

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу Андрюковой Вероники Юрьевны «Нелинейные и конструктивно-нелинейные задачи механики упругих элементов конструкций», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твёрдого тела».

Актуальности темы диссертационной работы

Важность и актуальность исследования обусловлена наличием в различных отраслях промышленности существенного количества технических приложений, в которых балки, стержни, тонкостенные пластины и оболочки находят своё применение в качестве конструктивных элементов. В ряде случаев в современной индустрии эти объекты имеют заранее неизвестную область контакта, поэтому анализ прочности и устойчивости систем с такими ограничениями является целесообразным.

Структура и содержание диссертационной работы

Введение к диссертационной работе Андрюковой В.Ю. начинается с краткого обзора литературы, позволяющего оценить актуальность темы, основные направления и текущее состояние исследований. Далее приводится цель работы, научная новизна, практическая значимость, выносимые на защиту положения. В его завершении кратко излагается структура диссертации и содержание глав.

В **первой главе** продолжен обзор литературы, начатый во введении. Внимание акцентируется на задачах устойчивости с ограничениями и решении вариационных неравенств.

Основной теоретический базис, который необходим для решения задач устойчивости упругих систем при наличии односторонних ограничений на перемещения, изложен во **второй главе**.

Основные результаты диссертационной работы изложены в **третьей главе**. Устойчивость упругих систем с односторонними связями рассмотрена на примере различных конструктивных элементов (стержень, кольцо, пластина, оболочка), каждому из которых посвящён отдельный раздел.

Вначале (раздел 3.1 и 3.2) исследованы находящиеся в упругой среде стержни, сжимаемые продольной силой, перемещения которых с одной стороны ограничены жёстким препятствием. Для разных вариантов граничных условий приводятся аналитические решения соответствующих вариационных проблем, которые сопровождаются подробными выкладками. Результаты демонстрируют, что увеличение жёсткости окружающей среды и наличие ограничений повышают несущую способность консольно закреплённого стержня.

Третья часть этой главы (раздел 3.3) посвящена устойчивости круговых колец, нагруженных нормальными или центральными силами и подкреплённых нерастяжимыми нитями. Рассмотрено два случая деформации кольца: плоская и неплоская.

В разделе 3.4 рассмотрена устойчивость прямоугольной пластины, нагруженной по краям нормальными усилиями, при разных геометрических размерах и вариантах закрепления. На численных примерах показано, что ограничение прогибов пластины жёсткими рёбрами приводит к повышению несущей способности конструкции, а увеличение её длины — к снижению.

В последнем разделе третьей главы выполнен анализ устойчивости торообразной и сферической оболочек вращения в случае осесимметричной деформации. При вычислении работы внешних сил автор использует термодинамическую формулу, которая связывает приложенное внешнее давление с изменением объёма оболочки в результате деформации. Численное решение вариационной задачи базируется на аппроксимации перемещений интерполяционными кубическими сплайнами, подстановка которых в функционал полной энергии приводит к задаче минимизации. Критическая величина внешнего давления, приводящая к потере

устойчивости, определяется графически из зависимости максимального перемещения от приложенной нагрузки.

Линейные и нелинейные колебания прямоугольных пластин исследуются в **четвёртой главе**. Уравнение Софи Жермен и уравнения Кармана решаются численно с помощью метода конечных разностей. Приводится сравнение полученных результатов в разные моменты времени.

В **заключении** диссертации сформулированы основные результаты и определены перспективы дальнейшей работы.

Достоверность представленных результатов

Достоверность полученных Андрюковой В.Ю. результатов подтверждается математическими доказательствами, а в ряде случаев и сравнением с аналитическими решениями. Однако, численное решение задач устойчивости торообразной и сферической оболочек с помощью «наиболее точной нелинейной постановки», где для вычисления работы внешних сил применяется точная термодинамическая формула, как и корректность сравнения с экспериментальными данными вызывает некоторые сомнения. Необходимо каким-то образом подтвердить адекватность используемой в работе модели.

Научная новизна

Научная новизна результатов определяется полученными аналитическими решениями задач устойчивости сжимаемого продольной силой консольно-закреплённого стержня и нагруженных нормальными или центральными силами упругих колец, подкреплённых нерастяжимыми нитями, при различных ограничениях на перемещения. В тех случаях, когда соответствующая вариационная формулировка контактной задачи не может быть разрешена аналитически, она сводится к задаче нелинейного программирования при помощи аппроксимации искомой функции сплайнами. С использованием разработанного численного алгоритма

получены новые данные об устойчивости прямоугольной пластины с ограничениями на прогиб при разных вариантах закрепления.

Определённые сомнения вызывает новизна результатов, приведённых в Главе 4, где рассматриваются линейные и нелинейные колебания прямоугольных пластин. В диссертационной работе отмечается, что «влияние напряжений в срединной поверхности на свободные колебания пластин к настоящему времени изучено недостаточно», однако подобные задачи решались многими авторами с помощью различных численных методов [1–6], включая метод конечных разностей, используемый диссертантом [1–3]. Несмотря на это, соответствующего обзора литературы в тексте не представлено.

1. Корнишин М.С. Нелинейные задачи теории пластин о пологих оболочках и методы их решения. М.: Наука, 1964. 191 с.

2. Корнишин М.С., Сулейманова М.М. К решению геометрически нелинейных задач изгиба прямоугольных в плане пластин и пологих оболочек по уточненной теории // Исследования по теории пластин и оболочек. Казань: Изд-во Казанского ун-та, 1973. Вып. 10. С. 56–63.

3. Антомони В.И. Метод численного анализа нелинейных колебаний пластин и пологих оболочек с помощью неявных разностных схем // Учёные записки ЦАГИ. 1980, Т. XI, №6. С. 96–106.

4. Bhimaraddi A. Static and transient response of rectangular plates // Thin-Walled Structures. 1987. V. 5, No. 2. Pp. 125–143.

5. Wang C.M., Reddy J.N., Lee K.H. Shear deformation theories of beams and plates. Relationships with classical solution. London: Elsevier, 2000. 312 p.

6. Reddy J.N. Theory and analysis of elastic plates and shells, 2nd ed., Boca Raton: CRC Press, 2006. 568 p.

Теоретическая и практическая значимость

Результаты диссертационной работы Андриюковой В.Ю. представляют научный интерес и имеют практическое значение. Аналитические и

численные решения задач устойчивости стержней, колец, тонкостенных пластин и оболочек при наличии односторонних связей имеют потенциальную возможность применения в связи с широким использованием этих элементов конструкций в машиностроении, строительстве и других отраслях, где контактное взаимодействие приводит к ограничениям на перемещения. Наличие аналитических решений позволяет просто и быстро провести первоначальную оценку состояния системы и подобрать необходимые параметры. Полученную информацию можно использовать на дальнейших этапах проектирования изделия и при численном моделировании его поведения при штатных и нештатных условиях эксплуатации.

Публикации и апробирование результатов работы

Основные защищаемые положения опубликованы в 25 печатных работах, из которых 3 статьи в журналах из списка ВАК, 1 статья индексируется в базе данных SCOPUS. Результаты исследования докладывались на научных конференциях различного уровня. Автореферат и публикации Андрюковой В.Ю. в полной мере отражают содержание диссертационной работы.

Вопросы и замечания по работе

1) Приведённый в диссертации обзор литературы не отражает текущее состояние исследований. Список цитирований содержит всего две работы, опубликованные за последние пятнадцать лет, исключая статьи автора и её руководителя. Обзор публикаций по пластинам и оболочкам совсем не содержит информации о современных численных методах и подходах к их моделированию.

2) В разделе 3.4 рассмотрена устойчивость пластин при односторонних ограничениях на перемещения. Статические и кинематические граничные условия, указанные в формулировке задачи, определены на одинаковых областях. Под действием нормальных усилий σ , приложенных на краях

$x = 0, x = a; 0 \leq y \leq b$, пластина не будет деформироваться, если она шарнирно опёрта или жёстко закреплена на этих же границах.

3) При численном решении задачи в разделе 3.4 граничные условия свободного края (3.137) явным образом не задавались. В связи с этим, возникает вопрос, а выполняются ли они на самом деле? Необходимо показать, чему равен изгибающий момент на границе.

4) Из текста работы не ясно, для какого из четырёх рассмотренных видов граничных условий приведены данные, изображённые на рисунке 3.15. Будут ли отличаться формы равновесия пластины для вариантов закрепления I и III?

5) В разделе 3.5 рассматриваются задачи устойчивости осесимметричных оболочек. В тексте диссертационной работы и в автореферате соискатель отмечает, что используемая нелинейная постановка является более точной, потому что для вычисления работы внешних сил применяется точная термодинамическая формула. Однако, каких-либо рассуждений, поясняющих достоинства и недостатки этого подхода не приводит. Также не уделяется должного внимания месту данной постановки и полученных с её помощью научных результатов среди множества альтернативных оболочечных теорий и численных подходов, используемых для решения задач механики и динамики тонкостенных конструкций.

6) При решении задач устойчивости торообразной и сферической оболочек значение критического давления определяется из зависимости максимального перемещения от величины приложенного нормального давления. В тексте работы говорится: «Критическим следует считать то значение \tilde{P}_* , после которого $F(t)$ начинает резко возрастать». Вместо этого абстрактного определения следует ввести математически обоснованный критерий устойчивости, иначе результаты будут попросту необъективны.

7) Сравнение полученного численно критического давления для торообразной оболочки с экспериментальными данными, представленными в

работе [15], не совсем корректно, поскольку закритическая деформация не является осесимметричной. Возможно, это и определяет такую большую разницу между полученными значениями. Необходимо каким-то образом подтвердить адекватность предлагаемой в работе «наиболее точной нелинейной постановки». На сегодняшний день не составляет труда выполнить численное решение рассматриваемых задач в пакетах конечно-элементного моделирования и получить зависимости, аналогичные изображённым на рисунках 3.16 и 3.17. Кроме этого, по методу конечных элементов доступно большое количество литературы, где приведено множество примеров и тестов для задач статики и динамики оболочек. Например, Reddy J.N. An introduction to nonlinear finite element analysis, 2015; Голованов А.И., Тюленева О.Н., Шигабутдинов А.Ф. Метод конечных элементов в статике и динамике тонкостенных конструкций, 2006. Возможно, стоит воспользоваться этими данными для верификации.

8) Включение Главы 4 в текст диссертации не обосновано. В литературе представлено большое количество работ, где рассматриваются статика и динамика пластин в линейной и нелинейной постановках, например, Reddy J.N. Theory and analysis of elastic plates and shells, 2006. Подавляющее большинство из них выполнено с применением различных численных методов ещё в конце прошлого века. Диссертанту следовало сначала ознакомиться с существующими исследованиями и включить соответствующие публикации в обзор литературы. Глава 4 выглядела бы эффективным логическим продолжением раздела 3.4, если бы в ней были рассмотрены линейные и нелинейные колебания пластин с ограничениями на перемещения.

9) Определяющие уравнения теории пластин в Главе 4 приведены не полностью, поэтому непонятно, о каких напряжениях и соответствующих усилиях в середине плоскости идёт речь.

10) Сравнение линейной и нелинейной задач, представленное рисунке 4.2, является некорректным. Начальный прогиб в два раза

превышает толщину пластины, что не является приемлемым для линейной постановки.

Общие замечания и замечания по оформлению

1) Математическая постановка задачи в разделе 3.4, в частности граничные условия, изложены вперемешку с их численной реализацией.

2) Из текста диссертации не ясно, каким образом выражение для $B_i(x)$, приведённое на странице 60, относится к тексту о сходимости численного решения.

3) На стр. 69–71, 79 не указаны единицы измерения геометрических и физических величин. Это существенно затрудняет трактовку результатов и оценку применимости используемых подходов.

4) Математическая постановка задачи динамики прямоугольных пластин в Главе 4 изложена не совсем традиционным образом: сначала приведены граничные условия, затем записана определяющая система уравнений, и только после этого даны пояснения относительно каких функций всё это сформулировано.

5) Формула (4.8) содержит опечатку. Во втором выражении в скобках слагаемое $w_{i-1,j-1,k}$ приведено дважды. В первом случае вместо него должно быть, по видимому, $w_{i-1,j+1,k}$.

6) Геометрические размеры пластин, изображённых на рисунках 4.1 и 4.2, не соответствуют указанными на стр. 79. Вероятно, это число разбиений по длине стороны. В связи с этим, не понятно, какие значения приведены для прогиба, и как их трактовать.

Заключение

Оценивая диссертацию в целом, отмечу, что она является законченной научно-квалификационной работой, которая имеет научную новизну и потенциальную возможность практического применения. Считаю, что рецензируемая работа удовлетворяет всем требованиям Положения ВАК

РФ, предъявляемым к диссертационным работам на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 — «Механика деформируемого твёрдого тела», а её автор Андрюкова Вероника Юрьевна, заслуживает присуждения искомой степени при надлежащих ответах на вышеперечисленные вопросы и замечания.

Официальный оппонент Лекомцев Сергей Владимирович, кандидат физико-математических наук, научный сотрудник Отдела комплексных проблем механики деформируемых твёрдых тел Института механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук — филиала Федерального государственного бюджетного учреждения науки Пермского федерального исследовательского центра Уральского отделения Российской академии наук (ИМСС УрО РАН).

Адрес: 614013, г. Пермь, ул. Академика Королева, 1.

Телефон: +7 (342) 237-83-30

E-mail: lekomtsev@icmm.ru



Лекомцев Сергей Владимирович

Отзыв составлен 31 мая 2018 года.

Подпись Лекомцева Сергея Владимировича удостоверяю.

Подтверждаю, что Лекомцев С.В. не входит в состав членов диссертационного совета Д 004.036.01, утверждённых приказом Минобрнауки России №87/нк от 26 января 2018 г.

Учёный секретарь ИМСС УрО РАН доцент, к.ф.-м.н.

Юрлова Наталия Алексеевна

