качания малой амплитуды, причем продольные и угловые колебания происходят с некоторой фаз. Эксперименты проведены с телами различных размеров, разностью плотности и формы краев тела (острый либо закругленный край). Обнаружено, что в отличие от легкого тела колебания тяжелого тела происходят с меньшей амплитудой угловых качаний и в противофазе с колебаниями кюветы. Результаты экспериментов обобщены на плоскости безразмерных параметров  $\omega, W$ , где  $\omega$ - безразмерная частота вибраций, *W* – вибрационный аналог числа Фруда. Обнаружено, что при отрывном режиме обтекания тела, когда относительная амплитуда его колебаний превышает его характерный размер, определяющую роль играет безразмерная амплитуда колебаний тела.

Bo второй главе представлена теоретическая модель генерации действующей на вибрационной подъемной силы, прямоугольное тело, помещенное к кювету с жидкостью. Кювета совершает высокочастотные колебания малой амплитуды. Рассматриваются горизонтальные условия вибрационного подвеса тела в поле силы тяжести. При этом вес тела уравновешивается силой отталкивания от границы полости. Показано, что порог отталкивания тела зависит не только от его плотности, но и от относительной толщины, т.е. от отношения толщины тела к толщине слоя жидкости под (над) ним. Результаты теоретического анализа удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными в области высоких частот и малых амплитуд колебаний тела.

Третья глава посвящена экспериментальному изучению поведения тяжелого цилиндрического тела в горизонтальной вращающейся цилиндрической полости, заполненной вязкой жидкостью. Обнаружено несколько режимов движения тела в зависимости от скорости вращения кюветы, амплитуды и частоты модуляции скорости. При медленном равномерном вращении тело увлекается потоком вращающейся вместе с полостью жидкости и смещается на некоторый угол от нижней точки, оставаясь вблизи границы. С повышением скорости вращения тело отходит от границы полости, занимая стационарное положение на некотором расстоянии от нее. По достижении порогового значения скорости вращения полости тело переходит в центрифугированное состояние, в котором совершает твердотельное вращение вместе с кюветой и жидкостью. В режиме подвеса и предшествующем ему режиме частичного отрыва тело совершает колебания, напоминающие прецессию.

При модуляции скорости вращения кюветы тело, находясь в центрифугированном состоянии, отрывается от границы полости (при пороговом

значении амплитуды модуляции). Расстояние между телом и стенкой кюветы увеличивается с амплитудой модуляции. Обнаружено, что на динамику тела в «подвешенном состоянии» значительное влияние оказывает сила тяжести, осциллирующая в системе отсчета вращающейся полости. Изучено изменение основных характеристик движения тела со временем с помощью скоростной видеокамеры. Обнаружено, что помимо азимутальных колебаний вдоль границы полости тело совершает вращательные колебания вокруг своей оси. Проведено экспериментальное исследование в случае, когда сила тяжести практически не влияет на динамику тела. Дано теоретическое описание механизма генерации подъемной силы, действующей на цилиндрическое тело во вращающейся цилиндрической кювете с жидкостью в приближении высоких частот вибраций и малого размера тела по сравнению с размером полости. Сделано предположение о возникновении дополнительной подъемной силы, связанной с вращательными колебаниями тела.

Научная новизна. Впервые экспериментально и теоретически рассмотрена новая задача об осредненной подъемной силе, действующей на плоское твердое тело, совершающее тангенциальные к границе колебания в прямоугольной полости с жидкостью. Обнаружено, что при отрывном режиме обтекания тела важную роль играет относительная амплитуда колебаний тела. В работе рассмотрен новый вибрационный способ управления тяжелыми телами во вращающихся полостях с жидкостью, основанный на модуляции скорости вращения. Обнаружено, что помимо азимутальных колебаний вдоль границы полости тело совершает синфазные вращательные колебания вокруг своей оси. Показано, что в этом случае значение коэффициента подъемной силы оказывается намного больше, чем в случае, когда тело совершает поступательные колебания вблизи границы.

**Теоретическая и практическая значимость работы.** Выполненные экспериментальные исследования важны для развития теории вибрационной гидромеханики гетерогенных систем, для более глубокого понимания осредненных явлений в многофазных системах в осциллирующих силовых полях.

Особое значение результаты исследования могут иметь для условий пониженной гравитации (для космических технологий). На основе результатов исследования можно рекомендовать использование обнаруженного явления – отталкивание твердого включения от границы, совершающей тангенциальные колебания – для управления включениями, расположенными вблизи границы полости, в различных технологических процессах. Большой интерес (с фундаментальной и прикладной точки зрения) представляет выяснение причины возникновения новой дополнительной подъемной силы, действующей на тело в неравномерно вращающейся полости с жидкостью.

Методы и методология диссертационного исследования. Для решения поставленных задач используются хорошо апробированные экспериментальные методики, современное экспериментальное оборудование и технологии для контроля и последующей обработки экспериментальных данных. Исследование поведения тела осуществляется при помощи скоростной видеокамеры. Обработка полученных кадров в специализированных программах позволяет детально изучить изменение основных характеристик движения тела со временем. Подъемная сила, действующая на плоское тело в прямоугольной полости с жидкостью при вибрациях, измеряется методом подвеса тела в поле силы тяжести, апробированным в экспериментальных работах (Щипицын и др., 2014, Кузаев и др. 2005). Аналогичным образом подъемная сила измеряется в случае неравномерного вращения цилиндрической полости с цилиндрическим телом и жидкостью внутри, только в качестве статической силы, уравновешивающей подъемную силу, выступает центробежная сила. Структуры течения в системе PIV-метода, изучаются с применением который отличается высокой эффективностью и широко используется в гидродинамических исследованиях. Теоретические модели построены в приближении высоких частот и малых амплитуд вибраций, т. е. рассматриваются колебания тела в невязкой жидкости.

#### Основные положения, выносимые на защиту:

• результаты экспериментального изучения вибрационной динамики легкой (тяжелой) пластины, совершающей тангенциальные колебания

вблизи границы прямоугольной полости с жидкостью под действием осциллирующей силы инерции, выполненного в широком диапазоне безразмерных частот:

✓ изучение вибрационной подъемной силы, действующей вблизи границы полости на тела разной относительной плотности;

 ✓ исследование колебательной динамики тела при помощи скоростной видеосъемки;

• теоретическое описание вибрационной подъемной силы, действующей на пластину в заполненной жидкостью полости, совершающей поступательные колебания, в приближении высоких частот и малых амплитуд вибраций;

 результаты экспериментального изучения динамики тяжелого цилиндрического тела, помещенного в заполненную вязкой жидкостью горизонтальную цилиндрическую полость, при равномерном и неравномерном вращении последней:

 ✓ основные режимы движения тела при равномерном вращении кюветы вокруг горизонтальной оси;

✓ исследование осредненной подъемной силы, действующей на цилиндрическое тело в центрифугированном состоянии, при модуляции скорости вращения полости;

✓ исследование динамики тела при помощи скоростной видеосъемки.

Достоверность результатов обеспечивается использованием апробированных современных методик измерения и обработки данных, детальным изучением, комплексным экспериментальным и теоретическим рассмотрением проблемы и сравнением с данными других авторов.

Апробация работы и публикации. Результаты исследования были представлены на следующих конференциях: XVIII и XX Зимние школы по механике сплошных сред (Пермь, 2013 г., 2017 г.); Международная конференция «Потоки и структуры в жидкостях» (Санкт-Петербург, 2013 г.); Международная конференция «Пермские гидродинамические научные чтения» (Пермь, 2013 г., 2014 г.); XXI и XXII Международные конференции «Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность» (Москва, 2014 г., 2016 г.); XLII Международная Летняя школа-конференция «Актуальные проблемы механики» (Санкт-Петербург, 2014 г.); V международная научная школа молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах» (Москва, 2014 г., 2016 г.); XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической И прикладной механики (Казань, 2015 г.); Всероссийская конференция с участием зарубежных ученых «Задачи со свободными границами: теория, эксперимент и приложения» (Барнаул, 2017 г.); Международный симпозиум «Неравновесные процессы в сплошных средах» (Пермь, 2017 г.). Результаты исследований также были представлены на Пермском гидродинамическом семинаре (Пермский 2014 г., государственный университет, Пермь, 2018 г.). Результаты диссертационного исследования получены при поддержке РФФИ (гранты 13-01-00675, 16-31-00201), РНФ (грант 14-11-00476), грантов поддержки научных школ НШ-4022.2014.1 (2014-2015), НШ-9176.2016.1 (2016-2017).

Полученные результаты опубликованы в 23 работах, включая 5 статей в журналах из списка ВАК (индексированы в WOS) [95–99], 7 статей в сборниках научных статей и трудах конференций (индексированы в РИНЦ) [100–106] и 11 тезисов докладов [107–117].

**Личный вклад.** Экспериментальные исследования и обработка результатов выполнены диссертантом, обсуждение и теоретический анализ осуществлялись совместно с научным руководителем и соавторами.

Автор выражает огромную благодарность и признательность д.ф.-м.н., профессору Виктору Геннадьевичу Козлову и д.ф.-м.н., профессору Алевтине Алексеевне Ивановой за предоставление темы диссертации, постоянное внимание к проводимым исследованиям и их полезные обсуждения, за помощь и поддержку в завершении и написании работы, а также к.ф.-м.н. Козлову Николаю Викторовичу и к.ф.-м.н. Щипицыну Виталию Дмитриевичу за многочисленные обсуждения результатов эксперимента.

# 1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ВИБРАЦИОННОЙ ДИНАМИКИ ПЛОСКОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА В ПОЛОСТИ С ЖИДКОСТЬЮ

Экспериментально исследуется влияние вибраций на легкое (тяжелое) плоское тело в полости, заполненной вязкой жидкостью и совершающей горизонтальные поступательные колебания. Под действием вибраций при достижении критического значения частоты как легкие, так и тяжелые тела отталкиваются от границы полости и занимают устойчивое положение на некотором расстоянии от последней. Подъемная сила измеряется методом подвеса тела в поле силы тяжести. При увеличении вибрационного воздействия изучается последовательность состояний частичного (отрывается один из краев) и полного отрыва тела от границы полости, с понижением интенсивности вибраций – частичное и полное возвращение тела к стенке кюветы. В «подвешенном состоянии» колеблющееся плоское тело, находясь на расстоянии от стенки, совершает угловые качания малой амплитуды. В надкритической области при больших амплитудах колебаний тела обнаружены новые режимы его поведения. С повышением интенсивности вибраций тяжелое тело занимает устойчивое положение в центральной по высоте части полости, затем переходит к потолку кюветы.

Эксперименты проводятся в широком интервале безразмерных частот при изменении амплитуды вибраций, вязкости жидкости, а также характерных размеров тела и его геометрии (острый либо закругленный край).

## 1.1. Экспериментальная установка и методика

Экспериментальная установка состоит из кюветы с помещенным в нее телом, механического вибратора, измерительных приборов и источников питания (рис. 1.1). Механический вибратор задает горизонтальные поступательные колебания по закону  $X = b \cos \Omega t$ . Кювета 1 с помещенным в нее телом 2 крепится на столике 3 при помощи болтов. Горизонтальное положение кюветы проверяется уровнем. Столик скользит жидкостным ПО стальным цилиндрическим направляющим 4 в бронзовых втулках; он приводится в движение шатуном 5. Шатун закреплен на маховике 6 посредством эксцентрично расположенного пальца маховика 7. Изменение амплитуды колебаний b в интервале от 1 до 50 мм осуществляется за счет перемещения пальца вдоль радиуса маховика. Вращение маховику передается через вал 8, соединенный клиноременной передачей 9 с электродвигателем 10.



Рис. 1.1. Схема экспериментальной установки

Частота колебаний  $f = \Omega/(2\pi)$  варьируется в интервале от 2 до 25 Гц за счет изменения подаваемого на электродвигатель напряжения. Контроль за частотой колебаний осуществляется при помощи оптодатчика 11, который передает сигналы на цифровой тахометр типа ТЦ-3М (точность измерения

частоты составляет 0.1 Гц). Все элементы установки закреплены на металлическом каркасе *12*, который установлен на бетонном основании.

Амплитуда колебаний полости *b* измеряется по длине трека светоотражающей метки, наклеенной на переднюю стенку кюветы, с помощью оптического катетометра B-630, либо по фотографии, полученной с большой выдержкой (точность измерения – не ниже 0.1 мм). Фотографии обрабатываются на компьютере с помощью прикладных программ.

Кювета заполняется водоглицериновым раствором. Кинематическая вязкость раствора варьируется за счет изменения массовой доли глицерина. Вязкость рабочей жидкости измеряется при помощи вискозиметра типа ВПЖ (относительная погрешность не превышает 1%), плотность – ареометром с точностью 0.01 г/см<sup>3</sup>. Для визуализации потоков в раствор добавляется алюминиевая пудра, массовая доля которой не превышает 1%.

Методика проведения опытов следующая. Кювета с помещенным в нее телом заполняется жидкостью известной вязкости (воздух внутри полости отсутствует) и жестко крепится к столику механического вибратора. При постоянной амплитуде вибраций b плавно повышается частота f. Определяется пороговая частота отрыва одного края тела от потолка (дна) полости и пороговая частота отрыва всего тела. После отрыва тело совершает колебания на некотором расстоянии от потолка (дна) полости, не касаясь последнего.

При понижении интенсивности вибраций определяется порог возвращения одного края тела к верхней (нижней) границе полости и пороговая частота возвращения всего тела, когда зазор между телом и полотком (дном) кюветы исчезает.

Опыты повторяются при разных значениях амплитуды вибраций, вязкости жидкости и размеров тела.

Наблюдения за поведением тела, а также фото- и видеорегистрация проводятся в обычном, стробоскопическом освещении, а также в свете лампывспышки. Фотоаппарат (видеокамера) устанавливается на уровне кюветы, в качестве точки фокусировки выбирается передний торец тела. При скоростной видеосъемке кювета с помещенным в нее телом освещается мощным осветителем типа Пеленг 500А. Видеосъемка процесса осуществляется с помощью видеокамеры марки CamRecord CL600x2, управляемой от компьютера, со скоростью 500 кадров в секунду при разрешении 1280×1024 точек на кадр.

Обработка результатов фото- и видеосъемки осуществляется с помощью специализированных прикладных программ на компьютере. При этом за положительное смещение тела относительно полости принято смещение тела вправо; положительная величина зазора между телом и верхней границей полости откладывается по вертикали вниз для легких тел и вверх для тяжелых; положительный угол наклона тела – по часовой стрелке.

# 1.2. Поведение легкого тела в жидкости при поступательных вибрациях полости

Эксперименты проводятся в оргстеклянной кювете 1 с легкими телами 2, плотность которых меньше плотности жидкости (рис. 1.2). Полость представляет собой полый параллелепипед размерами L=16.0 см, D=6.7 см и H=4.0 см. Толщина стенок кюветы равна 1 см. Для того чтобы поместить исследуемое тело внутрь кюветы, одна из ее граней снимается. Заполнение полости жидкостью осуществляется через круглое отверстие в одном из торцов кюветы. Для исключения прямого взаимодействия тела с торцевыми стенками кюветы на расстоянии 1 см от последних натянуты лески 3 толщиной 0.14 см.



Рис. 1.2. Схема кюветы с телом

Тело изготовлено из пенополистирола в форме параллелепипеда. Размеры и плотность тела варьируются в широком диапазоне значений: длина тела l = 6.5 - 7.0 см, ширина a = 3.0 - 6.5 см, толщина  $h_s = 0.6 - 1.6$  см, плотность тела  $\rho_s = 0.06 - 0.60$  г/см<sup>3</sup>. Торец тела может быть прямоугольным либо иметь закругленную форму (рис. 1.3).



Рис. 1.3. Вид легкого тела

Кинематическая вязкость раствора изменяется в диапазоне v = 0.01 - 0.34 Ст (массовая доля глицерина изменяется от 5% до 40%). При этом изменяется плотность жидкости  $\rho_L = 1 - 1.20$  г/см<sup>3</sup> и относительная плотность тела  $\rho \equiv \rho_S / \rho_L = 0.05 - 0.55$ .

#### 1.2.1. Отрыв тела от границы полости, особенности поведения

В отсутствие вибраций под действием силы тяжести и архимедовой силы плоское легкое тело занимает устойчивое положение в верхней части полости (рис. 1.4).



Рис. 1.4. Положение тела в отсутствие вибраций

Под действием горизонтальных вибраций легкое тело отталкивается от верхней границы кюветы и занимает устойчивое положение на некотором расстоянии от потолка. Подъемная сила генерируется в результате колебаний тела относительно полости под действием осциллирующей силы инерции. Отрыв тела от границы по длине происходит не одновременно. С повышением интенсивности вибраций сначала отрывается один из краев тела, при дальнейшем повышении вибрационного воздействия отталкивается все тело.

При понижении интенсивности вибраций тело возвращается к потолку полости, причем, сначала опускается один из краев. На рис. 1.5 показаны положения легкого тела (a, b – с острыми краями, b, c – с закругленными) при частичном и полном отрыве тела от потолка полости. Далее отрыв одного края тела от границы полости или же его возвращение будем называть частичным отрывом (возвращением).

Фотографии частичного и полного отрыва тела сделаны в стробоскопическом освещении, для визуализации потоков в водоглицериновый раствор добавлена алюминиевая пудра. Следует отметить, что наличие у тела острой кромки приводит к срыву вихрей, а это влияет на динамику тела (рис. 1.5, a,  $\delta$ ). В «подвешенном» состоянии тело не зависает стационарно в

полости, а перемещается вдоль границы, при этом зазор между телом и стенкой может произвольно изменяться. Использование в эксперименте тела с закругленными краями позволяет уменьшить интенсивность отрывного обтекания и стабилизировать поведение тела в «подвешенном» состоянии (рис. 1.5, *в*, *г*).



Рис. 1.5. Положение тела  $h_s = 0.97$  см  $(a, \delta)$  и  $h_s = 1.61$  см (e, c) при вибрациях различной интенсивности; b = 0.97 см, f = 5.9 (a) и 9.0 Гц  $(\delta)$ ; b = 1.20 см, f = 4.7 (e) и 8.8 Гц (c)

Отметим, что положение тела в центральной части полости не является устойчивым: в ходе колебаний тело смещается либо к правому, либо к левому торцу полости, вблизи которого и продолжает совершать колебания. Вне зависимости от формы края все переходы тела происходят пороговым образом. Общий вид кривых пороговых переходов представлен на рис. 1.6.



Рис. 1.6. Пороговые переходы прямоугольного тела на плоскости b, f

Темные точки 1 соответствуют частичному отрыву тела от потолка полости, темные точки 2 – отрыву всего тела; светлые точки 1 – частичному возвращению тела к потолку, светлые точки 2 – возвращению всего тела к потолку. Критические значения частоты вибраций уменьшаются с увеличением амплитуды. В переходах наблюдается гистерезис. В некоторых экспериментах отрыв и возвращение края тела (точки 1) не наблюдаются.

#### 1.2.2. Влияние геометрии тела на его динамику

Поскольку форма края тела влияет на его динамику (рис. 1.5), далее основное внимание будет уделяться телам с закругленным краем. При дальнейшем описании экспериментальных результатов будут рассматриваться пороги полного отрыва и частичного возвращения к стенке полости. Предполагается, что касающийся стенки край тела при частичном отрыве или возвращении перекрывает поток жидкости между телом и границей кюветы, создавая разность давлений на противоположных сторонах тела, как в случае полного прилегания тела к стенке. В некоторых экспериментах порог частичного возвращения тела совпадает с порогом возвращения всего тела.

Пороговые кривые для тел различной толщины представлены на рис. 1.7. Для сравнения на рис.1.7,*а* показаны критические значения частоты колебаний в случае закругленных краев тела, на рис.1.7, $\delta$  – в случае тела с острыми кромками. Здесь и далее темные точки соответствуют полному отрыву тела, светлые точки – частичному возвращению тела к верхней границе полости. В некоторых экспериментах, например, в опытах с телом толщиной  $h_s = 1.61$  см, порог возвращения одного края к потолку полости совпадает с порогом полного возвращения тела, поэтому на графике отмечается как порог частичного возвращения.



Рис. 1.7. Пороговые переходы тела в зависимости от его толщины в случае закругленных (*a*) и острых краев ( $\delta$ ); пороговые переходы тела с закругленными краями при различных значениях ширины тела и вязкости жидкости (*в*)

При закругленной форме торцов тела с увеличением толщины  $h_s$  в переходах появляется гистерезис (заштрихованные области на рис. 1.7). Пороговые кривые смещаются в область больших частот и амплитуд вибраций:

порог удержания тела на расстоянии от границы полости в случае тела  $h_s = 1.61$  см выше, чем для тела толщиной 1.05 см, для отрыва тела большей толщины требуется большее вибрационное воздействие. В экспериментах с телами с острой кромкой, независимо от толщины  $h_s$ , гистерезис в переходах обнаружен во всем изученном диапазоне амплитуд (рис.1.7, $\delta$ ). Причем глубина гистерезиса увеличивается с повышением амплитуды вибраций. При уменьшении толщины тела пороговые кривые смещаются в область более высоких частот и меньших амплитуд вибраций, т. е. для отталкивания от потолка полости тела меньшей толщины необходимо большее вибрационное воздействие.

На рис. 1.7,*в* представлены кривые критических переходов тела с закругленными краями шириной a = 3.0 и 6.5 см. Остальные параметры тела фиксированы:  $l = 6.97 \pm 0.01$  см,  $h_s = 1.04 \pm 0.01$  см,  $\rho = 1.12 \pm 0.01$ . Как видно, ширина тела не влияет на величину пороговых значений параметров вибраций: кривые оказываются в области близких значений b, f. В экспериментах с менее вязкими жидкостями (v = 0.01 - 0.08 CT) пороговые переходы для этих тел практически совпадают (сплошная кривая на рис. 1.7,*в*). С увеличением вязкости (v = 0.34 CT) кривые смещаются в область больших значений амплитуды вибраций (штриховая кривая).

#### 1.2.3. Колебания тела, изученные методом скоростной видеосъемки

Характер колебаний легкого тела толщиной  $h_s = 1.61$  см относительно полости изучен с применением высокоскоростной видеокамеры. Результаты покадровой обработки видеосъемки движения тела в жидкости вязкостью v = 0.08 Ст представлены для двух характерных частот вибраций:

f = 4.2 Гц, тело находится вблизи потолка кюветы, зазор между телом и потолком отсутствует (d = 0 см);

• f = 14.6 Гц, тело зависает на некотором расстоянии от потолка кюветы  $(d \neq 0 \text{ см}).$ 

Колебания кюветы и легкого тела вдоль горизонтальной оси представлены на рис. 1.8, a - f = 4.2 Гц,  $\delta - f = 14.6$  Гц. На графике точки x соответствуют координате тела относительно полости, точки X – координате полости в лабораторной системе отсчета. Положительные значения x и X соответствуют смещению тела и кюветы вправо, отрицательные – смещению влево.

В случае, когда зазор d отсутствует, из-за вязкого взаимодействия с верхней границей полости колебания тела происходят с некоторым сдвигом фаз относительно колебаний кюветы (рис. 1.8,a). После отрыва колебания тела происходят практически в одной фазе с полостью, амплитуда колебаний тела увеличивается (рис. 1.8, $\delta$ ).



Рис. 1.8. Положение полости *X* вдоль горизонтальной оси в лабораторной системе отсчета и координата тела *x* в системе отсчета кюветы в зависимости от времени

Одновременно с поступательными колебаниями тело совершает угловые качания малой амплитуды. Угол наклона тела  $\alpha$ , характеризующий отклонение тела от его среднего горизонтального положения (параллельного границе полости), периодически изменяет свой знак (рис. 1.9, $\delta$ ). Отметим, что угол  $\alpha$  максимален (минимален) не в крайних точках смещения тела, т.е. его продольные колебания и угловые качания происходят с некоторой разностью фаз. Ширина зазора *d* между потолком полости и правым (левым) краем тела периодически изменяется. Изменение зазора *d* со временем представлено на рис. 1.9 ( $\epsilon$  –

правый край тела, *г* – левый край). Стоит отметить, что при максимальном удалении правого края от верхней границы полости левый край находится в непосредственной близости от потолка, не касаясь последнего.



Рис. 1.9. Характеристики колебаний тела после отрыва

В течение периода расстояние между краем тела и потолком полости изменяется. Траектория осциллирующего движения каждого из краев тела относительно полости представляет собой деформированный эллипс (рис. 1.10). Направление движения края тела вдоль траектории показано стрелками.



Рис. 1.10. Траектория движения левого (а) и правого (б) края тела

### 1.2.4. Обсуждение результатов

Поведение тела при вибрациях и подъемная сила, действующая на него, определяются характером его взаимодействия с жидкостью и с границами полости. В работах [49, 50, 79] было показано, что на тело, колеблющееся в непосредственной близости от твердой границы, действует сила отталкивания, удерживающая в поле силы тяжести легкое (тяжелое) тело на некотором расстоянии от потолка (дна) полости. Сила отталкивания проявляется на расстоянии, сравнимом с толщиной пограничного слоя Стокса  $\delta = \sqrt{2\nu/\Omega}$ , и ослабевает по мере отдаления от границы. За пределами вязкого взаимодействия сила отталкивания сменяется силой притяжения.

Траектории движения краев тела показаны на рис. 1.11. В качестве единицы измерения величины зазора между телом и стенкой полости выбрана толщина вязкого пограничного слоя δ, единицей измерения смещения тела вдоль оси вибраций служит амплитуда колебаний полости *b*. Эллиптическая форма траектории движения краев тела свидетельствует о сдвиге фаз между продольными и вращательными колебаниями тела.



Рис. 1.11. Траектория движения левого (*a*) и правого (б) края тела толщиной  $h_s = 1.61$  см на плоскости безразмерных параметров;  $f = 14.6 \Gamma$ ц

Рассмотрим более подробно траекторию движения правого края тела (рис. 1.11,*a*). При движении тела слева направо от границы удаляется правый край, при движении справа налево – левый. В крайнем правом положении правый
торец тела находится на большем расстоянии  $(d/\delta \approx 3.5)$  от верхней границы полости, чем в крайнем левом  $(d/\delta \approx 0.5)$ . Для левого края (рис. 1.11,*б*) характер колебаний тела является аналогичным, траектория движения – зеркальносимметричная. Отметим, что в подвешенном состоянии зазор между телом и стенкой полости сравним с  $\delta$ , что согласуется с результатами экспериментов в [52, 49].

В течение периода тело совершает не только поступательные колебания вдоль оси вибраций, но и угловые качания. Ориентация тела в пространстве изменяется со смещением тела относительно полости. На рис. 1.12 представлено изменение угла наклона тела в зависимости от его положения вдоль оси *x*, в качестве единицы измерения выбрана амплитуда вибраций полости *b*. Стрелками на графике показано направление движения вдоль траектории изменения угла наклона.



Рис. 1.12. Изменение угла наклона тела в ходе его колебаний,  $f = 14.6 \ \Gamma$ ц

Угол наклона тела определяется как  $\alpha = \arctan(d^{right} - d^{left})/l$ ; положительным считается угол, отложенный против часовой стрелки. Здесь  $d^{right}$  и  $d^{left}$  – расстояние между правым и левым краем тела и потолком полости соответственно. Как видно, в крайнем правом положении угол  $\alpha$ , образованный верхней границей полости и поверхностью тела, положительный. Это означает, что правый край удаляется на расстояние большее, чем левый. Поскольку траектория движения тела зеркально-симметричная, то в крайнем левом положении угол α принимает отрицательное значение.

Если рассматривать тело как крыло, то угол наклона тела α есть угол атаки. При движении тела в жидкости под некоторым углом возможна генерация дополнительной силы, аналогичной подъемной силе крыла. В нашей задаче значение угла атаки α периодически изменяет свой знак при смене направления движения тела, т.е. при движении справа налево и обратно генерируется подъемная сила крыла одного направления. Изменение угла атаки синхронно с изменением направления движения тела может привести к возникновению дополнительной осредненной подъемной силы. Но, как показали оценки, вклад этой с подъемной силой. обусловленной силы мал по сравнению гидродинамическим взаимодействием тела со стенкой.



Рис. 1.13. Границы отрыва (темные точки) и возвращения (светлые) легкого тела

В работах [49–51, 79] в качестве управляющих параметров задачи выбраны безразмерная частота  $\omega$  и вибрационный параметр W, определяющие гидродинамическое взаимодействие тела со стенкой. Здесь  $W \equiv b^2 \Omega^2 / g h_s$  – аналог вибрационного числа Фруда, характеризующий отношение вибрационной подъемной силы к силе тяжести для тела заданной плотности  $\rho$ . Безразмерная частота  $\omega = \Omega h_s^2 / \nu$  определяет отношение характерного размера тела  $h_s$  к толщине вязкого пограничного слоя. На рис. 1.13 представлены кривые пороговых переходов легкого тела с закругленными краями на плоскости безразмерных параметров  $\omega, W$ , полученные в экспериментах с жидкостями разной вязкости. На графике темные точки соответствуют пороговому значению полного отрыва тела, светлые – возвращению его края к потолку полости. В области  $\omega > 3000$  значение вибрационного параметра W выходит на горизонтальную асимптотику (сплошная кривая) и составляет  $W \approx 1.5 \pm 0.5$ .

#### 1.3. Тяжелое тело в колеблющейся полости с жидкостью

В опытах с тяжелым телом, плотность которого превышает плотность жидкости, используется оргстеклянная кювета 1 (рис. 1.14), размерами: L=14.1 см, D=3.55 см, H=2.05 см. Вместо лесок для предотвращения ударов тела 2 о торцы кюветы к их внутренней поверхности прикреплены упругие резиновые элементы 3.



Рис. 1.14. Тяжелое тело в кювете

Тяжелое тело 2 представляет собой алюминиевую пластину, форма которой показана на рис. 1.15. Тело имеет следующие размеры: длина l = 8.53 см, ширина a = 2.97 см, высота  $h_s = 0.91$  см; плотность тела составляет  $\rho_s = 2.55$  г/см<sup>3</sup>. Края тела сточены для уменьшения отрывных эффектов. Относительная толщина тела изменяется:  $\xi = h_s/h_L = 0.80$ , 1.02 и 1.42. Здесь  $h_L = h - h_s$  – толщина слоя жидкости над телом. Изменение  $\xi$  осуществляется за счет изменения высоты полости с

помощью дополнительных пластин толщиной z = 0.25 и 0.50 см, помещаемых на дно кюветы, при этом высота полости рассчитывается как h = H - z.



Рис. 1.15. Вид тяжелого тела

Кинематическая вязкость водоглицеринового раствора изменяется в интервале v = 0.05 - 1.29 Ст (плотность жидкости  $\rho_L = 1.16 - 1.24$  г/см<sup>3</sup>); относительная плотность тела составляет  $\rho \equiv \rho_S / \rho_L = 2.06 - 2.19$ .

#### 1.3.1. Роль вязкости жидкости и относительной толщины тела

В отсутствие вибраций в поле силы тяжести тело прижато ко дну полости. При вибрационном воздействии один из краев тела отрывается от дна (рис. 1.16,*a*). При частичном отрыве тела может приподниматься как его правый, так и левый край. Повышение частоты вибраций приводит к полному отрыву тела: оно зависает на некотором расстоянии от дна, продолжая совершать продольные колебания (рис. 1.16, $\delta$ ).

Понижение интенсивности вибраций возвращает ко дну полости сначала один край тела, затем и все тело целиком. На фотографиях нижняя граница тела и стенки полости отмечены сплошными светлыми линиями.



Рис. 1.16. Отрыв одного края (а) и полный отрыв тела (б)

В изученном диапазоне амплитуд и частот вибраций все переходы тела происходят пороговым образом, в некоторых экспериментах в переходах обнаружен гистерезис (заштрихованная область на рис. 1.17).



Рис. 1.17. Зависимость критической частоты вибраций f от амплитуды b для жидкостей разной вязкости (*a*) и для тел различной относительной толщины  $\xi$  ( $\delta$ )

На графиках темные точки соответствуют отрыву всего тела, светлые точки – полному возвращению тела к стенке. Кривые пороговых переходов для тяжелых и легких тел (см. рис. 1.6) имеют схожий вид: критические значения частоты вибраций уменьшаются с увеличением амплитуды.

В экспериментах с жидкостями малой вязкости, v=0.26 и 0.42 Ст, гистерезис между порогами полного отрыва и полного возвращения тела практически отсутствует (рис. 1.17). С повышением вязкости раствора (v=1.29 Ст) перед порогом полного отрыва тела (•) наблюдается частичный отрыв тела от дна полости (•). В связи с этим появляется значительный гистерезис в переходах (заштрихованная область на графике). Штриховой кривой на графике отмечен порог возвращения ко дну полости тела по всей длине (O), совпадающий с порогом углового отрыва ( $\diamondsuit$ ).

Увеличение относительной толщины тела  $\xi$  влияет на пороговые переходы, подобно увеличению вязкости жидкости, т. е. в переходах появляется гистерезис и регистрируются оба порога: возвращение края к нижней границе тела и полное возвращение тела (рис. 1.17, $\delta$ ).

#### 1.3.2. Динамика колеблющегося тела

В экспериментах с телами относительной толщины  $\xi = 0.80$  и 1.02 в жидкостях вязкостью v = 1.29 и 0.20 Ст соответственно скоростная видеосъемка показывает, что в случае, когда тело касается нижней границы полости, оно совершает колебания относительно кюветы с отставанием более чем на  $\pi/2$  (рис. 1.18,*a*, *b*). На рис.1.18,*a* показаны результаты эксперимента с телом относительной толщины  $\xi = 0.80$ , частота вибраций полости f = 6.0 Гц, амплитуда b = 21.6 см;  $e - \xi = 1.02$ , f = 5.7 Гц, b = 26.7 см.

После отрыва тела колебания кюветы и тела происходят в противофазе, амплитуда колебаний тела относительно полости возрастает (рис. 1.18, *б*, *г*). Здесь и далее графики, расположенные слева, соответствуют эксперименту при  $f = 16.6 \ {\Gamma u}$  и  $\xi = 0.80$ ; графики, расположенные справа соответствуют эксперименту при  $f = 12.6 \ {\Gamma u}$  и  $\xi = 1.02$ . Для тела относительной толщины  $\xi = 1.02$  в подвешенном состоянии наблюдается наклон кривой колебаний тела



(рис. 1.18,z), что говорит о появлении осредненного движения тела, скорость которого в данном эксперименте v = 3.4 см/с.

Рис. 1.18. Колебания полости X в лабораторной системе отсчета и колебания тела x относительно полости до отрыва (a, b) и после  $(\delta, c)$ 

Вместе с поступательными инерционными колебаниями вдоль границы кюветы тело совершает угловые качания малой амплитуды (рис. 1.19,*a*–*з*). Графики изменения со временем основных характеристик движения тела (рис. 1.18 – 1.19) похожи на графики, построенные для легкого тела (см. рис. 1.8 – 1.9). На рис. 1.19,*в* и *г* показано изменение угла наклона  $\alpha$  тела со временем ( $\xi$ =0.80 и 1.02 соответственно). Как и в случае легкого тела (см. рис. 1.9,*b*), существует разность фаз между максимальным значением угла наклона и смещением тела.

В отличие от легкого, тяжелое тело совершает колебания в противофазе с колебаниями кюветы. Отметим, что амплитуда угловых колебаний тяжелого тела составляет около 0.2 ( $\xi = 0.80$ ) и около 0.4 градуса ( $\xi = 1.02$ ), что в несколько раз меньше, чем в случае легкого тела (около 1 градуса). Смещение тела к боковой стенке полости приводит к асимметричности его угловых колебаний. Так для  $\xi = 0.80$  ширина зазора между правым краем и дном полости (рис. 1.19,*6*)

изменяется. Размах колебаний *d* равен приблизительно 0.5 мм, и кривая зависимости от времени имеет синусоидальный вид. В то же время левый край тела (рис. 1.19,*г*) остается практически на одном расстоянии *d* от дна полости в течение периода: разброс экспериментальных точек характеризует размах его колебаний. Для  $\xi = 1.02$  (рис. 1.19,*ж*, *з*) величина зазора *d* для обоих торцов тела имеет тот же порядок (0.5 мм), что вдвое меньше по сравнению с легким телом (рис. 1.9,*в*, *г*).

Тяжелое тело совершает продольные колебания и угловые качания с меньшей разностью фаз по сравнению с легким телом. В результате форма траектории движения правого и левого краев тяжелого тела принимает линейный вид. Напомним, что для легкого тела траектория движения краев принимает вид деформированного эллипса (см. рис.1.10).

На рис. 1.20 показаны траектории движения правого (a, e) и левого (b, z) торцов тела относительно полости для  $\xi = 0.80$  и  $\xi = 1.02$ . В случае тела  $\xi = 0.80$  величина зазора остается постоянной и равной приблизительно 1.7 мм (в пределах погрешности). С увеличением  $\xi$ , как уже сказано выше, возрастает размах колебаний. Направление движения края тела вдоль траектории показано стрелками.



Рис. 1.19. Характеристики колебаний тела после отрыва,  $\xi = 0.79$  (a - c) и  $\xi = 1.02$  (d - 3)



Рис. 1.20. Траектория движения правого (темные точки) и левого края (светлые) тела толщиной  $\xi = 0.80$  (*a*, *б*) и  $\xi = 1.02$  (*в*, *г*) в лабораторной системе отсчета

#### 1.3.3. Анализ результатов

Для рассматриваемых значений параметра  $\xi = 0.80$  и 1.02 зазор *d* принимает значение порядка  $\delta - 2\delta$  (рис. 1.21). По аналогии со случаем легкого тела (§ *1.2.4*) единицей измерения зазора является толщина пограничного слоя  $\delta$ , единицей измерения смещения тела – амплитуда колебаний полости *b*. Траектории движения тяжелого тела представлены на плоскости безразмерных параметров  $x/b, d/\delta$ .



Рис. 1.21. Траектория движения правого (темные точки) и левого края (светлые) тела толщиной  $\xi = 0.80$  (*a*) и  $\xi = 1.02$  (*б*) на плоскости безразмерных параметров

В ходе угловых колебаний тела знак угла наклона α периодически изменяется (рис. 1.22). Качественно поведение тяжелого тела аналогично поведению легкого (см. рис. 1.12): при смещении тела вправо его правый край удаляется от границы полости, при обратном движении – приподнимается левый край. По сравнению с легким телом, тяжелое совершает продольные и угловые колебания с меньшей амплитудой.

В изученном диапазоне амплитуд и частот вибраций переходы тела в «подвешенное» состояние и обратно к стенке происходят пороговым образом и с гистерезисом. Поскольку отрыв тела от границы полости определяется случайными графика факторами, при анализе пороговых переходов рассматриваются только те экспериментальные точки, которые характеризуют порог удержания тела на расстоянии от границы полости. Такое состояние тела характеризуют пороги частичного (и в случае его отсутствия полного) возвращения тела к границе полости.



Рис. 1.22. Изменение угла наклона тела:  $a - \xi = 0.79$ ,  $\delta - \xi = 1.02$ 

Кривые переходов одного края тела к нижней границе полости, полученные в экспериментах с жидкостями разной вязкости, представлены на плоскости безразмерных параметров  $\omega, W$  (рис. 1.23). Экспериментальное значение W зависит от безразмерной частоты: с увеличением  $\omega$  уменьшается W. Для двух значений относительной толщины  $\xi = 0.80$  и 1.42 в экспериментах с жидкостями различной вязкости пороговые значения *W* согласуются между собой. В области  $\omega > 300$  наблюдается снижение критического значения W. Это связано с понижением вязкости водоглицеринового раствора, что приводит к изменению характера порогового перехода. В вязкой жидкости (v = 0.42 – 1.29 Ст) отрыв тела происходит плавно, без рывков (сплошная кривая на рис. 1.23). После полного отрыва тело ведет себя стабильно, устойчиво зависая на некотором расстоянии от дна полости. В то время как в жидкости малой вязкости, v = 0.05 - 0.26 Ct, отрыв тела по достижении пороговой частоты вибраций происходит мгновенно: тело скачком уходит от нижней границы полости (штриховая кривая). После отрыва тело движется в кювете произвольно, ударяясь о торцы полости. В пороговых переходах появляется гистерезис.



Рис. 1.23. Пороговые переходы удержания тела на расстоянии от стенки на плоскости безразмерных параметров ω, *W* 

Изменение характера движения тела происходит из-за смены режима обтекания, за что отвечает значение числа Рейнольдса ( $\text{Re} = h_s \Omega b / \nu$ ). Так, в случае менее вязких жидкостей  $\text{Re} \sim 10^3$ , при таких значениях Re происходит переход к турбулентному режиму обтекания, начинается срыв вихрей с торцов тела [78], и поведение тела становится нерегулярным.

### 1.4. Большие амплитуды колебаний тела

Увеличение относительной плотности тела приводит к увеличению амплитуды его инерционных колебаний относительно полости. В отличие от тяжелых тел умеренной плотности ( $\rho \sim 2$ ) для очень плотных тел характерно, что отрыв от границы полости под действием вибраций происходит при амплитудах, превышающих его характерный размер. Методика исследования динамики тела при больших амплитудах его колебаний аналогична той, что и в случае менее плотных тел. Отличие заключается только в размерах кюветы.

Кювета 1 изготовлена из оргстекла и представляет собой полый параллелепипед длиной L = 22.0 см, шириной D = 3.4 см, высотой H = 2.0 см (рис. 1.24). Тело 2 изготовлено из бронзы и имеет форму пластины длиной

l = 8.5 см, шириной a = 3.1 см, толщиной  $h_s = 0.89$  см, радиус закругления краев тела составляет r = 0.45 см.



Рис. 1.24. Кювета с телом внутри

Относительная толщина тела  $\xi = h_s/h_L = 0.80$  (напомним, что  $h_L = H - h_s -$ толщина слоя жидкости над телом). В экспериментах используются тела одинаковой формы и размеров, но различной плотности,  $\rho_s = 3.7 - 7.7$  г/см<sup>3</sup>. Изменение плотности достигается за счет удаления внутренней части тела (вытачивание сквозного отверстия по всей длине тела), толщина оставшейся стенки постоянна по всему периметру тела и составляет 2 мм для тела плотностью  $\rho_s = 5.2$  г/см<sup>3</sup> и 3 мм для  $\rho_s = 3.7$  г/см<sup>3</sup>. Во избежание попадания жидкости внутрь тела его торцы заклеены лавсановой пленкой.

Вязкость водоглицеринового раствора изменяется в интервале  $\nu = 0.11 - 1.21$  Ст, плотность –  $\rho_L = 1.18 - 1.23$  г/см<sup>3</sup>, а относительная плотность тела изменяется в диапазоне  $\rho = \rho_s / \rho_L = 3.0 - 6.5$ .

К внутренней поверхности боковых граней полости прикреплены упругие элементы, предотвращающие удары тела о торцы полости (выделенные области на рис.1.25). За вычетом упругих элементов рабочая длина полости составляет 19 см. Далее на графиках длина полости представлена в безразмерном виде  $L/h_s = 21.1$ , в качестве единицы измерения выбрана толщина тела  $h_s$ .



Рис. 1.25. Фото установленной на вибростенд кюветы с телом

В ходе обработки результатов экспериментов измеряются координаты положения тела x в системе отсчета полости, за положительное x принято смещение тела вправо (рис. 1.24). Для каждого края тела отдельно измеряется расстояние до нижней границы полости, положительная величина зазора d откладывается по вертикали вверх. Напомним, что угол наклона тела  $\alpha$  определяется как  $\alpha = \arctan\left((d^{right} - d^{left})/l\right)$ , положительным считается угол, отложенный против часовой стрелки.

#### 1.4.1. Роль относительной плотности тела

В отсутствие вибраций сила тяжести прижимает тело ко дну полости. Под действием горизонтальных вибраций тяжелое бронзовое тело совершает продольные колебания относительно полости, оставаясь вблизи дна. При повышении интенсивности вибраций тело отталкивается от дна полости и переходит В квазистационарное «подвешенное» состояние (рис. 1.26). Аналогичный эффект наблюдается в опытах с телами меньшей плотности (§3 гл. 1). Положение тела в центральной по длине части полости неустойчиво. После отрыва, оставаясь в подвешенном состоянии, плоское тело смещается к одному из торцов кюветы и занимает новое устойчивое положение. Направление смещения, к правому или левому торцу полости, определяется случайными факторами. Понижение интенсивности вибрационного воздействия приводит к возвращению тела к границе.



Рис. 1.26. Квазистационарное «подвешенное» состояние тела относительной плотности  $\rho = 6.5$  при частоте вибраций полости f = 6.49 Гц и амплитуде b = 36.6 мм;  $\nu = 1.06$  Ст

С увеличением амплитуды вибраций *b* пороговая частота *f* отрыва тела от дна полости уменьшается (рис. 1.27), что характерно и для тел меньшей относительной плотности.



Рис. 1.27. Границы переходов в подвешенное состояние тел разной относительной плотности в жидкости различной вязкости

Все переходы происходят пороговым образом и с гистерезисом. Обнаружено, что вязкость жидкости практически не влияет на значение пороговой частоты вибраций для тела заданной относительной плотности. Как видно из графика, экспериментальные точки пороговых переходов для тела средней относительной плотности  $\rho = 6.49$  в жидкости вязкостью от 0.12 до 1.21 Ст удовлетворительно согласуются между собой. Темными символами обозначен порог отрыва тела от дна полости, светлыми – порог его возвращения. Область гистерезиса между переходами показана штриховкой.

С увеличением относительной плотности тела пороги (критическое значение f при заданном b) отрыва и возвращения тела возрастают, область гистерезиса расширяется.

*Тело с относительной плотностью*  $\rho = 6.49$ . Характер колебаний плоского тела относительно полости в жидкости вязкостью v = 0.13 Ст изучен с применением высокоскоростной видеокамеры. Колебания кюветы и тела вдоль горизонтальной оси представлены на рис. 1.28: a - f = 7.1 Гц (до отрыва, d = 0),  $\delta - f = 12.7$  Гц (в «подвешенном состоянии»,  $d \neq 0$ ). На графике точки x соответствуют координате тела относительно полости, точки X – координате полости в лабораторной системе отсчета. Видно, что характер колебаний тел плотностью  $\rho = 6.49$  и  $\rho \sim 2$  (см. §2) похож: тело колеблется в противофазе с полостью и помимо продольных колебаний совершает угловые качания. Амплитуда угловых качаний тела мала и не превышает 0.5 градуса (рис. 1.28, $\epsilon$ ). Вид угловых колебаний близок к гармоническому. Смена знака угла  $\alpha$  со временем говорит о том, что поочередно приподнимается то правый, то левый край тела.

На рис.1.28,г показано изменение зазора между правым краем тела и стенкой со временем, на рис.1.28, – то же для левого края. В ходе угловых качаний в момент, когда один из краев максимально отдален от границы полости, другой край находится в непосредственной близости, но не касается ее.



Рис. 1.28. Характеристики колебаний тела до (*a*) и после ( $\delta - \partial$ ) отрыва от дна полости

На рис. 1.29 представлены фотографии полости при вибрациях в крайнем правом (a) и крайнем левом (b) положениях. Как отмечалось ранее, колеблющееся тело смещается к одному из торцов кюветы. В данном опыте тело перешло к левому краю полости, и совершает колебания вблизи него. При этом край тела, находящийся ближе к торцу кюветы в ходе угловых качаний приподнимается немного выше, чем противоположный. Данная особенность ассиметричных угловых качаний вблизи боковых торцов полости характерна для плоских тел, как легких, так и тяжелых (гл.1, §2,3).



Рис. 1.29. Крайние положения полости при вибрациях

На рис. 1.30, а показано изменение угла наклона α в зависимости от координаты тела x (единицей измерения служит амплитуда вибраций полости b). Видно, что амплитуда колебаний тела чуть меньше амплитуды вибраций полости, а траектория изменения угла наклона представляет собой деформированный эллипс. Направление движения указано стрелками. При смещении тела вправо угол α возрастает, обратное движение сопровождается уменьшением угла наклона. На рис. 1.30,6 представлены траектории движения правого (темные) и левого (светлые символы) краев тела на плоскости безразмерных параметров  $x/h_s$ ,  $d/\delta$  и  $x/h_s$ , d/H. Здесь в качестве единицы измерения зазора между краем тела и границей полости *d* выбрана толщина пограничного слоя Стокса  $\delta = \sqrt{2\nu/\Omega}$  и высота полости *H*, для координаты тела *x* – толщина тела *h<sub>s</sub>*. Для лучшего понимания, в какой части полости находится тело, на горизонтальной оси рис. 1.30, б отложена вся рабочая длина полости. Тело совершает колебания вблизи левого торца кюветы, периодически касаясь упругого элемента. Траектория движения каждого края тела имеет форму деформированного эллипса, стрелками показано направление движения каждого их краев. Штриховыми линиями на графике показано крайнее правое и крайнее левое положения тела. Расстояние, на которое удаляется тело от границы, не превышает толщины пограничного слоя Стокса, что согласуется как с ранее полученными

результатами [49, 50], так и с ранее описанными экспериментами с телами меньшей плотности.

Добавленный в жидкость визуализатор позволяет увидеть на фото вихревые структуры, образующиеся за колеблющимся телом. На рис. 1.30, $\delta$  видно, что в ходе колебаний тело смещается на расстояние нескольких значений  $h_s$ . Согласно [64], при ускоренном движении цилиндра отрыв пограничного слоя (образование вихря) происходит при смещении тела на расстояние порядка  $0.5h_s$ . Следовательно, в рассматриваемом случае можно говорить об отрывном характере обтекания тела.



Рис. 1.30. Изменение угла наклона тела (*a*) и безразмерного зазора (*б*) в лабораторной системе отсчета

*Тело с относительной плотностью*  $\rho = 4.35$ . Уменьшение относительной плотности  $\rho$  делает неустойчивым среднее горизонтальное положение тела в подвешенном состоянии. В ряде экспериментов с повышением интенсивности вибраций сначала отрывается только один из краев тела. Угловые качания тела также перестают быть симметричными. В таком положении тело смещается вдоль границы полости в сторону приподнятого края. Достигнув края полости, тело совершает асимметричные колебания вблизи него. На рис. 1.31 представлены фотографии тела, когда полость находится в крайнем правом (*a*) и крайнем левом (*б*) положениях. При приближении тела к торцу кюветы угол наклона возрастает.



Рис. 1.31. Крайние положения полости при вибрациях, b = 32.6 мм, f = 10.5 Гц

В отличие от более плотного тела,  $\rho = 6.49$ , в рассматриваемом случае при угловых качаниях тела не происходит смены знака угла  $\alpha$  (рис. 1.32,*a*). В ходе колебаний тела движение к торцу полости (в данном случае смещение вправо) сопровождается увеличением  $\alpha$ , тогда как при обратном смещении тела значение  $\alpha$  понижается. Дальнейшее увеличение частоты вибраций полости приводит к увеличению амплитуды угловых качаний тела: один из краев тела все больше удаляется от дна полости, в то время как другой остается вблизи дна. Отметим, что с уменьшением относительной плотности тела  $\rho$  уменьшается и относительная амплитуда его колебаний x/b.

Траектории движения краев тела не являются зеркально симметричными (рис. 1.32, $\delta$ ). В рассмотренном случае правый край (темные символы) постоянно находится на некотором расстоянии от дна кюветы, в то время как левый край (светлые символы) практически не отрывается от него. При этом амплитуда колебаний тела остается значительной по сравнению с  $h_s$ .



Рис. 1.32. Изменение угла наклона тела (*a*) и безразмерного зазора (*б*) в лабораторной системе отсчета

*Тело с относительной плотностью*  $\rho = 3.02$ . В экспериментах, когда относительная плотность тела составляет  $\rho = 3.02$ , наблюдается качественно новое устойчивое состояние подвеса тела: теперь тело колеблется на некотором расстоянии от дна полости, не совершая при этом угловых качаний. На рис. 1.33,*а* видно, что тело отстает от колебаний полости больше, чем на  $\pi/2$ . Относительная амплитуда колебаний тела  $x/b \approx 0.4$  становится меньше по сравнению с амплитудами более плотных тел.



Рис. 1.33. Характеристики колебаний тела после отрыва, f = 7.3 Гц

Образовавшийся зазор *d* между телом и границей кюветы мал (рис. 1.33,*б*). Однако тело оттолкнулось и в единицах толщины пограничного слоя зазор составляет около четверти δ, следовательно, на тело действует изучаемая нами сила отталкивания. В данном эксперименте тело в ходе колебаний сместилось к правому торцу полости, но близость стенки не нарушает горизонтальности положения тела.

#### 1.4.2. Режимы поведения тела в надкритической области

Понижение относительной плотности тела до значения  $\rho = 3.02$  приводит к появлению новых надкритических режимов его поведения. Карта режимов поведения тела построена на плоскости зависимости зазора *d* от частоты вибраций полости (рис. 1.34). На рис. 1.34 символом × обозначен средний зазор *d* между правым краем тела и дном полости, символом • – средний зазор между левым краем и дном. Доверительные интервалы показывают отклонение от среднего значения в ходе колебаний.

Рассмотрим основные состояния тела. При частоте, соответствующей значению I, наблюдается устойчивый подвес тела на некотором расстоянии от дна. Зазор для правого и левого края одинаковый, угловые качания тела отсутствуют. С повышением частоты вибраций происходит потеря устойчивого горизонтального положения (значение II). В данном случае правый край отрывается от границы полости (×), в то время как левый (•) находится у дна кюветы. С дальнейшим увеличением f угол наклона тела растет. В ходе колебаний левый край начинает отрываться от дна (значение III). Возникает тангенциальное движение тела вдоль границы полости, в ходе которого сохраняется его наклонное положение, при этом правый край находится на большем расстоянии от дна, чем левый. По достижении торца полости происходит изменение ориентации тела: левый край поднимается к потолку, правый приближается ко дну. При незначительном дальнейшем повышении f наблюдается уход тела от дна и переход его в среднюю по высоте часть полости (область частот IV). Зазор d между телом и дном полости растет с

интенсивностью вибрационного воздействия и достигает значительной величины, превышающей толщину пограничного слоя Стокса. Рассмотрим подробнее режимы *II* – *IV*.



Рис. 1.34. Изменение режимов поведения тела с частотой; b = 34.6 мм, v = 1.04 Ст

*Режимы II и III.* Повышение частоты вибраций приводит к потере устойчивого горизонтального положения. Край тела, находящийся ближе к торцу кюветы, приподнимается, в то время как противоположный край касается дна. Тело совершает колебания вдоль границы полости, опираясь на нее одним краем, подобно тому, что наблюдалось при  $\rho = 4.35$ . При этом по мере движения тела к торцу кюветы угол наклона возрастает, а при обратном движении уменьшается.

Дальнейшее увеличение вибрационного воздействия увеличивает угол наклона тела до предельного значения, когда край тела практически достигает потолка полости, в то время как другой край остается вблизи дна. Колебания тела таком состоянии генерируют осредненную тангенциальную В силу, дрейфовать Дойдя заставляющую вдоль границы полости. тело ДО противоположного края кюветы, тело меняет свою ориентацию и продолжает движение в обратном направлении. Направление дрейфа тела определяется тем, какой из краев расположен у дна полости. Переходный процесс изменения ориентации тела вблизи левого торца кюветы представлен на рисунках 1.35 и 1.36. На рис. 1.35 показано изменение основных характеристики колебаний тела со временем; на рис. 1.36 представлены фотографии полости в крайней левой и правой фазе вибраций и траектории движения краев тела в ходе колебаний (a-e) в различные моменты времени. На рис. 1.36,a-e зазор  $d=10.8\delta$  соответствует высоте полости, измеренной в  $\delta$ , кривые траекторий движения краев тела продублированы для нижней и верхней границы тела. Штриховой линией показаны крайние положения колеблющегося тела.

С течением времени угол α постепенно уменьшается. Это происходит до тех пор, пока правый и левый края тела не поднимутся на одну высоту (моменты времени  $t_3$  и  $t_4$ ). Такое состояние похоже на подвес тела плотностью  $\rho = 6.49$ , когда тело совершает продольные колебания вдоль границы и угловые качания малой амплитуды. Но это положение тела неустойчиво. Постепенно правый край опускается все ниже (момент времени  $t_5$ ), а левый поднимется к потолку (момент времени  $t_6$ ), что приводит к смене знака угла наклона тела. Как только смена ориентации тела В полости завершена, тело начинает дрейфовать к противоположному торцу кюветы, где процесс перехода повторяется.

Отметим, что режим, сопровождающийся периодическим дрейфом тела из одного конца полости в другой, наблюдается в очень узком диапазоне частот.



Рис. 1.35. Изменение основных характеристик тела при изменении его ориентации в полости, f = 9.0 Гц



Рис. 1.36. Мгновенные фотографии тела и траектории его осциллирующего движения в процессе перехода вблизи левого торца кюветы в различные моменты времени. Моменты времени, соответствующие фотографиям ( $t_1 - t_6$ ), отмечены на рис. 1.35

Режим IV. При дальнейшем повышении f дрейф тела прекращается, и оно занимает вновь устойчивое положение на значительном расстоянии от дна кюветы (рис. 1.37). Тело находится в средней по высоте части полости и совершает колебания на расстоянии порядка  $2\delta - 3\delta$  как от дна полости, так и от потолка. В этом состоянии тело совершает практически гармонические угловые качания, находясь на некотором расстоянии от левого торца кюветы. На рис. 1.37, в представлены траектории движения правого и левого краев тела. Основное отличие рассматриваемого случая от описанных ранее «подвешенных» состояний тела дугой относительной плотности заключается в расстоянии, на которое уходит тело.



Рис. 1.37. Крайние положения полости при вибрациях (a – левое,  $\delta$  – правое), траектории осциллирующего движения тела (e) в ходе колебаний, f = 9.9 Гц

Относительная амплитуда колебаний тела x/b несколько меньше по сравнению с предыдущими режимами поведения (рис. 1.38). Амплитуда угловых качаний тела достигает значения 1.2 градуса, что в несколько раз выше, чем в случае тела  $\rho = 6.49$ , колеблющегося вблизи дна полости.



Рис. 1.38. Изменение угла наклона тела в ходе его колебаний

При последующем повышении f тело все больше удаляется от дна, до тех пор, пока не займет устойчивое положение у потолка кюветы (рис. 1.39). В таком «подвешенном» состоянии тело продолжает совершать угловые качания вблизи потолка полости на расстоянии, сравнимом с толщиной пограничного слоя Стокса (рис. 1.39, $\epsilon$ ).



Рис. 1.39. Крайние положения полости при вибрациях (*a* – левое, *б* – правое), изменение безразмерного зазора (*в*) в ходе колебаний тела

По мере приближения тела к потолку полости амплитуда угла α уменьшается (рис. 1.40). Угол наклона изменяется не симметрично, значение α преимущественно лежит в отрицательной области. Поскольку тело находится

вблизи левого торца кюветы, левый край тела, реагируя на близость стенки, уходит на большее расстояние от потолка, чем правый.



Рис. 1.40. Изменение угла наклона тела в ходе его колебаний

При понижении частоты вибраций полости последовательность описанных режимов будет происходить в обратном порядке.

#### 1.4.3. Обсуждение результатов

В изученном диапазоне амплитуд и частот вибраций переход тела в «подвешенное состояние» происходит пороговым образом и с гистерезисом. Кривые возвращения тела ко дну полости, полученные в экспериментах с жидкостями разной вязкости и телами различной относительной плотности, представлены на плоскости безразмерных параметров  $\omega, W$  (рис. 1.41,*a*). Как и в опытах с телами меньшей относительной плотности ρ значение параметра W зависит от безразмерной частоты: с увеличением частоты  $\omega$  параметр Wуменьшается. Напомним, что в экспериментах с телами относительной плотности  $\rho < 2$  на графике  $\omega, W$  пороговые точки, полученные в опытах с жидкостями разной удовлетворительно согласуются собой. B вязкости, между рассматриваемом случае на этой же плоскости параметров экспериментальные точки не согласуются. Точки расслаиваются не только по вязкости жидкости, но и по значениям относительной плотности р: с уменьшением плотности тела значение параметра *W* уменьшается. Рассогласование точек на плоскости безразмерных параметров говорит о том, что в случае больших амплитуд колебаний тяжелого тела безразмерная частота о перестает быть управляющим параметром.



Рис. 1.41. Пороговые переходы частичного возвращения тела на плоскости безразмерных параметров  $\omega, W$  и параметров  $A/h_s, W$ 

Экспериментальные результаты хорошо согласуются между собой на плоскости  $A/h_s$ , W (рис. 1.41, $\delta$ ), где  $A/h_s$  – амплитуда колебаний тела относительно полости, измеренная в единицах его толщины. Видно, что в условиях проведенных экспериментов тело совершает колебания с амплитудой, значительно превышающей его размер. Известно, что при таких амплитудах колебаний тела характер его обтекания становится вихревым, и это хорошо заметно на фотографиях (см. рис. 1.29). В случае массивного плоского тела, колеблющегося в жидкости вблизи твердой границы, определяющим становится амплитуда его колебаний, а не безразмерная частота  $\omega$ , как это было для тел меньшей относительной плотности.

## 2. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ВИБРАЦИОННОЙ ПОДЪЕМНОЙ СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩЕЙ НА КОЛЕБЛЮЩЕЕСЯ В ЖИДКОСТИ ПЛОСКОЕ ТЕЛО

В данной главе предлагается теоретическое описание механизма возникновения подъемной силы, действующей на прямоугольную пластину в жидкости. Пластина находится в прямоугольной кювете, которая совершает горизонтальные колебания. Задача решается в приближении высоких частот и малых амплитуд вибраций, т. е. рассматриваются колебания тела в невязкой жидкости. Внимание уделяется условию удержания тела на расстоянии от границы полости, когда вес тела уравновешивается подъемной силой. Сравнение теоретических и экспериментальных результатов дает удовлетворительное согласие.

# 2.1. Механизм возникновения подъемной силы, действующей на прямоугольную пластину

Рассчитаем подъемную силу, действующую на длинное тело толщиной  $h_s$  и плотностью  $\rho_s$ , помещенное в совершающую поступательные вибрации полость прямоугольной формы с жидкостью плотностью  $\rho_L$  ( $\rho_L \neq \rho_s$ ). Будем считать, что толщина полости H много меньше ее длины и много меньше длины тела. В этом приближении задача рассматривается в двумерной постановке, влиянием торцов тела пренебрегаем. Полость совершает поступательные вибрации вдоль горизонтальной оси x по закону  $\mathbf{r} = b \cos \Omega t \mathbf{n}$  (рис. 2.1). Тело свободно движется в полости и совершает колебания относительно последней.



Рис. 2.1. Прямоугольное тело в прямоугольной полости с жидкостью при поступательных колебаниях последней

Уравнения движения несжимаемой жидкости в поле силы тяжести в неинерциальной системе отсчета, связанной с полостью, имеют вид:

$$\rho_L \left( \frac{\partial \mathbf{v}_L}{\partial t} + (\mathbf{v}_L \nabla) \mathbf{v}_L \right) = -\nabla p + \rho_L \mathbf{g} + \eta \Delta \mathbf{v}_L + \rho_L b \Omega^2 \cos \Omega t \mathbf{n} ,$$

$$div \mathbf{v}_L = 0.$$
(2.1)

Движение тела в неинерциальной системе отсчета, связанной с полостью, описывается уравнением:

$$\rho_s \frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t} = \rho_s \mathbf{g} - \frac{1}{V} \oint p d\mathbf{S} + \rho_s b \Omega^2 \cos \Omega t \mathbf{n} . \qquad (2.2)$$

Здесь V – объем тела, **g** – ускорение свободного падения,  $\mathbf{v}_s$  – скорость движения тела,  $\eta$  – коэффициент кинематической вязкости жидкости.

В приближении высоких частот ( $\delta \ll h_s$ , где  $\delta \equiv \sqrt{2\nu/\Omega}$  – толщина слоя Стокса) и малых амплитуд колебаний тела можно пренебречь вязким и нелинейным членами в уравнении (2.1). Тогда уравнение движения жидкости примет вид:

$$\rho_L \frac{\partial \mathbf{v}_L}{\partial t} = -\nabla p + \rho_L \mathbf{g} + \rho_L b \Omega^2 \cos \Omega t \mathbf{n} . \qquad (2.3)$$

Разделим все переменные в уравнениях (2.2) и (2.3) на осциллирующие и медленноменяющиеся. Запишем уравнения осциллирующего движения для жидкости и тела:

$$\rho_L \frac{\partial \mathbf{v}_L}{\partial t} = -\nabla p + \rho_L b \Omega^2 \cos \Omega t \mathbf{n} ,$$

$$\rho_S \frac{\partial \mathbf{v}_S}{\partial t} = -\nabla p + \rho_S b \Omega^2 \cos \Omega t \mathbf{n} .$$
(2.4)

В двумерной постановке тело и жидкость совершают колебательное движение вдоль оси *x*. Запишем систему уравнений (2.4) в проекции на ось *x*:

$$\rho_L \frac{\partial \upsilon_L}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho_L b \Omega^2 \cos \Omega t ,$$

$$\rho_S \frac{\partial \upsilon_S}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho_S b \Omega^2 \cos \Omega t .$$
(2.5)

Тело и жидкость в вибрирующей полости совершают поршневые колебания в противофазе. В силу обращения в ноль расхода жидкости (канал закрыт), скорость движения тела и скорость жидкости связаны соотношением:

$$\upsilon_S h_S = -\upsilon_L h_L \; .$$

Здесь  $h_L \equiv H - h_S$  – толщина слоя жидкости.

Обозначим отношение толщины тела к толщине слоя жидкости как

$$\xi = \frac{h_S}{h_L} \; .$$

Тогда для скорости движения тела выполняется условие

$$\upsilon_s = -\xi \upsilon_L . \tag{2.6}$$

Решая систему (2.5) с учетом (2.6), получим:

$$(\rho_s + \rho_L) \frac{\partial \upsilon_s}{\partial t} = (\rho_s - \rho_L) b \Omega^2 \cos \Omega t . \qquad (2.7)$$

Из (2.7) следует выражение для скорости осциллирующего движения тела:

$$\upsilon_{s} = \frac{(\rho_{s} - \rho_{L})}{(\rho_{s} + \xi \rho_{L})} b\Omega \cos \Omega t \; .$$

В условиях сделанных предположений амплитуда колебаний тела A (в системе отсчета полости) связана с амплитудой вибраций полости b соотношением:

$$\frac{A}{b} = \frac{|\rho - 1|}{(\rho + \xi)} .$$
(2.8)

Здесь  $\rho \equiv \rho_s / \rho_L$  – относительная плотность тела.

На границе тело-жидкость имеется тангенциальный скачок скорости:

$$\upsilon_{s} - \upsilon_{L} = (1+\xi) \frac{\left|\rho_{s} - \rho_{L}\right|}{(\rho_{s} + \xi \rho_{L})} b\Omega \cos \Omega t = (1+\xi) \frac{\left|\rho - 1\right|}{(\rho + \xi)} b\Omega \cos \Omega t ,$$

который приводит к появлению среднего по времени перепада давления:

$$\overline{\Delta p} = \rho_L \frac{\overline{\Delta v}^2}{2} = \frac{1}{4} (1 + \xi)^2 \frac{(\rho - 1)^2}{(\rho + \xi)^2} \rho_L b^2 \Omega^2 .$$
(2.9)

Рассмотрим случай, когда тело совершает колебания, находясь у стенки полости, и обтекается осциллирующим потенциальным потоком жидкости только с противоположной стороны. Тогда перепад давления на одной стенке приведет к появлению подъемной силы, отталкивающей тело от границы. Отметим, что именно эта сила приводит к отталкиванию цилиндрического тела вблизи границы вибрирующей полости [79, 91].

Квазиравновесие тела в поле силы тяжести определяется условием, когда сумма всех сил в проекции на ось у равна нулю, т. е. осредненная по периоду вибрационная подъемная сила уравновешивает вес тела в жидкости. При этом тело совершает колебания вблизи границы, не прикасаясь к ней. Условие квазиравновесия с учетом (2.9) определяется равенством:

$$\frac{1}{4}\rho_L(1+\xi)^2 \frac{(\rho-1)^2}{(\rho+\xi)^2} b^2 \Omega^2 = \left|\rho_S - \rho_L\right| h_S g \quad . \tag{2.10}$$

Из (2.10) получим условие квазиравновесия прямоугольного тела вблизи горизонтальной границы полости, заполненной жидкостью и совершающей высокочастотные продольные вибрации:

$$W = 4 \frac{(\rho + \xi)^2}{(1 + \xi)^2 |\rho - 1|} .$$
 (2.11)

Здесь  $W \equiv b^2 \Omega^2 / gh_s$  – безразмерный вибрационный параметр.

Данное выражение характеризует критическое значение W, по достижении которого тело отталкивается от гранрицы и занимает квазистационарное равновесное состояние на некотором расстоянии от нее. Выражение (2.11) получено в приближении невязких колебаний жидкости и тела. В то же время предполагается, что тело находится в непосредственной близости от границы, и потенциальный осциллирующий поток между телом и границей отсутствует – тело обтекается только с внешней (по отношению к границе) стороны. Как следует из [50, 52], такое поведение характерно для случая, когда расстояние между колеблющимся телом и стенкой сравнимо с толщиной слоя Стокса. На большем расстоянии сила отталкивания, действующая на колеблющееся тело, сменяется силой притяжения [45, 48].

Зависимость критического значения вибрационного параметра *W* от относительной плотности ρ имеет немонотонный вид (рис. 2.2) и подобна аналогичной зависимости для цилиндрического тела [52]. Максимальная

подъемная сила (этому соответствует минимальное пороговое значение параметра W) действует на легкие включения. С повышением относительной плотности по мере приближения к значению  $\rho = 1$  подъемная сила снижается до нуля. Это объясняется уменьшением амплитуды инерционных колебаний тела. Если плотность тела больше плотности жидкости ( $\rho > 1$ ), то пороговое значение W с увеличением  $\rho$  сначала понижается, а по достижении минимума начинает возрастать. Зависимость порогового значения W от относительной толщины тела  $\xi$  различна при  $\rho < 1$  и  $\rho > 1$  (см. рис. 2.2).



Рис. 2.2. Зависимость критического значения вибрационного параметра *W* от относительной плотности тела *ρ* для различных значений относительной толщины тела *ξ* 

Зависимость критического значения W от относительной толщины  $\xi$  представлена на рис. 2.3. Для тел с большей плотностью, чем плотность жидкости, порог понижается с увеличением  $\xi$ . Для легких тел, наоборот, порог снижается с уменьшением  $\xi$ . Это означает, что чем тоньше легкое тело, тем легче перевести его в подвешенное состояние. Отметим, однако, что анализ выполнен в приближении высоких частот,  $\omega \equiv \Omega h_s^2 / v >> 1$ , когда толщина тела значительно превосходит толщину слоя Стокса, кроме того не учитывается вязкое
взаимодействие тела со стенкой. Известно, что уменьшение относительного размера тела  $h_s/\delta$  приводит к резкому снижению подъемной силы (к возрастанию порогового значения W) в области умеренных и низких частот [50, 52]. В этом случае обтекание тела перестает быть потенциальным.



Рис. 2.3. Порог вибрационного подвеса тела в поле силы тяжести в зависимости от его относительной толщины ξ

В работах [78, 84], посвященных действию подъемной силы на твердые включения в жидкости, принято говорить о коэффициенте подъемной силы, определяемом как  $C_L = F_L/\rho_L \upsilon^2$  в расчете на единицу площади. Здесь  $\upsilon^2$  – квадрат скорости движения жидкости. В случае осциллирующего движения жидкости скорость изменяется по закону  $\upsilon = b\Omega \cos \Omega t$ , тогда  $C_L = F_L/\rho_L b^2 \Omega^2$ . В нашей задаче в «подвешенном состоянии» подъемная сила уравновешивается весом тела, и в расчете на единицу площади плоского тела определяется выражением  $F_L = (\rho_S - \rho_L)gh_S$ . Таким образом, коэффициент подъемной силы связан с вибрационным параметром и относительной плотностью тела соотношением:

$$C_{I} = (\rho - 1)W^{-1}. \tag{2.12}$$

### 2.2. Сравнение теоретических и экспериментальных результатов

Большое количество работ посвящено изучению осредненной вибрационной подъемной силы, действующей на тело в полости с несжимаемой жидкостью при поступательных вибрациях. Например, в работах [45, 92, 93] в высокочастотном приближении (при потенциальном обтекании) проведены расчеты осредненных сил, действующих на твердые тела при поступательных вибрациях. Задача решена в высокочастотном пределе для случая, когда тело находится на расстоянии от стенки, значительно превышающем его характерный размер. Показано, что осредненная вибрационная сила возникает за счет неоднородности пульсационного поля скорости жидкости вблизи поверхности тела. Неоднородное поле скорости означает неоднородность осредненного давления вблизи поверхности тела. Вибрационная сила направлена к стенке (сила притяжения) и возрастает по мере приближения колеблющегося тела к границе полости. На расстоянии, сравнимом с толщиной пограничного слоя Стокса, происходит смена направления действия осредненной вибрационной силы: на тело действует сила отталкивания, направленная от стенки.

Проведенные эксперименты с легким телом обнаружили пороговый переход тела в подвешенное состояние при повышении интенсивности вибраций. Пороговые значения подъемного коэффициента  $C_L$  в зависимости от безразмерной частоты  $\omega$  показаны на рис. 2.4. В области частот  $\omega < 10^3$  пороговое значение коэффициента  $C_L$  резко понижается с  $\omega$ . При  $\omega > 3000$  пороговая кривая перестает зависеть от безразмерной частоты и выходит на горизонтальную асимптоту.

Из (2.11) и (2.12), учитывая (2.8), найдем выражение для порогового значения коэффициента подъемной силы  $C_L$  в случае колеблющегося вблизи границы тела в приближении малых амплитуд вибраций и высоких частот:

$$C_{L} = \frac{(\rho - 1)^{2} (\xi + 1)^{2}}{4(\rho + \xi)^{2}}.$$
(2.13)

Условиям наших экспериментов соответствуют значения  $\xi = 0.35$  и  $\rho = 0.12$ . Согласно (2.13), порогу вибрационного подвеса тела соответствует значение коэффициента  $C_L = 1.01$  (штриховая линия на рис. 2.4). Таким образом, экспериментальное значение коэффициента подъемной силы оказывается в несколько раз ниже расчетного.



Рис. 2.4. Границы отрыва (темные точки) и возвращения (светлые) легкого тела  $h_{\rm S}=1.04\,$  см с закругленными краями

Результаты обработки скоростной видеосъемки колебаний тела с закругленными краями ( $h_s = 1.6$  см, H = 4.0 см,  $\rho = 0.09$ ) в жидкости вязкостью v = 0.08 Ст показали, что в «подвешенном состоянии» (см. рис. 1.11) тело совершает колебания относительно кюветы с амплитудой A = 7.3 мм при вибрациях полости с амплитудой b = 8.9 мм. Безразмерная амплитуда колебаний тела в эксперименте  $A_{exp}/b = 0.82$  оказывается в полтора раза меньше рассчитанного по (2.8) значения,  $A_{theory}/b = 1.3$ , полученного в приближении невязкого характера обтекания тела. Из анализа следует, что отличие коэффициента подъемной силы отталкивания, действующей на тело в вибрирующей жидкости, от расчетного значения объясняется тем, что амплитуда колебаний легкого тела в результате вязкого взаимодействия меньше расчетного. С учетом того, что подъемная сила пропорциональна квадрату скорости осциллирующего движения тела, снижение амплитуды колебаний тела в полтора раза по отношению к расчетам приводит к уменьшению значения  $C_L$  в 2.5 раза по сравнению с расчетным, что позволяет согласовать теоретические и экспериментальные результаты в случае легкого тела.

В случае **тяжелого тела** ( $\rho \sim 2$ ) относительной толщины  $\xi = 0.80$  и 1.42 порогу вибрационного подвеса соответствуют значения  $C_L = 0.11$  и 0.14. Результаты экспериментов удовлетворительно согласуются на плоскости  $\omega, C_L$ (рис. 2.5). Пороговые значения  $C_L$  отмечены штриховыми линиями. Экспериментальные точки, соответствующие нерегулярному поведению тела, исключены из графика.

Значение  $C_L$ , рассчитанное по порогу удержания тела, растет с увеличением  $\omega$ , но идет ниже расчетного. Можно только предположить, что несовпадение экспериментального (сплошная кривая) и расчетного (штриховая) порогов связано с тем, что теоретическая модель построена в высокочастотном приближении, а экспериментальные точки оказались в области низких безразмерных частот. Следует отметить, что в теории не учитываются угловые качания, которые тело совершает в ходе колебаний, и вязкое взаимодействие колеблющегося тела с границей.



Рис. 2.5. Границы порогов удержания тела  $h_s = 0.91$  см

Скоростная видеосъемка колебаний тела ( $\xi = 0.80$ ,  $\rho = 2.06$ ) в жидкости вязкостью  $\nu = 1.29$  Ст при полном его отрыве от дна полости показывает, что амплитуда колебаний тела относительно полости составляет A = 6.8 мм (амплитуда вибраций полости b = 21.6 мм). Безразмерная экспериментальная амплитуда колебаний тела  $A_{exp}/b = 0.32$  и теоретическая  $A_{theory}/b = 0.37$ оказываются близкими по величине. В случае тела ( $\xi = 1.02$ ,  $\rho = 2.13$ ) в жидкости  $\nu = 0.20$  Ст безразмерные амплитуды принимают значения:  $A_{exp}/b = 0.35$ ,  $A_{theory}/b = 0.36$ . При параметрах  $\xi = 1.42$ ,  $\rho = 2.14$ ,  $\nu = 0.18$  Ст экспериментально померенная и рассчитанная безразмерные амплитуды совпадают,  $A_{exp}/b = 0.33$  и  $A_{theory}/b = 0.33$ .

Безразмерная амплитуда колебаний тела, полученная в эксперименте, для трех значений относительной толщины  $\xi$  оказывается близка к теоретическому значению, рассчитанному по (2.8). Значение амплитуды  $A_{theory}/b$ , полученное в приближении невязкого характера обтекания тела, оказалось чуть больше экспериментального  $A_{exp}/b$ . Этот результат может также быть связан с вязким взаимодействием тела со стенкой полости, которое уменьшает реальную амплитуду колебаний, что становится заметно с увеличением вязкости жидкости.

В случае тяжелого тела с относительной плотностью  $\rho > 3$ , совершающего колебания с большой амплитудой, относительная толщина имеет значение  $\xi = 0.80$ . Для данных параметров критические значения коэффициента подъемной силы, когда тело ( $\rho = 3.0$  и 6.5) удерживается над дном полости, принимает значения 0.22 и 0.45 соответственно. На рис.2.6 представлен график для коэффициента вибрационной подъемной силы  $C_L$ , рассчитанного по формуле (2.13), от амплитуды колебаний тела A, измеренной в единицах толщины тела  $h_s$ . В эксперименте тело совершает колебания с амплитудой, превосходящей собственный размер, при этом характер обтекания тела вихревой. Результаты,

полученные в экспериментах с телами заданной плотности в жидкостях разной вязкости удовлетворительно, согласуются между собой. Пороговые экспериментальные значения коэффициента подъемной силы приближаются к теоретическому (штриховая линия) с уменьшением  $A/h_s$ .



Рис. 2.6. Зависимость коэффициента подъемной силы от амплитуды колебаний тела

рис. 2.6 приведены Для сравнения на экспериментальные точки, полученные в опытах с алюминиевым телом плотностью  $\rho \sim 2$ ,  $\xi = 0.80$ . Эти результаты качественно подтверждают существование подъемной силы, но не согласуются с точками, полученными с очень тяжелым телом с ровным закругленным краем. Экспериментальные точки находятся ниже, чем для более плотных тел, при этом они находятся в области меньших безразмерных амплитуд. Отметим, безразмерных  $A/h_{\rm s}, C_{\rm r}$ что на плоскости параметров экспериментальные точки, полученные в опытах с телом плотностью  $\rho \sim 2$  в жидкостях разной вязкости, не согласуются между собой. Таким образом, если тело совершает колебания с амплитудой, не превосходящей его характерный размер, то существенным оказывается безразмерная частота ω, при больших колебаний управляющим амплитудах параметром является амплитуда колебаний  $A/h_{\rm s}$ .

Согласно выражению (2.8), амплитуда колебаний тела определяется относительной плотностью тела ρ и его относительной толщиной ξ. Сравним

теоретическое значение амплитуды с экспериментальным для тел различной относительной плотности:

ρ	<i>b</i> , мм	ν, Cτ	$A_{\rm exp}/b$	$A_{theory}/b$
6.49	26.3	0.13	0.73	0.76
4.35	32.6	1.06	0.55	0.65
3.02	34.6	1.04	0.41	0.53

Видно, что экспериментальное значение  $A_{exp}/b$ , как и в случае тела меньшей относительной плотности, хорошо согласуется с теорией и оказывается чуть ниже теоретического  $A_{theory}/b$ . Удовлетворительное согласие теоретических и экспериментальных значений безразмерных амплитуд для тел различной относительной плотности позволяет сделать заключение о том, что представленная теория верно описывает механизм генерации подъемной силы.

# 3. ВЛИЯНИЕ ОСЦИЛЛИРУЮЩИХ СИЛОВЫХ ПОЛЕЙ НА ЦИЛИНДРИЧЕСКОЕ ТЕЛО ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ПОЛОСТИ

Экспериментально исследуется поведение тяжелого цилиндрического тела в горизонтальной вращающейся цилиндрической полости, заполненной вязкой жидкостью. Скорость вращения полости модулируется, т.е. помимо неизменной составляющей содержит и осциллирующую. Обнаружено несколько режимов поведения тела в зависимости от скорости вращения кюветы и параметров модуляции скорости. В отсутствие вращения под действием силы тяжести тело занимает положение в нижней части полости. При медленном равномерном вращении тело увлекается границей полости и смещается на некоторый угол, оставаясь вблизи границы. С повышением скорости вращения тело отталкивается от границы полости и занимает стационарное положение на некотором расстоянии от нее. В режиме подвеса и предшествующем ему режиме частичного отрыва тело совершает автоколебания, напоминающие нутационное движение. По достижении порогового значения скорости вращения полости тело переходит в центрифугированное состояние, в котором тело располагается у стенки и совершает твердотельное вращение вместе с кюветой и жидкостью.

При модулированной скорости вращения кюветы тело, находящееся в центрифугированном состоянии и вращающееся вместе с кюветой, за счет вязкого взаимодействия со стенкой совершает азимутальные колебания относительно равномерно вращающегося столба жидкости. При достижении порогового значения амплитуды модуляции тело отрывается от границы полости. Цилиндр в «подвешенном» состоянии вращается вместе с полостью, не приближаясь к стенке. С повышением амплитуды модуляции скорости увеличивается и расстояние между телом и стенкой полости. Предложена теоретическая модель для описания генерации осредненной подъемной силы, действующей на тяжелый цилиндр во вращающейся цилиндрической полости с жидкостью, при модуляции скорости с высокой частотой.

## 3.1. Экспериментальная установка и методика

Цилиндрическая полость *l* радиусом R = 30.0 мм и длиной L = 74.0 мм изготовлена из прозрачной оргстеклянной трубы с толщиной стенки 4.0 мм (рис. 3.1). В экспериментах используется цилиндрическое тело 2, изготовленное из алюминия или плексигласа. Алюминиевый цилиндр имеет радиус r = 4.7 мм, длину l = 60.0 мм, плотность  $\rho_s = 3.04$  г/см<sup>3</sup>; плексигласовый цилиндр имеет r = 3.9 мм, l = 58.0 мм,  $\rho_s = 1.18$  г/см<sup>3</sup>. На торцы тела нанесена метка, которая позволяет отслеживать вращение тела вокруг собственной оси.





Кювета с цилиндром внутри заполняется жидкостью: водным раствором глицерина вязкостью v = 0.10 - 0.59 Ст и плотностью  $\rho_L = 1.17 - 1.21$  г/см<sup>3</sup> или индустриальным маслом (v = 0.90 Ст и  $\rho_L = 0.87$  г/см<sup>3</sup>). Используемое в экспериментах тело считается «тяжелым», поскольку его плотность превышает плотность жидкости; относительная плотность тела составляет  $\rho = \rho_s / \rho_L = 2.51$ 

для алюминия и варьируется в диапазоне 1.02 – 1.36 для плексигласа.

Заполненная кювета закрепляется на валу 3, который установлен в опоре 4 (рис. 3.2). Через муфту 5 шаговый двигатель 6 типа Electroprivod FL86STH118-6004A сообщает полости вращение с угловой скоростью  $\Omega$ . Скорость вращения контролируется при помощи ЦАП ZetLab Zet-410 и изменяется в интервале от 1 до 30 рад/с (измеряется с точностью 0.01 рад/с). Вся установка жёстко закреплена на платформе 7. Для регистрации используется скоростная видеокамера 8 Optronis CamRecord CL600x2 при освещении кюветы мощным источником света.



Рис. 3.2. Схема экспериментальной установки

Наблюдение за динамикой тела осуществляется через передний торец полости (рис 3.3,*a*). Видеокамера устанавливается на расстоянии 40-50 см от торца полости. Для обеспечения соосности камеры и кюветы используется метод совмещения меток, показывающих центры переднего и заднего торцов полости. Частота съемки составляет 500 кадров в секунду при разрешении  $800 \times 800$  точек на кадр. В состоянии покоя цилиндр, плотность которого больше плотности жидкости, находится на дне полости. На фотографиях и схемах, представленных ниже, кювета вращается против часовой стрелки. Видео, полученное в эксперименте, разбивается на кадры и обрабатывается на компьютере с использованием прикладных программ. При измерении азимутального положения тела  $\phi_b$  в лабораторной системе отсчета за нулевое значение принято положение в нижней точке полости, положительным считается направление обхода против часовой стрелки (рис 3.3,*б*).



Рис. 3.3. Вид кюветы в отсутствие вращения (*a*) и схема отсчета угла  $\phi_b$  (*б*)

Методика эксперимента при равномерном вращении полости следующая. Кювета приводится в медленное вращение, при этом тело увлекается стенкой кюветы за счет силы трения и смещается на некоторый угол  $\phi_h$ . Скорость вращения Ω пошагово повышается, и на каждом шаге выполняется видеорегистрация. Увеличение скорости вращения осуществляется до тех пор, пока тело не перейдёт в центрифугированное состояние и не начнёт совершать твердотельное вращение вместе с жидкостью, находясь у стенки полости. После достижения этого режима движения скорость  $\Omega$  пошагово понижается до полной остановки. Видеозаписи обрабатываются после эксперимента. На каждом шаге по Ω измеряется азимутальное и радиальное положение тела в зависимости от времени. Азимутальный угол  $\phi_b$  отсчитывается по направлению вращения полости. Зазор между цилиндром и стенкой полости отсчитывается вдоль радиуса кюветы от стенки к центру,  $d = R - (R_b + r)$ . Здесь  $R_b$  – расстояние между центром полости и центром тела.

При модуляции скорости вращения полости каждый эксперимент начитается с того, что скорость  $\Omega$  плавно повышается до некоторого значения  $\Omega_{rot}$ , при котором действие на тело силы тяжести мало по сравнению с центробежной силой, а тело и жидкость совершают вращение вместе с полостью,

как единое целое. После этого задается модуляция скорости вращения с определенной частотой  $\Omega_{lib}$  и амплитудой  $\varepsilon = \phi_0 \Omega_{lib} / \Omega_{rot}$ . При этом полость вращается по закону  $\Omega = \Omega_{rot} (1 + \varepsilon \cos \Omega_{lib} t)$ , где  $\Omega_{rot}$  – средняя скорость вращения полости,  $\phi_0$  – амплитуда вращательных колебаний полости. В ходе эксперимента амплитуда вращательных колебаний полости пошагово монотонно повышается. По достижении предельного значения  $\varepsilon$  амплитуда пошагово понижается. Регистрация положения тела осуществляется на каждом шаге. Эксперименты повторяются при различных отношениях частоты либраций к частоте вращения полости.

# 3.2. Влияние внешнего статического поля на тело при равномерном вращении полости

При изучении поведения тяжелого цилиндрического тела в горизонтальном вращающемся цилиндре с жидкостью обнаружены качественно различающиеся состояния тела в зависимости от скорости вращения полости. Исследована временная динамика и построены траектории движения тела при различных значениях скорости вращения полости. Обнаружены два механизма отрыва тела от границы полости: гидродинамический, когда тело находится в практически стационарном в лабораторной системе отсчета состоянии, и, условно говоря, гравитационный. В последнем случае тело совершает вращение вместе с полостью и удаляется от стенки полости на доле периода вращения в результате действия поля силы тяжести. В обоих случаях сила тяжести играет определяющую роль. Проведенное исследование позволяет учесть влияние поля силы тяжести в дальнейшем, при изучении поведения тела в неравномерно вращающейся полости.

В зависимости от скорости вращения можно выделить несколько характерных состояний тела:

- скольжение вдоль границы полости;
- «шагающий» цилиндр;
- подвес тела во вращающейся полости;
- неустойчивость подвешенного состояния;
- центрифугированное состояние;
- гравитационный отрыв.

Далее подробно опишем каждое из перечисленных состояний в случае алюминиевого тела ( $\rho = 2.49$ ) в равномерно вращающейся полости с жидкостью ( $\nu = 0.59$  Ст).

#### 3.2.1. Поведение тела до порога центрифугирования

Скольжение тела вдоль границы полости. Когда кювета покоится, тело под действием силы тяжести находится у нижней границы полости. При плавном повышении скорости вращения  $\Omega$  цилиндр смещается вместе со стенкой, и по достижении критического значения угла (для данной скорости вращения) скатывается (соскальзывает) по границе полости вниз, а затем, не доходя до нижней точки кюветы, вновь поднимается вверх. Таким образом, тело совершает периодическое движение вверх-вниз вдоль стенки полости (рис. 3.4).

На рис. 3.4,*а* показаны крайние положения тела и отмечено среднее значение угла  $\phi_b$ , относительно которого тело совершает колебания. При равномерном вращении полости тело движется вверх-вниз вдоль границы кюветы (рис. 3.4, $\delta$ ); траектория движения центра переднего торца тела на плоскости *x*, *y* показана точками, стрелки указывают направление движения. Здесь и далее на схемах 0 соотвествует центру полости, *x* = 30 мм соответсвует радиусу кюветы, сплошная кривая (дуга) – граница полости. Штриховые кривые очерчивают торец цилиндра в крайних положениях. При данном значении  $\Omega$  тело отклонятеся на угол  $\phi_b \approx 60^\circ$  и совершает колебания относительно этого положения с амплитудой, приблизительно равной 10° (рис. 3.4,*в*). Азимутальные колебания тела вблизи границы могут быть связаны с периодической сменой сухого трения трением скольжения при изменении  $\phi_b$ .



Рис. 3.4. Схема характерных положений алюминиевого тела во вращающейся полости (*a*). Траектория движения центра тела ( $\delta$ ). Изменение азимутальной координаты цилиндра  $\phi_b$  в лабораторной системе отсчета (*в*) и угла поворота тела вокруг своей оси (*г*) со временем.  $\Omega = 4.1$  рад/с,  $\nu = 0.59$  Ст

Описывая поведение тела, можно провести аналогию с таким понятием, как естественный угол откоса. Для сыпучей среды во вращающейся полости этот угол определяется в диапазоне максимального значения угла наклона границы раздела, до которого песок может подняться, и минимального угла, до которого он спускается [94]. Кроме азимутальных колебаний, совершаемых вдоль стенки кюветы, тело вращается вокруг своей оси. Угол поворота тела  $\alpha$  со временем изменяется неравномерно (рис. 3.4,*г*). Наличие на графике горизонтальных участков говорит об отсутствии вращения, что, возможно, связано со сменой вида трения между телом и стенкой. В крайних положениях, когда тело покоится, угол поворота не меняется,  $\alpha = const$ . Скорость изменения  $\alpha$  пропорциональна скорости изменения  $\phi_b$ . Максимальные значения скорости вращения тела вокруг своей оси (максимум угла наклона кривой на рис. 3.4,*г*) наблюдаются при движении тела вдоль стенки полости вверх или вниз, т.е. при изменении  $\phi_b$ . Скорость  $d\alpha/dt$ достигает значения 17.5 рад/с.

Отметим, что помимо поворота тела в направлении вращения полости наблюдается и обратная ситуация. В то время как кювета вращается против часовой стрелки, цилиндр поворачивается по часовой стрелке (α уменьшается). Можно предположить, что это связано с влиянием на тело обтекающего потока жидкости, закручивающего его в определенном направлении.

«Шагающий» цилиндр. С повышением скорости вращения полости при критическом значении  $\Omega$  один из краев цилиндра отрывается от границы кюветы, тогда как второй касается границы. Вращающаяся стенка увлекает опирающийся на нее торец тела, в то время как оторвавшийся торец опускается вниз. Когда последний, т.е. падающий край тела, достигает границы полости, он начинает движение вместе со стенкой, а противоположный торец теперь удаляется от нее. Таким образом, цилиндр «шагает» по движущейся стенке кюветы, поочередно опираясь на нее то одним, то другим торцом, но его среднее положение в лабораторной системе отсчета со временем не меняется.

На рис. 3.5 представлены фотографии последовательных положений тела во время «шагов» (*a*); траектория движения переднего торца тела ( $\delta$ ) при  $\Omega = 9.8$  рад/с (на плоскости *x*, *y* траектория движения центра торца тела обозначена точками, направление движения – стрелками; положение торца тела при движении вверх (точки 1, 2, 3) и при движении вниз (3, 4, 1).



Рис. 3.5. Положение тела в различные фазы «шагов» (*a*). Траектория движения центра переднего торца цилиндра в лабораторной системе отсчета (*б*)

Видно, что при перемещении вверх торец тела касается стенки полости, а при спуске этот торец находится на некотором расстоянии от нее. Поведение двух торцов тела является зеркально симметричным. Движение цилиндра вдоль оси полости и контакт с ее торцами отсутствуют.

Если рассматривать отдельно динамику одного из торцов тела, то можно сказать, что он совершает колебания относительно угла  $\phi_b \approx 63.2^\circ$  с амплитудой около 15° в азимутальном направлении и приблизительно 1 мм в радиальном (рис. 3.6,*a*). Здесь *d* – зазор между стенкой полости и торцом тела, стрелками указано направление движения торца тела.



Рис. 3.6. Изменение зазора d между телом и стенкой полости в зависимости от азимутального смещения (*a*). Временная динамика азимутальной координаты тела  $\phi_b$  ( $\delta$ ), зазора между торцом тела и стенкой кюветы (*в*) и динамика угла поворота тела  $\alpha$  вокруг своей оси (*г*)

В момент времени  $t_1$ , когда один из торцов цилиндра приближается к крайнему нижнему положению (рис. 3.6, $\delta$ ), зазор *d* становится минимальным (рис. 3.6, в), при этом наблюдается замедление вращения тела вокруг своей оси (рис. 3.6,г). Снижение скорости поворота тела происходит дважды за одно колебание тела. Второе замедление приближением края связано с противоположного торца к границе полости (момент времени  $t_2$ ). Незначительное ускорение вращению придает контакт одного из торцов тела с движущейся стенкой кюветы. Средняя скорость вращения тела вокруг своей оси составляет 2.5 рад/с.

**Подвес тела.** При дальнейшем повышении скорости вращения полости цилиндр «зависает» в лабораторной системе отсчета на некотором расстоянии от границы кюветы (рис. 3.7,*a*). При скорости вращения полости  $\Omega = 11.7$  рад/с подъемной силы, возникающей из-за несимметричного обтекания тела со стороны стенки полости и свободной стороны, оказывается достаточно, чтобы оторвать

тело от границы. Тело устойчиво подвешено в жидкости благодаря тому, что действующие на него силы (вес тела, подъемная сила и вязкое трение) уравновешивают друг друга.



Рис. 3.7. «Подвес» тяжелого цилиндра вблизи границы полости (*a*). Временная динамика азимутальной координаты тела в лабораторной системе отсчета ( $\delta$ ), зазора между границей полости и телом ( $\epsilon$ ) и угла поворота тела вокруг своей оси ( $\epsilon$ )

В таком состоянии цилиндр совершает азимутальные колебания малой амплитуды в диапазоне  $\phi_b = (63.2 \pm 0.4)^\circ$  (рис. 3.7,*б*) и радиальные колебания амплитудой 0.2 мм (*в*). Азимутальные и радиальные колебания происходят синхронно, и при смещении тела вверх – при увеличении угла  $\phi_b$  – зазор *d* постепенно увеличивается.

В [84] дано описание аналогичного «подвеса» цилиндрического тела в медленно вращающейся полости с жидкостью (цилиндр плотностью  $\rho_s = 1.4 \text{ г/см}^3$  в кювете радиусом R = 235 мм). В качестве рабочей жидкости использовалась деионизированная вода ( $\rho_L = 1.0 \text{ г/см}^3$ ,  $\nu = 0.01 \text{ CT}$ ). Было рассмотрено два состояния тела: скольжение вдоль границы полости и подвес тела. В обоих состояниях тело вращается вокруг своей оси: в направлении вращения полости – при скольжении, в противоположном направлении – при подвесе тела. При

скольжении направление вращения определяется трением о стенку полости, а в подвешенном состоянии – потоком жидкости, обтекающей тело.

В нашей работе «подвешенный» цилиндр вращается вокруг своей оси практически равномерно, причем в том же направлении, что и полость (рис. 3.7,*г*). Средняя скорость вращения тела составляет  $(2.0\pm0.4)$  рад/с. Известно, что при обтекании тела ламинарным потоком на его твердой поверхности образуется пограничный слой, толщина которого определяется выражением  $\delta \sim 2r / \sqrt{\text{Re}}$  [64]. Расстояние, на которое цилиндр удаляется от стенки, имеет тот же порядок величины, что и толщина пограничного слоя,  $\delta \sim \sqrt{2rv/\Omega R} \approx 1$ мм. Таким образом, направление вращения цилиндра в «подвешенном» состоянии определяют поток жидкости, обтекающий его только с внешней по отношению к стенке стороны, и вязкое взаимодействие со стенкой, увлекающее его в обратном направлении.

**Неустойчивость подвеса.** При дальнейшем повышении  $\Omega$  тело, находясь в «подвешенном» состоянии, поднимается выше по азимутальной координате  $\phi_b$ . Стационарное подвешенное состояние теряет устойчивость по достижении значения  $\phi_b = 90^\circ$  Цилиндр, находясь в состоянии полного отрыва, поочередно ударяется о стенку полости то одним, то другим торцом. На рис. 3.8,*a* видно, как каждый из торцов тела касается стенки (1, 3), и как тело отрывается от границы полости по всей длине (2, 4). Траектория движения центральной точки торца тела представляет собой эллипс (рис. 3.8,*6*, стрелками показано направление движения).

Амплитуда колебаний цилиндра в радиальном направлении составляет приблизительно 4 мм (рис. 3.9,*a*), азимутальная составляющая колебаний торца тела близка к 10°. Азимутальные амплитуды колебаний тела в двух качественно различных режимах («шаги» и неустойчивость подвеса) тела оказались близки, можно предположить, что амплитуда определяется длиной тела.



Рис. 3.8. Последовательность характерных положений тела (*a*). Траектория движения центра торца цилиндра в лабораторной системе отсчета (*б*). Скорость вращения полости  $\Omega = 17.8$  рад/с



Рис. 3.9. Изменение зазора d между телом и стенкой полости в зависимости от азимутального смещения (*a*). Временная динамика азимутальной координаты тела  $\phi_b$  ( $\delta$ ), зазора между торцом тела и стенкой кюветы (*в*) и динамика угла поворота тела  $\alpha$  вокруг своей оси (*г*)

Изменение азимутальной координаты тела  $\phi_b$  и зазора *d* происходит с небольшим сдвигом фаз (рис. 3.9,*б*,*в*). Цилиндр касается стенки кюветы не в фазе крайнего азимутального смещения торца, а с небольшим запаздыванием. При этом цилиндр практически равномерно вращается вокруг своей оси, со средней скоростью (10.0±0.8) рад/с (рис. 3.9,*г*). При контакте края тела со стенкой полости значение скорости вращения незначительно отклоняется от среднего.

Потеря устойчивости «зависшего» состояния тела, в результате чего тело начинает периодически ударяться о стенку полости, может объясняться сменой режима обтекания тела. Известно, что режим обтекания тела определяется числом Рейнольдса, рассчитанным как Re=Uh<sub>s</sub>/v [78]. В нашей задаче характерную скорость можно рассчитать как  $U = \Omega R$ . Выше порогового значения числа Рейнольдса течение теряет устойчивость и перестает быть ламинарным. В нашем эксперименте режиму подвеса соответствует значение  $\text{Re} > 4 \cdot 10^2$ . При таких обтекание цилиндра числах Рейнольдса становится отрывным [78]. Предполагается, что нутационные колебания цилиндра вызваны поочередным срывом вихрей с его торцов. Амплитуда колебаний возрастает с повышением скорости вращения полости. Несмотря на то, что режим неустойчивого подвеса похож на «шаги» цилиндра, это качественно другое состояние тела.

#### 3.2.2. Динамика цилиндра в центрифугированном состоянии

**Центрифугированное состояние.** С повышением скорости вращения полости увеличивается центробежная сила, прижимающая тело к стенке. По достижении пороговой скорости вращения полости тело переходит в центрифугированное состояние (рис. 3.10,*a*).



Рис. 3.10. Положение тела во вращающейся полости в разные моменты времени (*a*); зависимость величины зазора ( $\delta$ ) и относительной скорости вращения тела (*в*) от азимутальной координаты цилиндра,  $\Omega = 21.9$  рад/с

Зазор между стенкой полости и краем тела отсутствует в ходе полного оборота тела (рис. 3.10,6), отклонение экспериментальных точек от d = 0 связано с погрешностью, которая не превышает 0.08 мм. Скорость вращения тела вокруг оси полости практически не отличается от скорости вращения полости (рис. 3.10,6).

Гравитационный отрыв. При понижении  $\Omega$  цилиндр, находясь в центрифугированном состоянии, начинает ощущать действие силы тяжести. Вращаясь вместе с полостью, он медленно движется назад в системе отсчета полости. Цилиндр отрывается от границы кюветы на той доле периода вращения, когда находится в ее верхней части. При этом цилиндр продолжает азимутальное движение вместе с жидкостью. При  $\Omega$ , близких к пороговому значению гравитационного отрыва, доля периода вращения, приходящаяся на свободное движение тела, мала. Цилиндр быстро возвращается к стенке и оставшуюся часть периода движется вместе с последней. С уменьшением  $\Omega$  увеличивается и доля периода, в течение которой тело не касается стенки.

Результаты экспериментов, полученные при частоте, меньшей порога гравитационного отрыва тела ( $\Omega$ =11.5 рад/с), в жидкости вязкостью v=0.59 Ст представлены на рис. 3.11. В фазе подъема тело прижато к границе кюветы,  $0^{\circ} < \phi_b < 60^{\circ}$ , d = 0; небольшие отрицательные значения d не выходят за пределы доверительного интервала. При этом угловая скорость цилиндра  $\Omega_b = \partial \phi_b / \partial t$  уменьшается.



Рис. 3.11. Временная динамика азимутальной координаты тела (*a*), зазора (б) и угловой скорости движения цилиндра (*в*)

При  $\phi_b > 90^\circ$  тело начинает отходить от стенки: *d* плавно увеличивается с  $\phi_b$ , достигая максимального значения в верхней части полости (рис. 3.11,*б*). Пройдя значение  $\phi_b = 180^\circ$ , цилиндр начинает приближаться к стенке кюветы. Увеличение скорости движения тела происходит при его спуске ( $180^\circ < \phi_b < 360^\circ$ ), а уменьшение – на подъеме ( $0^\circ < \phi_b < 180^\circ$ ). Таким образом тело совершает радиальные и тангенциальные колебания относительно стенки полости.

Угловая скорость вращения тела  $\Omega_b$  изменяется в течение периода вращения полости. На подъеме ( $\phi_b < 90^\circ$ ) тело, увлекаемое стенкой полости, движется вместе с ней,  $\Omega_b / \Omega = 1$  (рис. 3.12,6). Как только появляется зазор между

стенкой и телом, оно начинает отставать ( $\Omega_b / \Omega < 1$ ). Выше значения  $\phi_b = 180^\circ$  тело ускоряется и обгоняет полость ( $\Omega_b / \Omega > 1$ ). В нижней точке полости ( $\phi_b = 0^\circ$ ) тело возвращается к стенке и движется вместе с ней ( $\Omega_b / \Omega = 1$ ).



Рис. 3.12. Зависимость величины зазора (a) и относительной скорости вращения тела  $(\delta)$  от его координаты в лабораторной системе отсчета

Такое поведение цилиндра связано с суммарным действием на него центробежной силы и силы тяжести. Во вращающейся системе отсчета центробежная сила постоянно прижимает тело к стенке, в то же время сила тяжести периодически изменяет свое направление. Стрелки на рис. 3.12 показывают направление действия силы тяжести в ходе одного оборота тела. Рассмотрим некоторые азимутальные положения тела:

- ф<sub>b</sub> = 0° Направления силы тяжести и центробежной силы совпадают.

   Результирующая сила прижимает тело к стенке (d = 0);
- φ<sub>b</sub> = 90° Сила тяжести действует на тело в направлении, обратном направлению его движения. Скорость движения тела Ω<sub>b</sub> уменьшается, и появляется зазор между телом и стенкой полости ( *d* ≠ 0);

- ф<sub>b</sub> = 180° Сила тяжести и центробежная сила направлены в
   противоположные стороны. Центробежной силы недостаточно, чтобы
   удерживать тело у стенки, и зазор *d* увеличивается;
- φ<sub>b</sub> = 270° Направление силы тяжести совпадает с направлением движения тела, что приводит к увеличению скорости тела Ω<sub>b</sub>. В результате увеличивается действующая на него центробежная сила, возвращающая его к стенке полости.

При дальнейшем понижении  $\Omega$  доля периода вращения, в течение которой тело находится на расстоянии от стенки, увеличивается до тех пор, пока оно не перейдет в состояние «неустойчивого подвеса». Далее с понижением скорости вращения полости тело проходит все описанные выше состояния в обратном порядке.

#### 3.2.3. Структура течения жидкости вблизи цилиндра

Структуры течения во вращающейся полости для различных состояний тела получены в результате обработки серии последовательных фотографий в специализированной программе MatLab с использованием PIV-метода. Кадры с 0.002 c временным интервалом получены ИЗ скоростной видеосъемки эксперимента. В рабочую жидкость добавляется визуализатор (светоотражающие частицы нейтральной плавучести, не оказывающие влияния на структуру и скорость течения). При помощи лазера создается световой нож шириной 5 мм. В случае, когда наблюдение ведется через переднюю стенку полости, световой нож направлен перпендикулярно оси тела на определенном расстоянии от его торца, в случае наблюдения сбоку нож, направленный вертикально сверху-вниз, проходит через центр тела вдоль его горизонтальной оси. PIV-метод позволяет не только визуализировать потоки жидкости во вращающейся полости, но и определить характеристики ее движения.

При изучении поведения тяжелого тела в горизонтальном вращающемся цилиндре с жидкостью были обнаружены качественно отличающиеся друг от друга режимы его движения в зависимости от скорости вращения полости. При этом было выделено несколько характерных режимов, сменяющих друг друга с увеличением Ω (рис. 3.13):

- О скольжение вдоль границы полости;
- «шагающий» цилиндр;
- стационарный подвес тела;
- □ неустойчивость подвешенного состояния;

На графике точкой (•) показано начальное положение тела в нижней части полости ( $\Omega = 0$ ), другие символы отмечают среднее, характерное для данной скорости, положение тела, интервалы – предельное отклонение от среднего положения.



Рис. 3.13. Изменение средней азимутальной координаты тела  $\phi_b$  с повышением  $\Omega$ 

При плавном увеличении  $\Omega$  тело за счет вязкого взаимодействия увлекается движущейся стенкой полости, его азимутальная координата увеличивается с  $\Omega$ . Это происходит до некоторого критического значения угла,  $\phi_b \approx 60^\circ$ , после чего среднее азимутальное положение тела практически не изменяется с увеличением  $\Omega$ . Оставаясь в среднем вблизи значения  $\phi_b \approx 60^\circ$ , цилиндр последовательно сменяет режимы движения с повышением  $\Omega$ : от скольжения вдоль границы (O)

он переходит к «шагам» ( $\blacksquare$ ) и далее к стационарному подвесу ( $\blacklozenge$ ). При дальнейшем увеличении  $\Omega$  тело, находясь в подвешенном состоянии на некотором расстоянии от стенки полости, поднимается вверх, смещаясь вдоль азимутальной координаты. Тело сохраняет устойчивое положение до значения  $\phi_b \approx 90^\circ$ . При  $\phi_b \approx 90^\circ$  стационарное «подвешенное» состояние тела теряет устойчивость: тело начинает совершать колебания, напоминающие прецессию. С увеличением скорости вращения полости увеличивается амплитуда колебаний тела, но его среднее азимутальное положение остается неизменным.

В условиях данного эксперимента по достижении скоростью значения  $\Omega = 22$  рад/с происходит «захват» тела, и оно увлекается вращающейся жидкостью, после чего тело совершает твердотельное вращение вместе с жидкостью.

Центрифугированное состояние. По достижении пороговой скорости вращения полости тело прижимается к стенке и совершает твердотельное вращение вместе с кюветой и жидкостью. На рис. 3.14, *а* показана фотография тела в центрифугированном состоянии, на которую нанесены результаты обработки с помощью метода PIV. Лазерный нож проходит вблизи переднего торца тела. Здесь и далее векторами показано поле скорости жидкости. Структура течения визуализирована сплошными линиями, построенными по данным векторного поля скорости. Видно, что наличие внутри полости тела не влияет на вращающийся равномерно поток жидкости: на фотографии линии прорисовывают недеформированные концентрические окружности. Отметим, что ось вращения полости совпадает с осью вращения столба жидкости.

Поскольку тело в центрифугированном состоянии не вносит возмущения в поток жидкости внутри полости, данный эксперимент указывает на достоверность результатов, получаемых с помощью метода PIV. Известно, что линейная скорость движения элемента жидкости в равномерно вращающейся полости ( $\Omega = const$ ) зависит от расстояния от оси вращения и определяется по закону  $V_f = \Omega a$ , где a – расстояние от элемента жидкости до оси вращения. На

рис. 3.14,  $\delta$  представлено изменение линейной скорости движения жидкости в зависимости от расстояния до оси полости. Для получения экспериментальных значений скорости движения жидкости из серии фотографий, обработанных методом PIV, выбрана одна (рис. 3.14, *a*). Белой вертикальной линией на рисунке показано сечение, вдоль которого были получены значения  $V_f$  согласно данным векторного поля скорости. На графике (рис. 3.14,  $\delta$ ) на оси абсцисс значение 0 соответствует центру кюветы, отрицательные значения *a* – смещению вдоль радиуса полости вверх, положительные – вниз. Видно, что экспериментальные точки хорошо согласуются с теоретическим распределением скоростей в случае твердотельного вращения (сплошная линия).



Рис. 3.14. Визуализация течения внутри полости (*a*) и профиль линейной скорости движения жидкости, построенный вдоль диаметрального сечения (б) при центрифугированном состоянии тела

«Шагающий» цилиндр. В этом состоянии цилиндр «шагает» по движущейся стенке кюветы, поочередно опираясь на нее то одним, то другим торцом, при этом его среднее положение в лабораторной системе отсчета со временем не изменяется.



Рис. 3.15. Визуализация течения вблизи переднего торца тела (*a*) и его середины (*б*) в ходе «шагов» цилиндра, Ω=9.7 рад/с

На рис. 3.15 представлены фотографии характерных положений тела, выбранные из серии кадров, обработанных методом PIV. На каждой фотографии отражена правая часть полости, левый край фотографии проходит через центр полости. Здесь показан один период «шагов» цилиндра при его движении сверху вниз: фотография 1 показывает положение тела при максимальном значении угла  $\phi_b$ , фотография 2 – максимальное радиальное смещение тела, фотография 3 – минимальное значение  $\phi_b$ , фотография 4 – положение тела при движении со стенкой вверх. На рис. 3.15, a лазерный нож проходит через передний торец тела, на рис. 3.15, 6 – через середину тела. Белой окружностью показан передний торец тела, тела, полукруг отмечает границу полости, кривые визуализируют структуру

течения. Вблизи переднего торца тела жидкость плавно обтекает тело (рис. 3.15,*a*). При этом в средней по длине части тела наблюдается одиночный вихрь. Наличие внутри полости «шагающего» цилиндра смещает ось вращения столба жидкости в левую часть полости.

При наблюдении через боковую стенку полости лазер устанавливается над кюветой, лазерный нож направляется так, что в среднем проходит через ось тела (рис. 3.16).



Рис. 3.16. Визуализация течения в ходе «шагов» цилиндра, вид сбоку, Ω=9.7 рад/с

Безвихревой характер течения вблизи средней части тела указывает на то, что наблюдаемый в поперечном сечении вихрь (см. рис. 3.15, б) является частью вытянутого вдоль тела вала. При увеличении угла наклона тела за торцом цилиндра, находящимся внизу, образуется двумерный вихрь, расположенный в плоскости тела (фотографии 2 и 5). О двумерности вихря свидетельствует безвихревой характер обтекания торца тела при наблюдении со стороны торца полости (см. рис. 3.15, *a*). При дальнейшем движении тела вихрь смещается дальше по потоку (фотографии 3 и 6). Движение переднего и дальнего торцов тела зеркально симметричны. В ходе шагов цилиндра с его торцов периодически срываются вихри, уносимые потоком обтекающей его жидкости.

**Подвес тела.** При критическом значении скорости вращения полости цилиндр «зависает» в лабораторной системе отсчета на некотором расстоянии от границы полости. На рис. 3.17 и 3.18 представлены осредненные структуры течения вблизи «подвешенного» цилиндра (течение стационарно). На рис. 3.17 представлен результат обработки серии фотографий тела в «подвешенном» состоянии (вид сбоку). Вертикальный световой нож проходит через ось тела, горизонтальная черта слева показывает ось полости. Стрелками показано поле скоростей жидкости, крестиками – наложенная на тело маска для исключения этой области из расчетов поля скорости (рис. 3.17,*a*).



Рис. 3.17. Визуализация структуры течения вблизи «подвешенного» цилиндра, вид сбоку,  $\Omega = 11.7 \, \text{pag/c}$ 

Обтекание тела имеет отрывной характер: на увеличенном фрагменте вблизи правого торца тела хорошо виден стационарный вихрь (рис. 3.17,6). Вблизи левого торца тела наблюдается вихрь противоположной закрутки. Элементы фотографии на рис. 3.17, пронумерованные снизу, соответствуют сечениям, поочередно освещаемым световым ножом при наблюдении через передний торец полости (цифрой *1* обозначено сечение вблизи переднего торца тела, цифрой *7* – вблизи заднего).

Поля скорости жидкости за цилиндром в перпендикулярных оси вращения сечениях от 1 до 7 показаны на рис. 3.18. Как видно на фрагменте 4, цилиндр «зависает» в правой части полости, и, как и в предыдущем состоянии, центр вращения столба жидкости смещен влево относительно оси полости. Здесь полукругом показана граница полости, окружностью выделен передний торец тела. На фрагментах 1-3 и 5-7 полукругом обозначена верхняя половина тела.



Рис. 3.18. Поле скоростей жидкости за цилиндром на различном расстоянии от переднего его торца

Отметим, что вблизи торцов тела (сечения 1 и 7) в плоскости, перпендикулярной его оси, вихри не наблюдаются. На некотором расстоянии от торцов (сечения 2 и 6), можно увидеть пару сформировавшихся вихрей противоположной закрутки. В средней части (3 - 4 - 5) остается только один из вихрей. Можно ожидать, что при увеличении длины тела практически по всей его длине (за исключением области

вблизи торцов) будет наблюдаться структура течения, аналогичная тому, что показано на рис. 3.18, 3-5. Аналогичные структуры течения наблюдались в поперечных срезах в ходе «шагов» цилиндра (см рис. 3.15,  $\delta$ , 2 и 3). Сравнение пар фотографий 1-7, 2-6 и 3-5, взятых на равном удалении от центра тела, позволяет говорить о симметричности течения. Течение вблизи торцов цилиндра трехмерно.

Неустойчивость подвеса. Стационарное подвешенное состояние теряет устойчивость по достижении значения  $\phi_b \approx 90^\circ$ . При  $\Omega = 16.9$  рад/с тело начинает совершать колебания. Структура течения жидкости во вращающейся полости, когда тело находится в режиме неустойчивого подвеса, показана на рис. 3.19. Здесь выбрана последовательность фотографий, отражающих характерные положения тела при его движении в течение одного периода колебаний. Лазерный нож направлен перпендикулярно оси цилиндра и расположен вблизи переднего торца тела (рис. 3.19, a) или его середины (рис. 3.19,  $\delta$ ). На всех фотографиях хорошо просматривается смещение оси вращения столба жидкости относительно центра вращения полости. Видно, что при движении переднего торца тела снизувверх (фотографии 1 и 2 на рис. 3.19, а) течение вблизи него безвихревое, но при движении цилиндра вниз характер его обтекания изменяется: за телом образуется возвратное движение жидкости, а в дальнейшем формируется вихрь (3 и 4), который при последующем движении тела вниз уносится окружающим потоком жидкости (5 и 6). В средней по длине части тела на протяжении всего периода его колебаний наблюдается одиночный вихрь, который был обнаружен во всех описанных режимах движения тела (рис. 3.19, б). Отметим, что в случае, когда образуется тело начинает движение сверху-вниз, еще один вихрь противоположной закрутки: при движении переднего торца тела вниз он уносится потоком жидкости и исчезает при движении тела снизу-вверх.



Рис. 3.19, *а*. Визуализация течения вблизи переднего торца тела в ходе колебаний тела в подвешенном состоянии, Ω=17.7 рад/с



Рис. 3.19, *б*. Визуализация течения вблизи середины тела в ходе колебаний тела в подвешенном состоянии, Ω=17.7 рад/с

#### Обсуждение результатов

Некоторые из описанных состояний тела до порога центрифугирования, наблюдались ранее в экспериментальной работе [84], но имеется ряд качественных отличий. В [84] подробно описывается динамика цилиндра в двух состояниях: скольжение вдоль границы полости и стационарный подвес тела. Интересным является тот факт, что в [84] говорится об изменении направления вращения тела при переходе в подвешенное состояние: цилиндр начинает вращаться в направлении, противоположном направлению вращения полости. В нашей работе направления вращения цилиндра и полости совпадают. Это различие в поведении может быть связано с разницей в относительной плотности тела и жидкости. В настоящем эксперименте зазор между телом и стенкой вращающейся полости имеет тот же порядок величины, что и толщина вязкого пограничного слоя  $\delta \sim \sqrt{2\nu r/\Omega R}$ . Это позволяет предположить, что направление вращения тела обусловлено вязким взаимодействием с границей полости, увлекающей внутреннюю по отношению к стенке сторону тела. Однако в [84] зазор между цилиндром и стенкой при противоположном вращении составлял порядка  $\delta \sim 10\sqrt{2\nu r/\Omega R}$ , а значит, вязкое взаимодействие между телом и стенкой было слабее, чем в наших экспериментах. В нашем исследовании относительная плотность тела равна  $\rho = 2.49$  по сравнению с  $\rho = 1.4$  в экспериментах [84], что должно приводить к меньшему зазору для более тяжелого тела. Отличие заключается также в обнаруженной потере устойчивого состояния подвеса тела, приводящей к периодическим ударам тела о стенку полости. Это не рассматривалось в [84], но отмечалось, что с увеличением скорости вращения полости цилиндр в подвешенном состоянии терял устойчивость и начинал совершать колебания.

Не исключено, что определенное влияние на динамику тела могла оказать близость торцевых стенок полости. В нашем случае зазор между внешним и внутренним цилиндрами составляет около (L-l)/2=7 мм. В [84]
использовались цилиндры длиной 240 мм и полость длиной 470 мм, что дает зазор (L-l)/2=115 мм.

Структуры течения во вращающейся полости изучались при различных режимах движения тела, зависящих от скорости вращения полости. Можно выделить три основных режима движения тела (скольжение, подвес тела и центрифугированное состояние) и два переходных («шаги» и неустойчивость подвеса). При центрифугированном состоянии цилиндра его присутствие внутри полости не влияет на структуру движения столба жидкости: ось вращения столба жидкости совпадает с осью вращения полости. При иных состояниях тела центр вращения столба жидкости смещается в сторону от цилиндра. Для всех состояний тела характерно наличие вытянутого вдоль цилиндра двумерного вала жидкости. Для случая стационарного подвеса тела поперечный размер вала сравним с характерным размером тела, в случае «шагов» и неустойчивого подвеса значительно его превышает. Вблизи торцов цилиндра обтекание трехмерно. Сложная структура течения и отрыв вихрей предположительно являются следствием прецессионных колебаний цилиндра. Исследования в области числа Рейнольдса Re < 120 при этом характер обтекания цилиндра ламинарный. Этот результат согласуется с теоретическими результатами [78], предсказывающими переход к турбулентному характеру обтекания при значении Re > 200.

# 3.3. Динамика цилиндра при модуляции скорости вращения полости

Рассматривается случай быстрого вращения полости, когда тело находится в центрифугированном состоянии. Скорость вращения полости изменяется по закону  $\Omega = \Omega_{rot} (1 + \varepsilon \cos \Omega_{lib} t)$ . Периодическое изменение скорости вращения кюветы вызывает тангенциальные колебания тела, в результате которых генерируется осредненная подъемная сила, отталкивающая тело от стенки полости.

## 3.3.1. Подвес тела во вращающейся полости

Цилиндр, находясь в центрифугированном состоянии, прижат к стенке полости: его ось параллельна оси кюветы. Цилиндр изготовлен из плексигласа и имеет относительную плотность  $\rho = 1.37$  в жидкости вязкостью  $\nu = 0.90$  Ст и плотностью  $\rho_L = 0.87$  г/см<sup>3</sup>. Наблюдение за динамикой тела осуществляется через передний торец полости при помощи скоростной видеокамеры и мощного источника света. При фиксированной частоте модуляции скорости вращения полости пошагово увеличивается амплитуда модуляции є. До момента отрыва от стенки (при малых є) цилиндр остается в центрифугированном состоянии. При достижении критического значения є тело отрывается от границы полости и переходит в подвешенное состояние. На рис. 3.20, а представлена серия последовательных положений тела (1-8) за один оборот полости при  $\Omega_{_{rot}} = 25.1 \text{ рад/с}, \ \Omega_{_{lib}} = 50.2 \text{ рад/с}$  и  $\epsilon = 0.98$ . Штриховая кривая показывает границу полости. Видно, что на большей части периода вращения тело находится на некотором расстоянии от стенки кюветы. В изученном диапазоне скоростей вращения и частот модуляций при вибрационном отталкивании для тела характерен наклон его геометрической оси относительно оси полости. Визуально дальний торец цилиндра уходит вперед по направлению движения, такое положение тела является устойчивым.

Одновременно с тангенциальными колебаниями цилиндр совершает вращательные колебания в системе отсчета вращающейся с угловой скоростью  $\Omega_{rot}$ , которые сопровождаются слабым осредненным вращением цилиндра вокруг своей оси на фоне. Вращательные колебания возникают в результате периодического ускорения и замедления стенки полости, которая за счет вязкого

взаимодействия с близлежащим краем цилиндра увлекает последний то в одну, то в другую сторону.



Рис. 3.20. Положение тела в полости (*a*) и изменение координаты центра переднего торца тела в течение одного периода вращения (б)

На рис. 3.20,  $\delta$  представлено положение центра переднего торца тела в ходе одного оборота полости в лабораторной системе отсчета. Временной интервал между двумя соседними точками составляет 0.006 с; граница полости показана сплошной кривой, центр отмечен крестиком. Изменение густоты точек говорит о неравномерном движении тела: за один оборот полости цилиндр дважды ускоряется и дважды замедляется. Символом О обозначено начальное положение центра тела, символом  $\triangle$  – завершение серии измерений, т.е. временной интервал между этими точками соответствует одному обороту полости. Их несовпадение показывает, что за один оборот полости тело в среднем смещается относительно полости на небольшое расстояние, тело в среднем движется медленнее полости.

Временная динамика тела во вращающейся полости при модуляции скорости вращения представлена на рис. 3.21. Средняя скорость вращения составляет  $\Omega_{rot} = 25.1$  рад/с. При амплитуде модуляции  $\varepsilon = 0.98$  скорость вращения полости изменяется в диапазоне  $0.5 < \Omega < 49.7$  рад/с (рис. 3.21,*a*).

В результате вязкого взаимодействия со стенкой тело совершает неравномерное вращение в лабораторной системе отсчета (рис. 3.21, $\sigma$ ). Изменение скорости движения тела  $\Omega_b$  (рис. 3.21, $\sigma$ ) и скорости движения полости  $\Omega$ (рис. 3.21,a) происходит с разностью фаз, близкой к  $\pi/2$ . Изменение со временем скорости  $\Omega_b$  происходит не по гармоническому закону, это объясняется тем, что колебательное движение тела является результатом суммы двух колебаний, вызванных действием силы тяжести и непосредственно модуляцией скорости вращения полости. Спектральный анализ скорости движения тела относительно полости показывает наличие двух частот 7.9 и 3.8 Гц, что согласуется с частотой либраций (8 Гц) и средней частотой вращения полости (4 Гц).



Рис. 3.21. Изменение со временем скорости вращения полости (*a*), азимутальной координаты тела ( $\delta$ ), угловой скорости цилиндра (*в*) и зазора (*г*)

При  $\varepsilon = 0.98$  в определенной фазе своего движения полость практически останавливается (рис. 3.21,*a*). В этой фазе поведение тела определяется тем, его положением в лабораторной системе отсчета. При  $\phi_b \sim 90^\circ$  (интервал времени  $t_1 - t_2$ ), когда цилиндр поднимается вблизи вертикальной границы, тело

практически касается стенки полости (рис. 3.21,*г*). При  $\phi_b \sim 270^\circ$  (интервал времени  $t_3 - t_4$ ) цилиндр приближается к стенке, но находится на некотором расстоянии от нее. Таким образом, расстояние между телом и стенкой изменяется со временем. Видно, что это связано с одновременным действием силы тяжести и либрационного воздействия на полость. Для описанного случая максимальное смещение *d* наблюдается при  $\phi_b$ , близких к 180°, а минимальное – при  $\phi_b \sim 90^\circ$ . Отметим, что в рассматриваемом случае частота вращения полости и частота либраций относятся как 1/2.

## 3.3.2. Влияние силы тяжести и амплитуды модуляции на динамику тела

На достаточно длительном временном интервале заметен азимутальный дрейф тела в направлении, обратном направлению вращения полости (рис. 3.22). В условиях рассматриваемого эксперимента, где  $\Omega_{lib} = 50.2$  рад/с и  $\varepsilon = 0.98$ , скорость дрейфа составляет 21.6 рад/с. Со временем форма кривой  $\varphi_b(t)$  изменяется. Это можно объяснить изменением положения тела в лабораторной системе отсчета в фазе приостановки полости.



Рис. 3.22. Дрейф тела относительно равномерно вращающейся жидкости

Среднее азимутальное смещение тела влияет на форму траектории его радиального движения (рис. 3.23,*a*). Для демонстрации изменения траектории

движения тела из экспериментальных данных выбрано три временных интервала: t = 0 - 0.6 с, 1.3 - 1.6 с и 2 - 2.6 с. Видно, что траектория движения тела изменяется со временем, но для каждой траектории характерно наличие двух частот колебаний. Напомним, что период одной частоты связан с частотой вращения полости, период второй – с частотой модуляции. На рис. 3.23,6представлено изменение скорости движения полости в равномерно вращающейся системе жидкости  $\Omega_{lib} = \Omega - \Omega_{rot}$ . Заштрихованными областями отмечены интервалы времени, когда полость практически останавливается.



Рис. 3.23. Изменение со временем зазора d(a), скорости вращательных колебаний полости ( $\delta$ ) и азимутального положения тела (e)

В интервале t=0-0.6 с минимум  $\Omega_{lib}$  приходится на положения тела  $\phi_b \sim 90^\circ$  и 270°. При таких условиях тело совершает радиальные колебания, периодически возвращаясь к границе кюветы. В интервале t=1.3-1.6 с координаты тела, соответствующие фазе приостановки полости, принимают значения  $\phi_b \sim 60^\circ$  и 240°. Тело на протяжении всего периода вращения находится в подвешенном состоянии. Для промежутка t=2-2.6 с области, где  $\Omega_{lib}$ 

минимальна, приходятся уже на значения  $\phi_b \sim 40^\circ$  и 220°. Для данного случая характерен локальный минимум в фазе спуска тела. Таким образом, вид кривой *d* изменяется: появляются локальные минимумы и максимумы. Их положение определяется суммарным действием подъемной силы и силы тяжести. Эволюция траектории *d* происходит плавно, амплитуда радиальных колебаний тела уменьшается.

Для изучения влияния амплитуды модуляции на динамику тела из экспериментальных данных осуществлена выборка результатов с одинаковым положением тела по отношению к минимуму скорости вращения полости: в фазе подъема  $\phi_b \sim 50^\circ$  и в фазе спуска  $\phi_b \sim 230^\circ$ .

Рассмотрим результаты для нескольких значений амплитуды модуляции. Угловая скорость вращения полости в зависимости от азимутального смещения тела пердставлена на рис. 3.24,a. За счет повышения  $\varepsilon$  увеличивается амплитуда колебаний полости. Увеличение модуляции приводит к увеличению зазора между телом и стенкой полости (рис.  $3.24,\delta$ ). Для величины  $\varepsilon = 0.40$  зазор отсутствует, отрицательные значения d не превышают доверительного интервала. Траектории движения тела не имеют ярко выраженных максимумов и минимумов. Для данной выборки результатов характерен практически постоянный зазор между телом и стенкой в течение полного оборота полости вокруг своей оси.

Для сравнения экспериментальных серий берется среднее значение зазора между телом и стекной полости на интервале 90° <  $\phi_b$  < 270°, где зазор практически не изменяется. Исследование зависимости *d* от амплитуды модуляции показывает, что отрыв тела происходит пороговым образом (рис. 3.24,*в*). Напомним, что в качестве единицы измерения зазора выбрана толщина вязкого пограничного слоя Стокса, расчитаная как  $\delta = \sqrt{2\nu/\Omega_{lib}}$ . Точками на графике отмечено среднее за период вращения радиальное положение тела, доверительные интервалы показывают отклонение от среднего положения. По достижении порогового значения амплитуды модуляции тело уходит на некоторое расстояние, величина *d* линейно увеличивается с  $\varepsilon$ . Видно, что

находясь в «подвешенном состоянии» тело совершает колебания, не выходя за пределы пограничного слоя.



Рис. 3.24. Скорость вращения полости (*a*) и изменение зазора d (*б*) от азимутальной координаты цилиндра при различных значениях  $\varepsilon$ ; зависимость безразмерного зазора от амплитуды модуляции (*в*)

Модуляция скорости вращения полости приводит к генерации осредненной подъемной силы, отталкивающей тело от стенки. При модуляции скорости вращения граница полости на фоне равномерного вращения совершает колебания заданной амплитудой  $\Omega_{lib}$ . азимутальные с  $\varphi_0$ И частотой Вращательные колебания полости ( $\Omega_{lib} \neq 0, \epsilon \neq 0$ ) вызывают азимутальные колебания тяжелого тела (р=1.37) за счет вязкого взаимодействия тела со стенкой. Вместе с тем внутренний столб жидкости за пределами вязкого динамического слоя вращается с постоянной скоростью  $\Omega_{rot}$ . В результате колебаний цилиндра относительно жидкости возникает сила, отталкивающая цилиндр от границы кюветы. Подъемная сила проявляется на расстоянии, сравнимом с толщиной пограничного слоя. Обнаруженное явление имеет общие корни с [82]. В то же время (в условиях проведенного эксперимента) сила тяжести оказывает существенное влияние: динамика тела сильно зависит от его положения в момент минимальной скорости вращения полости. При вращении сила отталкивания от стенки уравновешивается весом тела в центробежном поле и силой тяжести, периодически то прижимающей, то отталкивающей тело от стенки (как наблюдалось при равномерном вращении полости,  $\Omega_{lib} = \varepsilon = 0$ , см. § 3.2.2).

# 3.4. Случай малой разности плотностей тела и жидкости

Обнаруженный ранее эффект отрыва тяжелого тела от границы полости при модулированном вращении отягощен влиянием силы тяжести на динамику тела. В данном параграфе описан эксперимент, условия которого подобраны таким образом, чтобы свести действие силы тяжести на тело к пренебрежимо малой величине. Исследуется влияние модуляции скорости вращения полости на динамику тела в зависимости от параметров модуляции и от скорости вращения полости.

## 3.4.1. Влияние амплитуды модуляции на динамику тела

В случае, когда плотность тела близка к плотности жидкости ( $\rho_s \sim 1.19$ ,  $\rho_L \sim 1.17$ ) поле силы тяжести практически не оказывает на тело воздействия: когда тело находится в центрифугированном состоянии, оно не совершает колебаний под действием силы тяжести. В то же время, колебания стенки полости вызывают тангенциальные колебания тела за счет вязкого взаимодействия с границей полости. В связанной со столбом жидкости равномерно вращающейся системе отсчета тело совершает азимутальные колебания по закону  $\phi_{b0} \sin \Omega_{lib} t$ . Колебания сопровождаются осредненным азимутальным дрейфом с угловой скоростью  $\Omega_b^{drift}$  (здесь  $\phi_{b0}$  – амплитуда азимутальных колебаний тела). Положение тела в системе отсчета столба

жидкости, совершающего равномерное вращение с угловой скоростью  $\Omega_{not}$ , определяется выражением  $\varphi_b = \varphi_{b0} \sin \Omega_{lib} t + \Omega_b^{drift} t$ . При малых значениях  $\varepsilon$  тело касается стенки полости и ориентировано вдоль горизонтальной оси кюветы (точка 1 на рис. 3.25,*a*). По достижении порогового значения  $\varepsilon$  цилиндр отрывается от стенки полости и удаляется на некоторое расстояние от нее. С дальнейшим повышением  $\varepsilon$  зазор *d* между телом и стенкой полости увеличивается (точка 2 на рис. 3.25,*a*). При пошаговом понижении амплитуды модуляции зазор уменьшается, и тело возвращается к стенке. Здесь и далее на графике плотными символами показаны результаты, полученные при пошаговом увеличении амплитуды модуляции, светлыми – при понижении. Доверительные интервалы показывают отклонение тела от среднего положения в ходе полного оборота. Штриховой линией обозначено пороговое значение  $\varepsilon$  в условиях данного эксперимента.

Непосредственно перед отрывом тела наблюдается изменение его ориентации. Ось цилиндра смещается на некоторый угол по отношению к оси полости; такое положение тела устойчиво при фиксированном значении  $\varepsilon$ . В этом состоянии цилиндр будто опирается торцами на цилиндрическую стенку полости, при этом его центральная часть «приподнимается» над стенкой (между центральной частью тела и стенкой возникает зазор).

Переход тела в подвешенное состояние сопровождается сменой закона зависимости от  $\varepsilon$  для основных характеристик колебаний цилиндра. На рис. 3.25, *б* видно, что до отрыва амплитуда колебаний цилиндра растет пропорционально амплитуде колебаний полости, после отрыва – амплитуда  $\varphi_{b0}$  скачком уменьшается. Уменьшение амплитуды колебаний тела связано с тем, что граница полости перестает напрямую взаимодействовать с телом, и передает свой импульс через слой жидкости. Как только тело возвращается к стенке, его амплитуда  $\varphi_{b0}$  увеличивается.



Рис. 3.25. Основные характеристики динамики колеблющегося цилиндра в жидкости (слева) и квазистационарное положение тела в нижней части полости (справа); v = 0.10 Ст,  $\Omega_{rot} = \Omega_{lib} = 25.1$  рад/с

Помимо азимутальных колебаний вдоль стенки полости цилиндр совершает вращательное движение относительно своей оси по закону  $\alpha = \alpha_0 \sin \Omega_{lib} t + \Omega_b^{rot} t$ .  $\alpha_0$  – амплитуда вращательных колебаний,  $\Omega_h^{\rm rot}$  – скорость среднего Здесь Амплитуда вращения тела вокруг своей оси. вращательных колебаний увеличивается с є (рис. 3.25, в). На фоне вращательных колебаний возникает осредненное вращение тела вокруг своей оси в направлении, совпадающем с направлением вращения полости (рис. 3.25, г). Скорость вращения также растет с ε. В момент, когда зазор между телом и стенкой становится значительным, цилиндр начинает дрейфовать в направлении, обратном направлению вращения кюветы (рис. 3.25,∂). Это сопровождается уменьшением амплитуды вращательных колебаний  $\alpha_0$  (*в*) и снижением средней скорости вращения тела вокруг своей оси  $\Omega_b^{rot}$  (*г*).

На рис. 3.26 представлено изменение вращательной координаты α в ходе азимутальных колебаний тела для случая, когда d = 0 (*a*) и  $d \neq 0$  (б). Видно, что вращательные азимутальные колебания происходят фазе (разброс И В экспериментальных точек показывает погрешность измерений). Поворот тела относительно собственной оси объясняется тем, что тангенциальная сила прикладывается к телу с одной, ближней к стенке полости, стороны. Угол поворота цилиндра совпадает по направлению с углом азимутального смещения как видно из рисунка, значительно превосходит амплитуду тела  $\Phi_h$ И, азимутального смещения.



Рис. 3.26. Зависимость угла поворота тела  $\alpha$  вокруг своей оси от азимутальной координаты цилиндра  $\varphi_b$  в системе отсчета жидкости: *a* – до отрыва, *б* – в «подвешенном состоянии»

Колебания полости, за счет вязкого взаимодействия с цилиндром, возбуждают азимутальные колебания тела. Угловая скорость движения тела  $\Omega_b$ , как и полости  $\Omega_c$ , изменяется по гармоническому закону (рис. 3.27,*a*, *б*). Цилиндр движется с отставанием от кюветы на  $\pi/2$ . С повышением  $\varepsilon$  амплитуда скорости колеблющегося цилиндра увеличивается, достигая значения  $\Omega_{b0} = 2.22$  рад/с при  $\varepsilon = 0.99$ . Увеличение  $\varepsilon$  сопровождается изменением формы траектории движения тела (рис. 3.27,*в*). Сразу после отрыва (при малых  $\varepsilon$ ) тело зависает на некотором расстоянии от стенки, зазор *d* в ходе одного оборота тела остается практически постоянным. С дальнейшим увеличением є в надкритической области наблюдается небольшое смещение тела вдоль радиуса полости. Цилиндр совершает радиальные колебания, близкие к гармоническим, период которых совпадает с периодом модуляции. Амплитуда радиального смещения тела растет с є.



Рис. 3.27. Зависимость скорости вращения полости (a), скорости вращения цилиндра (b) и величины зазора d (b) от азимутальной координаты цилиндра в лабораторной системе отсчета в течение одного оборота цилиндра

С дальнейшим повышением амплитуды колебаний полости изменяется траектория движения цилиндра относительно стенки кюветы (рис. 3.28,*a*). Здесь  $\phi_c = \phi_0 \sin \Omega_{hb} t$  – азимутальное положение полости в равномерно вращающейся системе. При малых  $\varepsilon$  тело, находясь в «подвешенном» состоянии, колеблется вдоль стенки кюветы ( $d \approx const$ ). При увеличении амплитуды модуляции появляется радиальная составляющая колебаний тела: траектория его движения тела принимает форму деформированного эллипса. Направление движения по траектории указано стрелками. При ускорении полости (на графике движение

слева направо) зазор *d* увеличивается, замедление вращения полости сопровождается уменьшением *d*.

Цилиндр совершает азимутальные колебания с амплитудой, значительно меньшей амплитуды колебаний полости (рис. 3.28,*б*). С появлением зазора между телом и стенкой полости амплитуда колебаний тела  $\varphi_b$  заметно уменьшается. Здесь  $\varphi_b/\varphi_0$  – азимутальное положение тела в равномерно вращающейся системе, нормированное на амплитуду колебаний полости. При дальнейшем увеличении  $\varepsilon$  изменяется траектория движения тела, относительная амплитуда колебаний тела уменьшается. В случае, когда тело дрейфует с большой скоростью, форма траектории движения цилиндра перестает быть замкнутой и принимает вид спирали (рис. 3.28,*б*,  $\varepsilon = 0.99$ ).



Рис. 3.28. Траектории движения тела относительно полости (*a*) и траектории колебательного движения тела (б) в системе отсчета равномерно вращающейся жидкости;  $n_L = \Omega_{lib} / \Omega_{rot} = 1$ 

Траектории колебательного движения тела при разных ε (после исключения осредненного дрейфа) представлены на рис. 3.29. Эти траектории построены в

системе отсчета, связанной со средним положением тела за период колебаний. Единицей измерения ширины зазора *d* служит толщина пограничного слоя Стокса  $\delta = \sqrt{2\nu/\Omega_{lib}}$ . Единицей измерения азимутального смещения тела  $\phi_b - \phi_{drift} = \phi_{b0} \sin \Omega_{lib} t$  служит амплитуда колебаний полости  $\phi_0$ . Отметим, что тело совершает азимутальные колебания с амплитудой, которая в несколько раз меньше  $\phi_0$ . Видно, что с повышением  $\varepsilon$  относительная амплитуда колебаний тела уменьшается.



Рис. 3.29. Зависимость безразмерного зазора от относительной амплитуды колебаний цилиндра в системе равномерно вращающейся жидкости

Движение центра тела в равномерно вращающейся системе отсчета описывается выражением  $\phi_b = \phi_{b0} \sin \Omega_{lib} t + \Omega_b^{drift} t$ . Наличие осциллирующей компоненты скорости приводит к гармоническому изменению силы Кориолиса, действующей на тело в радиальном направлении. При снижении азимутальной скорости цилиндра (при смещении тела справа-налево на рис. 3.29) сила Кориолиса направлена от стенки, при повышении скорости вращения тела – к стенке. Сила Кориолиса проявляется на фоне осредненной подъемной силы, направленной от стенки. При малых значениях  $\varepsilon$  изменение азимутальной скорости цилиндра незначительно, и он движется вдоль стенки полости на неизменном расстоянии. Амплитуда азимутальных колебаний тела и величина зазора между телом и стенкой увеличиваются с  $\varepsilon$ , что приводит к наклону траектории движения цилиндра. Эллиптичная форма траектории говорит о сдвиге

фаз между колебаниями тела и стенки (направление движения показано стрелками). Потеря симметрии колебаний тела приводит к изменению характера взаимодействия со стенкой в различные полупериоды. Как следствие, появляются осредненная тангенциальная сила и осредненный момент силы: тело начинает дрейфовать в направлении, обратном вращению полости (см. рис. 3.25).

#### 3.4.2. Безразмерные параметры задачи

В рассматриваемой задаче в роли безразмерного параметра, отвечающего за амплитуду колебаний полости, а значит и за амплитуду колебаний тела, выступает амплитуда модуляции скорости вращения полости  $\varepsilon = \phi_0 \Omega_{lib} / \Omega_{rot}$ . На рис. 3.30 представлена зависимость безразмерного зазора  $d/\delta$  от  $\varepsilon$  для трех значений  $n_L = \Omega_{lib} / \Omega_{rot}$ . Для всех значений  $n_L$  зависимость  $d/\delta(\varepsilon)$  имеет схожий вид: после отрыва тела от стенки зазор монотонно растет с  $\varepsilon$ . При повышении частоты модуляции (с увеличением  $n_L$ ), пороговое значение  $\varepsilon$  смещается вправо по оси. Символы на графике показывают среднее за один оборот значение зазора  $d/\delta$ , интервал показывает отклонение от среднего значения.

С повышением є тело удаляется от стенки на расстояние, составляющее 1-2 толщины пограничного слоя, что согласуется с теорией и наблюдениями за колеблющимся телом в отсутствие вращения полости [48, 51].



Рис. 3.30. Зависимость безразмерного зазора от  $\varepsilon$  для различных  $n_L$ 

Кроме того, с повышением є наблюдается несколько устойчивых положений цилиндра. Рассмотрим подробнее случай, когда относительная частота вращения полости  $n_L = 2$ . При равномерном вращении полости и при малых значениях є ось цилиндра параллельна оси полости, тело соприкасается со стенкой кюветы по всей длине (рис. 3.31,*a*). С увеличением амплитуды модуляции ось тела отклонятся от начального положения (рис. 3.31,*b*). В этом состоянии тело до порога отрыва опирается передним и задним торцом на стенку полости, при этом между центральной частью цилиндра и стенкой появляется зазор. На зависимости  $d/\delta(\varepsilon)$  это состояние отмечено точками  $\nabla$ . Несмотря на наклонное положение тела, с повышением є увеличивается и зазор d, измеряемый по переднему торцу цилиндра: точки, полученные при прямой и при наклонной ориентации тела, укладываются на одну зависимость. По достижении некоторого значения є, цилиндр выравнивается вдоль оси полости (рис. 3.31,*e*). С ростом амплитуды модуляции такое положение тела сохраняется.

При пошаговом понижении параметра  $\varepsilon$  описанные выше состояния тела повторяются в обратном порядке. В экспериментах при  $n_L = 1$  и 3 наклонное положение тела наблюдалось только непосредственно перед его отрывом от границы полости и при возвращении к стенке.



Рис. 3.31. Характерные положения тела при различных  $\varepsilon$ ,  $n_L = 2$ 

Как следует из [52], подъемная сила определяется амплитудой колебаний тела относительно жидкости, поэтому в качестве управляющего безразмерного параметра выбран комплекс

$$k\varepsilon = \frac{\varphi_{b0}}{\varphi_0} \frac{\varphi_0 \Omega_{lib}}{\Omega_{rot}} = \varphi_{b0} n_L.$$

Зависимость безразмерного зазора от параметра  $k\varepsilon$  для случая  $n_L = 1$  показана на рис. 3.32. До отрыва тела экспериментальные точки с повышением  $k\varepsilon$  смещаются слева направо – амплитуда колебаний тела растет с амплитудой колебаний полости.



Рис. 3.32. Зависимость безразмерного зазора от параметра кє

При пороговом отрыве цилиндра от стенки кюветы (см. рис. 3.25,6) амплитуда колебаний тела уменьшается скачком, что на плоскости  $k\varepsilon, d/\delta$ 

выражается смещением экспериментальных точек влево и вверх. Дальнейшее увеличение интенсивности вибраций приводит к увеличению зазора между телом и стенкой, тогда как амплитуда колебаний тела  $k\epsilon$  остается практически неизменной. По достижении значения  $d/\delta \sim 0.5$  амплитуда колебаний тела начинает увеличиваться. На графике стрелками показан ход точек с ростом  $k\epsilon$ , интервалами отмечено отклонение от среднего положения тела. Зависимость  $k\epsilon(d/\delta)$  показывает общий для всех рассмотренных значений  $n_L$  характер перехода в «подвешенное» состояние.

Обобщение экспериментальных результатов для  $n_L = 1, 2$  и 3 показывает, что пороговые значения  $k\varepsilon$ , при которых тело занимает устойчивое положение на некотором расстоянии от стенки, для всех значений  $n_L$  совпадают (рис. 3.33,*a*). С увеличением зазора между цилиндром и стенкой до значения  $d/\delta \sim 0.5$ экспериментальные точки расслаиваются. В надкритической области ход экспериментальных точек определяет отношение характерного размера тела к толщине вязкого пограничного слоя  $\delta$ . Параметром, характеризующий это отношение, является безразмерная частота  $\omega = \Omega_{lib}r^2/\nu$ . Чем выше безразмерная частота, тем меньше величина  $\delta$  и тем слабее вязкое взаимодействие тела со стенкой полости. В случае достаточно высокой частоты ( $n_L = 2$  и 3 на рис. 3.33) амплитуда азимутальных колебаний тела остается постоянной с увеличением  $\varepsilon$ , но достаточной по величине для удержания тела на расстоянии от стенки.



Рис. 3.33. Зависимость безразмерного зазора  $d/\delta$  от  $k\epsilon$ 

Эксперименты с цилиндром во вращающейся полости большего радиуса показали, что в общем случае параметр  $k\epsilon$  не является определяющим. На рис. 3.33,6 приведены результаты, полученные в опытах с кюветами радиусом R = 30.0 и 63.0 мм. Относительная плотность тела в последнем случае составляет  $\rho = 1.015$ . Видно, что в полости большего радиуса пороговое значение отрыва тела меньше, чем в полости радиусом R = 30.0 мм. Как будет показано ниже, это связано с тем, что при увеличении радиуса полости возрастает и линейная амплитуда колебаний тела, т. е. значение  $\varphi_{b0}$ , необходимое для отрыва тела, достигается при меньших значениях  $k\epsilon$ .

## 3.5. Анализ результатов эксперимента

В данной главе предлагается теоретическое описание вибрационной подъемной силы, действующей на цилиндрическое тело в цилиндрической полости с жидкостью, совершающей неравномерное вращение. Задача решается в приближении высоких частот колебаний и малых размеров тела, а также в отсутствие действия на систему внешних сил. Определяется условие подвеса тела

128

на расстоянии от границы полости, когда центробежная сила уравновешивается подъемной силой.

## 3.5.1. Условие подвеса тела

Рассмотрим задачу о динамике цилиндрического тела радиусом *r* в заполненной жидкостью цилиндрической полости радиуса *R* в отсутствие внешнего силового поля (рис. 3.34). Плотность цилиндра  $\rho_s$  больше плотности жидкости  $\rho_L$ . Полость вращается и совершает азимутальные колебания. Скорость вращения изменяется по закону  $\Omega = \Omega_{rot} (1 + \varepsilon \cos \Omega_{lib} t)$ .



Рис. 3.34. Силы, действующие на цилиндр в системе отсчета равномерно вращающейся жидкости

За счет вязкого взаимодействия со стенкой полости тело совершает азимутальные колебания вдоль границы с некоторой амплитудой. На рис. 3.34 пунктирными окружностями показаны крайние положения тела в ходе колебаний.

Движение тела рассматривается относительно внутреннего столба жидкости, равномерно вращающегося с угловой скоростью  $\Omega_{rot}$ . Задача рассматривается в приближении малого размера тела ( $R \gg r$ ) и высоких частот либраций ( $r \gg \delta$ ). Рассмотрим силы, действующие на тело в системе отсчета равномерно вращающейся жидкости.

В условиях рассматриваемой задачи подъемная сила измеряется методом подвеса тела в центробежном поле (рис. 3.34). Вес тела (в расчете на единицу длины) в центробежном поле в приближении малого по сравнению с радиусом полости диаметра тела определяется как:

$$F_{C} = (\rho_{S} - \rho_{L})\pi r^{2} \Omega_{rot}^{2} (R - r).$$
(3.1)

Для определения выражения подъемной силы обратимся к теоретической работе [53], в которой рассмотрена задача о силовом взаимодействии кругового цилиндра вблизи твердой стенки и равномерно движущейся идеальной жидкости, обтекающей его. Определено, что на тело действует сила, направленная от стенки. Найдено точное решение для подъемной силы, действующей на единицу длины цилиндра в виде:

$$F_L = 4.49 \rho_L r \upsilon_{\infty}^2.$$
 (3.2)

Здесь  $v_{\infty}^2$  – квадрат скорости движения жидкости на бесконечности, r – радиус цилиндра.

Для случая обтекания тела осциллирующим потоком жидкости вблизи твердой границы необходимо определить среднее по времени силовое взаимодействие тела и жидкости. Из выражения (3.2) получим, что на тело будет действовать подъемная сила, определяемая по формуле:

$$F_L = 2.24 \rho_L r \upsilon^2$$
. (3.3)

Здесь υ – амплитуда скорости осциллирующего потока жидкости.

В условиях нашей задачи колебания совершает цилиндр, а не жидкость, что в приближении высоких частот эквивалентно. Амплитуда скорости колеблющегося тела определяется как  $\upsilon = a\Omega_{lib}$ , где a – амплитуда колебаний тела относительно жидкости, определяемая как  $a = \varphi_{b0}(R - r)$ . Учитывая это, из выражения (3.3) получим формулу для подъемной силы, действующей на колеблющееся вблизи стенки цилиндрическое тело в пределе больших радиусов полости, малых размеров тела и высоких частот вибраций:

$$F_L = 2.24 \rho_L \phi_{b0}^2 \Omega_{lib}^2 r (R - r)^2.$$
(3.4)

При описании вибрационной подъемной силы, действующей на твердые включения в жидкости, принято говорить о коэффициенте подъемной силы, определяемом как  $C_L = F_L / \rho_L v^2 r$ . Здесь  $F_L$  – подъемная сила, v – амплитудное значение осциллирующей скорости жидкости, либо скорости колеблющегося в неподвижной жидкости тела.

При условии стационарного «подвеса» вес тела уравновешивается вибрационной силой отталкивания,  $F_L = F_C$ . Для расчета коэффициента подъемной силы из (3.4) с учетом (3.1), а также с учетом соотношения  $\phi_{b0}\Omega_{lib} = \Omega_{rot}k\varepsilon$  получаем выражение

$$C_L = \frac{\pi r(\rho - 1)}{k^2 \varepsilon^2 (R - r)}.$$
(3.5)

В [52] методом подвеса в поле силы тяжести проводилось измерение подъемной силы, действующей на цилиндрическое тело, совершающее поступательные высокочастотные тангенциальные колебания в жидкости вблизи границы. Тело совершало колебания под действием осциллирующей силы инерции. В приближении высоких частот ( $\omega \gg 1$ ) и малых амплитуд колебаний тела на расстоянии толщины пограничного слоя от плоской границы, теоретически было получено значение коэффициента подъемной силы  $c_l = 2.24$ . Экспериментальные результаты, полученные в [52] хорошо согласовались с расчетом.

Полученное в [52] значение  $c_l = 2.24$  будет справедливо для тел малого размера,  $r \ll R$ , во вращающейся системе в предельном случае высоких частот колебаний тела,  $n_L \gg 1$ , при условии поступательных колебаний тела вблизи границы. При этом отталкивание колеблющегося тела от границы вращающейся

полости должно происходить так же, как в случае колебаний тела вблизи дна полости в отсутствие вращения; роль поля силы тяжести будет играть центробежное поле.

#### 3.5.2. Обсуждение результатов

Теоретическое описание генерации подъемной силы в неравномерно вращающейся полости дает возможность обобщить экспериментальные результаты на плоскости безразмерных параметров. Зависимость коэффициента подъемной силы  $C_{L}$ , рассчитанного по формуле (3.5), от расстояния  $d/\delta$ представлена на рис. 3.35. По мере удаления тела от стенки подъемная сила остается практически неизменной по величине, пока зазор между телом и стенкой остается малым по сравнению с толщиной пограничного слоя. Экспериментальные результаты, полученные в полостях разного радиуса при различных значениях параметра  $n_L$ , удовлетворительно согласуются между собой на плоскости данных параметров. Коэффициент подъемной силы не зависит от размера полости.

На рис. 3.35 видно, что экспериментальные точки находятся значительно выше расчетного значения  $c_l = 2.24$  [52], отмеченного на вертикальной оси крестиком. Это свидетельствует о качественном отличии подъемной силы, действующей на тело, тангенциальные колебания которого возбуждаются колеблющейся границей, от рассмотренной в [52] задачи инерционных поступательных колебаний тела вблизи неподвижной границы.



Рис. 3.35. Зависимость коэффициента подъемной силы  $C_L$  от  $d/\delta$ 

Наблюдения показывают, что качественное отличие заключается в характере колебаний тела. В отличие от [52], где тело совершает поступательные колебания, в нашем случае цилиндрическое тело помимо азимутальных (тангенциальных к границе колебаний в системе отсчета столба жидкости, вращающегося как единое целое) совершает вращательные колебания вокруг своей оси (см. рис. 3.25,*в*). При этом вращательные колебания тела происходят в фазе с азимутальными (см. рис. 3.26). Следует ожидать, что результатом такого комбинированного, поступательно-вращательного осциллирующего движения тела может быть осредненная подъемная сила, связанная с эффектом Магнуса.

Известно, что в стационарном потоке жидкости на вращающийся цилиндр действует подъемная сила, которая согласно теореме Жуковского [44], определяется выражением

$$\mathbf{F}_{M} = -\boldsymbol{\rho}_{L} \big[ \boldsymbol{\Gamma} \times \boldsymbol{\upsilon} \big].$$

Здесь Г – циркуляция скорости потока жидкости вокруг цилиндра, v – скорость набегающего потока жидкости на бесконечности.

Нетрудно видеть, что на тело, увлекаемое движущейся границей в азимутальном направлении (в равномерно вращающейся системе отсчета) и совершающее при этом вращение в том же направлении, действует сила, направленная к оси вращения полости. Важно, что при изменении направления движения тела (в следующей половине периода) направление подъемной силы не изменяется, поскольку синфазно с направлением движения тела изменяется направление его вращения. Связанный с силой Магнуса дополнительный коэффициент подъемной силы может быть легко рассчитан в случае цилиндрического тела, совершающего такие комбинированные колебания вдали от границы. Для такого рода движения скорость набегающего потока жидкости на  $\tilde{R} = R - r$ расстоянии ОТ оси будет определяться выражением  $\upsilon = \Omega_{\omega}\tilde{R} = \phi_{b0}\Omega_{lib}\tilde{R}\cos\Omega_{lib}t$ , а циркуляция –  $\Gamma = 2\pi r^2\Omega_{\alpha}$ , где  $r\Omega_{\alpha} = r\alpha_0\Omega_{lib}\cos\Omega_{lib}t$  – скорость жидкости на расстоянии r от оси вращения тела.

Определим среднее по времени действие дополнительной подъемной силы на колеблющийся цилиндр:

$$\overline{F_M} = \overline{2\pi\rho_L r^2 \alpha_0 \varphi_{b0} \Omega_{lib}^2 \tilde{R} \cos^2 \Omega_{lib} t} = \pi\rho_L \alpha_0 \varphi_{b0} \Omega_{lib}^2 r^2 \tilde{R}.$$

Получим выражение для коэффициента подъемной силы, действующей на тело, совершающее синфазные вращательные и азимутальные колебания на расстоянии  $\tilde{R}$  от оси на значительном расстоянии от стенки:

$$C_M = \frac{\pi \alpha_0 r}{\varphi_{b0} \tilde{R}}$$

Видно, что вклад в подъемную силу, связанный с эффектом Магнуса, определяется отношением линейных амплитуд вращательных и азимутальных колебаний В условиях настоящего эксперимента коэффициент тела. дополнительной подъемной силы на расстоянии  $\tilde{R} = R - r$  будет иметь значительную величину, С<sub>м</sub>~1.6. Проведенный анализ лишь качественно характеризует вклад эффекта Магнуса в подъемную силу в условиях настоящего эксперимента, поскольку в отличие от предположений, сделанных в расчете, тело совершает комбинированные колебания в непосредственной близости от границы. Но анализ позволяет сделать вывод, что большое значение коэффициента подъемной силы, действующей на тело вблизи совершающей тангенциальные колебания границы, определяется высокочастотными поступательновращательными колебаниями тела в окружающей его жидкости. Данная подъемная сила значительно превосходит по величине и качественно отличается от обнаруженной в [53] и описанной в [52] силы отталкивания, действующей на тело, совершающее поступательные тангенциальные колебания вблизи твердой границы.



Рис. 3.36. Зависимость коэффициента подъемной силы  $C_L$  от  $d/\delta$ 

Для сравнения на график  $(d/\delta, C_L)$  добавлены экспериментальные точки, полученные при меньших безразмерных частотах  $\omega < 100$  (рис. 3.36). Видно, что коэффициент подъемной силы  $C_L$  уменьшается с понижением  $\omega$ . Это может быть связано с изменением характера колебаний тела в области низких безразмерных частот.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

**Итоги выполенного исследования.** В диссертационной работе изучена вибрационная динамика твердых тел в жидкости вблизи твердой границы, изучена действующая на них подъемная сила. В качестве тел использовались пластины и цилиндры различной относительной плотности. Исследование проведено в широком диапазоне безразмерных частот и амплитуд вибраций при варьировании геометрических размеров тел и вязкости жидкости.

1. Впервые экспериментально изучена динамика плоского тела в заполненной жидкостью прямоугольной полости, совершающей продольные поступательные колебания.

- Обнаружено, что под действием вибраций тело, плотность которого отличается от плотности жидкости, отталкивается от границы полости (тяжелое – от дна, легкое – от потолка) и занимает устойчивое положение на некотором расстоянии от последней, продолжая совершать колебания вдоль стенки полости. Сила отталкивания, связанная с гидродинамическим взаимодействием, проявляется на расстоянии сравнимом с толщиной слоя Стокса.
- Методом скоростной видеосъемки изучена вибрационная динамика легкого и тяжелого тел. Обнаружено, что тела совершают одновременно поступательные колебания и угловые качания малой амплитуды. В рассмотренных случаях динамика тяжелого тела в целом аналогична динамике легкого.
- Показано, что подъемная сила, действующая на осциллирующее в жидкости тело, зависит от безразмерной частоты ω. С увеличением ω коэффициент подъемной силы растет, а в высокочастотной области при малых амплитудах колебаний тела зависимость от ω исчезает.
- В случае больших амплитуд колебаний тела, характерных для тел большой относительной плотности, обнаружены новые режимы его поведения.

Показано, что при колебаниях тела с большой амплитудой и отрывном характере его обтекания, подъемная сила понижается с увеличением безразмерной амплитуды колебаний тела.

2. Дано теоретическое описание вибрационной подъемной силы, действующей на тело прямоугольной формы в полости с жидкостью, в высокочастотном приближении. Найден порог удержания тела на некотором расстоянии от границы полости (величина подъемной силы) в зависимости от его плотности и относительной толщины. Сравнение экспериментальных результатов с теоретическими дает удовлетворительное согласие в пределе малых амплитуд колебаний тела.

3. Исследована динамика тяжелого цилиндрического тела, помещенного в заполненную вязкой жидкостью цилиндрическую полость, при равномерном вращении.

- Обнаружены новые качественно различающиеся состояния тела в зависимости от скорости вращения полости: скольжение вдоль границы полости, «шаги» цилиндра, подвес тела во вращающейся полости, неустойчивость подвешенного состояния, центрифугированное состояние, гравитационный отрыв.
- Изучена структура течения при различных состояниях тела. Обнаружено, что для всех состояний над телом формируется вытянутый вдоль цилиндра двумерных вихрь. Вблизи торцов цилиндра течение имеет трехмерную структуру.

4. Впервые изучена динамика тяжелого цилиндрического тела в неравномерно вращающемся цилиндре с жидкостью.

- Обнаружено, что при модуляции скорости вращения полости по достижении порогового значения амплитуды модуляции тяжелое тело, вращающееся вместе с кюветой, отталкивается от границы кюветы и занимает устойчивое положение на некотором расстоянии от последней.
- Изучены траектории движения тела в зависимости от амплитуды модуляции. Показано, что помимо азимутальных колебаний относительно полости

цилиндр совершает вращательные колебания вокруг своей оси в фазе с азимутальными колебаниями.

 Показано, что найденный в эксперименте коэффициент подъемной силы значительно превосходит расчетное теоретическое значение в случае поступательных тангенциальных колебаний тела. Сделано предположение, что это связано с возникновением дополнительной подъемной силы, генерируемой вращательными колебаниями тела.

Рекомендации перспективы дальнейшей разработки И темы. Выполненные экспериментальные исследования важны для развития теории вибрационной гидромеханики гетерогенных систем, для более глубокого понимания осредненных явлений в многофазных системах в осциллирующих силовых полях. Особое значение результаты исследования могут иметь для условий пониженной гравитации (для космических технологий). На основе результатов исследования можно рекомендовать использование обнаруженного явления – отталкивания твердого включения от границы, совершающей тангенциальные колебания – для управления включениями, расположенными вблизи границы полости, в различных технологических процессах. Большой интерес (с фундаментальной и прикладной точки зрения) представляет выяснение механизма обнаруженной дополнительной подъемной силы, действующей на тело в неравномерно вращающейся полости с жидкостью.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Faraday M. XVII. On a peculiar class of acoustical figures; and on certain forms assumed by groups of particles upon vibrating elastic surfaces // Philosophical transactions of the Royal Society of London. – 1831. – Vol. 121. – P. 299–340.

2. Челомей В. Н. Парадоксы в механике, вызываемые вибрациями // ДАН СССР. – 1983. – Т. 270, – № 1. – С. 62–67.

3. Блехман И. И. Вибрационная механика. М.: Физматлит, 1994. 400 с.

4. Фролов К. В. Вибрация-друг или враг. М.: Наука, 1984. 144 с.

5. Блехман И. И. Что может вибрация?: О «вибрационной механике» и вибрационной технике. М.: Наука, 1988. 208 с.

6. Гончаревич И. Ф. Вибрация – нестандартный путь: вибрация в природе и технике. М.: Наука, 1986. 209 с.

7. Бауман В. А., Быховский И. И. Вибрационные машины и процессы в строительстве. М.: Высшая школа, 1977. 255 с.

8. Гарькин И. Н., Мельников И. Е. Использование вибрационных устройств в строительстве // Молодежный научный вестник. – 2017. – С. 135 – 142.

9. Подураев В. Н. Обработка резанием с вибрациями. М.: Машиностроение. – 1970. – Т. 350. – С. 1.

Кумабэ Д. Вибрационное резание. Перевод с японского. Под ред. Портнова
 И. И., Белова В. В. М.: Машиностроение, 1985. 424 с.

11. Блехман И. И., Джанелидзе Г. Ю. Вибрационное перемещение. М.: Наука, 1964. 410 с.

12. Спиваковский А. О., Дьячков В. К. Транспортирующие машины. Учебное пособие для вузов. М.: Машиностроение, 1983. 487 с.

13. Гончаревич И. Ф. Виброреология в горном деле. М.: Наука, 1977. 144 с.

14. Павленко М. В. Управление процессом метаноотдачи из низкопроницаемого угольного пласта на основе вибрационного воздействия // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – 2016. – № 7. – С. 306–312.

15. Членов В. А., Михайлов Н. В. Виброкипящий слой. М.: Наука, 1972. 340 с.

16. Городецкий И. Я. и др. Вибрационные массообменные аппараты. М.: Химия, 1980. 190 с.

17. Заика П. М. Динамика вибрационных зерноочистительных машин // М.: Машиностроение. – 1977. – Т. 277. – С. 5.

18. Сергеев Н. С., Николаев В. Н., Литаш А. В. Многокомпонентный вибрационный дозатор сыпучих кормов //Аграрный вестник Урала. – 2015. – № 1. – С. 66–69.

19. Креймер А.Я. Вибрация как лечебный фактор. Томск: Изд-во Томского университета, 2002. 259 с.

20. Stephenson A. On a new type of dynamical stability // Mem. Proc. Manch. Lit. Phil. Sci. – 1980. – Vol. 52. – P. 1–10.

21. Капица П. Л. Динамическая устойчивость маятника при колеблющейся точке подвеса. Т. 21 // ЖЭТФ. – 1951. – №. 5. – С. 588–594.

22. Блехман И. И., Васильков В. Б., Якимова К. С. О поведении твердых тел в вибрирующей сыпучей среде // Обогащение руд. – 2012. – № 4. – С. 21–24.

23. Ерманюк Е. В. Экспериментальное изучение силового воздействия внутренних волн на неподвижную сферу // ПМТФ. – 1993. – Т. 34, – № 4. – С. 103.

24. Гаврилов Н. В., Ерманюк Е. В. О влиянии пикноклина на силы, действующие на неподвижный эллиптический цилиндр при набегании внутренних волн // ПМТФ. – 1996. – Т. 37, – № 6. – С. 61.

25. Ерманюк Е. В., Гаврилов Н. В. Экспериментальное исследование силового воздействия уединенной внутренней волны на погруженный круговой цилиндр // Прикладная механика и техническая физика. – 2005. – Т. 46, – № 6. – С. 36–44.

26. Качанов Ю. С., Козлов В. В., Лесченко В. Я. Возникновение турбулентности в пограничном слое. – Новосибирск: Наука, 1982. 152 с.

27. Гилев В. М., Козлов В. В. Влияние периодического вдува-отсоса на процесс перехода в пограничном слое // Ученые записки ЦАГИ. – 1986. – Т. 17, – №. 3. С. 27–33.

28. Чернорай В. Г., Спиридонов, А. Н., Катасонов, М. М., Козлов, В. В. Генерация возмущений локализованным вибратором в пограничном слое прямого крыла // Прикладная механика и техническая физика. – 2001. – Т. 42, – №. 5. – С. 365-373.

29. Довгаль А. В., Катасонов, М. М., Козлов, В. В., Павленко, А. М. Эволюция возмущений ламинарного течения за уступом поверхности, генерируемых ее локализованными вибрациями // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. – 2017. – №. 3. – С. 63-70.

30. Занин Б. Ю., Катасонов, М. М., Михаэлис, М. В., Павленко, А. М. Экспериментальные исследования влияния вихревых возмущений на обтекание модели крыла при малых числах Рейнольдса // Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Физика. – 2014. – Т. 9, – №. 3. – С. 32-38.

31. Павленко А. М. Занин, Б. Ю., Катасонов, М. М., & Зверков, И. Д. Преобразование структуры отрывного течения с помощью локального воздействия // Теплофизика и аэромеханика. – 2010. – Т. 17, – №. 1. – С. 17-22.

32. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. О свободной тепловой конвекции в вибрационном поле в условиях невесомости // ДАН СССР. – 1979. – Т. 249, – № 3. – С. 580–584.

33. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Вибрационная тепловая конвекция в невесомости // Гидромеханика и процессы переноса в невесомости. Свердловск: УНЦ АН СССР. – 1983. – С. 86–105.

34. Gershuni G. Z., Lyubimov D. V. Thermal vibrational convection // Thermal Vibrational Convection, by GZ Gershuni, DV Lyubimov, ISBN 0-471-97385-8. Wiley-VCH, August 1998. – 1998. – P. 372.

35. Иванова А.А. Вибрационная механика неоднородных гидродинамических систем. Экспериментальное исследование. Дисс. доктора физ.-мат. наук. Пермь: ПГУ, 2000. 237 с.

36. Козлов В.Г. Экспериментальное исследование осредненной вибрационной динамики несжимаемой жидкости. Дисс. доктора физ.-мат. наук. Пермь: ПГУ, 1997. 250 с.

37. Заварыкин М.П. Экспериментальное исследование тепловой конвекции в горизонтальном слое жидкости в переменном поле тяжести. Дисс. кандидата физ.мат. наук. Пермь: ПГУ, 1998. 129 с.

38. Зюзгин А.В. Управление тепловой конвекцией с помощью переменных силовых полей (диссерт. на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук). Пермь: ПГУ, 1998. 134 с.

39. Козлов В.В., Грек Г.Р., Катасонов М.М., Коробейничев О.П., Литвиненко Ю.А.,. Шмаков А.Г. Особенности горения пропана в круглой и плоской микроструе в поперечном акустическом поле при малых числах рейнольдса // ДАН – 2014. – Т. 459, – № 5. – С. 562–566.

40. Стретт Дж.В. Релей. Теория звука. Т. 2. М.: ГИТТЛ, 1955. 476 с.

41. Бэтчелор Д. Введение в динамику жидкости. М.: Мир, 1973. 760 с.

42. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа: Учеб. пособие для вузов. 7-е изд., испр. М.: Дрофа, 2003. 840 с.

43. Ламб Г. Гидродинамика. М.: ОГИЗ, 1947. 929 с.

44. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. М: Наука, 1986. 736 с.

45. Луговцов Б. А., Сенницкий В. Л. О движении тела в вибрирующей жидкости // Докл. АН СССР. – 1986. – Т. 289, – № 2. – С. 314–317.

46. Любимов Д. В., Любимова Т. П., Черепанов А. А. О движении твердого тела в вибрирующей жидкости // Конвективные течения. – 1987. – С. 61–71.

47. Сенницкий В. Л. Движение шара в жидкости, вызываемое колебаниями другого шара // ПМТФ. – 1986. – № 4. – С. 31.

48. Иванова А. А., Козлов В. Г., Кузаев А. Ф. Вибрационная подъемная сила, действующая на тело жидкости вблизи твердой поверхности // Докл. РАН. 2005. – Т. 402, – № 4. – С. 488–491.

49. Иванова А. А., Козлов В. Г., Кузаев А. Ф. Вибрационное взаимодействие сферического тела с границами полости // Изв. РАН. МЖГ. – 2008. – № 2. – С. 31 – 40.

50. Иванова А. А., Козлов В. Г., Щипицын В. Д. Легкий цилиндр в полости с жидкостью при горизонтальных вибрациях // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. – 2010. – № 6. – С. 63–73.

51. Kozlov, V., Ivanova, A., Schipitsyn, V., & Stambouli, M. Lift force acting on the cylinder in viscous liquid under vibration // Acta Astronautica. – 2012. – Vol. 79. – P. 44–51.

52. Иванова А. А., Козлов В. Г., Щипицын В. Д. Подъемная сила, действующая на цилиндрическое тело в жидкости вблизи границы полости, совершающей поступательные колебания // Прикладная механика и техническая физика. – 2014. – Т. 55, – № 5. – С. 55–64.

53. Сенницкий В. Л. О силовом взаимодействии жидкости и тела, касающегося стенки //Письма в ЖТФ. – 2005. – Т. 31, – № 20. – С. 1–5.

54. Ганиев Р. Ф., Лакиза В. Д., Цапеыко А. С. Вибрационные эффекты в невесомости и перспективы космической технологии // Доклады Академии наук СССР. – Изд-во Академии наук СССР. – 1976. – Т. 230, – № 1–3. – С. 48.

55. Ганиев Р. Ф., Лапчинский В. Ф. Проблемы механики в космической технологии. М.: Машиностроение, 1979. 119 с.

56. Saadatmand M., Kawaji M., Hu H. H. Vibration-induced attraction of a particle towards a wall in microgravity – the mechanism of attraction force // Microgravity Science and Technology. – 2012. – Vol. 24, – No. 1. - P. 53-64.

57. Liang, R., Liang, D., Yan, F., Liao, Z., & Duan, G Bubble motion near a wall under microgravity: existence of attractive and repulsive forces // Microgravity Science and Technology. – 2011. – Vol. 23, – No. 1. – P. 79–88.

58. Черепанов А.А. Влияние вибраций на гидродинамические системы: резонансы и осредненные эффект (диссерт. на соискание ученой степени доктора физ.-мат. наук). Пермь: ПГУ, 2000. 379 с.

59. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. М.:Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. 464 с.

60. Хаппель Д., Бреннер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М.: Мир, 1976. 630 с.

61. Oliver D. R. Influence of particle rotation on radial migration in the Poiseuille flow of suspensions // Nature. – 1962. – Vol. 194, – No. 4835. – P. 1269.

62. Tabakova S. S., Zapryanov Z. D. On the hydrodynamic interaction of two spheres oscillating in a viscous fluid. I. Axisymmetrical case // Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik ZAMP. – 1982. – Vol. 33, – No. 3. – P. 344–357.

63. Tabakova S. S., Zapryanov Z. D. On the hydrodynamic interaction of two spheres oscillating in a viscous fluid. II. Three dimensional case // Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik (ZAMP). – 1982. – Vol. 33, – No. 4. – P. 487–502.

64. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 711 с.

65. Rayleigh, L. I. On the circulation of air observed in Kundt's tubes, and on some allied acoustical problems // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. – 1884. – Vol. 175. – P. 1–21.

66. Мэзон У. Физическая акустика. Т. 2, ч. Б: Свойства полимеров и нелинейная акустика. М.: Мир, 1969. 422 с.

67. Иванова А.А. и др. Теплоперенос в замкнутой полости в условиях вынужденной вибрационной конвекции // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. – 2009. – № 4. – С. 3–13.

68. Сорокодум Е.Д. Волны вблизи вибрирующего цилиндра // Изв. АН СССР.
МЖГ. – 1982. – № 4. – С. 190–192.

69. Ван-Дайк М. Альбом течений жидкости и газа. М.: Мир, 1986. 184 с.

70. Tatsuno M., Bearman P. W. A visual study of the flow around an oscillating circular cylinder at low Keulegan–Carpenter numbers and low Stokes numbers // Journal of Fluid Mechanics. – 1990. – Vol. 211. – P. 157–182.

71. Dütsch, H., Durst, F., Becker, S., & Lienhart, H. Low-Reynolds-number flow around an oscillating circular cylinder at low Keulegan–Carpenter numbers // Journal of Fluid Mechanics. – 1998. – Vol. 360. – P. 249–271.

72. Williamson C. H. K. Sinusoidal flow relative to circular cylinders // Journal of Fluid Mechanics. – 1985. – Vol. 155. – P. 141–174.
73. Ivanova A.A., Kozlov V.G., Liubimov D.V., Liubimova T.P., Meragy S., Roux
B. Influence of oscillating solid body shape on the time-average flows structure // Proc.
2nd Europ. conf. on Fluids in Space. Naples, Italy, – 1996. – P. 150–166.

74. Zharikov E. V., Prihod'ko L. V., Storozhev N. R. Fluid flow formation resulting from forced vibration of a growing crystal // Journal of Crystal Growth. – 1990. – Vol. 99, – No. 1-4. – P. 910–914.

75. Yamamoto T., Nath J. H., Slotta L. S. Wave forces on cylinders near plane boundary // Journal of Waterways, Harbors & Coast Eng Div. – 1974. – Vol. 100, – No. 10961. Proceeding.

76. Wright J. C., Yamamoto T. Wave forces on cylinders near plane boundaries // Journal of the Waterway, Port, Coastal and Ocean Division. -1979. - Vol. 105, - No. 1. - P. 1–13.

77. Bearman P. W., Zdravkovich M. M. Flow around a circular cylinder near a plane boundary // Journal of Fluid Mechanics. – 1978. – Vol. 89, – No. 1. – P. 33–47.

78. Sumer B. M., Fredsoe J. Hydrodynamics around cylindrical strucures. – World scientific, 2006. – Vol. 26.

79. Kozlov V. G. Solid-body dynamics in cavity with liquid under high-frequency rotational vibration // EPL (Europhysics Letters). – 1996. – Vol. 36, – No. 9. – P. 651.

80. Иванова А.А., Козлов В.Г. Вращательные вибрации для управление фазовыми включениями в жидкости // Тез. докл. 12-ой Зим. школы по мех. сплошных сред. Екатеринбург: УрО РАН, – 1999. – С. 163.

81. Иванова А. А., Козлов В. Г. Динамика твердого тела в жидкости при вращательных колебаниях последней // Изв. РАН. МЖГ. Вибрационная механика. – 2001. – Т. 1125. – С. 35–47.

82. Ivanova A. A., Kozlov V. G. Lift force acting on body in liquid in the vicinity of boundary executing tangential oscillations // Microgravity Science and Technology. – 2014. – Vol. 26, – No. 3. – P. 179–187.

83. Прокунин А. Н. Об одном парадоксе при движении твердой частицы вдоль стенки в жидкости // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. – 2003. – № 3. – С. 107–122. 84. Sun, C., Mullin, T., Van Wijngaarden, L., & Lohse, D. Drag and lift forces on a counter-rotating cylinder in rotating flow // J. Fluid Mech. 2010. Vol. 664. P. 150–173.

85. Tagawa, Y., van der Molen, J., van Wijngaarden, L., & Sun, C. Wall forces on a sphere in a rotating liquid-filled cylinder // Physics of fluids. – 2013. – Vol. 25, – No. 6. – P. 063302.

86. Van Nierop, E. A., Luther, S., Bluemink, J. J., Magnaudet, J., Prosperetti, A., & Lohse, D. Drag and lift forces on bubbles in a rotating flow // Journal of fluid mechanics. – 2007. – Vol. 571. – P. 439–454.

87. Козлов В. Г., Козлов Н. В. Вибрационная динамика легкого тела в заполненном жидкостью вращающемся цилиндре // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. – 2008. – № 1. – С. 12–23.

88. Козлов Н. В. Легкое тело во вращающейся полости с жидкостью при вибрациях // Конвективные течения. – 2005. – № 2. – С. 163 – 171.

89. Иванова А. А., Козлов Н. В., Субботин С. В. Вибрационная динамика легкого сферического тела во вращающемся цилиндре с жидкостью // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. – 2012. – №. 6. – С. 3 – 14.

90. Козлов В. Г., Субботин С. В. Вибрационная динамика легкой сферы во вращающейся сферической полости // Конвективные течения. – 2013. – №. 6. С.121 – 141.

91. Kozlov V., Ivanova A., Schipitsyn V., Stambouli M. Lift force acting on solid in liquid near the boundary performing tangential oscillations // Proc. 64rd International Astronautical Congress (IAC) 23–27, September 2013. Beijing (China), DVD New-York, 817 p. (the first edition in 1955).

92. Сенницкий В. Л. О движении кругового цилиндра в вибрирующей жидкости //ПМТФ. – 1985. – № 5. – С. 19.

93. Сенницкий В. Л. Движение шара в жидкости в присутствии стенки при колебательных воздействиях // Прикл. математика техн. физика. – 1999. – Т. 40, – № 4. – С. 125–132.

94. Dury C. M., Ristow, G. H., Moss, J. L., & Nakagawa, M. Boundary effects on the angle of repose in rotating cylinders // Physical Review E. – 1998. – Vol. 57, – No. 4. – P. 4491.

95. Kozlov V., Vlasova O. The repulsion of flat body from the wall of vibrating container filled with liquid // Microgravity Science and Technology. -2015. -Vol. 27, -No 4. - P. 297–303.

96. Kozlov N. V., Vlasova O. A. Behavior of a heavy cylinder in a horizontal cylindrical liquid-filled cavity at modulated rotation // Fluid Dynamics Research. – 2016. – Vol. 48, – No. 5. – P. 055503.

97. Kozlov V., Vlasova O. Behavior of a Flat Solid in a Container with Liquid Subject to Large Amplitude Vibration // Shock and Vibration. – 2016. – Vol. 2016.

98. Vlasova O., Kozlov N. Influence of the static field on a heavy body in a rotating drum with liquid // The European Physical Journal E. -2018. - Vol. 41, - No. 2. - P. 26.

99. Власова О. А., Козлов В. Г., Козлов Н. В. Динамика тяжелого тела, находящегося во вращающейся кювете с жидкостью, при модуляции скорости вращения // Прикладная механика и техническая физика. – 2018. – Т. 59, – № 2. – С. 39–49. Перевод статьи: О. А. Vlasova V. G. Kozlov N. V. Kozlov. Lift Force Acting on a Heavy Solid in a Rotating Liquid-Filled Cavity with a Time-Varying Rotation Rate // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. – Vol. 59, – No.2. – P. 219–228.

100. Власова О. А., Козлов В. Г., Щипицын В. Д. Экспериментальное исследование динамики прямоугольного тела в заполненной жидкостью полости при вибрациях // Конвективные течения. – 2013. – № 6. – С. 49–64.

101. Власова О. А., Козлов В. Г. Динамика прямоугольного тела в заполненной жидкостью полости при вибрациях. Теория // Конвективные течения. – 2013. – № 6. – С. 65–74.

102. Власова О. А., Козлов Н. В. Поведение тяжелого цилиндра в горизонтальной вращающейся цилиндрической полости с жидкостью // Конвективные течения. – 2015. – № 7. – С. 176–192.

103. Власова О. А., Козлов Н. В. Структуры течения жидкости вблизи цилиндра во вращающейся цилиндрической полости // Конвективные течения. – 2017. – № 8. – С. 94–109.

104. Vlasova O.A., Kozlov V.G., Schipitsyn V.D. Dynamics of rectangular solid and mean flows in filled with liquid cavity under vibration // Proc. Fluxes and Structures in Fluids. Russia. St. Petersburg. A. Ishlinsky Inst. For Problems in Mech. RAS. June 25-28, 2013. P. 327–329.

105. Vlasova O. A., Kozlov V. G. Vibrational suspension of solid block in liquid // Proc. Advanced Problem in Mechanics. Russia. St. Petersburg. June 30 – 5 July, 2014.
P. 123–132.

106. Vlasova O. A., Kozlov V. G. Ascent of heavy plate in liquid under horizontal vibration // Proceedings of 5-th international scientific school of young scientists "Waves and vortices in complex media". Moscow, November 25 – 28, 2014. P. 63–64.

107. Власова О.А., Козлов В.Г., Щипицын В.Д. Вибрационный подвес твердой пластины в жидкости в поле силы тяжести // XVIII Зимняя школа по механике сплошных сред, Пермь, 18 – 22 февраля, 2013 г. Тезисы докладов. С. 77.

108. Власова О.А., Козлов В.Г., Щипицын В.Д. Поведение прямоугольного легкого тела в вибрирующей полости с жидкостью // Пермские гидродинамические научные чтения, Пермь, ПГНИУ, 28 – 30 ноября, 2013г. Тезисы докладов (CD). С. 10.

109. Власова О.А., Козлов В.Г. Вибрационная динамика легкого параллелепипеда в жидкости // Материалы международной конференции «Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность», 25 февраля- 4 марта, 2014г. С. 40–43.

110. Vlasova O. A., Kozlov V. G. Vibrational suspension of solid block in liquid// Book of abstracts. Advanced Problem in Mechanics. Russia. St. Petersburg. June 30 – 5 July, 2014. P. 131.

111. Власова О.А., Козлов В.Г. Поведение тяжелого плоского тела в вибрирующей полости с жидкостью. // Пермские гидродинамические научные чтения, Пермь, ПГНИУ, 2 –4 декабря, 2014г. Тезисы докладов (CD). С.18–19.

112. Власова О.А., Козлов В.Г., Щипицын В.Д. Подъемная сила, действующая на тела разной формы в вибрирующей полости с жидкостью, XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, Казань, 20-24 августа, 2015г. Материалы конференции (CD). С.778–779.

113. Власова О.А., Козлов Н.В. Динамика тяжелого тела во вращающейся цилиндрической полости с жидкостью // Материалы международной конференции «Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность», 14 – 21 февраля, 2016г. Электронное издание.

114. Власова О.А., Козлов Н.В. Динамика тяжелого цилиндра во вращающейся полости с жидкостью при либрациях // Материалы международной научной школы молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах», Москва, 30 ноября – 2 декабря, 2016г. С. 19–21.

115. Власова О.А., Козлов Н.В. Поведение тяжелого тела в полости с жидкостью при неравномерном вращении // Задачи со свободными границами: теория, эксперимент и приложения. Барнаул, 7-11 августа, 2017г. Тезисы докладов. С. 24–25.

116. Власова О.А., Козлов В.Г., Козлов Н.В. Подъемная сила, действующая на тяжелое тело во вращающейся полости, в зависимости от безразмерной частоты модуляции скорости вращения // Тезисы докладов XX Зимней школы по механике сплошных сред. Пермь, 13-16 февраля, 2017г.

117. Власова О.А., Козлов Н.В. Влияние осциллирующих полей на поведение тяжелого теля во вращающемся цилиндре с жидкостью // Материалы международного симпозиума «Неравновесные процессы в сплошных средах». Т. 1. Пермь, 15-18 мая, 2017г.