

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Казанский
научный центр Российской академии наук

На правах рукописи

ЗАХАРОВ АЛЕКСАНДР ПАВЛОВИЧ

**ХАРАКТЕРИСТИКИ ЦИКЛИЧЕСКОЙ ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ
КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ СМЕШАННЫХ
ФОРМАХ ДВУХОСНОГО НАГРУЖЕНИЯ**

Специальность 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:

доктор технических наук, профессор

Шлянников Валерий Николаевич

КАЗАНЬ – 2016

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
ГЛАВА 1. ХАРАКТЕРИСТИКИ ЦИКЛИЧЕСКОЙ ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ ПРИ СМЕШАННЫХ ФОРМАХ ДВУХОСНОГО НАГРУЖЕНИЯ	10
1.1. Вычислительные аспекты определения характеристик циклической трещиностойкости при смешанных формах двухосного нагружения	11
1.2. Методы определения характеристик циклической трещиностойкости при двухосном нагружении	24
1.3. Двухосное напряженное состояние в реальных элементах конструкций	28
1.4. Анализ двухосного напряженного состояния в критических зонах накопления и развития повреждений в насадных дисках паровых турбин	33
1.5. Методы прогнозирования остаточной долговечности элементов конструкций на стадии развития повреждений	38
ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ	46
ГЛАВА 2. МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ЦИКЛИЧЕСКОЙ ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ ПРИ СМЕШАННЫХ ФОРМАХ ДВУХОСНОГО НАГРУЖЕНИЯ	48
2.1. Обоснование геометрии крестообразных образцов для исследования скорости роста трещины при двухосном нагружении	48
2.2. Методы расчета упругих и упруго-пластических параметров состояния вершины сквозной трещины при смешанных формах двухосного нагружения	59
2.3. Методика проведения экспериментальных исследований скорости роста трещины при двухосном нагружении	75
2.4. Интерпретация скорости роста трещины в крестообразных образцах двух геометрий	80
ГЛАВА 3. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ АСПЕКТЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ ПРИ СМЕШАННЫХ ФОРМАХ ДВУХОСНОГО НАГРУЖЕНИЯ	86

3.1. Модели крестообразных образцов со сквозной трещиной произвольной ориентации	86
3.2. Расчет упругих Т-напряжений и К-тарировочных функций КИН для образцов двух геометрий в полном диапазоне смешанных форм деформирования	92
3.3. Расчет пластических коэффициентов интенсивности напряжений для крестообразных образцов при смешанных формах двухосного нагружения	103
3.4. Влияние пластических свойств материала на распределения управляющего параметра I_n -интеграла	110
ГЛАВА 4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ СТАЛЕЙ 34ХНЗМА И СТЗ	114
4.1. Анализ влияния вида двухосного нагружения на скорость роста трещины в крестообразных образцах двух геометрий	114
4.2. Влияние параметров смешанных форм деформирования на характеристики циклической трещиностойкости	121
4.3. Обобщение экспериментальных диаграмм усталостного разрушения	126
ГЛАВА 5. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ОСТАТОЧНОЙ ДОЛГОВЕЧНОСТИ НАСАДНОГО ДИСКА ПАРОВОЙ ТУРБИНЫ	131
5.1. Анализ общего напряженно-деформированного состояния диска от действия эксплуатационных нагрузок	131
5.2. Расчет упругих и упруго-пластических параметров сопротивления разрушению для типовых поверхностных дефектов в насадном диске	136
5.3. Расчет статочной долговечности диска паровой турбины на стадии роста трещины	147
ВЫВОДЫ	153
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	154
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	156

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность избранной темы

Для многих элементов машиностроительных конструкций характерной чертой является эксплуатация в условиях циклического двухосного напряженного состояния. Двухосное циклическое нагружение приводит к образованию трещин, плоскость расположения которых произвольно ориентирована по отношению к действующим максимальным напряжениям. В модельных представлениях поведения объектов, содержащих произвольно ориентированные трещины необходимо учитывать смешанные формы деформирования и разрушения. При решении упруго-пластических задач традиционные критерии, модели состояния и параметры механики трещин должным образом не учитывают специфику нелинейного деформирования. Влияние параметров смешанных форм деформирования реализуется через зону пластической деформации в вершине трещины, что предполагает проведение исследований в упруго-пластической постановке. Оценка и интерпретация характеристик циклической трещиностойкости при двухосном нагружении не однозначны даже при использовании экспериментальных образцов одинаковой формы в плане. Приложения результатов исследований скорости роста трещин при смешанных формах двухосного циклического деформирования к проблемам прогнозирования остаточного ресурса элементов конструкций требует адекватных моделей накопления и развития повреждений. Таким образом, целью данной работы является разработка и обоснование упруго-пластических параметров состояния и развития трещин при смешанных формах двухосного циклического нагружения.

Степень разработанности проблемы

Выполненное расчетно-экспериментальное исследование имеет заверченный характер. Поведение исследуемых параметров состояния в нелинейной области вершины трещины рассмотрено в полном диапазоне их

возможной вариации. В экспериментальных исследованиях реализованы соответствующие условия смешанных форм двухосного нагружения. Приведенные практические приложения реализуют завершенный цикл прогнозирования остаточной долговечности реального элемента конструкции в соответствии с разработанными методами, подходами и обобщениями.

Цели и задачи

Целью диссертационной работы является разработка и обоснование упруго-пластических параметров состояния и развития трещин при смешанных формах двухосного циклического нагружения.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- ввести и обосновать упруго-пластические параметры и характеристики состояния области вершины сквозной трещины при сложном напряженном состоянии;
- провести комплексную численную оценку совместного влияния вида двухосности и смешанных форм деформирования на поведение параметров упругих и упруго-пластических полей напряжений в области вершине трещины;
- разработать и обосновать конструкцию крестообразных образцов для исследования характеристик циклической трещиностойкости при двухосном нагружении;
- выполнить экспериментальные исследования влияния вида двухосного нагружения и исходного угла ориентации дефекта на характеристики циклической трещиностойкости конструкционных материалов;
- обосновать приложение развиваемых методов к задачам оценки остаточной долговечности элементов конструкций.

Научная новизна работы

Научная новизна работы состоит в:

- введении и обосновании обобщенного параметра сопротивления циклическому деформированию и разрушению в форме пластического коэффициента интенсивности напряжений для условий двухосного нагружения;
- установлении и описании упругих и упруго-пластических полей и параметров напряженно-деформированного состояния (НДС) в полном диапазоне смешанных форм разрушения при двухосном нагружении с учетом положения сечения вдоль фронта трещины;
- разработке методики численного и экспериментального исследования количественных и качественных характеристик состояния сквозных трещин при смешанных формах двухосного циклического деформирования;
- в экспериментально установленных закономерностях, особенностях и обобщениях развития трещин при смешанных формах двухосного циклического деформирования в крестообразных образцах двух геометрий.

Теоретическая и практическая значимость работы

Теоретическая значимость работы состоит во введении и обосновании для условий двухосного нагружения нового параметра сопротивления разрушению материалов и элементов конструкций в форме пластического коэффициента интенсивности напряжений. Новизну теоретического плана в работе составляют экспериментально установленные закономерности влияния двухосного нагружения на характеристики циклической трещиностойкости сталей как функции параметра стеснения, обусловленные геометрией крестовидных образцов. Теоретическим обобщением комплекса расчетных и экспериментальных исследований является установленная общая безразмерная форма диаграмм усталостного разрушения.

Практическая значимость настоящей работы состоит во введении и обосновании обобщенного параметра сопротивления деформированию и

разрушению материалов и элементов конструкций. В результате выполненного исследования предоставлена возможность количественной оценки влияния смешанных форм деформирования на характеристики остаточной долговечности при сложном напряженном состоянии. Разработан и на примере диска паровой турбины реализован алгоритм оценки остаточной долговечности на основе пластического коэффициента интенсивности напряжений.

Методология и методы диссертационного исследования

Численные исследования выполнялись на основе теории упругости, деформационной теории пластичности и теории течения, метода конечных элементов, методов математического и компьютерного моделирования и программирования. Экспериментальные исследования выполнены на специализированных испытательных установках с применением высокоточных средств измерения.

На защиту выносятся:

- обобщенный параметр сопротивления разрушению в форме упруго-пластического коэффициента интенсивности напряжений для условий двухосного циклического нагружения;
- установленные упругие и упруго-пластические поля и параметры напряженно-деформированного состояния в полном диапазоне смешанных форм разрушения при двухосном нагружении с учетом положения сечения вдоль фронта трещины;
- метод численного исследования и интерпретации экспериментальных характеристик циклической трещиностойкости при двухосном нагружении произвольного направления;
- экспериментально установленные закономерности, особенности и обобщение развития наклонных трещин при смешанных формах двухосного циклического разрушения.

Степень достоверности результатов

Достоверность полученных результатов подтверждается установленными совпадениями частных численных и аналитических решений с решениями других авторов, а так же результатами экспериментальных исследований, поставленных в рамках данной работы.

Апробация результатов

Результаты работы представлялись и обсуждались на:

- Аспирантских научных семинарах Исследовательского центра проблем энергетики КазНЦ РАН, г. Казань 2011-2014 гг.;
- Итоговых научных конференциях КазНЦ РАН г. Казань, 2011-2014 гг.;
- VIII школе – семинаре молодых ученых и специалистов академика РАН В.Е. Алемасова. г. Казань, ИЦПЭ КазНЦ РАН, 2012 гг.;
- The 19th European Conference on Fracture Russia, Kazan, 2012;
- The 13th International conference on New Trends in Fatigue and Fracture Russia, Moscow, 2013;
- The 10th International Conference on Multiaxial Fatigue & Fracture Japan, Kyoto, 2013;
- The 20th European Conference on Fracture Norway, Trondheim, 2014;
- The 5th International Conference on Crack Paths (CP 2015) Ferrara, Italy, 16-18 September, 2015.

Личное участие соискателя в получении результатов, изложенных в диссертации, заключается в следующем:

- разработка экспериментального оборудования и интерпретация характеристик циклической трещиностойкости при смешанных формах двухосного нагружения;
- выполнение комплекса численных расчетов упругих и упруго-пластических параметров напряженно-деформированного состояния в области вершины трещины в крестообразных образцах двух геометрий для полного диапазона смешанных форм разрушения при двухосном нагружении;

- обоснование введенных параметров упруго-пластического состояния и описание закономерностей влияния геометрии образцов, условий смешанных форм двухосного нагружения и пластических свойств материалов на исследуемые характеристики сопротивления разрушению;
- экспериментальные исследования характеристики циклической трещиностойкости при двухосном циклическом нагружении при нормальном отрыве и в условиях смешанных форм деформирования;
- обобщение экспериментальных результатов по исследованию скорости роста трещин в форме диаграммы циклической трещиностойкости для смешанных форм двухосного деформирования в нормализованных координатах;
- реализация алгоритма расчета остаточной долговечности диска паровой турбины с использованием пластического коэффициента интенсивности напряжений.

Выбор направлений исследований, разработка методов численных и экспериментальных работ, анализ результатов и подготовка публикаций осуществлялись совместно с научным руководителем.

ГЛАВА 1. ХАРАКТЕРИСТИКИ ЦИКЛИЧЕСКОЙ ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ ПРИ СМЕШАННЫХ ФОРМАХ ДВУХОСНОГО НАГРУЖЕНИЯ

Одно из главных направлений развития механики разрушения, обеспечивающих ее практическое приложение, состоит в анализе и расчете параметров напряженно-деформированного состояния в элементе конструкции или детали с трещиной. Становление и развитие этой дисциплины связано с именами выдающихся отечественных и зарубежных ученых А.Е. Андрейкива, В.В. Болотина, Д. Броека, А.Я. Красовского, Н.А. Махутова, Н.Ф. Морозова, Н.И. Мусхелишвили, Дж. Нотта, Г.П. Никишкова, В.В. Панасюка, Ю.Н. Работнова, Р.В. Гольдштейна, Дж. Си, Г.П. Черепанова, Г.С. Писаренко, А.А. Шанявского, А.А. Лебедева, М.Л. Вильямса, Дж. Эфтиса, Дж. Райса, Дж. Хатчинсона и др.

Приложения критериев и параметров механики трещин к условиям нелинейного деформирования при сложном напряженном состоянии и смешанным формам разрушения имеют свои особенности. В основном эффекты влияния подобных состояний реализуются через зону пластической деформации в области вершины трещины, что предопределяет необходимость построения численной процедуры для определения параметров состояния экспериментальных образцов и реальных элементов конструкций. Составляющей общей долговечности элемента конструкции является стадия развития повреждений. Для прогнозирования остаточного ресурса изделия необходимо располагать информацией о характеристиках сопротивления материала разрушению в условиях, моделирующих эксплуатационные. К таким характеристикам относятся данные о скорости развития трещин, полученные на экспериментальных образцах, при интерпретации которых используются численные значения соответствующих параметров. В настоящей главе представлен обзор параметров сопротивления росту трещин и их приложений к прогнозированию остаточной долговечности при сложном напряженном состоянии.

1.1. Вычислительные аспекты определения характеристик циклической трещиностойкости при смешанных формах двухосного нагружения

В последнее время специалисты уделяют особое внимание задачам о наклонных трещинах, которые в механике разрушения относятся к разделу смешанных форм деформирования. Смешанными формами разрушения принято называть ситуации, когда наклонные трещины развиваются не в направлении их исходной ориентации. Направление и траектория роста наклонных трещин, как правило заранее не известны.

Впервые плоская задача о наклонной трещине была рассмотрена Си, Парисом и Эрдоганом [60,106], которые суперпозицией упругих решений через комплексные функции напряжений Вестергаарда получили поля напряжений и коэффициенты интенсивности напряжений K_I (при нормальном отрыве) и K_{II} (при поперечном сдвиге).

В дальнейшем проблема наклонной трещины при одноосном нагружении в теоретическом и экспериментальном плане была исследована Е.М. Морозовым и Г.П. Никишковым, Ф. Эрдоганом и Д. Си, Гдоутосом, Шахом и др. [22, 60, 85]. Результатом этих работ является формулировка силовых и энергетических критериев разрушения при смешанных формах нагружения для анализа НДС в области вершины наклонной трещины и определения её траектории. Следует также отметить, что расчетно-экспериментальное исследование развития криволинейных трещин различной исходной ориентации при одноосном и двухосном растяжении было проведено В.Н. Шлянниковым [44]. Автор отметил существенную зависимость траектории роста трещины от вида напряженного состояния и свойств материалов.

Задача о предельном равновесии пластины с произвольно ориентированной прямолинейной сквозной трещиной при двухосном нагружении решена В.В. Панасюком [30]. На основе комплексных потенциалов Н.И. Мусхелишвили [23] впервые получены выражения для

коэффициентов интенсивности напряжений с учетом коэффициента двухосности нагружения - η и угла ориентации трещины - α :

$$K_1 = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{2}[(1+\eta)-(1-\eta)\cos 2\alpha]; \quad K_2 = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{2}[(1-\eta)\sin 2\alpha] \quad (1.1)$$

где σ - номинальное напряжение в направлении оси приложения нагрузки, a - полудлина трещины.

Дальнейшее развитие вопросов о наклонных трещинах при двухосном нагружении отражено в работах [81-83]. Эфтис, Субрамонян и Либовитц исследовали совместное влияние двухосности напряжений и ориентации трещины на коэффициенты интенсивности напряжений, сдвиг, угол начального наклона трещины, плотность энергии деформации и скорость изменения потенциальной энергии деформации. Пересмотрев результаты работ Си об асимптотическом распределении компонент напряжений σ_{ij} и перемещений u_i в области вершины наклонной трещины Эфтис, Субрамониан и Либовитц, пришли к выводу, что если удержать два члена в разложении напряжений по собственным функциям Вильямса, то в явном виде можно учесть влияние коэффициента двухосности напряжений и угла ориентации трещины.

$$\begin{cases} \sigma_x = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] - \frac{K_2}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left[2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right] + T \\ \sigma_y = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] + \frac{K_2}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ \sigma_{xy} = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + \frac{K_2}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left[1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \end{cases} \quad (1.2)$$

$$\begin{cases} u_x = \frac{K_1}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left[\frac{1}{2}(k-1) + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] + \frac{K_2}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left[\frac{1}{2}(k+1)a \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] + \\ + \frac{(1-\eta)\sigma}{8G} \{ r[\cos(\theta+2\alpha) + k \cos(\theta-2\alpha) - 2 \sin \theta \sin 2\alpha] + (k+1)a \cos 2\alpha \} \\ u_y = \frac{K_1}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left[\frac{1}{2}(k+1) - \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] + \frac{K_2}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left[\frac{1}{2}(1-k) + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] + \\ + \frac{(1-\eta)\sigma}{8G} \{ r[\sin(2\alpha-\theta) + k \sin(2\alpha+\theta) - 2 \sin \theta \cos 2\alpha] + (k+1)a \sin 2\alpha \} \end{cases} \quad (1.3)$$

Здесь T - несингулярный второй член или T -напряжение, r , θ - полярные координаты с центром в вершине трещины; G - модуль сдвига, α - угол ориентации трещины, $k=(3-4\nu)$ или $k=(3-\nu)/(1+\nu)$ - для плоской деформации и плоского напряженного состояния соответственно, ν - коэффициент Пуассона, η - коэффициент двухосности нагружения, K_1 и K_2 - упругие КИН для нормального отрыва и чистого сдвига.

Независимо друг от друга Ларсон и Карлсон [96] и Райс [109] доказали, что учет несингулярного T -члена существенно уточняет асимптотическое распределение полей напряжений в упруго-пластическом теле с трещиной.

Расчет несингулярного члена для смешанных форм деформирования в условиях упругости представлен в работе Аятоллахи и др. [71]. Авторы предложили методы определения T -напряжения без предварительного вычисления коэффициентов интенсивности напряжений. Они исследовали задачу для случаев вязкого и хрупкого разрушения в условиях смешанных форм нагружения и установили зависимость T -напряжений от длины трещины. В последующем Аятоллахи и др. [72] определили связь между параметром трехосности полученным Доудом и Шихом [107] и T -напряжением для различных значений показателя деформационного упрочнения материала. Смит и др. основываясь на результатах испытаний образцов из полиметилметакрилата, показали роль T -напряжений в механике хрупкого разрушения на примере критерия максимальных касательных напряжений.

К настоящему времени точно установлено, что воздействие геометрии образца и условий нагружения реализуется через T -напряжение, действующее параллельно плоскости трещины. T -напряжения рассматриваются как внутреннее свойство различных образцов с трещиной и элементов конструкций.

Работа Бетегон и Хэнкока [74] положила начало обоснованию двухпараметрического подхода в рамках исследования эффектов стеснения. Упругопластическое состояние материала в вершине трещины в общем случае двухосного нагружения характеризуется двумя параметрами - J -интегралом и T -напряжением. По аналогии с упругим решением авторы предложили двухчленную аппроксимацию упруго-пластических полей параметров НДС, где первый член в точности описывается ХРР-моделью, а второй связан с описанием влияния T -напряжений. В дальнейшем О'Доуд и Ши [107] ввели двухпараметрический подход на основе J -интеграла и параметра гидростатического напряжения Q . Впоследствии Лин и др. [102] и Ян [139] применили этот подход к детальному анализу тел методом конечных элементов в трехмерной постановке.

Развитие нелинейной механики разрушения было основано на применении J -интеграла. Впервые понятие J -интеграла было введено Райсом [111] и Черепановым [39] с целью исследования свойств концентрации пластических деформаций в окрестности вершины трещины.

Хатчинсон, Розенгрэн и Райс установили связь между J -интегралом и полями НДС в вершине трещины при упруго-пластическом деформировании. Полученное решение является классической моделью аналитического исследования состояния в пластической области вершины трещины в деформационно-упрочняющемся материале.

$$\begin{aligned}
\sigma_{ij} &= \sigma_0 \left[\frac{J}{\alpha \sigma_0 \varepsilon_0 I r} \right]^{1/(n+1)} \tilde{\sigma}_{ij}(\theta, n) \\
\varepsilon_{ij} &= \alpha \varepsilon_0 \left[\frac{J}{\alpha \sigma_0 \varepsilon_0 I r} \right]^{n/(n+1)} \tilde{\varepsilon}_{ij}(\theta, n) \\
u_i &= \varepsilon_0 r \left[\frac{J}{\alpha \sigma_0 \varepsilon_0 I r} \right]^{n/(n+1)} \tilde{u}_i(\theta, n)
\end{aligned} \tag{1.4}$$

Классическое решение Хатчинсона-Райса-Розенгрена относится только к ситуации нормального отрыва и описывает поля компонент напряжений, деформаций и перемещений в пластической области вершины трещины, в материалах, следующих деформационной теории пластичности. Связь между напряжениями и деформациями у вершины трещины в модели ХРР представлена степенным законом упрочнения (модель Рамберга-Осгуда):

$$\bar{\varepsilon} = \bar{\sigma} + \alpha \bar{\sigma}^n \tag{1.5}$$

где $\bar{\sigma} = \sigma / \bar{\sigma}_T$, $\bar{\varepsilon} = \varepsilon / \bar{\varepsilon}_T$, $\bar{\varepsilon}_T = \sigma_T / E$, $\bar{\sigma}_T$ - предел текучести при растяжении, ε_T - соответствующая этому напряжению деформация, E - модуль упругости, α и n - константы материала. Эта зависимость справедлива только при монотонном возрастании напряжения, т.е. при условии отсутствия разгрузки.

В 1974 году Ши провел анализ смешанных форм нелинейного деформирования в условиях плоской деформации для трещины в виде математического разреза для упрочняющихся материалов и условий идеальной пластичности. В своей работе [113] Ши при анализе проблем маломасштабной текучести в условиях плоской деформации ввел дополнительные параметры, характеризующие вид смешанных мод для упругого:

$$M_e = \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left| \frac{K_1}{K_2} \right| \quad (1.6)$$

и упругопластического деформирования в области вершины трещины

$$M_p = \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left| \frac{\tilde{\sigma}_{\theta\theta}(\theta=0)}{\tilde{\sigma}_{r\theta}(\theta=0)} \right| \quad (1.7)$$

Значения M_p и M_e принадлежат диапазону от 0 до 1, где $M_p = M_e = 0$ для поперечного сдвига (Mode II) и $M_p = M_e = 1$ для нормального отрыва (Mode I). Аналитическим способом установить зависимость между M_p и M_e не представлялось возможным и исходя из этого для дискретных значений показателя деформационного упрочнения n от 1 до 99 искомая зависимость была найдена численно по МКЭ. Тем самым была осуществлена коррекция J -интеграла для ситуации маломасштабной текучести, обеспечившая его инвариантность:

$$J = \frac{1-\nu^2}{E} (K_1^2 + K_2^2) = \frac{\tilde{\alpha} \sigma_{ys}^2}{E} I_n (M_p) (K_{M_p})^{n+1} \quad (1.8)$$

Зависимость между M_p и M_e выступала внутренним краевым условием при решении уравнения совместности деформаций, что привело к следующей структуре для компонент упругопластического НДС в вершине трещины:

$$\begin{aligned}
\sigma_{ij} &= \sigma_{ys} K_{M_p} r^{-\frac{1}{n+1}} \tilde{\sigma}_{ij}(\theta, M_p, n) \\
\sigma_e &= \sigma_{ys} K_{M_p} r^{-\frac{1}{n+1}} \tilde{\sigma}_e(\theta, M_p, n) \\
\varepsilon_{ij} &= \frac{\tilde{\alpha} \sigma_{ys}}{E} (K_{M_p})^n r^{-\frac{n}{n+1}} \tilde{\varepsilon}_{ij}^p(\theta, M_p, n) \\
u_i &= \frac{\alpha \sigma_{ys}}{E} (K_{M_p})^n r^{\frac{n}{n+1}} \tilde{u}_i(\theta, M_p, n)
\end{aligned} \tag{1.9}$$

Проблема граничных условий при решении уравнения совместности деформаций преодолена Ши не строго, т.к. использована отдельно численно найденная зависимость между упругим M_e и пластическим M_p значениями этого параметра для ряда дискретных значений показателя деформационного упрочнения. На этой основе получены безразмерные распределения полей напряжений и деформаций для различных значений M_p при плоской деформации. В отличие от двух упругих K_1 и K_2 для смешанных форм деформирования, отвечающих принципу суперпозиции линейной задачи Ши ввел понятие об упругопластическом КИН. В своей работе [93] Кардомайтис дополнил результаты Ши полями перемещений при плоской деформации.

Иная процедура нахождения полей напряжений для случая смешанных форм деформирования предложена В.А. Долгоруковым и В.Н. Шлянниковым [4, 118]. Авторы предполагают, что направление роста трещины определяется критерием максимальных нормальных напряжений. Сам критерий является угловой функцией соответствующих параметров. Поэтому условия дальнейшего развития трещины реализуются в некоторой точке с определенной угловой координатой, в которой имеет место максимум окружных нормальных напряжений. Именно максимум определяет тип граничных условий, а их точка приложения задается так, чтобы перебрать значения угла дальнейшего роста трещины для полного диапазона смешанных форм деформирования.

Таким образом, аналитическое решение задачи смешанных форм деформирования для трещины с нулевым радиусом кривизны заключается в введении дополнительного граничного условия:

$$\frac{d\tilde{\sigma}_{\theta\theta}(\theta^*)}{d\theta} = 0 \quad (1.10)$$

Вторым принципиальным отличием данного решения от работы Ши является то, что параметры смешанности определяются естественным образом по найденным компонентам напряжений и являются следствием решения краевой задачи.

Ли, Жанг и Речо [100] на основе *J-Mr* подхода предложенного Ли [101] в альтернативу K_1 и K_2 вычислили зависимость пластических параметров смешанности от пластических свойств материала и определили критическое значение пластического параметра смешанности для сквозных трещин определяющего вид трещины. При значениях выше критического – реализуется трещина нормального отрыва, ниже – сдвиговая трещина соответственно.

Анализ существующих пластических моделей напряженно деформированного состояния представлен в работе Лавита [15]. Также автором предпринята попытка рассмотрения случая смешанных форм деформирования применительно к ХРР решению.

Спецификой смешанных форм деформирования является то, что траектория развития трещины заранее неизвестна. Проблемами распространения трещин в при смешанных формах деформирования занимались Писаренко, Лебедев [31], Панасюк [30], Донне [79], Чао, Жу [77], Шлянников [118] и др.

Первая попытка количественного описания роста усталостной трещины при смешанных формах нагружения была сделана Чжэнь и Киром [41] с использованием модели Дагдейла [79]. Авторы разработали прямой метод

расчета роста усталостной трещины для смешанного нагружения. Сравнение их расчетных данных с экспериментом показало, что предложенные уравнения для скорости роста трещины дают хорошие результаты для различных условий нагружения.

Различные критерии направления роста трещины используются при решении задач сопротивления материалов деформированию и разрушению. Наиболее распространенным является критерий максимальных нормальных напряжений. Согласно этому критерию, как показано в работе [127], рост трещины происходит в направлении максимальных напряжений, рассчитываемых по формуле (1.11):

$$t_{\theta\theta} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi r}} \left[K_I \left(3\cos\frac{\theta}{2} + \cos 3\frac{\theta}{2} \right) - 3K_{II} \left(\sin\frac{\theta}{2} + \sin 3\frac{\theta}{2} \right) \right] + L_1 \sin^2 \theta \quad (1.11)$$

В работе японских ученых [135] встречается $G(\gamma)$ -критерий, представленный сразу для всех трех типов смещения берегов трещины, где скорость освобождения энергии деформации $G(\gamma)$ выражена в следующей форме:

$$G(\gamma) = \frac{1-\nu^2}{2E} \left(\frac{4}{3+\cos^2 \gamma} \right) \left(\frac{1-\gamma/\pi}{1+\gamma/\pi} \right)^{\gamma/2\pi} \cos \frac{\gamma}{2} \left\{ K_I^2 \left(\cos \gamma + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos^2 \gamma \right) + \right. \\ \left. + 2K_I K_{II} \sin \gamma (1 + \cos \gamma) + K_{II}^2 \left(-\frac{3}{2} \cos^2 \gamma - \cos \gamma + \frac{9}{2} \right) \right\} + \frac{1+\nu}{E} \left(\frac{1-\gamma/\pi}{1+\gamma/\pi} \right)^{\gamma/2\pi} \cos \frac{\gamma}{2} K_{III}^2$$

если $\gamma = 0$, то

$$[G(\gamma)]_{\gamma=0} = \frac{1-\nu^2}{E} \left(K_I^2 + K_{II}^2 + \frac{1}{1-\nu} K_{III}^2 \right) \quad (1.12)$$

Выражение для плотности энергии деформации вблизи вершины трещины в полярных координатах приведено в работе Ву и Линга [138]:

$$S = \frac{1}{2\psi} \left\{ \left(\frac{k+1}{8} \right) (\sigma_r + \sigma_\theta) - \sigma_r \sigma_\theta + \tau_{r\theta}^2 \right\} \quad (1.13)$$

Этот критерий является частным случаем введенного Дж.Си [114] критерия минимума плотности энергии деформации, где ψ - модуль сдвига, $k=(3-\nu)/(1+\nu)$ - для ПНС и $k=(3-4\nu)$ - для задач ПД, ν - коэффициент Пуассона. Значение θ_0 находится решением $dS/d\theta$ и приравнивается к нулю.

В своей работе Си [114] предложил форму критерия роста трещины на основе коэффициента плотности энергии деформации S :

$$S = a_{11}K_I^2 + 2a_{12}K_I K_{II} + a_{22}K_{II}^2 \quad (1.14)$$

где a_{ij} описывается выражениями вида:

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{1}{8}(1+\nu)[(k - \cos \theta)(1 + \cos \theta)], \\ a_{12} &= \frac{1}{8}(1+\nu)\sin \theta[(1-k) + 2 \cos \theta], \\ a_{22} &= \frac{1}{8}(1+\nu)[(1+k)(1 - \cos \theta) + (1 + \cos \theta)(3 \cos \theta - 1)]. \end{aligned} \quad (1.15)$$

В соответствии с этим критерием направление дальнейшего роста трещины может быть определено в порядке достижения минимального значения коэффициента плотности энергии деформации:

$$\left\{ \frac{dS}{d\theta^*} \right\}_{r=r_c} = 0, \quad \left. \frac{d^2 S}{d(\theta^*)^2} \right|_{r=r_c} > 0 \quad (1.16)$$

где r_c - характеристическое расстояние, отсчитываемое от вершины трещины.

Теокарис [135] модифицировал критерий ПЭД, учитывая второй член разложения компонент напряжений. Согласно его подходу значение

плотности энергии деформации является главным фактором, регулирующим форму разрушения. Данный критерий разрушения учитывает специфические эффекты двух компонентов плотности энергии деформации, один из которых отвечает за изменение формы и имеет вид (1.17):

$$T_D = \frac{(1+\nu)}{3E} (\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 - \sigma_{xx}\sigma_{yy} + 3\tau_{xy}^2) = \frac{(1+\nu)}{3E} \sigma_0^2 \quad (1.17)$$

где σ_0 - предел текучести, σ_{xx} , σ_{yy} и τ_{xy} - компоненты напряжений декартовой системы координат, E и ν - модуль упругости и коэффициент Пуассона, соответственно.

Второй компонент плотности энергии деформации отвечает за изменение объема и описывается выражением:

$$T_v = \frac{(1-2\nu)}{6E} (\sigma_{xx} + \sigma_{yy})^2 \quad (1.18)$$

Большинство специалистов считает необходимым учитывать регулярный член с помощью данного критерия разрушения, и предлагает использовать отношение r/a для симметричного нагружения в качестве корректирующего параметра.

Критерий плотности энергии деформации использовался в многочисленных публикациях различных авторов. В работах Шлянникова [51, 52, 118] ПЭД использована как свойство материала, являющееся функцией основных механических свойств материала, определенных из одноосных испытаний или в качестве эквивалентного параметра, связанного с НДС в вершине трещины. В своей работе автор модифицировал подход плотности энергии деформации, чтобы определить зону процесса разрушения при смешанных формах двухосного деформирования произвольно ориентированной трещины.

В монографии В.Н. Шлянникова [46] показано, что концепция плотности энергии деформации исходит из предположения, что критическое значение ПЭД достигается на некотором расстоянии от вершины трещины r_c , где выполняются условия предельного перехода. Предполагается, что этот размер равен или больше, чем область накопления повреждений с упругой разгрузкой и существенно непропорциональным нагружением. Таким образом, получено, что на удалении от вершины трещины равном r_c возникает критическое по величине ПЭД состояние, которое сопровождается формированием зоны процесса разрушения, а результатом происходящих в ней процессов является приращение длины трещины на величину r_c . Поэтому автор вполне закономерно вводит обозначение $\bar{\delta} = r_c / a$ - относительного размера зоны процесса разрушения и как следствие получает формулу для расчета размера зоны процесса разрушения. В [46] она представлена следующим образом:

$$\bar{\delta}_c = \left\{ \frac{\bar{S}_2 \pm [\bar{S}_2^2 - 4(\bar{W}_c' - \bar{S}_3)(\bar{S}_1 + \bar{S}_p)]^{1/2}}{2(\bar{W}_c' - \bar{S}_3)} \right\}^2 \quad (1.19)$$

$$\bar{W}_c' = \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{yn}} \right)^2 \left[\frac{1}{2} \bar{\sigma}_f^2 + \frac{\bar{\alpha} n}{n+1} \bar{\sigma}_f^{n+1} \right] \quad (1.20)$$

Большинство ученых при разработке методов расчета траекторий роста криволинейных трещин предпочитает аппроксимировать реальную гладкую форму последовательным набором ломанных участков, однако такие авторы как В.В. Панасюк и др. [30] применяли кривые второго и третьего порядков, а В.В. Болотин [1, 2] - векторный метод.

В литературном обзоре [53] рассмотрено несколько методов расчета траектории роста трещин, часть из которых основана на характеристическом расстоянии или размере зоны процесса разрушения. Наиболее популярной является шаговая процедура построения данной траектории, описанная в [46]

для задач смешанных форм разрушения. В соответствии с ней для исходной наклонной трещины вычисляются значения коэффициентов интенсивности напряжений K_1 и K_2 , затем по какому либо критерию находится угол дальнейшего распространения трещины в зависимости от вида номинального напряженного состояния и угла её исходной ориентации, дается малое приращение в этом направлении и процедура повторяется. Шаговая процедура основана на замене реальной криволинейной траектории трещины, эквивалентной прямолинейной. Моделирование процесса роста трещины осуществляется последовательностью дискретных шагов. После каждого приращения длины меняется угол её ориентации и соответственно длина эквивалентной прямолинейной трещины. В работе [46] новую длину эквивалентной прямолинейной трещины a_1 и угол её ориентации α_1 , связанных между собой размером зоны процесса разрушения r_0 предлагается рассчитывать по формулам:

$$\begin{cases} a_1 = [a_0^2 + r_0^2 - 2a_0r_0 \cos(\pi - \theta_0^*)]^{1/2} \\ \alpha_1 = \alpha_0 \arcsin \frac{r_0 \sin(\pi - \theta_0^*)}{a_1} \end{cases} \quad (1.21)$$

Согласно В.Н. Шлянникову [117] расчет скорости роста трещины при смешанных формах разрушения можно провести по следующей формуле:

$$\frac{da}{dN} = 2\bar{\delta}a(\theta^*) \cdot \left[\frac{\sigma_{yn}^2 \bar{S}_f - \sigma_{th}^2 \Delta \bar{S}_{th}(\theta^*)}{4\sigma_f^* \varepsilon_f^* E \bar{\delta}} \right]^{1/m} \quad (1.22)$$

где $\bar{\delta}$ - размер зоны процесса разрушения или приращение длины трещины в направлении её предполагаемого роста.

В работе [117] приведено экспериментальное обоснование моделей скорости роста трещины и долговечности на основе характеристического расстояния.

Приведенный обзор литературы показывает, что дистанционные критерии разрушения или концепция характеристического расстояния являются необходимым и эффективным инструментом прогнозирования характеристик сопротивления росту трещин при статическом и циклическом нагружении и моделирования пути и скорости развития трещин при циклическом нагружении. Известные параметры упругого и упруго-пластического состояния имеют ограниченные возможности воспроизведения эффектов влияния геометрии и условий нагружения при смешанных формах нелинейного деформирования.

1.2. Методы определения характеристик циклической трещиностойкости при двухосном нагружении

В настоящее время большое количество элементов конструкций эксплуатируется в условиях сложного напряженного состояния при наличии дефектов. Среди конструкций, подверженных статическому и циклическому многоосному деформированию, можно выделить сосуды давления, трубопроводы, вращающиеся детали турбомашин, обшивки летательных аппаратов и др. Следует отметить, что двухосное циклическое нагружение приводит к образованию трещин, плоскость расположения которых произвольно ориентирована по отношению к действующим максимальным напряжениям. Поэтому на сегодняшний день вопросы прочности конструкций при сложном напряженном состоянии при наличии в них усталостных трещин являются актуальными с практической точки зрения.

Одной из первых работ по исследованию развития трещин при двухосном циклическом нагружении является работа Ханта [87]. Автор разработал итерационный метод расчета геометрии восьмилепестковых образцов для реализации широкого диапазона двухосных растягивающих напряжений исходя из заданного соотношения нагрузок и соотношения номинальных напряжений в рабочей части образца. В результате

эксперимента Хант установил, что скорость развития трещин при равнодвухосном растяжении меньше чем при одноосном растяжении. В дальнейшем подобный эффект о влиянии двухосного напряженного состояния на характеристики циклической трещиностойкости был установлен в работах Киблера, Робертса, Одзи, Ливерса, Миллера [12, 27, 99, 103].

Миллер в своей работе [103] исследовал распространение усталостных трещин в пластинах при двухосном напряженном состоянии. Автор сделал заключение о том, что изменение скорости роста трещины связано с изменением размера пластической зоны вершины трещины. Процесс распространения трещин зависит от максимального сдвигового напряжения и от напряжения, перпендикулярного плоскости максимального сдвига. Автор предположил, что оба эти параметра оказывают влияние на величину сдвига при раскрытии трещины и, следовательно, на скорость их роста.

Исследуя влияние ориентации трещины Браун и Миллер заключили, что продолжительность процесса разрушения деталей зависит не только от свойств материала, но также и от траектории роста трещины [76]. Сложное напряженное состояние, обусловленное совместным влиянием геометрии образца и условий нагружения, определяет скорость роста и траекторию трещины.

В работах [86, 98, 118] приведены результаты упругого и упруго-пластического анализа характеристик циклической трещиностойкости при двухосном нагружении. Икэда, Хилтон, Миллер и Кфори [96, 103] рассматривали задачу для пластины с трещиной и установили, что размер зоны пластической деформации в вершине трещины зависит от вида нагружения. В своей работе Ли и Либовитц [98] выявили связь между коэффициентом двухосности нагружения и пластическими свойствами материала и показали, что влияние двухосности нагружения на параметры трещиностойкости увеличивается с ростом действующих напряжений. Исследуя двухосное напряженное состояние, Ли и Либовитц [98] показали,

что при упругом анализе образца конечных размеров с центральной трещиной напряжения, действующие параллельно плоскости трещины, не влияют на коэффициент концентрации напряжений. В дальнейшем Си и Либовитц уточнили, что при упругом анализе тел бесконечных размеров с центральной трещиной двухосность нагружения не влияет на скорость изменения потенциальной энергии деформации в вершине трещины.

С использованием модели Дагдейла [80], Адамс, Альпа и др. [65, 68] установили закономерности развития трещин при одноосном растяжении в зависимости от степени двухосности напряжений и отношения приложенных номинальных напряжений к пределу текучести материала. Ими показано, что наличие компоненты напряжений, действующей параллельно плоскости трещины, приводит к увеличению сопротивления циклическому деформированию и разрушению.

В работах Я.Б.Фридмана, Н.И. Новосельцевой, Т.К. Зиловой и Ю.В. Соина [7, 14, 25] проведены испытания сферических и эллипсоидных сегментов с трещинами. Было установлено, ориентация исходных трещин и кривизна сегментов оказывают влияние на скорость развития трещин.

В работах А.А. Шанявского [43, 44] рассмотрены представления об описании закономерности процесса распространения усталостных трещин при различных условиях нагружения вплоть до достижения ими предельного размера, при котором наступает окончательное разрушение произвольного по геометрии и свойствам материала элемента конструкции.

На сегодняшний день существует огромное количество исследовательских работ по скорости распространения трещин в условиях нормального отрыва. Актуальным остается вопрос о процессах распространения усталостных трещин при смешанных формах деформирования. Рост усталостных трещин при совместном действии напряжений нормального отрыва и чистого сдвига впервые был рассмотрен в работе Ииды и Кобаяси [8]. Авторы исследовали скорость роста трещин в листах алюминиевого сплава. Результаты показали, что трещина начинает

быстро расти в направлении, вдоль которого компонента перемещений при чистом сдвиге стремится к нулю. Было установлено, что скорость роста трещины значительно увеличивалась при наличии даже незначительного циклического коэффициента интенсивности напряжений при чистом сдвиге.

В своих работах, Эфтис, Субрамонян и Либовитц исследовали влияние двухосности напряжений и ориентации трещины на коэффициенты интенсивности напряжений, максимальный сдвиг, исходный угол ориентации трещины, плотность энергии деформации и скорость изменения потенциальной энергии деформации [81-83]. Авторы показали, что применение одночленной модели является недостаточным для учета двухосности нагружения, так как в таком случае не учитывается влияние несингулярных членов в разложении напряжений по собственным функциям Вильямса [137]. Путем использования функций комплексного переменного и асимптотического разложения, Эфтис и др. [83] получили формулы для компонент тензора напряжений и смещений в области вершины наклонной трещины, на основании чего проведена оценка влияния двухосности нагружения на исследуемые параметры трещиностойкости.

В дальнейшем Икэдой и др. [9] было проведено экспериментально – теоретическое исследование влияния угла ориентации исходной трещины на результаты расчета по критерию разрушения при двухосном статическом нагружении. Результаты показали, что направление развития трещины и разрушающие напряжения зависят от угла ориентации исходной трещины и степени двухосности напряжений. Цикл работ Ливерса, Рэдона и Калвера посвящен разработке методики и исследованию характеристик трещиностойкости при двухосном растяжении. [89]. Важнейшим результатом этих работ является аналитический метод расчета траектории развития трещины в зависимости от соотношения номинальных растягивающих напряжений. Однако следует отметить, что применительно к произвольной ориентации трещины в поле двухосных напряжений задача не была решена.

В последствии В.Н. Шлянниковым [45, 53] проведена комплексная оценка влияния вида напряженного состояния и угла ориентации исходной трещины на скорость её развития для восьми алюминиевых сплавов в условиях смешанных форм деформирования. Автором предложен новый безразмерный параметр S_h , характеризующий сопротивление материала развитию трещины при циклическом нагружении и установлена зависимость параметра циклической трещиностойкости от различных свойств исследованных материалов.

1.3. Двухосное напряженное состояние в реальных элементах конструкций

Анализ поведения элементов конструкций под действием эксплуатационного нагружения в состоянии упругости, пластичности, ползучести и разрушения является предметом рассмотрения механики деформируемого твердого тела. В этой отрасли знаний, как и во многих других, удачно сочетаются фундаментальные аналитические подходы и приближенные численные решения. Эффективное применение аппарата механики деформируемого твердого тела в исследовательских и прикладных целях требует глубоких знаний составляющих её разделов – теорий упругости, пластичности, ползучести и механики трещин. Классическое изложение данных основ можно найти в работах С.П.Демидова, А.А.Ильюшина, В.Новацкого, Ю.Н.Работнова, А.И.Лурье, В.Н.Шлянникова, А.А.Яблонского и др. [3, 11, 24, 17, 33, 46].

Многие элементы оборудования, например, роторы паровых турбин, трубопроводы, детали теплообменного оборудования и др., содержат технологические концентраторы напряжений, которые при эксплуатационных режимах работы обуславливают развитие пластических деформаций в зонах концентрации, это в свою очередь является основой для образования микро и макротрещин. В основном данные элементы

конструкций являются критическими с точки зрения несущей способности и ресурса. Однако в условиях современной рыночной экономики время эксплуатации элементов оборудования значительно превышает значения паркового ресурса.

Следует отметить, что в элементах современной техники практически не реализуется одноосное напряженное состояние. Характерной для них является эксплуатация в условиях сложного напряженного состояния при наличии различного рода дефектов. Кроме того, ориентация возможных дефектов относительно действия номинальных напряжений в условиях плоского напряженного состояния или плоской деформации имеет произвольный характер. К примеру, стальные вертикальные резервуары подвержены действию двухосных статических и переменных нагрузок различной интенсивности. Практика эксплуатации вертикальных цилиндрических резервуаров показала, что к наиболее частым случаям повреждений относятся трещины в различных узлах (стенке, уторном узле, местах врезок приемо-раздаточных патрубков) обусловленные циклическими нагрузками, связанными с наполнением-опорожнением резервуара, а также с изменением режимов перекачки продукта. В процессе эксплуатации в элементах резервуаров реализуется двухосное напряженное состояние, обусловленное соотношением продольных и кольцевых напряжений. В большинстве случаев траектория распространения трещины проходит по образующей резервуара. При этом максимальные кольцевые напряжения, действующие перпендикулярно к плоскости трещины, способствуют дальнейшему ее распространению.

Трубопроводы и цилиндры высокого давления используются для переноса жидкостей и газов (энергоносителей, теплоносителей, химических веществ), в гидравлических и пневматических силовых установках. Жидкости и газы находятся под давлением, которое воздействует на внутреннюю поверхность трубопровода. В процессе эксплуатации температура теплоносителя, а следовательно трубопровода непостоянна, т.е.

трубопровод непрерывно расширяется или сжимается. Как правило, они имеют жесткое закрепление с торцов (радиационные и конвективные пучки теплообменников в паровых и водогрейных котлах, системы отопления, горячего водоснабжения, баллоны высокого давления и т.д.), что ведет к возникновению осевой нагрузки сжатия или растяжения. Цилиндры гидравлических систем также находятся под внутренним давлением и осевой сжимающей силой. К ним относятся гидравлические домкраты, тормозные системы, цилиндры шасси самолета и т.д. Таким образом, трубопроводы находятся в условиях двухосного нагружения, при чем соотношение двухосных статических и циклических напряжений в эксплуатации весьма различно. Для цилиндров отношение номинальных напряжений в окружном и осевом направлениях $\xi = \sigma_{zz} / \sigma_{yy}$ находится в диапазоне от -1 до +1, в трубопроводах достаточно большой длины это соотношение стремится к 0 (растяжение в окружном направлении). Кроме того трубопроводы могут быть подвержены изгибу и кручению. Под воздействием условий эксплуатации (термомеханическое нагружение и коррозионная среда) в трубопроводах с течением времени накапливаются и развиваются трещины. По данным эксплуатации характер повреждений трубопроводов, нагруженных внутренним давлением и осевой растягивающей или сжимающей силой, связан с наличием несквозных поверхностных трещин с криволинейным фронтом. Подобные дефекты зарождаются на внутренней поверхности трубопровода и распространяются по толщине стенки трубы в плоскости, нормальной к направлению наибольшей компоненты двухосных номинальных напряжений.

Вращающиеся детали роторов паровых и газовых турбин, такие как насадные диски, в процессе эксплуатации находятся в условиях сложного напряжённого состояния. Сложное напряжённое состояние в дисках определяется коэффициентом двухосности нагружения. Под коэффициентом двухосности нагружения понимается отношение номинальных радиальных

напряжений к окружным $\eta = \sigma_{rr} / \sigma_{\theta\theta}$. При этом коэффициент двухосности нагружения значительным образом меняется по сечению диска.

Двухосность нагружения, возникающая в процессе эксплуатации в элементах обшивки летательных аппаратов, роторах паровых турбин, трубопроводах, сосудах высокого давления и т.п. приводит к образованию трещин, плоскость расположения которых произвольно ориентирована по отношению к действию максимальных напряжений. Такое сочетание вида нагружения и расположения трещины классифицируется в механике разрушения как смешанные моды деформирования.

Смешанный тип нагружения и деформирования вследствие приложения нагрузки к элементам конструкции всегда возникает после того, как в сечении детали конструкции, в которой находится трещина, появляются как нормальные, так и касательные напряжения. В случае наклонных трещин смешанный тип нагружения возникает уже при относительно простых видах нагружения, например, при двухосном растяжении в резервуаре под внутренним давлением. Ломаные и зигзагообразные трещины характеризуют переменную во времени нагрузку. Трещина может появиться вследствие дефекта изготовления или возникнуть при коррозии под напряжением при производстве или при вводе изделия в эксплуатацию и затем, под рабочей нагрузкой, распространяться в новом направлении. Несколько необычные зигзагообразные трещины появляются не только в микрообласти (например, в качестве межкристаллических трещин), но и имеют место также в виде макротрещин при практических аварийных случаях.

Наиболее типичным случаем возникновения смешанных форм деформирования и разрушения является отсутствие симметрии приложенной нагрузки по отношению к геометрии тела и схемы расположения в нем исходной трещины.

Если в детали имеется несколько трещин, то они влияют друг на друга. При этом смешанный тип разрушения возникает только в области системы

параллельных трещин. Множество трещин появляется чаще всего в зоне влияния сварки и в ее окрестности или возникает вследствие коррозии под напряжением трещины.

В трещинах, которые находятся в окрестности надреза или начинаются в надрезе, при определенных условиях возникает смешанный тип разрушения. Надрезы часто являются исходной точкой для трещины или разрушения (например, усталостная трещина или усталостное разрушение). Более 70% разрушений роторных деталей газотурбинных двигателей связано с зарождением и ростом усталостных трещин. Некоторые примеры усталостных разрушений лопаток и замковых соединений, а также разрушения силовых установок вследствие разрушения диска турбины представлены в [35]. Последствия разрушения лопаток могут быть различными: пробои корпуса двигателя, повреждение лопаточных венцов других ступеней, заклинивание ротора, срыв работы двигателя. Сложные переходы сечений, отверстия, пазы, металлургические и технологические дефекты, создающие зоны повышенной напряженности, являются возможными очагами возникновения трещин малоциклового усталости в дисках газотурбинных двигателей.

Таким образом, во многих элементах конструкций встречаются именно наклонные трещины. Традиционные критерии, модели состояния и параметры механики трещин должным образом не учитывают специфику смешанных форм деформирования. Влияние вида нагружения, в частности, двухосности напряжений реализуется через зону пластической деформации в области вершины трещины, что предполагает проведение исследований в упруго-пластической постановке. В этой связи актуальной становится разработка параметров и критериев механики трещин при сложном напряженном состоянии, основанных на упруго-пластическом анализе области вершины трещины.

1.4. Анализ двухосного напряженного состояния в критических зонах накопления и развития повреждений в насадных дисках паровых турбин

Как уже было отмечено, анализ поведения элементов конструкций под действием эксплуатационного нагружения в состоянии упругости, пластичности, ползучести и разрушения является предметом рассмотрения механики деформируемого твердого тела. В данном параграфе рассмотрим результаты анализа напряженно-деформированного состояния насадных дисков паровых турбин при эксплуатационном нагружении. Коллективом авторов Шлянников В.Н., Ильченко Б.В., Яруллин Р.Р., Топоров Д.В., Захаров А.П. накоплен большой опыт в проведении анализа НДС дисков паровых турбин на основе МКЭ [6, 55, 58, 63, 64, 90, 124]. На примере насадного диска 22-й ступени паровой турбины Т-100-130 рассмотрим основные результаты численного анализа НДС от действия эксплуатационных нагрузок.

В процессе эксплуатации на диск воздействуют центробежная сила от собственной массы диска, контурная нагрузка от воздействия рабочих лопаток на обод диска, которая передается через замковое соединение, контактное давление на втулку диска, вызванное натягом при посадке диска на вал. Также следует учитывать, что на рабочие лопатки во время эксплуатации воздействует паровое усилие, обусловленное перепадом давления между ступенями. Насадной диск турбины подвержен в эксплуатации сложному нагружению, которое может вызывать нелинейные деформации вследствие наличия конструктивных концентраторов напряжений. Для такого сочетания условий нагружения при определении НДС диска необходимо решать задачу в трехмерной постановке с применением метода конечных элементов (МКЭ), который позволяет учесть конструктивные особенности дисков и возможное нелинейное поведение конструкционного материала.

На рис.1.1 представлена трехмерная модель насадного диска 22 ступени паровой турбины Т-100-130, которая была полностью воспроизведена по чертежам завода-изготовителя. При моделировании исследуемой конструкции использовалось условие циклической симметрии, которое позволяет корректно перейти от полноразмерной модели диска к его объемному сектору. Взаимодействие между хвостовиком лопатки, заклепками и крепежными отверстиями диска моделировалось с помощью контактных элементов. На сопряженных поверхностях диска, заклепок и хвостовика сформирована сетка конечных элементов с использованием контактных элементов типа «поверхность-поверхность» CONTA174 и ответных ему контактных элементов TARGE170 из библиотеки программного комплекса «ANSYS» [67]. Подробный анализ НДС насадного диска 22-й ступени турбины Т-100-130 в упругопластической постановке представлен в работе [63].

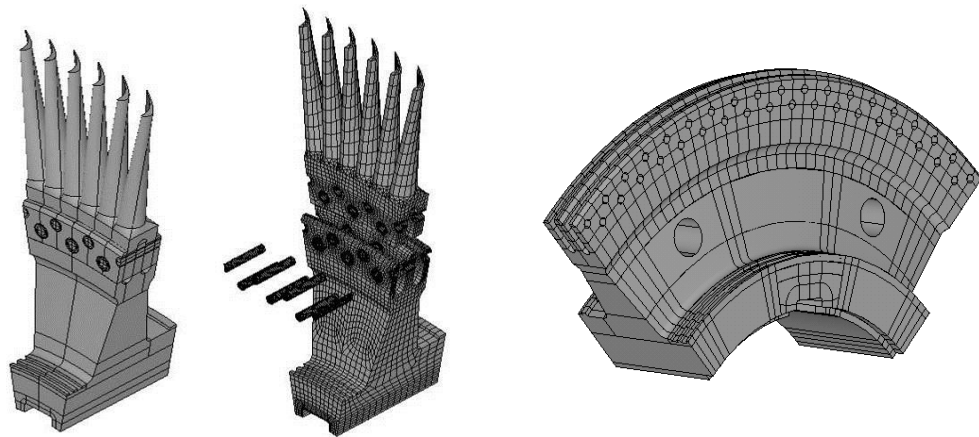


Рис.1.1. Конечно-элементная модель диска 22-й ступени паровой турбины Т-100-130

Рассмотрим результаты численного расчета насадного диска от действия эксплуатационных нагрузок. Распределение полей интенсивности напряжений в насадном диске показано на рис.1.2. В результате численного анализа НДС диска были установлены критические зоны диска турбины и определены уровни действующих в них напряжений и деформаций. К

критическим зонам в насадном диске 22-й ступени турбины Т-100-130 относятся заклепочные отверстия обода диска, разгрузочные отверстия в полотне и шпоночный паз.

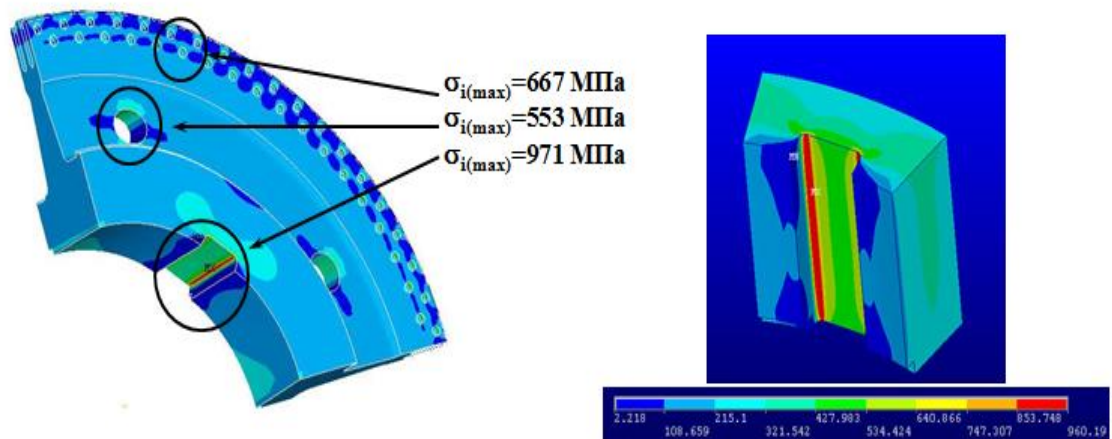


Рис.1.2. Действующие напряжения в критических зонах диска

В результате численного расчета было установлено, что основной зоной концентрации напряжений в диске является шпоночный паз, где действующие напряжения превышают предел текучести материала диска. Следует отметить, что практика эксплуатации паровой турбины Т-100-130 на Набережночелнинской ТЭЦ показала, что в насадных дисках ротора ЦНД в области крепежных отверстий вильчатого замкового соединения и углах шпоночного паза образуются трещины.

На рис. 1.3 представлены распределения пластических деформаций в зоне радиусного сопряжения осевого шпоночного паза при отсутствии (рис.1.3а) и наличии контактного давления (рис.1.3б). На этих рисунках серым цветом выделена область, где напряжения не превышают предел текучести материала ($\sigma_0=853$ МПа). Из рисунков видно, что в области осевого шпоночного паза по всей толщине ступицы диска реализуются напряжения, превышающие предел текучести материала ($\sigma_{i(max)} > \sigma_0$).

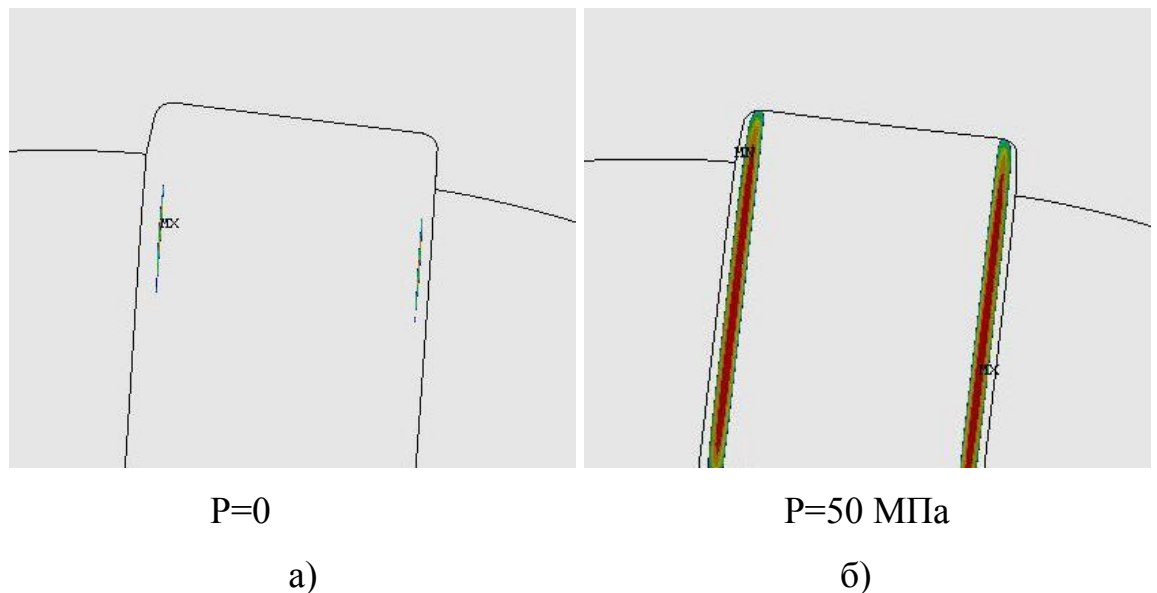


Рис. 1.3. Зоны пластических деформаций в зоне радиусного сопряжения осевого шпоночного паза

Как уже было отмечено выше, диски паровых турбин в процессе эксплуатации находятся в условиях сложного напряженного состояния и НДС по сечению диска различно, поэтому целесообразно привести распределения коэффициента двухосности нагружения по сечению диска.

Под коэффициентом двухосности нагружения будем понимать отношение номинальных радиальных напряжений к окружным $\xi = \sigma_{rr} / \sigma_{\theta\theta}$.

На рис. 1.4 представлено распределение коэффициента двухосности по сечению диска для двух направлений обхода – h и t , где h – направление от внутренней поверхности ступицы к ободу диска, t – направление по толщине ступицы диска на радиусе расположения доньшка паза r . Здесь $\bar{h}$, $\bar{t}$ – расстояния, нормированные на соответствующие габариты в рассматриваемом направлении обхода h и t . Как видно из графиков коэффициент двухосности по телу диска величина непостоянная и зависит от условий нагружения диска в эксплуатации.

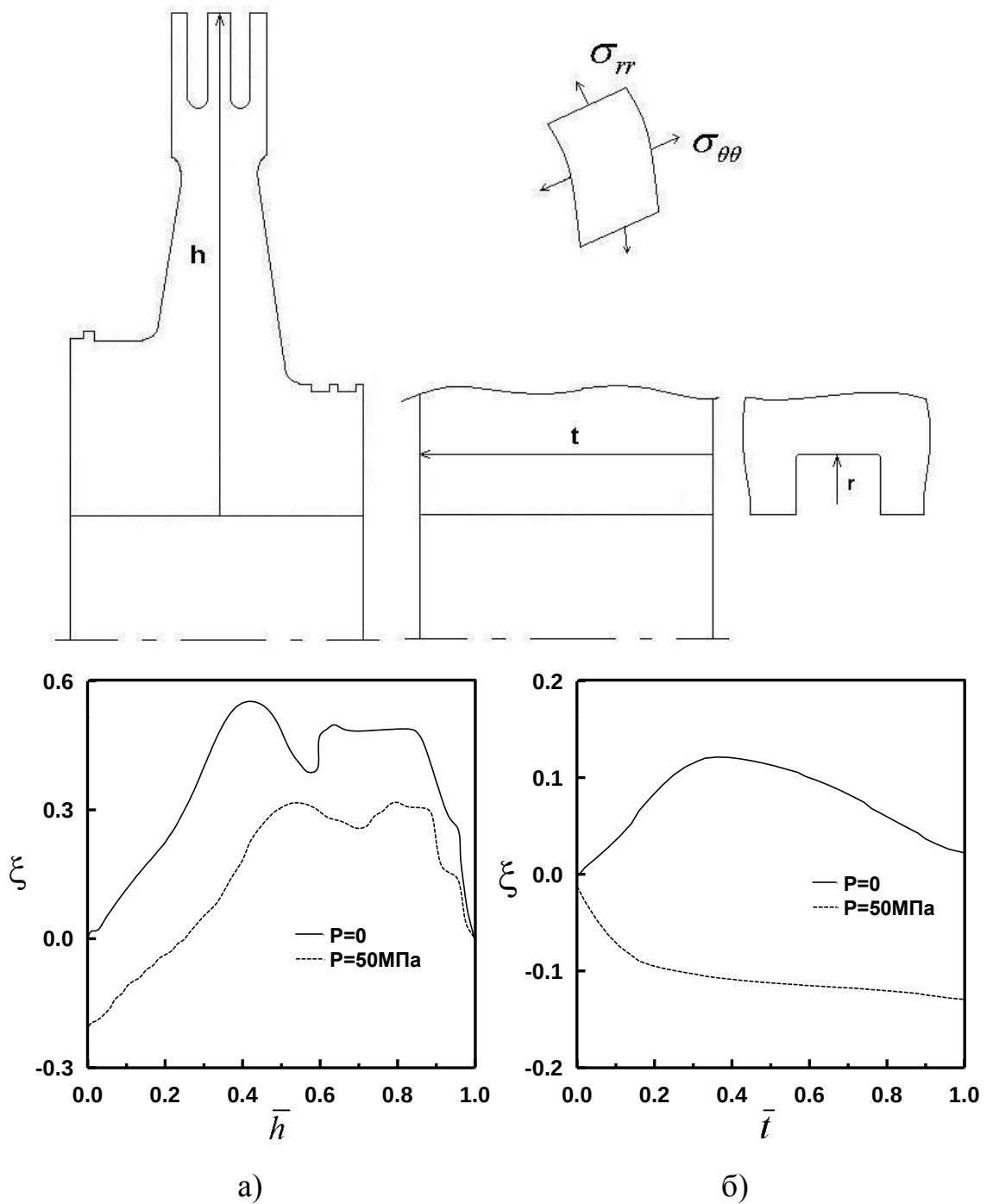


Рис. 1.4. Распределения коэффициента двухосности ξ по сечению диска: а) по направлению к ободу; б) по толщине ступицы

Таким образом, в данном параграфе описаны результаты исследования напряженно-деформированное состояния насадного диска паровой турбины Т-100-130 при эксплуатационных условиях нагружения. По результатам численного анализа установлено, что основной зоной концентрации напряжений в диске является паз под шпонку. В зонах радиусных

сопряжений осевого шпоночного паза возникают зоны пластических деформаций, что в совокупности с коррозионной средой на последних ступенях турбины и времени эксплуатации ведет к накоплению повреждений, приводящих к образованию и развитию микро - и макротрещин.

1.5. Методы прогнозирования остаточной долговечности элементов конструкций на стадии развития повреждений

Исследование многостадийного процесса разрушения требует корректного выбора определяющих параметров, описывающих процессы зарождения и развития трещин и установления границы их применимости. Стадия роста трещин в конструкциях составляет половину и более от полной долговечности, и надежное ее прогнозирование представляет собой важную и актуальную задачу.

Для количественного описания закономерностей развития трещин при циклическом нагружении используют силовые, деформационные и энергетические критерии. Подробный обзор методов прогнозирования несущей способности выполнен Махутовым Н.А. в работе [20].

Развитие силовых критериев разрушения в упругой постановке отражено в работах [34, 39]. Условие разрушения в этих работах представляется в форме равенства КИН критическому значению K_{IC} . На основе силового критерия разрушения в связи с возникновением упруго пластических деформаций предельные состояния анализируют [34, 36] для фиктивной длины трещины.

В работах [19, 34] представлены экспериментальные исследования закономерностей развития трещин и формулировка на их основе различных эмпирических зависимостей для скоростей роста трещин. Полученные в этих работах уравнения позволили связать скорость роста трещины с

номинальным напряжением цикла, длиной трещины и числом циклов нагружения с помощью степенных и экспоненциальных функций.

Обобщение многочисленных результатов экспериментальных исследований в силовой трактовке было проведено Пэрисом и Эрдоганом [34], из которого была получена зависимость:

$$\frac{dl}{dN} = C_I \Delta K_I^{\gamma_r} \quad (1.23)$$

где C_I , γ_r - характеристики материала и условий нагружения; ΔK_I размах КИН. По данным этого обобщения для широкого спектра материалов $\gamma_r = 3 \div 4$. В последующем было показано, что γ_r изменяется в более широких пределах: $2.5 \div 9$, увеличиваясь с повышением номинальных напряжений цикла и понижением сопротивления материала упругопластическим деформациям. Исследования при различных коэффициентах асимметрии цикла номинальных напряжений показали, что скорость развития трещины при заданном размахе увеличивается с увеличением и с приближением коэффициента интенсивности напряжений к критическому:

$$\frac{dl}{dN} = \frac{C_{II} (\Delta K_I)^\alpha}{(1 - r_\sigma) K_{Ic} - \Delta K_I} \quad (1.24)$$

где C_{II} , α - характеристики материала и условий испытания.

Теоретическое обоснование и обобщение степенного уравнения (1.23) выполнено на основе энергетических критериев разрушения для асимметрического цикла с $r_r = K_{Imin}/K_{Imax}$ [39]:

$$\frac{dl}{dN} = -\beta \left(\frac{K_{Imax}^2 - K_{Imin}^2}{K_{Ic}^2} + \ln \frac{K_{Ic}^2 - K_{Imax}^2}{K_{Ic}^2 - K_{Imin}^2} \right) \quad (1.25)$$

где β - характеристика материала. Уравнение (1.25) после разложения в ряд и ограничения ряда первым членом приводится к уравнению (1.26) при $C_l = \beta / 2K_{lc}^4$ и $\gamma_r = 4$.

$$\frac{dl}{dN} = C_r \left(\frac{K_{lmax} - K_{lth}}{K_{lcf} - K_{lmax}} \right)^{\alpha_r} \quad (1.26)$$

где K_{lcf} , K_{lth} - верхнее и нижнее пороговое значение КИН, C_r , α_r - константы материала и условий нагружения.

По мере увеличения номинальных напряжений и уменьшения предельного числа циклов значение пластических деформаций в вершине трещины для анализа скоростей распространения трещин повышается. В работах [34, 92] при размахе номинальных пластических деформаций Δe_{pn} для скорости роста трещин использовано степенное выражение:

$$\frac{dl}{dN} = C_{ep} (\Delta e_{pn} \sqrt{l})^s \quad (1.27)$$

где C_{ep} , s - характеристики материала и условий нагружения. Интегрирование уравнения (1.27) и введение предположения о постоянстве критической длины трещины приводит к степенному уравнению кривой малоциклового усталости. Уравнение (1.27) относится к случаю жесткого нагружения в упругой и упруго-пластической области. Эти обстоятельства существенно осложняют анализ кинетики разрушения в зонах конструктивной концентрации с учетом внутренней нестационарности деформаций в зонах, размеры которых превышают размеры трещин.

Уравнения (1.23)-(1.27) описывают условия развития трещин при циклическом нагружении, когда номинальные деформации не превышают

предельных упругих. Интегрирование этих уравнений дает формулы расчета остаточного ресурса на стадии роста трещины от исходных a_0 до критических размеров a_{cr} . Интегрируя (1.23) можно записать:

$$N = \int_{a_0}^{a_{cr}} \frac{da}{C \Delta K^m} = \frac{1}{(2-m)C(S_a \sqrt{\pi})^m} (a_{cr}^{(2-m)/2} - a_0^{(2-m)/2}) \quad (1.28)$$

где C , m - характеристики материала и условий нагружения. Критический размер трещины a_{cr} определяется условием $K=K_{IC}$.

Теория предельного состояния и теория хрупких трещин, составляющих основу механики разрушения, развивались параллельно, каждая для соответствующих классов материалов при неопределенных границах их применимости. Однако состояние материала может изменяться в зависимости от температуры, скорости нагружения, длины трещины, вида нагружения, причем переход из хрупкого состояния в пластическое происходит постепенно, с вхождением в промежуточную квазихрупкую область. Современные двухкритериальные подходы механики разрушения призваны описать предельное состояние тела с трещиной в независимости от характера разрушения, для этого необходимо рассчитать текущие значения K_I и определить предельную нагрузку вязкого разрушения.

В работе Махутова Н.А. [20] проведены экспериментальные исследования деформированного состояния в вершине трещин при однократном и малоцикловом нагружении образцов различной геометрии из сталей 22К, 12Х2МФА, 08Х18Н10Т и выведено основное уравнение кинетики трещин малоциклового разрушения (1.29).

$$\frac{dl}{dN} = C_{ei} \bar{e}_{ia}^2 \quad (1.29)$$

где C_{ei} - характеристика материала и условий нагружения.

Уравнение (1.29) было экспериментально апробировано для циклически разупрочняющихся и стабилизирующихся сталей при мягком и жестком нагружении с различной асимметрией цикла напряжений и деформаций. Полученные результаты позволили рассчитать долговечность на стадии образования и развития трещин при наличии концентрации напряжений в условиях статического и циклического нагружения.

Покровским [32] была разработана методика прогнозирования развития поверхностных усталостных трещин с учетом формы их фронта. Покровский вывел два уравнения для расчета продвижения трещины, первое для точки пересечения трещины со свободной поверхностью, второе – для точки максимального углубления трещины. По этим уравнениям можно проводить расчет продвижения трещины по циклам нагружения.

Разработанные деформационные, энергетические и силовые критерии роста трещин, установленные закономерности развития трещин в зависимости от параметров и формы цикла, вида напряженного состояния, условий нагружения применимы к наиболее простым случаям нагружения. Однако при прогнозировании живучести реальных конструкций возникают проблемы, связанные с расчетом КИН для трещин с криволинейной траекторией развития.

Большинство моделей прогнозирования остаточного ресурса элементов конструкций основано на кинетических уравнениях скорости роста трещин. Принципиальным моментом подобных моделей является понятие зоны процесса разрушения. Предполагается, что зона процесса разрушения охватывает область вершины трещины, в которой происходит накопление и рост микрповреждений, приводящих к развитию макротрещин. Размер зоны процесса разрушения является фундаментальной характеристикой свойств материала, устанавливающей взаимосвязь между процессами, происходящими на различных масштабных уровнях по отношению к

элементу структуры материала. Наиболее обстоятельное исследование по обоснованию концепции зоны процесса разрушения или критического расстояния в приложении к условиям упруго-пластического деформирования содержится в работах [51, 52, 118], в которых получены теоретические соотношения взаимосвязи между размером зоны процесса разрушения и общей плотностью энергии деформации в безразмерном виде:

$$\bar{\delta}_c = \left\{ \frac{\bar{S}_2 \pm \left[\bar{S}_2^2 - 4(\bar{W}_c^* - \bar{S}_3)(\bar{S}_1 + \bar{S}_p) \right]}{2(\bar{W}_c^* - \bar{S}_3)} \right\},$$

$$\bar{W}_c^* = \left(\frac{\sigma_{0.2}}{\sigma_{yn}} \right)^2 \left[\frac{1}{2} \bar{\sigma}_f^2 + \frac{\alpha n}{n+1} \bar{\sigma}_f^{n+1} \right] \quad (1.30)$$

Установлен физический смысл размера зоны процесса разрушения – приращение длины трещины в элементарном акте разрушения при скачкообразном развитии трещины. На удалении от вершины трещины равном r_c возникает критическое по величине (dW/dV) состояние, которое сопровождается формированием зоны процесса разрушения, а результатом происходящих в ней процессов является приращение длины трещины на величину r_c .

Предложено уравнение для расчета вязкости разрушения по стандартным механическим свойствам материалов и абсолютного размера зоны процесса разрушения r_c :

$$K_{1C} = \sigma_0 \left[\frac{0.5 \bar{\sigma}_f^2 + \alpha n \bar{\sigma}_f^{n+1} l(n+1)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \right]^{1/2} (2\pi r_c)^{1/2} \quad (1.31)$$

Из введенного физического смысла размера зоны процесса разрушения предложено уравнение скорости роста трещины за цикл нагружения:

$$\frac{da}{dN} = \frac{r_c}{\Delta N} = 2\bar{\delta}a(\theta^*) \left[\frac{\sigma_{yn}^2 \bar{S}_f - \sigma_{th}^2 \Delta \bar{S}_{th}(\theta_1)}{4\sigma'_f \varepsilon'_f E \bar{\delta}} \right]^{1/\beta} \quad (1.32)$$

В работе [59] разработана модель развития несквозных поверхностных дефектов в трубопроводе, нагруженном переменным внутренним давлением. Предполагалось, что положение фронта трещины в процессе ее развития будет находиться в соответствии с величиной КИН в каждой точке криволинейного контура трещины. Модель основывается на следующих предположениях:

- контур трещины аппроксимируется уравнением полуэллипса;
- развитие трещины определяется распределением упругопластических КИН вдоль фронта трещины, т.е. имеют место условия маломасштабной текучести;
- изменение локальных разрушающих напряжений вдоль фронта несквозной трещины пропорционально распределению местных пластических деформаций вблизи криволинейного контура трещины.

Шаговая процедура расчетов состояла в определении размера зоны процесса разрушения вдоль фронта трещины, вычислении скорости ее роста, интегрировании последней и определении долговечности, соответствующей данному приращению длины, с последующим увеличением размера трещины на величину ее приращения и повторением всего цикла до момента разрушения трубопровода. Таким условием разрушения принято нарушение сплошности трубопровода или достижение длиной трещины толщины стенки трубопровода.

Для прогнозирования скорости роста усталостной трещины за цикл нагружения уравнение (1.32) преобразовано к виду (1.33) для условий развития несквозного дефекта:

$$\frac{dl}{dN} = 2\bar{\delta}l \left(\frac{\sigma_n^2 \bar{K}_f^2 - \sigma_{th}^2 \Delta \bar{K}_{th}^2}{4\sigma_f^* \varepsilon_f^* E \bar{\delta}} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (1.33)$$

В работе [58] разработан метод расчета остаточного ресурса роторов паровых турбин с учетом накопленной эксплуатационной поврежденности в условиях ползучести; на основе концепции зоны процесса разрушения получены уравнения скорости роста трещины при ползучести и прогнозирования остаточной долговечности; предложенный метод включает численный анализ состояния диска ротора паровой турбины в областях конструктивной концентрации напряжений и деформаций для нескольких стадий долговечности; приведены результаты расчета остаточного ресурса диска паровой турбины в условиях ползучести, соответствующие различным предварительным наработкам ротора в эксплуатации.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Проведенный анализ литературных данных показал, что в последнее время специалисты уделяют особое внимание задачам о наклонных трещинах при различных видах двухосного циклического нагружения. При решении упруго-пластических задач традиционные критерии, модели состояния и параметры механики трещин должным образом не учитывают специфику нелинейного деформирования. Известные параметры упругого и упруго-пластического состояния имеют ограниченные возможности воспроизведения эффектов влияния комплекса упруго-пластических свойств материала, геометрии и условий нагружения при смешанных формах циклического разрушения.

Таким образом, целью данной работы является разработка и обоснование упруго-пластических параметров состояния и развития трещин при смешанных формах двухосного циклического нагружения.

Цель исследования определяет следующие **задачи**:

- ввести и обосновать упруго-пластические параметры и характеристики состояния области вершины сквозной трещины при сложном напряженном состоянии;
- провести комплексную численную оценку совместного влияния вида двухосности и смешанных форм деформирования на поведение параметров упругих и упруго-пластических полей напряжений в области вершине трещины;
- разработать и обосновать конструкцию крестообразных образцов для исследования характеристик циклической трещиностойкости при двухосном нагружении;
- выполнить экспериментальные исследования влияния вида двухосного нагружения и исходного угла ориентации дефекта на

характеристики циклической трещиностойкости конструкционных материалов;

- обосновать приложение развиваемых методов к задачам оценки остаточной долговечности элементов конструкций.

ГЛАВА 2. МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ЦИКЛИЧЕСКОЙ ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ ПРИ СМЕШАННЫХ ФОРМАХ ДВУХОСНОГО НАГРУЖЕНИЯ.

2.1. Обоснование геометрии крестообразных образцов для исследования скорости роста трещины при двухосном нагружении

Одной из задач настоящей работы является введение и обоснование упруго-пластического параметра состояния в области вершины трещины, который будет использован для интерпретации эффектов влияния двухосности и смешанных форм нагружения на скорость развития трещин, а также прогнозирования остаточной долговечности элементов конструкций с эксплуатационным повреждением. Обоснование достижения заявленной цели предполагалось в порядке анализа результатов целенаправленных экспериментов. В этой связи настоящая глава посвящена формулировке искомых параметров и разработке методики их определения на экспериментальных образцах конкретных геометрий. Акценты экспериментальных исследований будут отнесены к определению характеристик циклической трещиностойкости.

Одним из основных методических вопросов в рамках испытаний конструкционных материалов на циклическую трещиностойкость в условиях сложного напряженного состояния является выбор типа и конструкции экспериментальных образцов. В экспериментальной практике исследований циклической трещиностойкости материалов в условиях двухосного напряженного состояния широкое распространение получили плоские крестообразные образцы с центральным надрезом [16, 43, 44, 84, 97, 129, 141]. Различные виды напряженного состояния в рабочей зоне крестообразного образца достигаются за счет приложения различных нагрузок во взаимно-перпендикулярных направлениях. Произвольная ориентация исходного надреза относительно осей главных напряжений в сочетании с различными коэффициентами двухосности позволяет

реализовать в испытаниях на трещиностойкость смешанные формы деформирования.

Основным требованием при разработке конструкции крестообразных образцов является обеспечение однородного напряженно-деформированного состояния в его рабочей зоне в широком диапазоне соотношений прикладываемых нагрузок. Следует отметить, что при вариации вида двухосного нагружения в рабочей зоне образца изменяется не только размер, но и форма поля однородного напряженного состояния. В конструкции крестообразного образца на однородность поля напряжений в рабочей зоне сильное влияние оказывают поперечные хвостовики. Это влияние можно уменьшить за счет оптимизации конструкции образца[56].

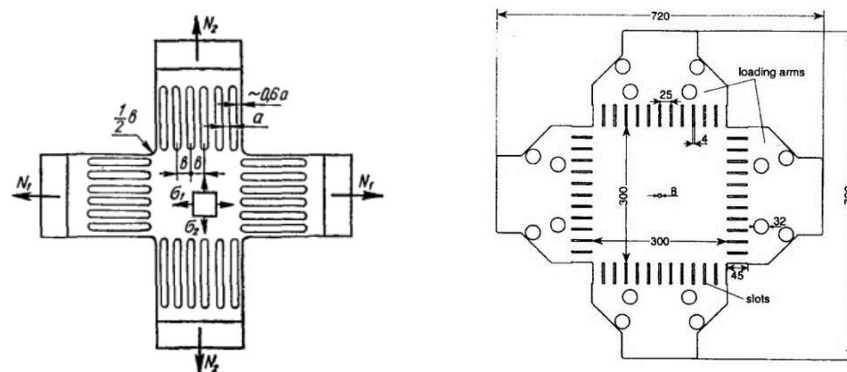


Рис.2.1. Крестообразные образцы с продольными прорезями в хвостовиках

Одним из способов оптимизации конструкции образца является выполнение в хвостовиках сквозных прорезей (рис 2.1). Установлено, что чем тоньше прорези и чем их больше, тем более однородное поле напряжений в рабочей зоне. Однако, при инициировании усталостной трещины в рабочей зоне образца высока вероятность его разрушения по хвостовику из-за концентрации напряжений в прорезях. В монографии Писаренко и Лебедева [31] отмечено, что образцы с прорезями в хвостовиках пригодны для испытаний только упрочняющихся материалов, так как

достаточно высокого уровня напряжений в рабочей зоне можно достичь после перехода металла в прорезях в стадию упрочнения.

Существенное влияние на поле однородных напряжений в рабочей зоне образца оказывает вид нагружения. Так при коэффициентах двухосности напряжений отличных от $\sigma_{xx}/\sigma_{yy}=1$ происходит уменьшение размера поля однородных напряжений. От такого недостатка свободны плоские восьмилепестковые образцы, (рис.2.2).

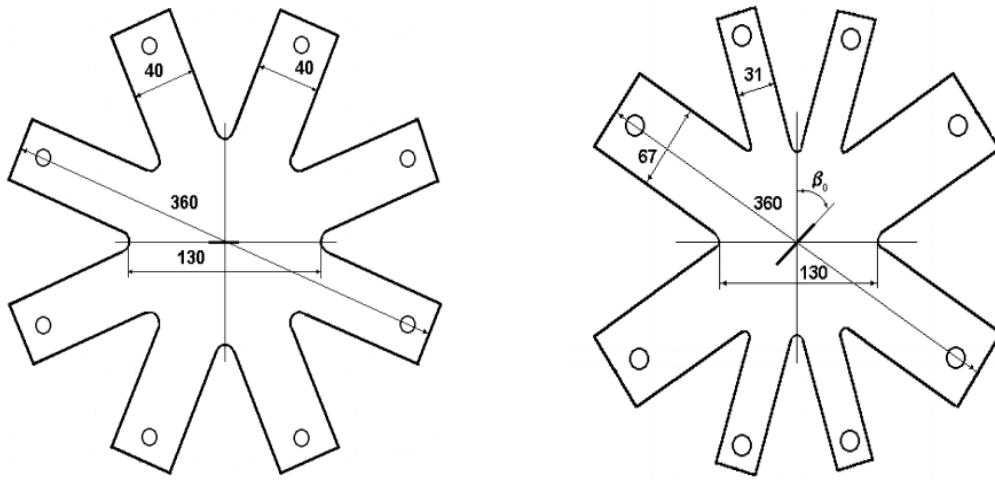


Рис.2.2. Восьмилепестковые образцы: а - $\sigma_{xx}/\sigma_{yy}=1$, б - $\sigma_{xx}/\sigma_{yy}=0,5$

Хантом [87] предложен итерационный метод расчета геометрии восьмилепестковых образцов при реализации широкого диапазона двухосных растягивающих напряжений исходя из заданного соотношения нагрузок и соотношения номинальных напряжений в рабочей части образца.

$$\begin{aligned} \cos \alpha_a &= \frac{P}{2} \cos \alpha_b (\eta \tan^2 \alpha_b - 1); \quad \sin \alpha_b = \frac{\sin \alpha_a}{2P} \left(\frac{1}{\eta \tan^2 \alpha_a} - 1 \right) \\ \tan \theta_a &= \tan \alpha_a \left(2P \frac{\sin \alpha_b}{\sin \alpha_a} - 1 \right); \quad \tan \theta_b = \frac{\tan \alpha_b}{\left(\frac{2 \cos \alpha_a}{P \cos \alpha_b} - 1 \right)} \end{aligned} \quad (2.1)$$

где $P=P_2/P_1$ - соотношение нагрузок, прикладываемых к лепесткам;
 $\eta=\sigma_{xn}/\sigma_{yn}$ - соотношение номинальных напряжений в рабочей части образца;

α_a, α_b - углы наклона лепестков к оси ОХ; θ_a, θ_b - углы, определяющие размеры рабочей части образца.

Авторами работы [18] по исследованию НДС плоских образцов методом конечных элементов было показано, что за счет большего количества нагружающих лепестков и изменения их геометрии в зависимости от заданных коэффициентов двухосности номинальных напряжений поле однородных напряжений в таких образцах занимает не менее 80 % от площади рабочей зоны. Образцы, приведенные на рис. 2.2. использовались авторами работ по исследованию развития наклонных трещин при двухосном нагружении [45, 49].

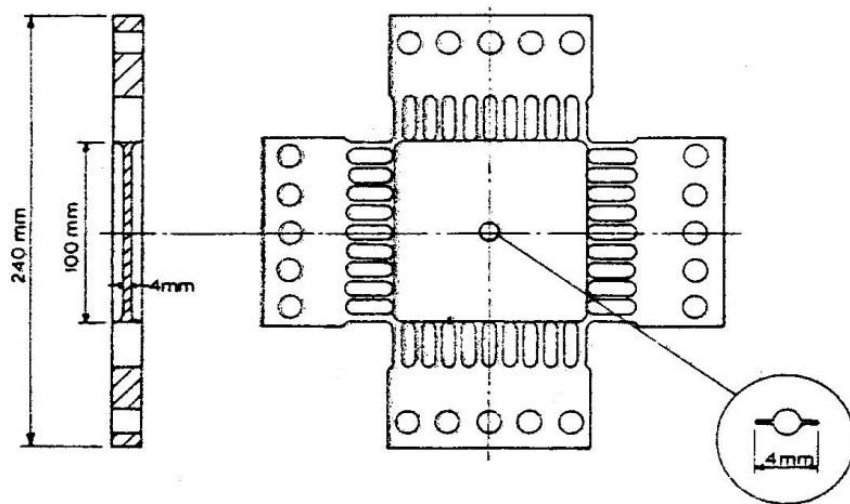


Рис. 2.3. Крестообразный образец с утонением в рабочей зоне.

При вариации требуемых соотношений двухосности в диапазоне от $\eta=-1$ до $\eta=+1$ альтернативой плоским образцам являются образцы, выполненные с утонением в рабочей зоне. Утонения могут быть круглой, квадратной или более сложной формы. В работах [75, 103, 104, 128, 129] по исследованию развития наклонных трещин в условиях смешанных форм деформирования использовались крестообразные образцы с утонением в рабочей зоне показанные на рис. 2.3. Конструкция образца с утонением в рабочей зоне, обеспечивает реализацию поля однородных напряжений в

рабочей зоне в широком диапазоне коэффициентов двухосности номинальных напряжений.

Анализ конструктивных особенностей крестообразных образцов показывает, что стремление к увеличению поля однородных напряжений в рабочей зоне образца приводит к усложнению его конструкции, а следовательно к увеличению трудоемкости и стоимости его изготовления.

В настоящей работе для исследования характеристик циклической трещиностойкости конструкционных материалов при двухосном нагружении было предложено использовать два типа конструкции образцов: плоский образец постоянной толщины (а) и образец с утоненной рабочей частью (б) (рис.2.4.).

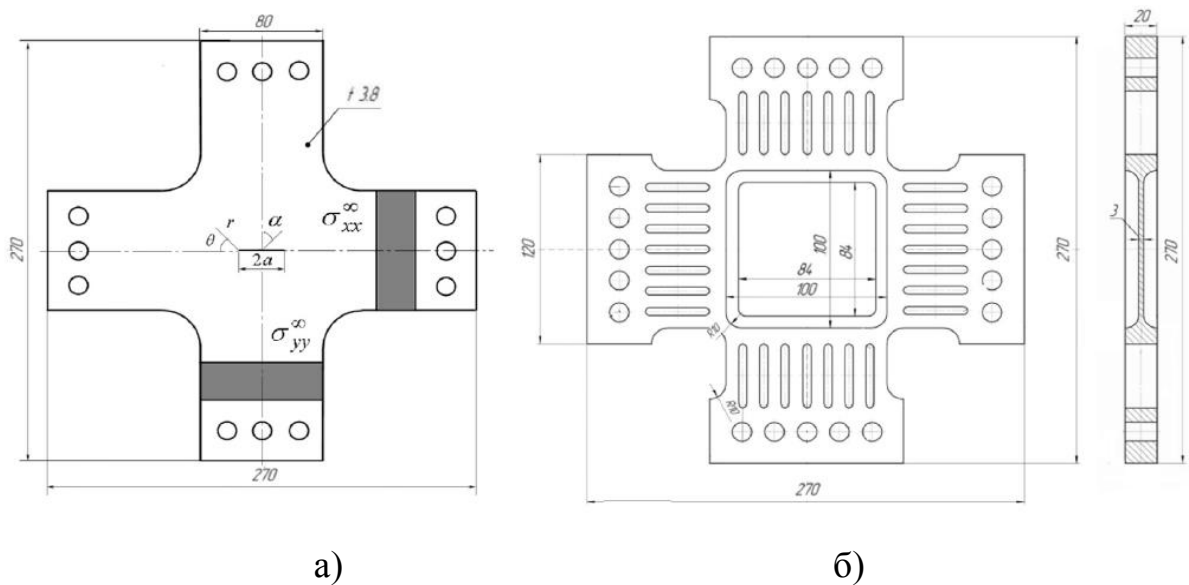


Рис.2.4. Крестообразные образцы для испытаний при двухосном нагружении

Оптимизация конструкции образцов осуществлялась путем исследования напряженно-деформированного состояния в рабочей зоне с использованием метода конечных элементов. Все расчеты распределений полей напряжений в рабочей зоне образцов проводились в программном комплексе ANSYS. В силу симметрии крестообразных образцов исследовалась $\frac{1}{4}$ часть конструкции образца. В качестве граничных условий

использовалось единичное давление, приложенное к торцевым линиям нагрузочных лепестков.

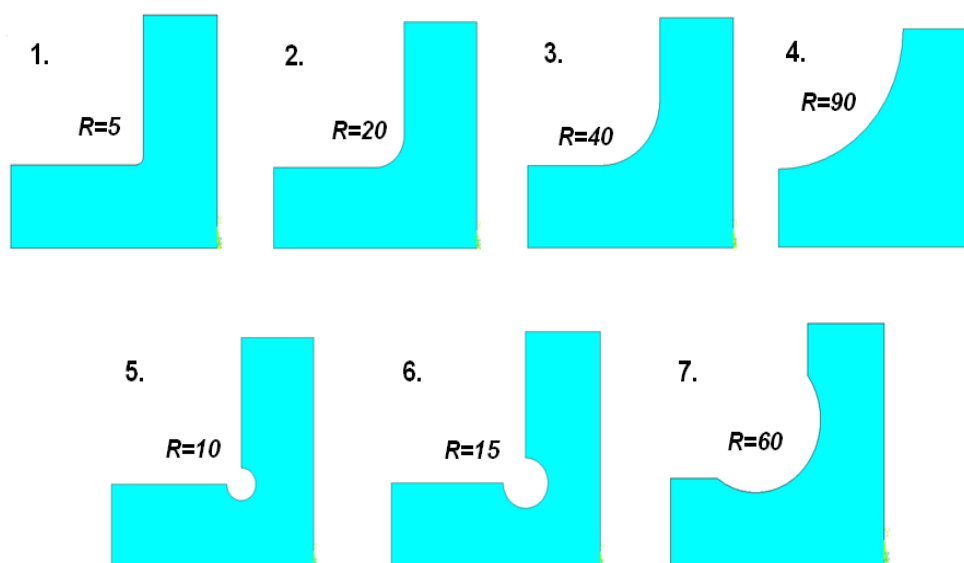


Рис. 2.5. Варианты конструкций плоского образца (CS-1)

Для выбора оптимальной формы плоского крестообразного образца было предложено 7 вариантов конструкции представленных на рис.2.5. Варьируемыми параметрами являлись радиус сопряжения между лепестками от R5 до R90 (варианты 1-4), а также форма радиусного сопряжения (варианты 5-7). Расчеты напряженного состояния образцов проводились для двух вариантов соотношения прикладываемых нагрузок при коэффициентах двухосности $\eta = 1$ и $\eta = -1$. Степень однородности полей напряжений в рабочей зоне для всех предложенных вариантов конструкций образцов оценивалась по графикам распределения нормальных напряжений σ_{yy} по длине рабочей зоны. Компонента тензора напряжений σ_{yy} выбрана в качестве критериальной величины из тех соображений, что эти напряжения являются определяющими при наиболее распространенном в экспериментальной практике виде нагружения - «нормальный отрыв».

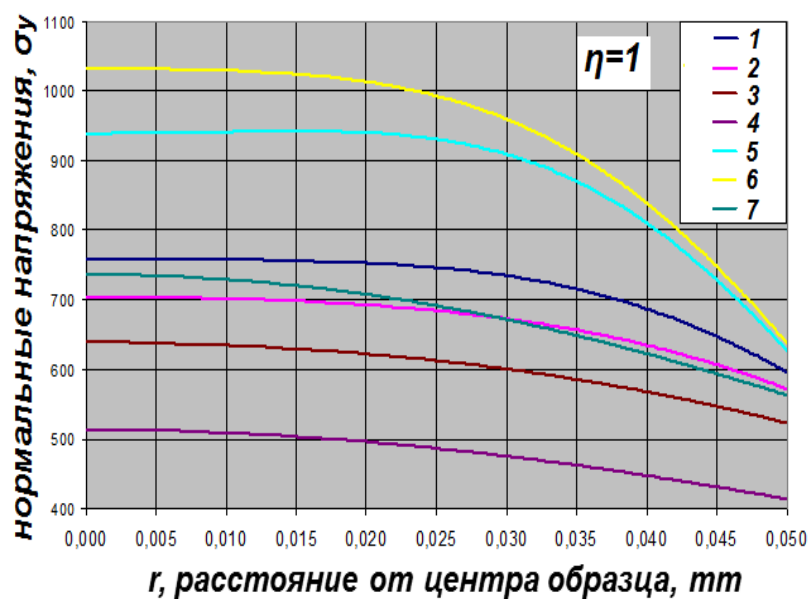


Рис. 2.6. Графики изменения нормальных напряжений σ_y по длине рабочей зоны для равнодвухосного растяжения $\eta=+1$

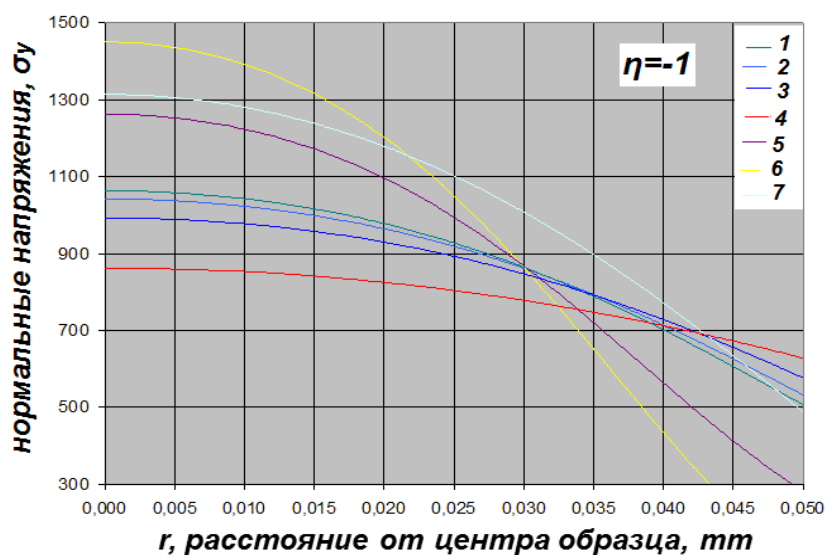


Рис. 2.7. Графики изменения нормальных напряжений σ_y по длине рабочей зоны для равнодвухосного растяжения-сжатия $\eta=-1$

На рис. 2.6-2.7. показаны графики изменения нормальных напряжений σ_{yy} по длине рабочей зоны, построенные по результатам расчетов всех вариантов конструкций образца для двух видов напряженного состояния. За начальную точку построения графиков распределения напряжений принят центр образца. Для обоих случаев нагружения самым неблагоприятным вариантом конструкции образца является вариант №6. В этом случае при

удалении от центра образца на 50 мм наблюдается максимальное падение нормальных напряжений σ_{yy} на 38 %. При коэффициенте двухосности $\eta = 1$ конкурирующими являются 2, 3 и 4 варианты геометрии с падением напряжения на 19%, 18% и 18% соответственно. Однако вариант конструкции №4 при соответствующих размерах имеет большую зону для измерения развития трещины. Для коэффициента двухосности $\eta = -1$ неоспоримым преимуществом по отношению к остальным вариантам конструкций образца обладает вариант геометрии № 4, для которого напряжения снижаются на 27 %. Таким образом, анализ полученных данных показывает, что по критерию однородности распределения нормальных напряжений σ_y в рабочей зоне, предпочтительным является образец с вариантом геометрии № 4.

Для исследования развития трещин в условиях смешанных форм деформирования в широком диапазоне соотношений двухосных напряжений была предложена конструкция крестообразного образца с утонением в рабочей зоне. Конечно-элементная модель крестообразного образца с утонением в рабочей зоне показана на рис. 2.8.

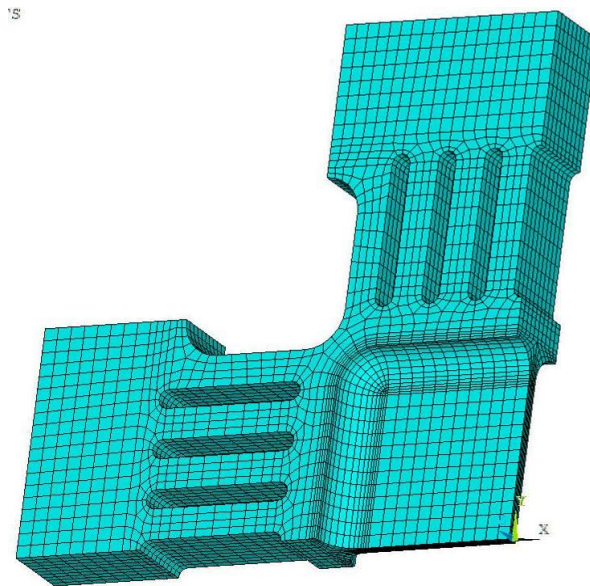


Рис. 2.8 Расчетная схема крестообразного образца с утоненной рабочей зоной (CS-2)

Расчеты напряженного состояния в рабочей зоне образца проводились для коэффициентов двухосности нагружения $\eta = -1, -0,5, 0, 0,5, 1$. В результате чего были получены распределения полей напряжений в рабочей зоне крестообразного образца (CS-2) в зависимости от вида двухосного нагружения.

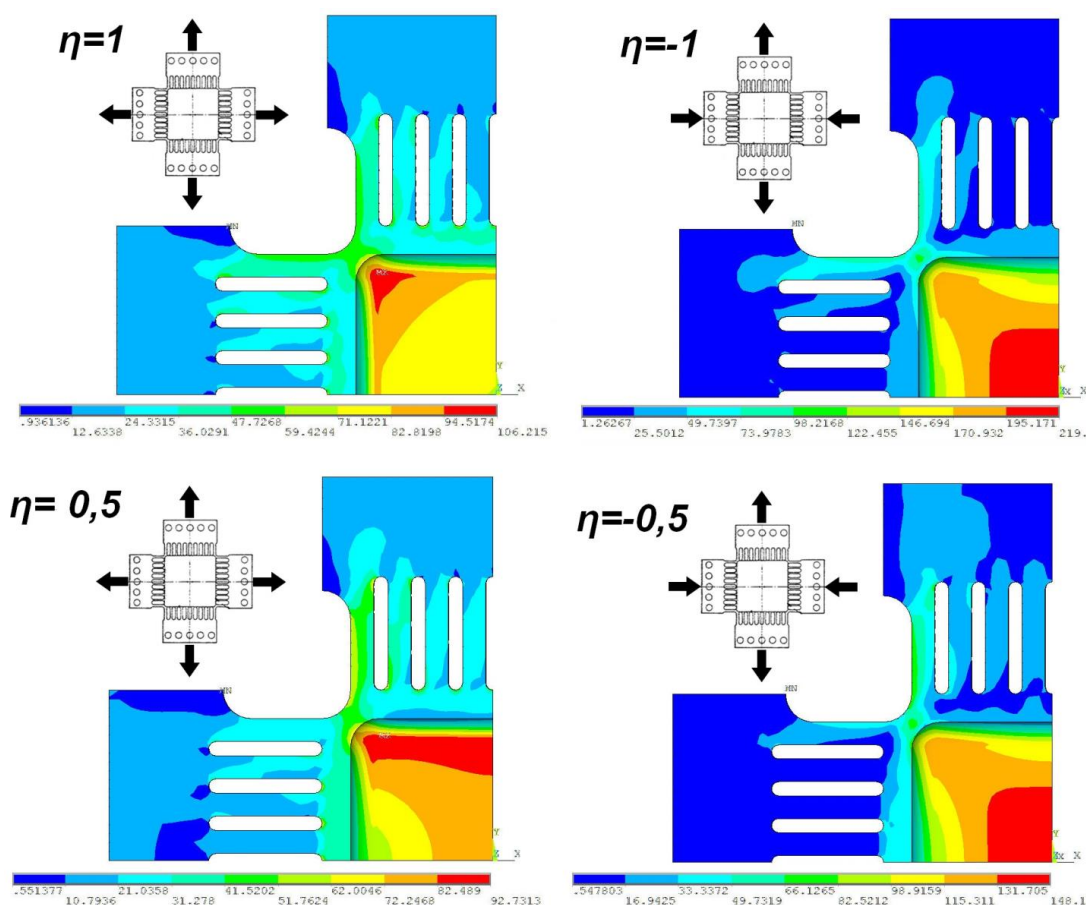


Рис. 2.9. Распределения полей напряжений в рабочей зоне крестообразного образца (CS-2) в зависимости от вида двухосного нагружения

По результатам численных расчетов для крестообразных образцов рассматриваемых геометрий проводилась оценка однородности двухосного напряженного состояния в рабочей зоне. Однородность двухосных напряжений в рабочей части образцов оценивалась по графикам распределений коэффициентов двухосности номинальных напряжений. Графики распределений коэффициентов двухосности номинальных

напряжений по длине рабочей зоны в крестообразных образцах двух геометрий (рис.2.10.-2.11.) были получены для широкого диапазона видов двухосного нагружения. По данным результатам было установлено, что крестообразный образец с утонением (CS-2) обеспечивает большую зону однородного напряженного состояния в рабочей части по сравнению с плоским образцом (CS-1).

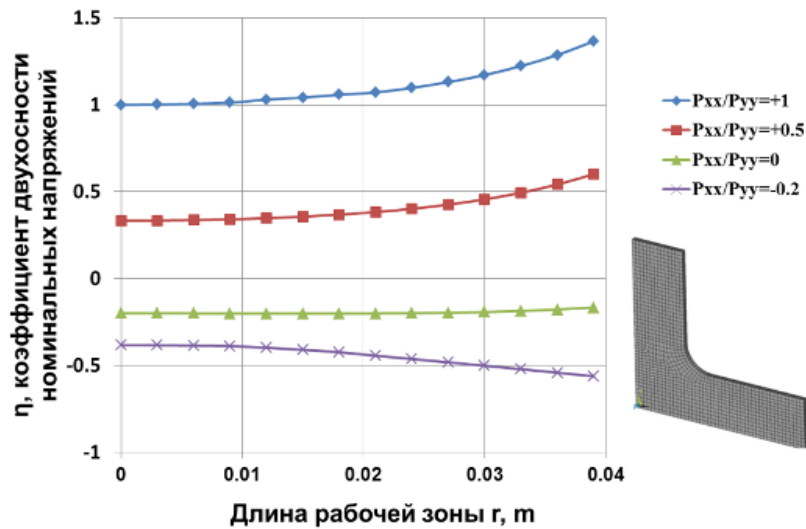


Рис. 2.10. Распределения коэффициента двухосности номинальных напряжений в рабочей зоне плоского крестообразного образца (CS-1)

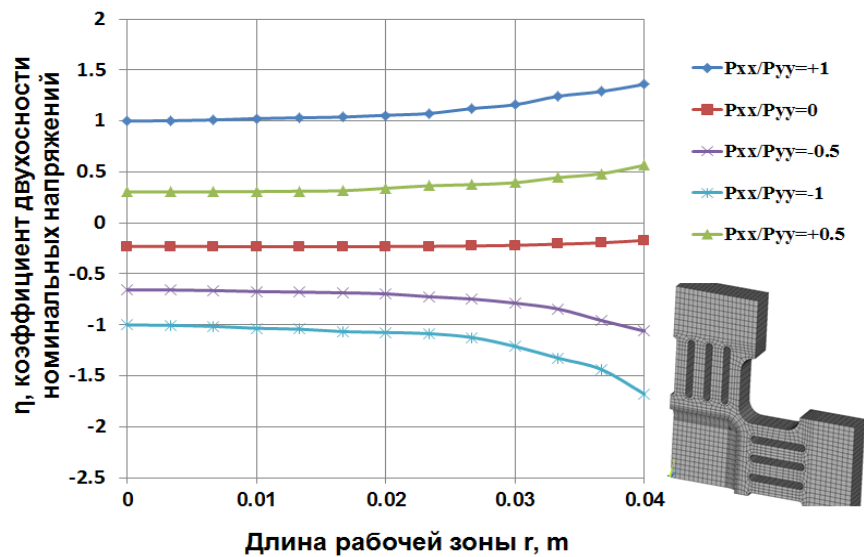


Рис. 2.11. Распределения коэффициента двухосности номинальных напряжений в рабочей зоне крестообразного образца с утонением (CS-2)

Также для крестообразных образцов рассматриваемых геометрий были установлены зависимости между номинальными напряжениями в рабочей зоне $\eta = \sigma_{xx}/\sigma_{yy}$ и прикладываемыми нагрузками к лепесткам образца $\lambda = P_{xx}/P_{yy}$ (рис.2.12).

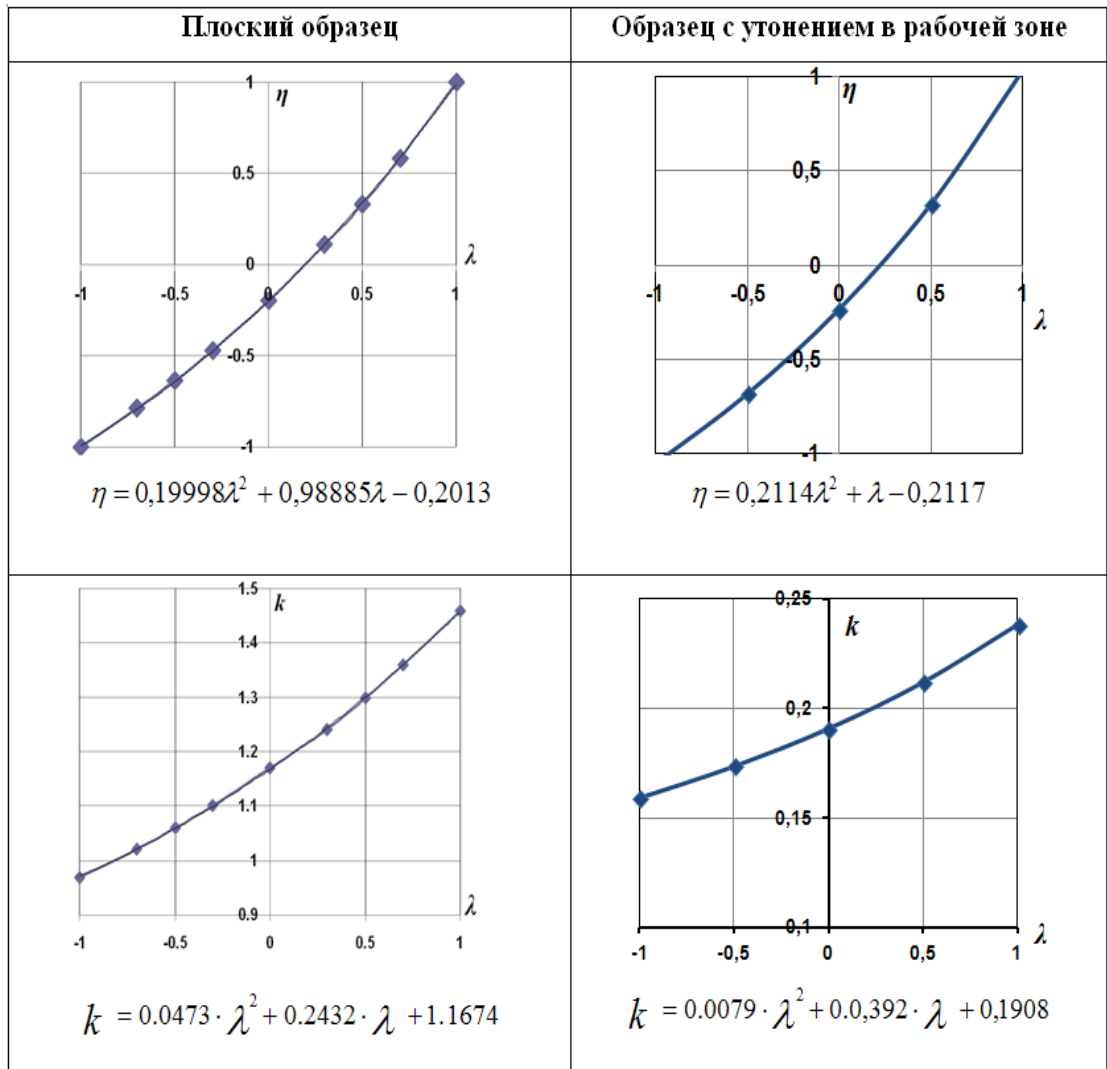


Рис. 2.12. Зависимость номинальных напряжений в рабочей зоне крестообразных образцов от соотношения прикладываемых усилий

Отличительной особенностью крестообразных образцов с утонением в рабочей части является возможность реализации равнодвухосного растяжения-сжатия, а в сочетании с исходной ориентацией трещины $\alpha=45^\circ$ создание условий моды чистого сдвига. Тем самым на образце одной геометрии может быть достигнут полный диапазон смешанных форм разрушения для плоской задачи.

2.2. Методы расчета упругих и упруго-пластических параметров состояния области вершины сквозной трещины при смешанных формах двухосного деформирования

Интерпретация экспериментальных данных по развитию трещин при смешанных формах двухосного циклического деформирования предполагает проведение параметрических исследований величин, характеризующих напряженно-деформированное состояние в вершине трещины. В настоящей работе для интерпретации скорости роста трещин использовались традиционные упругие и новые упруго-пластические параметры. Ниже изложены методы, используемые в данной работе для расчета упругих и упруго-пластических параметров состояния области вершины сквозной трещины при смешанных формах двухосного деформирования.

Упругие параметры состояния в вершине трещины

Теоретической основой описания состояния наклонной трещины в рамках решения упругой задачи является известное решение Вильямса, модифицированное авторами [83], которое состоит в удержании первых двух членов разложений по собственным функциям напряжений и перемещений:

$$\begin{cases} \sigma_x = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] - \frac{K_2}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left[2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right] + T \\ \sigma_y = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] + \frac{K_2}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ \sigma_{xy} = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + \frac{K_2}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \end{cases} \quad (2.2)$$

$$\begin{cases} u_x = \frac{K_1}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left[\frac{1}{2}(\kappa-1) + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] + \frac{K_2}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left[\frac{1}{2}(\kappa+1) + \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] + \\ + \frac{(1-\eta)\sigma}{8G} \{ r[\cos(\theta+2\alpha) + \kappa \cos(\theta-2\alpha) - 2 \sin \theta \sin 2\alpha] + (\kappa+1)a \cos 2\alpha \} \\ u_y = \frac{K_1}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left[\frac{1}{2}(\kappa+1) - \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] + \frac{K_2}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left[\frac{1}{2}(1-\kappa) + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] + \\ + \frac{(1-\eta)\sigma}{8G} \{ r[\sin(2\alpha-\theta) + \kappa \sin(2\alpha+\theta) - 2 \sin \theta \cos 2\alpha] + (\kappa+1)a \sin 2\alpha \} \end{cases} \quad (2.3)$$

В выражениях (2.2, 2.3.) r, θ - полярные координаты, центрированные на вершину трещины, σ_{ij} - компоненты тензора упругих напряжений, u_{ij} - компоненты перемещений, G, κ - упругие константы материала, K_1 и K_2 - коэффициенты интенсивности напряжений для плоской задачи

$$K_1 = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{2} [(1+\eta) - (1-\eta)\cos 2\alpha]; \quad K_2 = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{2} [(1-\eta)\sin 2\alpha] \quad (2.4)$$

где a - длина трещины, Y_1, Y_2 - К-тарировочные функции, учитывающие геометрию конкретного образца и схему его нагружения, (a/w) - относительная длина трещины.

В формулах (2.2-2.3) второй член разложения или T -напряжение для тела бесконечных размеров определяется как

$$T = \sigma(1-\eta)\cos 2\alpha \quad (2.5)$$

где σ - номинальное напряжение, η - коэффициент двухосности номинальных напряжений, α - угол ориентации трещины.

Параметр T -напряжение введенное Райсом [109] рассматривается как напряжение параллельное берегам трещины. В своей работе Райс показал, что T -напряжение прямо пропорционально приложенным нагрузкам. В работах [96, 109] доказано, что учет несингулярного T -напряжения

существенно уточняет асимптотическое распределение полей напряжений в упруго-пластическом теле с трещиной. К настоящему времени установлено, что воздействие геометрии образца и условий нагружения реализуется через T -напряжение [116]. Для упругой задачи расчет T -напряжений при смешанных формах деформирования представлен в работе [71].

В приложении к крестообразным образцам неизвестными величинами будут собственно упругие коэффициенты интенсивности напряжений K_1 и K_2 , а также несингулярный второй член, называемый T -напряжением. Система уравнений (2.2) предоставляет возможность последовательного расчета сначала T -напряжений, а затем с учетом найденных значений T -напряжений расчет коэффициентов интенсивности напряжений K_1 и K_2 . При этом компоненты напряжений, стоящие в левой части уравнений (2.2) определяются на основе численных данных по МКЭ.

Принципиальным в вычислительном плане является способ нахождения T -напряжений через узловые компоненты действующих перемещений или напряжений. В настоящей работе для расчета T -напряжений было рассмотрено несколько методов. По методу напряжений, T -напряжения могут быть рассчитаны через компоненты действующих напряжений на продолжении трещины при $\theta = 0^\circ$ (2.6), а также на верхней и нижней поверхностях трещины при $\theta = \pm\pi$:

$$T = (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})_{\theta=0^\circ} \quad (2.6)$$

$$T = \frac{1}{2} [(\sigma_{xx})_{\theta=-\pi} + (\sigma_{xx})_{\theta=\pi}] \quad (2.7)$$

В работе Аятоллахи и др. [71] показано, что наибольшей точностью и инвариантностью по отношению к положению относительно вершины трещины обладает метод перемещений. При этом компоненты перемещений следует выбирать на верхней и нижней поверхностях трещины, т.е. при $\theta = \pm\pi$ как это показано на рис.2.12.

$$T = \frac{1}{2} E' [u_x(x, -\pi) + u_x(x, \pi)] \quad (2.8)$$

где $E'=E$ для плоского напряженного состояния и $E'=E/(1-\nu^2)$ для плоской деформации.

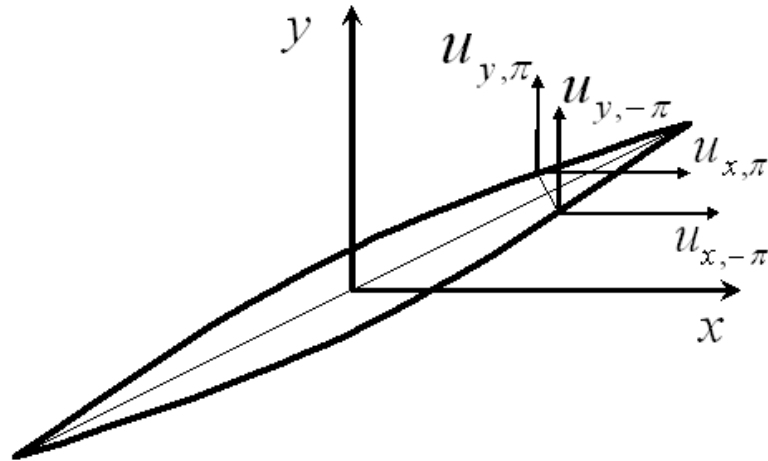


Рис.2.12. Компоненты перемещений на поверхностях трещины

В работе проведено сравнение предлагаемых методов расчета T -напряжений в плоском крестообразном образце (CS-1) при двухосном нагружении. Расчёты T -напряжений в крестообразном образце при двухосном растяжении $\eta=+0,5$ выполнены для двух значений относительных длин трещины $(a/w)=0.1$ и $(a/w)=0.7$ и углов ориентации трещины $\alpha=45^\circ$, $\alpha=90^\circ$. На рис.2.13 цифрами обозначены следующие позиции: 1 – аналитическое решение для T -напряжений в теле бесконечных размеров по уравнению (2.5), 2 – решение по методу напряжений для $\theta=0^\circ$ по уравнению (2.6), 3 – решение по методу напряжений для $\theta=\pm\pi$ по уравнению (2.7), 4 – решение по методу перемещений для $\theta=\pm\pi$ по уравнению (2.8). Из представленных данных следует, что предпочтительным является метод перемещений при вычислении T -напряжений для различных длин трещин в телах конечной геометрии.

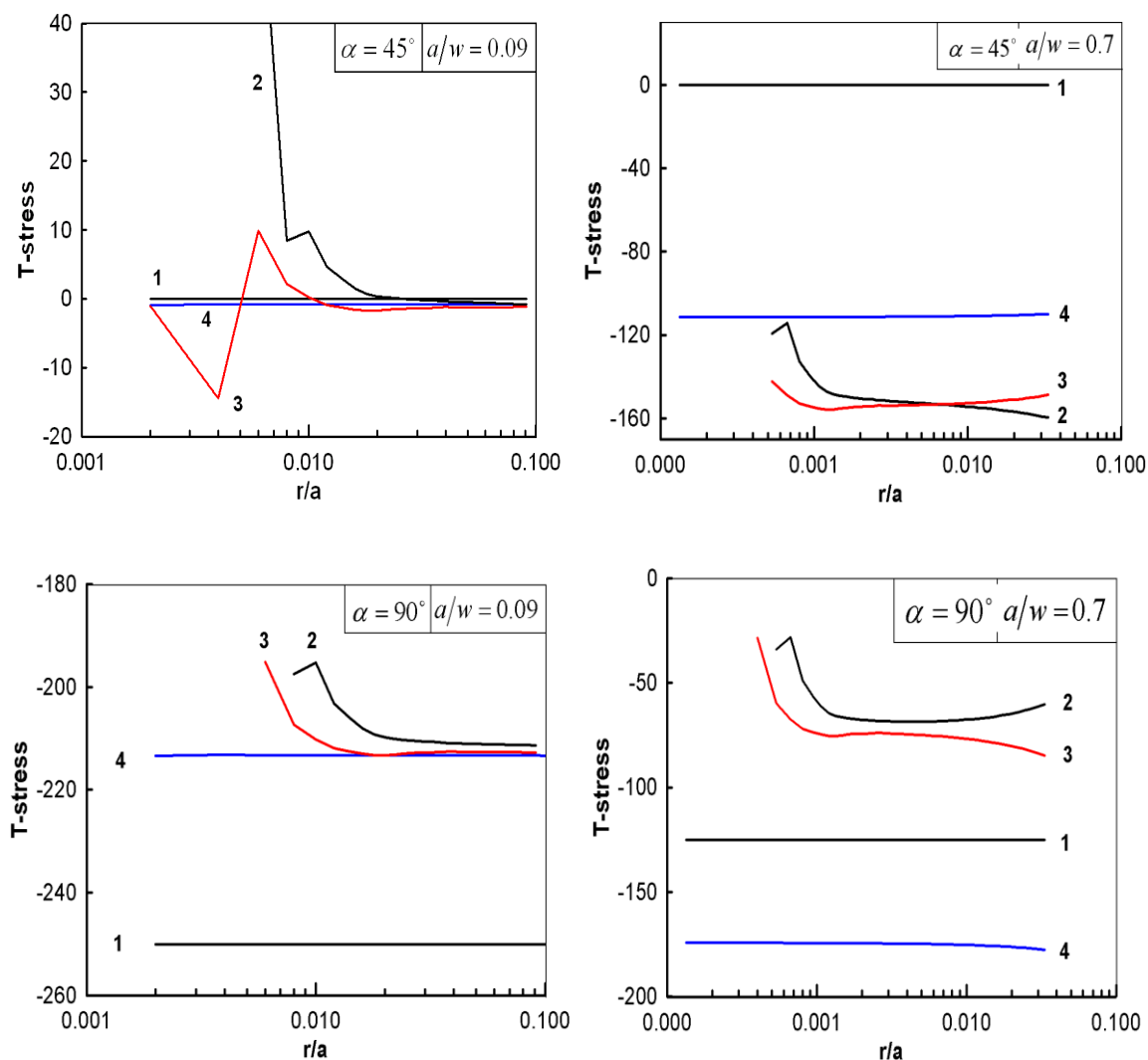


Рис.2.13. Зависимости Т-напряжения от расстояния до вершины трещины

Таким образом, в дальнейших расчетах Т-напряжений использовался метод перемещений. В соответствии с этим методом в следующей главе для крестообразных образцов двух геометрий будут рассчитаны Т-напряжения в полном диапазоне смешанных форм двухосного деформирования.

Интерпретация экспериментальных данных по характеристикам циклической трещиностойкости состоит в установлении зависимости скорости роста трещины от размаха КИН. Для получения такой зависимости необходимо поставить в соответствие каждой длине трещины при накопленном числе циклов нагружения значение коэффициента интенсивности напряжений.

Для крестообразных образцов коэффициенты интенсивности напряжений с учетом коэффициента двухосности нагружения η и угла ориентации трещины α вычисляются с помощью выражений (2.4). Входящие в состав выражений для расчета КИН К-тарировочные функции Y_1 и Y_2 , отражающие влияние геометрии конкретного образца и схемы его нагружения, определяются численно по МКЭ. Особенности расчета КИН для двухосного нагружения произвольного направления по МКЭ содержатся в работах [49, 58].

Расчеты К-тарировочных функций проводились в системе координат (r, θ) центрированной в вершине трещины, ось ординат которой совпадает с плоскостью исходного надреза. К-тарировочные функции определялись для трех положений: $\theta = 0^\circ$ - продолжение плоскости расположения трещины, $\theta = +\pi$ и $\theta = -\pi$ соответственно верхняя и нижняя поверхности трещины. Подстановка этих угловых координат в основное разрешающее уравнение (2.2) приводит к трем вариантам расчета К-тарировочных функций:

$$\begin{aligned}
 & \sigma_{xx} = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}} + T \quad Y_1\left(\frac{a}{w}\right) = \frac{2(\sigma_{xx} - T)}{\sigma} \sqrt{\frac{2r}{a}} \frac{1}{[1 + \eta - (1 - \eta)\cos 2\alpha]} \\
 \underline{\theta = 0^\circ} \quad & \sigma_{yy} = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}} \quad Y_1\left(\frac{a}{w}\right) = \frac{2\sigma_{yy}}{\sigma} \sqrt{\frac{2r}{a}} \frac{1}{[1 + \eta - (1 - \eta)\cos 2\alpha]} \\
 & \sigma_{xy} = \frac{K_2}{\sqrt{2\pi r}} \quad Y_2\left(\frac{a}{w}\right) = \frac{2\sigma_{xy}}{\sigma} \sqrt{\frac{2r}{a}} \frac{1}{(1 - \eta)\sin 2\alpha} \\
 \\
 & \sigma_{xx} = -2 \frac{K_2}{\sqrt{2\pi r}} + T \\
 \underline{\theta = +\pi} \quad & \sigma_{yy} = 0 \quad Y_2\left(\frac{a}{w}\right) = \frac{(T - \sigma_{xx})}{\sigma} \sqrt{\frac{2r}{a}} \frac{1}{(1 - \eta)\sin 2\alpha} \\
 & \sigma_{xy} = 0 \\
 \\
 & \sigma_{xx} = 2 \frac{K_2}{\sqrt{2\pi r}} + T \\
 \underline{\theta = -\pi} \quad & \sigma_{yy} = 0 \quad Y_2\left(\frac{a}{w}\right) = \frac{(\sigma_{xx} - T)}{\sigma} \sqrt{\frac{2r}{a}} \frac{1}{(1 - \eta)\sin 2\alpha} \\
 & \sigma_{xy} = 0
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

Входящие в эти уравнения компоненты действующих напряжений определяются в результате численного решения соответствующей задачи МКЭ. На основе найденных T -напряжений по трем вариантам расчетов для заданного сочетания вида двухосности нагружения η , относительной длины (a/w) и угла ориентации трещины α вычисляются средние значения K -тарировочных функций $Y_1 = [T, \alpha, \eta, (a/w)]$ и $Y_2 = [T, \alpha, \eta, (a/w)]$ для крестообразных образцов рассматриваемых геометрий.

Упруго-пластические параметры состояния в вершине трещины

В качестве упругопластического параметра для интерпретации скорости роста трещины в данной работе было предложено использовать обобщенный параметр сопротивления деформированию и разрушению в форме пластического коэффициента интенсивности напряжений. Общий метод расчета пластического КИН, разработанный Шлянниковым и Тумановым [126], распространен на случай двухосного нагружения крестообразных образцов.

В соответствие с подходом Хатчинсона [88, 89] классическое решение для упруго-пластических полей напряжений в вершине трещины в упрочняющемся материале может быть представлено на основе J -интеграла Райса [111]:

$$\bar{\sigma}_{ij}(r, \theta) = \left(\frac{J}{\bar{\alpha} \sigma_0 \varepsilon_0 I_n r} \right)^{1/(n+1)} \tilde{\sigma}_{ij}^{(0)}(\theta) \quad (2.11)$$

где σ_0, ε_0 - пределы текучести по напряжениям и деформациям при простом одноосном растяжении; r, θ - полярные координаты, центрированные на вершину трещины; $\bar{\alpha}, n$ - параметры упрочнения материала; $\tilde{\sigma}_{ij}^{(0)}(\theta)$ - безразмерные угловые функции компонент напряжений, I_n - интегральный параметр.

Вычисление J -интеграла по контуру, охватывающему вершину трещины в пластической области, приводит к следующему результату:

$$J = \int_{\Gamma_2} (W dy - \sigma_{ij} n_j u_{i,x} ds) = \alpha (K_M^p)^{n+1} r^{(n+1)(s-2)+1} \cdot I_n(\theta^*) \quad (2.12)$$

Подстановка (2.12) в (2.11) дает

$$\bar{\sigma}_{ij} = \bar{K}_M^p r^{-1/(n+1)} \tilde{\sigma}_{ij}^{(O)}(\theta) \quad (2.13)$$

Свойство инвариантности J -интеграла по отношению к пути интегрирования позволяет выбрать два контура, один из которых расположен в пластической области, а второй в зоне упругого деформирования, и приравнять полученные значения

$$J = \frac{(K_1^2 + K_2^2)}{E} = \frac{\alpha}{E} \tilde{\sigma}_{ij}^2 I_n(\theta^*) (K_M^p)^{n+1} \quad (2.14)$$

где K_1 и K_2 - упругие коэффициенты интенсивности напряжений для плоской задачи с прямолинейной сквозной трещиной, $E'=E$ для плоского напряженного состояния и $E'=E/(1-\nu^2)$ для плоской деформации.

В этих формулах σ - номинальные напряжения, α - исходный угол ориентации трещины, η - коэффициент двухосности номинальных напряжений, a - длина трещины. Разрешая уравнение (2.14) относительно пластического коэффициента интенсивности напряжений, получаем следующее выражение:

$$K_M^p = \left[\frac{(K_1^2 + K_2^2)}{\alpha \sigma_0^2 I_n(\theta^*)} \right]^{1/(n+1)} \quad (2.15)$$

По мнению авторов [32] пластический КИН имеет фундаментальное значение в нелинейной механике трещин, подобное упругому КИН в классической механике разрушения. В отличие от упругого, пластический КИН сохраняет свою справедливость записи в терминах маломасштабной текучести вплоть до половины значения предела текучести в номинальных напряжениях. Другим принципиальным отличием K_M^P является чувствительность к пластическим свойствам материала, описываемым пределом текучести и показателем деформационного упрочнения. Более того, пластический КИН совершенно четко описывает различия в напряженно-деформированном состоянии в диапазоне от плоского напряженного состояния до плоской деформации.

Основным ограничением к широкому применению пластического КИН в практических задачах механики трещин являлось отсутствие каких-либо решений для интегрального параметра $I_n(\theta^*)$, который выступает в качестве фундаментального параметра в решении нелинейной задачи (2.11, 2.12, 2.15) в приложении к типовым геометриям экспериментальных образцов и элементам конструкций с трещинами. Особые трудности возникают при определении этого параметра для задач смешанных форм деформирования и разрушения. В общем случае численная константа $I_n(\theta^*)$ является функцией безразмерных угловых распределений компонент напряжений $\tilde{\sigma}_{ij}$ и перемещений $\tilde{u}_i$ и их производных. Совместное решение уравнений (2.11) и (2.12) приводит к следующему определенному интегралу, отсчитываемому от нижней поверхности трещины в направлении верхней:

$$I_n(\theta, \theta^*, n) = \int_{-\pi}^{\pi} \Omega(\theta, \theta^*, n) d\theta \quad (2.16)$$

где

$$\Omega(\theta, \theta^*, n) = \frac{n}{n+1} \tilde{\sigma}_e^{n+1} \cos \theta - \left[\tilde{\sigma}_r \left(\tilde{u}_\theta - \frac{d\tilde{u}_r}{d\theta} \right) - \tilde{\sigma}_{r\theta} \left(\tilde{u}_r + \frac{d\tilde{u}_\theta}{d\theta} \right) \right] \sin \theta -$$

$$-\frac{1}{n+1}(\tilde{\sigma}_r \tilde{u}_r + \tilde{\sigma}_{r\theta} \tilde{u}_\theta) \propto$$

Автором работы [118] показано, что управляющим параметром в упруго-пластической задаче смешанных форм разрушения является угол, определяющий направление роста трещины, который зависит от комплекса характеристик нагружения и геометрии тела с трещиной $\theta^* = \theta^*(\sigma, \alpha, \eta, \nu, r/a)$. В равной степени это относится и к интегральному параметру полей упруго-пластических полей напряжений и перемещений $I_n(\theta^*)$.

Рассмотрим порядок численного на основе МКЭ определения численной константы $I_n(\theta, \theta^*, n, M_p)$ как функции параметра смешанности в теле с трещиной заданной относительной длины (a/w) :

$$M_p = \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left| \frac{\tilde{\sigma}_{\theta\theta}(\theta=0)}{\tilde{\sigma}_{r\theta}(\theta=0)} \right| \quad (2.17)$$

Как это принято в упруго-пластическом анализе, введем в рассмотрение безразмерные характеристики численных значений полей напряжений

$$\bar{\sigma}_e^{FEM} = K_\sigma^{FEM} \cdot \bar{r}^{S-2} \cdot \tilde{\sigma}_e^{FEM} \quad (2.18)$$

где σ_e^{FEM} интенсивность напряжений, нормированная на предел текучести $\bar{\sigma}_e^{FEM} = \sigma_e^{FEM} / \sigma_0$; расстояние до вершины трещины r отнесено к ее длине $\bar{r} = r/a$; максимальное значение безразмерных эквивалентных напряжений по Мизесу не превышает единицы во всем диапазоне интегрирования $(-\pi \div +\pi)$:

$$\tilde{\sigma}_{e,\max}^{FEM} = \left(\frac{3}{2} s_{ij}^{FEM} s_{ij}^{FEM} \right)_{\max}^{1/2} = 1 \quad (2.19)$$

Как следует из уравнения (2.18), численное значение пластического коэффициента интенсивности напряжений может быть представлено в безразмерной форме с учетом принятых обозначений

$$K_{\sigma}^{FEM} = \frac{\bar{\sigma}_e^{FEM}}{\bar{r}^{s-2} \tilde{\sigma}_e^{FEM}} \quad (2.20)$$

Первым шагом решения согласно уравнению (2.16) является определение распределений по полярному углу безразмерных функций напряжений $\tilde{\sigma}_{ij}$ и перемещений $\tilde{u}_i$ и их производных. Для этого сначала необходимо преобразовать глобальные перемещения из декартовой в полярную систему координат. Для этого воспользуемся комплексными потенциалами Мусхелишвили [23] как это показано на рис.2.14

$$\begin{aligned} u + iv &= (u_r + iu_{\theta})e^{i\theta} \\ u_r + iu_{\theta} &= (u + iv)e^{-i\theta} \end{aligned} \quad (2.21)$$

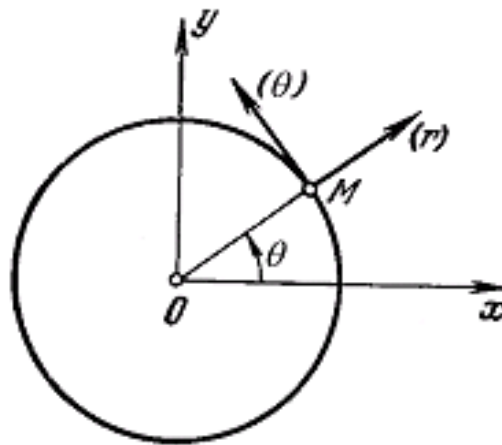


Рис. 2.14. Декартовы и полярные координаты

Используя формулы (2.21) и разделяя действительные и мнимые части уравнений, можно получить компоненты перемещений для плоской задачи в полярной системе координат

$$\begin{aligned} u_r &= u \cos \theta + v \sin \theta \\ u_\theta &= -u \sin \theta + v \cos \theta \end{aligned} \quad (2.22)$$

Структура конституционных уравнений для компонент перемещений в области вершины предложена Хатчинсоном в следующем виде

$$\begin{aligned} \bar{u}_r^{FEM} &= \bar{\alpha} \cdot (K_\sigma^{FEM})^n \cdot \bar{r}^{n(S-2)+1} \tilde{u}_r^{FEM} \\ \bar{u}_\theta^{FEM} &= \bar{\alpha} \cdot (K_\sigma^{FEM})^n \cdot \bar{r}^{n(S-2)+1} \tilde{u}_\theta^{FEM} \end{aligned} \quad (2.23)$$

Подставляя уравнение для пластического КИН (2.20) в формулы для компонент перемещений (2.23) получаем искомые выражения для безразмерных функций перемещений и их производных относительно полярного угла θ :

$$\begin{aligned} \tilde{u}_r^{FEM} &= \frac{u_r^{FEM}}{\alpha(\sigma_e^{FEM})^n} \cdot \frac{(\tilde{\sigma}_e^{FEM})^n}{r}, & \tilde{u}_r^{FEM} &= \frac{d \tilde{u}_r^{FEM}}{d\theta} = \frac{\dot{u}_r^{FEM}}{\alpha(\sigma_e^{FEM})^n} \cdot \frac{(\tilde{\sigma}_e^{FEM})^n}{r} \\ \tilde{u}_\theta^{FEM} &= \frac{u_\theta^{FEM}}{\alpha(\sigma_e^{FEM})^n} \cdot \frac{(\tilde{\sigma}_e^{FEM})^n}{r}, & \tilde{u}_\theta^{FEM} &= \frac{d \tilde{u}_\theta^{FEM}}{d\theta} = \frac{\dot{u}_\theta^{FEM}}{\alpha(\sigma_e^{FEM})^n} \cdot \frac{(\tilde{\sigma}_e^{FEM})^n}{r} \end{aligned} \quad (2.24)$$

В расчетах по формулам (2.24) принципиальным моментом с точки зрения корректности результатов для задач смешанных форм деформирования является исключение вращения и перемещения плоскости трещины как жесткого целого.

В работах [54, 121] представлена методика фильтрации перемещений в вершине трещины при решении задач смешанных форм деформирования. Рассмотрим порядок фильтрации перемещений в вершине трещины при смешанных формах деформирования.

Связь между локальной полярной и декартовой системой координат с центром в вершине трещины можно записать в следующем виде:

$$\begin{cases} X_0 = r \cos(\theta) \\ Y_0 = r \sin(\theta) \end{cases} \quad (2.25)$$

где r - расстояние до вершины трещины, θ - полярный угол в плоскости XOY отсчитываемый от оси абсцисс.

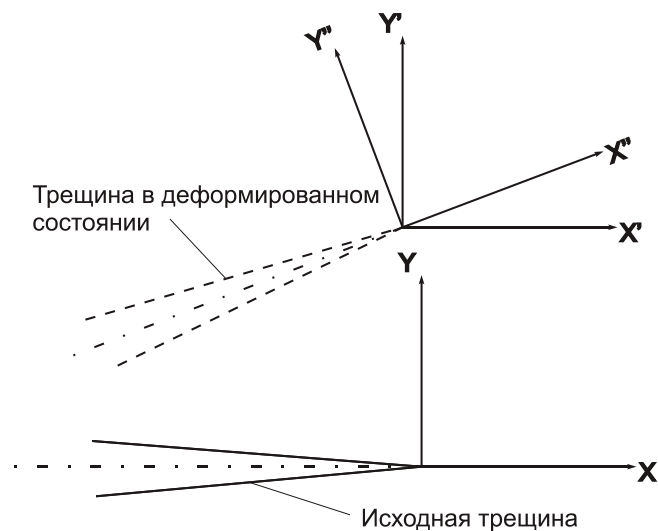


Рис. 2.15. Используемые системы координат

В результате численного анализа по методу конечных элементов произвольной точке области вершины трещины будут соответствовать перемещения u_x^{FEM} и u_y^{FEM} . Тогда положение точки в глобальной декартовой системе координат в деформированном состоянии (Рис.2.15) будет задано как

$$\begin{cases} X = X_0 + u_X^{FEM} \\ Y = Y_0 + u_Y^{FEM} \end{cases} \quad (2.26)$$

Для сопоставительного анализа исходного и деформированного состояния необходимо чтобы начало систем координат совпадало с вершиной трещины. Для этого необходимо перенести начало системы координат в вершину трещины в деформированном состоянии:

$$\begin{cases} X' = X - u_X^0 \\ Y' = Y - u_Y^0 \end{cases} \quad (2.27)$$

где u_X^0 , u_Y^0 - смещение вершины трещины в глобальной декартовой системе координат.

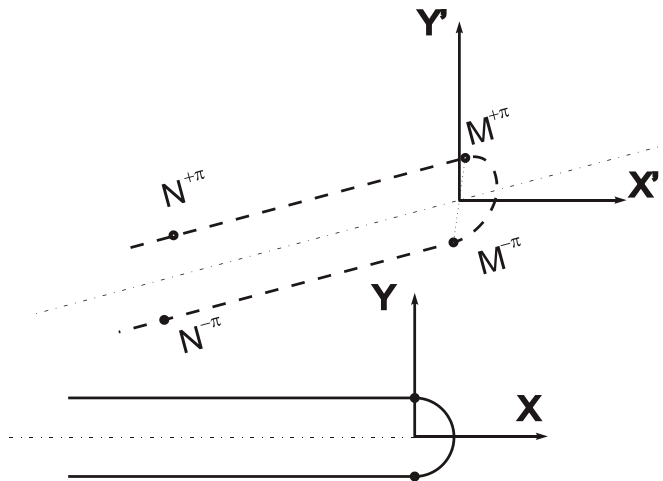


Рис. 2.16. Координатные системы для вершины трещины с заданным радиусом кривизны

Для трещин с ненулевым радиусом кривизны (Рис.2.16) определить положение вершины трещины в деформированном состоянии в глобальной декартовой системе координат можно через перемещения точек принадлежащих ее верхней и нижней поверхностям. Координаты этих точек для исходного состояния трещины в декартовой системе координат можно представить в виде:

$$\begin{cases} M^{+\pi} = (0; R) \\ M^{-\pi} = (0; -R) \end{cases}$$

(2.28)

где R - радиус кривизны в вершине трещины. В этом случае координаты вершины трещины в деформированном состоянии относительно исходной системы координат запишутся следующим образом:

$$\begin{cases} u_X^0 = \frac{M_X^{+\pi} + M_X^{-\pi}}{2} \\ u_Y^0 = \frac{M_Y^{+\pi} + M_Y^{-\pi}}{2} \end{cases} \quad (2.29)$$

На следующем этапе преобразований необходимо произвести учет угла поворота поверхностей трещины (γ) как жесткого целого относительно глобальной системы координат. При вычислении значения угла поворота принимается, что ось абсцисс искомой системы координат будет проходить между берегами трещины. Для этого в недеформированном состоянии выбираются две находящиеся на достаточном удалении от вершины трещины точки, расположенные на противоположных берегах и вычисляются их координаты в системе координат центрированной на вершину трещины в деформированном состоянии (Рис.2.17). Угол поворота трещины можно определить по следующей формуле:

$$\gamma = \arctg\left(\frac{Y'_N}{X'_N}\right) \quad (2.30)$$

где X'_N и Y'_N - координаты точки находящейся между берегами трещины:

$$\begin{cases} X'_N = \frac{N_{X'}^{+\pi} + N_{X'}^{-\pi}}{2} \\ Y'_N = \frac{N_{Y'}^{+\pi} + N_{Y'}^{-\pi}}{2} \end{cases} \quad (2.31)$$

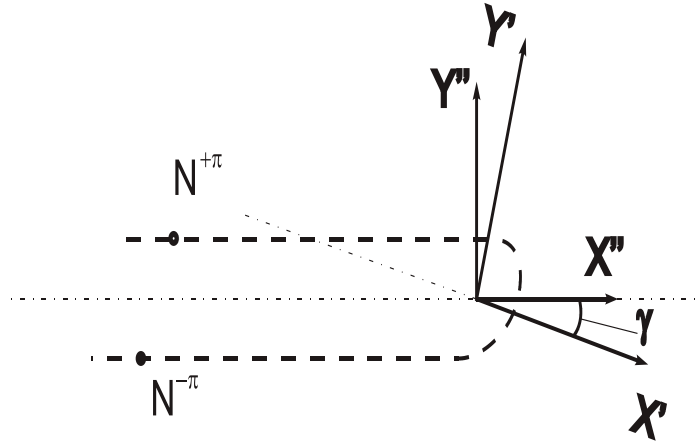


Рис. 2.17. Учет поворота области вершины трещины в деформированном состоянии

Координаты рассматриваемой точки, в системе координат центрированной на вершину трещины в деформированном состоянии с учетом сдвига области вершины трещины и ее поворота относительно начальной системы координат определяются выражениями:

$$\begin{cases} X'' = X' \cos(\gamma) + Y' \sin(\gamma) \\ Y'' = Y' \cos(\gamma) - X' \sin(\gamma) \end{cases} \quad (2.32)$$

Тогда перемещения в результирующей декартовой системе координат можно записать в следующем виде:

$$\begin{cases} u_{X''} = X'' - X_0 \\ u_{Y''} = Y'' - Y_0 \end{cases} \quad (2.33)$$

Таким образом, редуцированные компоненты перемещений (2.33), свободные от смещений как жесткое целое, путем последующей подстановки в уравнения (2.21-2.24) позволяют определить компоненты безразмерных

функций и их производных в порядке интерпретации численных результатов метода конечных элементов.

Приведенные во второй главе параметры упругих и упруго-пластических полей напряжений в вершине трещины в дальнейшем будут рассчитываться на основе МКЭ непосредственно через узловые компоненты действующих перемещений, учитывая как смещение области вершины трещины, так и изменение ориентации трещины в пространстве.

2.3. Методика проведения экспериментальных исследований скорости роста трещины при двухосном нагружении

В настоящее время в практике лабораторных исследований широко распространен метод определения характеристик циклической трещиностойкости материалов, реализация которого регламентирована соответствующим нормативным документом [21]. В рамках этого метода проводятся испытания образцов с расположением исходного надреза и развивающейся трещины по нормали к номинальному одноосному растягивающему напряжению. Однако испытания образцов с исходной наклонной трещиной имеют свои особенности. В связи с этим рассмотрим основные моменты проведения экспериментов по определению характеристик циклической трещиностойкости материалов с трещинами различной исходной ориентации при сложном напряженном состоянии.

Для проведения исследований скорости роста трещины при двухосном нагружении в данной работе используются крестообразные образцы, геометрия которых была обоснована в настоящей главе (параграф 2.1). Согласно методике, описанной в стандарте ASTM E467, в центре образцов наносился исходный надрез длиной 10 мм и шириной 0.25 мм [72]. Для проведения испытаний в условиях нормального отрыва плоскость расположения надреза составляла 90° по отношению к действующим максимальным напряжениям. Надрезы в образцах для проведения испытаний

при смешанных формах двухосного деформирования наносились под соответствующим углом.

Выращивание исходной усталостной трещины в крестообразных образцах проводилось на сервогидравлической установке в условиях равнодвухосного растяжения ($\eta=+1$) при гармоническом спектре нагружения. Величина нагрузки прикладываемой к образцу подбиралась таким образом, чтобы максимальные номинальные напряжения цикла σ_{max} не превышали половину значения предела текучести материала $\sigma_{0.2}$. Выращивание усталостной трещины проводилось до достижения 5мм длины трещины от исходного надреза.

На рис.2.18 показана сервогидравлическая двухосная испытательная система BI-00-502 50kN Biaxial Test System. Данная установка предназначена для испытаний, как экспериментальных образцов, так и различных компонентов инженерных конструкций в условиях двухосного нагружения. Система снабжена круговой рамой с четырьмя силонагружателями, расположенными в одной плоскости перпендикулярно друг другу. Каждый силонагружатель оснащен динамометром и энкодером с разрешающей способностью измерения перемещений 0.1 мкм. Установка обеспечивает синфазное нагружение по двум осям, а также позволяет реализовать циклическое нагружение со сдвигом фаз до 180° в диапазоне частот до 20 Гц. Система снабжена средствами автоматизированной регистрации развития трещины с использованием метода разности падения потенциалов, а также датчиком раскрытия (COD) с базой измерения 5 мм с разрешающей способностью ± 0.1 микрона. Программное обеспечение Test Builder позволяет полностью управлять системой от персонального компьютера, проводить испытания при жестком и мягком нагружении, а также задавать различные спектры нагружения (гармонический, программно-блочный, случайный).

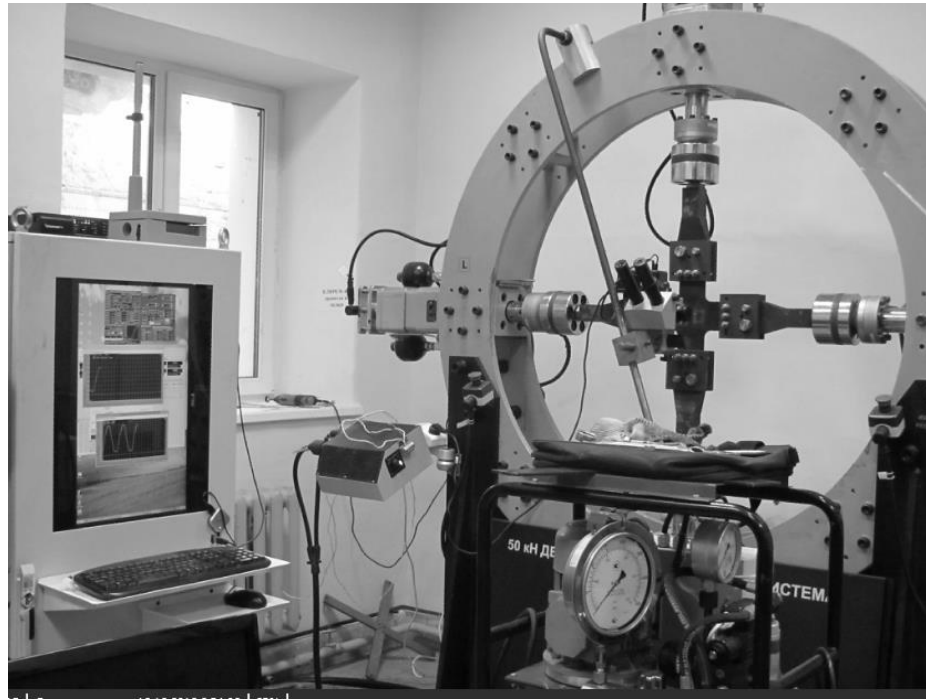


Рис. 2.18. Испытательная машина BI-00-502 50kN Biaxial test system для проведения испытаний при двухосном нагружении

Данная установка имеет следующие основные технические характеристики:

- Диапазон усилий до 50 кН;
- Рабочая частота до 20 Гц;
- Диапазон перемещений до ± 60 мм;
- Базовое программное обеспечение MTL32 с открытой архитектурой;
- Цифровое 32-битное управление по принципу обратной связи;
- Частота обновления сервопетли: до 12 кГц;
- Разрешающая способность сбора данных: 24 бита.

Испытания крестообразных образцов при двухосном нагружении проводились в режиме автовыравнивания образца. При таком режиме работы установки на каждой оси нагружения один силовыгрузатель является активным, а второй пассивным. Активный силовыгрузатель прикладывает к образцу заданное оператором усилие, при этом пассивный привод отслеживает перемещения активного и повторяет их в каждом цикле нагружения. Такой режим работы позволяет достичь того чтобы центр

образца совпадал с центром пересечения осей нагружения и оставался в одном положении в процессе всего испытания. В процессе испытаний непрерывно осуществлялся контроль обрабатываемых усилий и перемещений на всех четырех силовых нагружателях.

Крестообразные образцы с центральной трещиной испытывались для различных коэффициентов двухосности при гармоническом спектре нагружения с частотой 5 Гц. В процессе испытаний приращение длины трещины на поверхности образцов фиксировалось с помощью оптического микроскопа МБС-10 (рис.2.19). Технические характеристики микроскопа МБС 10:

- увеличение, крат, в пределах 4,6 – 100;
- линейное поле зрения, мм 39 – 2,4;
- рабочее расстояние, мм 95;
- источник света галогенная лампа 12 В/20 Вт.



Рис.2.19 измерение приращения длины трещины на свободной поверхности образца.

Основной особенностью испытаний образцов с трещиной в условиях смешанных форм деформирования является то, что трещина развивается не в направлении плоскости исходной ориентации, а имеет криволинейную

траекторию. В связи с этим возникают трудности экспериментального замера приращения длины трещины. В работе [58] предложена процедура замера приращения длины трещины в направлении предполагаемого развития. Как правило, направление развития трещины заранее не известно. Поэтому необходимо ориентировать сетку оптического измерительного прибора (микроскопа, катетометра) так, чтобы начало координат совпадало с вершиной трещины, а ось измерений располагалась по касательной к трещине в данной точке. При приложении циклической нагрузки трещина подрастет на величину, замер которой производится при данном положении микроскопа. После выполнения этого замера следует переориентировать измерительную сетку оптического прибора описанным выше способом. Автором работы [47] при испытании образцов при одно- и двухосном растяжении при различных углах ориентации исходной трещины было установлено, что нет необходимости делать переориентировку на каждом замере. На начальных участках траектории развития трещины можно замеры производить при неизменном положении микроскопа. При исчерпании диапазона измерений на образце следует нанести риску, с которой и совместить начало координат оптической измерительной системы прибора.

Погрешность измерений в основном определяется кривизной траектории развития трещины, поскольку вместо реальной длины участка кривой замеряется длина отрезка прямой, являющейся проекцией данного участка кривой на ось измерений оптического прибора. При использовании микроскопа МБС-10 с двадцати кратном увеличением в диапазоне измерений до 5 мм максимальная погрешность замера составляет 2%. В этом состоят основные особенности экспериментальной процедуры замеров приращений длины трещины в крестообразных образцах в условиях смешанных форм разрушения.

Результатом проведения испытаний крестообразных образцов при двухосном нагружении является получение исходной информации в виде

зависимостей скорости роста трещины от количества циклов нагружения $da/dN=f(N)$, необходимой для определения характеристик циклической трещиностойкости.

2.4 Интерпретация скорости роста трещины в крестообразных образцах двух геометрий

Испытания по определению скорости роста трещины и характеристик циклической трещиностойкости материалов заключаются в последовательном измерении через определенные промежутки времени длины (a) развивающейся трещины и соответствующего количества циклов нагружения (N). Результаты испытаний дают первичную информацию о кинетике разрушения испытываемого образца в виде зависимости длины трещины от количества циклов нагружения $a = f(N)$. На основе этих данных вычисляется скорость роста трещины как прирост длины трещины da за один цикл нагружения $v=da/dN$. Основная цель испытаний состоит в установлении зависимости скорости роста трещины da/dN от параметра (K_{max} , K_{rmax}), характеризующего напряженно-деформированное состояние в ее вершине. Графически такая зависимость представляется в виде кинетической диаграммы усталостного разрушения (КДУР), по оси ординат которой откладывается скорость роста трещины (da/dN), а по оси абсцисс – соответствующий параметр разрушения (K_{max} , K_{rmax}). Напомним, что в настоящей работе для интерпретации скорости роста трещины было принято использовать упругие и упругопластические параметры разрушения. В качестве упругого параметра используется традиционный коэффициент интенсивности напряжений, а в качестве пластического – обобщённый параметр сопротивления разрушению в форме пластического коэффициента интенсивности напряжений.

Рассмотрим порядок интерпретации экспериментальных данных по скорости роста трещин в крестообразных образцах при двухосном

нагружении. Порядок проведения испытаний и интерпретация скорости роста трещины, когда трещина развивается в своей исходной плоскости перпендикулярной максимальным растягивающим напряжениям (нормальный отрыв) регламентированы соответствующими нормативными документами [21, 72]. В рамках интерпретации необходимо на каждом цикле нагружения поставить в соответствие значения скорости роста трещины и значения упругого или упруго-пластического параметра разрушения. Расчет данных параметров для условий нормального отрыва не представляет особых трудностей. Упругие и пластические КИН вычисляются для каждого вида нагружения как функция от относительной длины трещины ($K_{max}=f(a/w)$, $K_{pmax}=f(a/w)$) на основе численных расчетов крестообразных образцов. Порядок расчёта упругих и упруго-пластических параметров описан в настоящей главе (параграф 2.2).

Определенные трудности возникают в интерпретации экспериментальных данных по скорости роста трещины при смешанных формах деформирования. Известно, что в условиях смешанных форм деформирования траектория развития наклонной трещины в общем случае не совпадает с плоскостью ее исходной ориентации. Трещина развивается по криволинейной траектории, которая заранее неизвестна. Траектория распространения трещины определяется видом напряженного состояния, углом исходной ориентации трещины и пластическими свойствами материала. В этой связи для интерпретации скорости роста трещин при смешанных формах разрушения необходимо рассчитать ее траекторию развития при двухосном нагружении, и для каждого промежуточного положения фронта трещины вычислить параметры напряженно-деформированного состояния в ее вершине.

В работах [47, 53] введено понятие расчетно-экспериментальной траектории роста трещины и предложен метод решения геометрической задачи по ее определению. Интерпретация экспериментальных результатов в рамках метода основана на замене реальной криволинейной траектории

трещины, эквивалентной прямолинейной. Развитие трещины рассматривается как ряд последовательных дискретных шагов. В исходном состоянии трещина имеет длину a_0 и ориентирована под углом α_0 . После каждого приращения трещины изменяется длина эквивалентной прямолинейной трещины, которая является геометрической суммой предыдущей длины a_0 и приращения длины трещины r_i . На каждом шаге меняется текущий угол ориентации эквивалентной прямолинейной трещины α_i . На втором шаге положение вершины трещины будет определяться новыми параметрами длины a_1 и угла ориентации трещины α_1 и т.д. Пара точек, координирующих положение вершины трещины на траектории ее развития, задается значением новой длины эквивалентной прямолинейной трещины a_1 и углом ее ориентации α_1 , связанных между собой размером зоны процесса разрушения r_0 или приращением длины трещины:

$$\begin{cases} a_1 = [a_0^2 + r_0^2 - 2a_0r_0 \cos(\pi - \theta_0^*)]^{1/2} \\ \alpha_1 = \alpha_0 \arcsin \frac{r_0 \sin(\pi - \theta_0^*)}{a_1} \end{cases} \quad (2.34)$$

Учет влияния свойств конструкционных материалов и условий упругого или пластического деформирования осуществляется через величину зоны процесса разрушения r_0 и значение угла, определяющего направление дальнейшего развития трещины θ^* . В формулах (2.34) значение угла роста трещины θ_i^* определяется для эквивалентной трещины при каждой комбинации угла ориентации трещины α_i , коэффициента двухосности номинальных напряжений η и показателя деформационного упрочнения упруго-пластического материала.

Для полученной таким образом расчетно-экспериментальной траектории роста трещины вычисляются упругие и упруго-пластические параметры напряженно-деформированного состояния в ее вершине. В

вершине трещины, плоскость которой не совпадает с исходной ориентацией, реализуются две формы разрушения, нормальный отрыв (Мода I) и чистый сдвиг (Мода II). В таком случае для интерпретации скорости роста трещины необходимо использовать эквивалентный параметр, который учитывает вклад в развитие трещины каждой формы деформирования. В качестве такого эквивалентного параметра в рамках упругой задачи по интерпретации скорости роста трещин в условиях смешанных форм двухосного деформирования предложено использовать параметр плотности энергии деформации S , введенного Си [113]. В работах Шлянникова [48] параметр плотности энергии деформации S впервые использовался в качестве характеристики циклической трещиностойкости при смешанных формах деформирования. Выражение для расчета плотности энергии деформации с учетом T -напряжений имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 S &= \frac{(a_{11}K_1^2 + a_{12}K_1K_2 + a_{22}K_2^2)}{4G\pi r} + \frac{(b_{11}K_{11} + b_{22}K_2)}{2G\sqrt{2\pi r}} + \frac{T(1-\eta)\sigma}{16G} C_T \\
 \bar{a}_{11} &= \frac{1}{16G} [(k - \cos \theta)(1 + \cos \theta)], \\
 \bar{a}_{12} &= \frac{1}{16G} \sin \theta [(1 - k) + 2 \cos \theta] \\
 \bar{a}_{22} &= \frac{1}{16G} [(1 + k)(1 - \cos \theta) + (1 + \cos \theta)(3 \cos \theta - 1)], \\
 G &= \frac{E}{2(1+\nu)}; \quad k = 3 - 4\nu
 \end{aligned} \tag{2.35}$$

где K_1 и K_2 – упругие коэффициенты интенсивности напряжений, соответствующие нормальному отрыву (Мода I) и чистому сдвигу (Мода II), E – модуль упругости, T – T -напряжение, G – модуль сдвига, ν – коэффициент Пуассона.

В рамках упругопластической задачи для интерпретации скорости роста трещины при двухосном нагружении используется введенный вариант записи обобщенного параметра сопротивления деформированию и

разрушению в форме пластического коэффициента интенсивности напряжений. Формула для расчета пластического КИН в крестообразных образцах с наклонной трещиной при двухосном нагружении записывается следующем виде:

$$K_M^p = \left[\left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^2 \frac{\pi c}{4\alpha} \frac{[1 + \eta - (1 - \eta)\cos 2\alpha]^2 Y_1^2 + [(1 - \eta)\sin 2\alpha]^2 Y_2^2}{I_n(\theta, n, M_p, (a/w))} \right]^{1/(n+1)} \quad (2.36)$$

где σ_0 – предел текучести материала, α , n – константы деформационного упрочнения материала, $c=(a/w)$ – относительная длина трещины, η – коэффициент двухосности номинальных напряжений, α – угол исходной ориентации дефекта, Y_1 и Y_2 – K -тарировочные функции, $I_n(\theta, \theta^*, n, M_p)$ – интегральный параметр являющийся функцией геометрии образца с трещиной, пластических свойств материала, смешанных форм деформирования и вида нагружения.

Пластический коэффициент интенсивности напряжений K_p обладает очевидным преимуществом по отношению к упругому КИН в интерпретации скорости роста трещины при смешанных формах деформирования. Пластический КИН учитывает геометрию образца с трещиной, вид нагружения и упруго-пластические свойства материала. Также следует отметить, что пластический КИН, являясь относительно простым в определении, учитывает вклад в развитие трещины каждой формы деформирования, что исключает необходимость использования эквивалентного параметра при интерпретации скорости роста трещины.

При расчете, описанных выше, упругих и упруго-пластических параметров вместо реальной криволинейной формы трещины используется эквивалентная прямолинейная. При этом расчет производится по средним значениям длины трещины $\bar{a}_i = (a_i + a_{i+1})/2$ и угла наклона $\bar{\alpha}_i = (\alpha_{i+1} + \alpha_i)/2$ в интервале между двумя последовательными измерениями. Входящие в

состав выражений для расчета упругих и упруго-пластических коэффициентов интенсивности напряжений К-тарировочные функции $Y_1 = [T, \alpha, \eta, (a/w)]$, $Y_2 = [T, \alpha, \eta, (a/w)]$ и интегральный параметр $I_n^{FEM}(\theta, \theta^*, n, M_p)$ в крестообразных образцах вычисляются на основе численного решения соответствующей задачи. Изменение длины развивающейся трещины при смешанных формах деформирования непрерывно связано с изменением угла наклона. Поэтому при определении искомых значений Y_1 , Y_2 или I_n производится двойная интерполяция как по длине трещины, так и по углу ее наклона. Все интерполяционные расчеты выполняются путем построения многочлена Лагранжа итерационным методом Эйткена по схеме, примененной в работе Шлянникова и Долгорукова [47].

В результате интерпретации экспериментальные данные о развитии усталостных трещин в крестообразных образцах представляются в виде диаграмм усталостного разрушения материала, по которым устанавливаются основные характеристики циклической трещиностойкости материала.

Таким образом, во второй главе рассмотрены основные методические вопросы, связанные как непосредственно с проведением экспериментальных исследований скорости роста трещины при смешанных формах двухосного нагружения, так и с интерпретацией экспериментальных данных. На основе предложенных методов в настоящей главе будут проведены испытания и рассчитаны упругие и упруго-пластические параметры полей напряжений в вершине трещины в крестообразных образцах двух геометрий в полном диапазоне смешанных форм деформирования.

ГЛАВА 3. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ АСПЕКТЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ ПРИ СМЕШАННЫХ ФОРМАХ ДВУХОСНОГО НАГРУЖЕНИЯ

Основная цель исследований характеристик циклической трещиностойкости материалов состоит в установлении зависимости скорости роста трещины от параметра, характеризующего напряженно-деформированное состояние в области ее вершины. В настоящей главе представлены результаты расчетов упругих и пластических параметров полей напряжений в вершине трещины в зависимости от вида двухосного нагружения, относительной длины и ориентации трещины в полном диапазоне смешанных форм деформирования. Параметры напряженно-деформированного состояния в области вершины трещины в крестообразных образцах двух геометрий определялись на основе численных решений по методу конечных элементов. К набору определяемых параметров, кроме собственно полей напряжений и деформаций, относятся упругие T -напряжения, упругие КИН, введенный пластический КИН при двухосном нагружении и его управляющий параметр в форме I_n -интеграла. Результаты выполненных параметрических исследований, представленные в настоящей главе, будут использованы в порядке интерпретации скорости роста трещин в крестообразных образцах при смешанных формах двухосного нагружения.

3.1. Модели крестообразных образцов со сквозной трещиной произвольной ориентации

В диссертационной работе рассматриваются крестообразные образцы двух геометрий, нагруженные системой взаимно перпендикулярных напряжений (σ_{xx}^∞ и σ_{yy}^∞) и ослабленные сквозной произвольно ориентированной прямолинейной трещиной. В соответствии с обоснованной во второй главе геометрией крестообразных образцов, были сформированы

расчетные схемы МКЭ, включающие в себя центральные трещины в виде математического разреза (рис.3.1., 3.2.). В случае плоского крестообразного образца (CS-1) была построена двумерная конечно-элементная модель (рис.3.1). Рассматривались два классических случая напряженного состояния: плоское напряженное состояние (ПНС) и плоское деформированное состояние (ПД). Для образца с утонением в рабочей зоне была сформирована полноразмерная объемная конечно-элементная модель (рис.3.2.).

Конечно-элементные модели крестообразных образцов со сквозными трещинами были сформированы в соответствии с разработанной топологией построения расчетных схем, представленной в работе [42]. Авторами было показано, что устойчивое решение в области перехода фронта трещины из плоского напряженного состояния к состоянию плоской деформации достигается при размере конечных элементов $h=0.02-0.04$ мм. Общий принцип, который использовался при генерации сетки конечных элементов для всех расчетных схем крестообразных образцов – это значительное и плавное сгущение сетки у вершины трещины. При этом переход от относительно больших конечных элементов к элементам меньших размеров осуществлялся постепенно без резких изменений их размера.

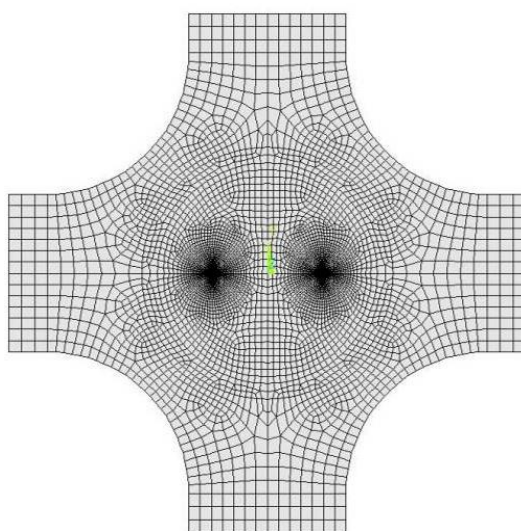


Рис.3.1. Конечно-элементная модель плоского крестообразного образца (CS-1)

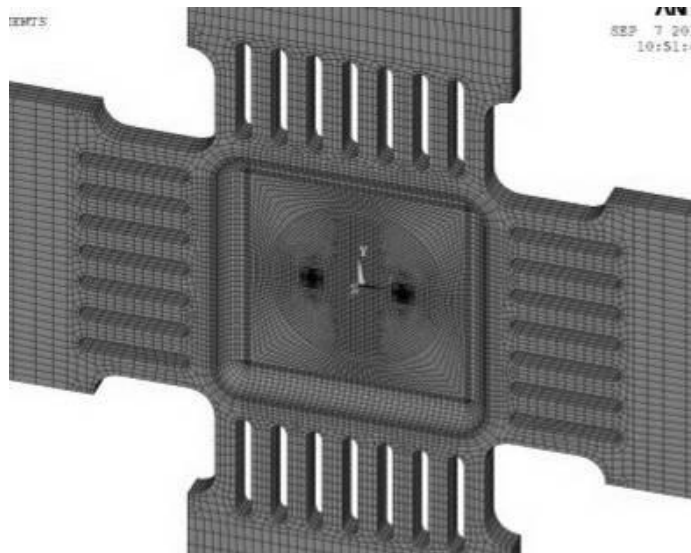


Рис.3.2. Конечно-элементная модель крестообразного образца с утонением в рабочей зоне (CS-2)

Задача по формированию расчетных схем крестообразных образцов решалась в два этапа. На первом этапе были сформированы расчетные схемы крестообразных образцов с трещинами различной длины, ориентированными по нормали к действующим максимальным напряжениям. Рассматривался полный диапазон относительных длин трещин $a/w = [0.1 \div 0.6]$. При формировании конечно-элементных моделей плоского крестообразного образца (CS-1) использовались двухмерные квадратичные элементы второго порядка PLANE82 из библиотеки конечных элементов программного комплекса «ANSYS». В областях вблизи вершины трещины и непосредственно примыкающих к ней сформировывалась регулярная сетка прямоугольных конечных элементов (рис. 3.3). Размер конечного элемента у вершины трещины составляет 0,02 мм. Шаг сетки по полярному углу вокруг вершины трещины равен $4,5^\circ$. Расчетные схемы образца с утонением (CS-2) состоят из 20-ти узловых изопараметрических элементов SOLID95, и помимо сгущения сетки в области вершины трещины имеют сгущение в точке выхода фронта трещины на свободную поверхность образца. Все это позволяет получить подробные полярные и радиальные распределения полей

перемещений, и напряжений необходимые для дальнейших расчетов упругих и упруго-пластических параметров.

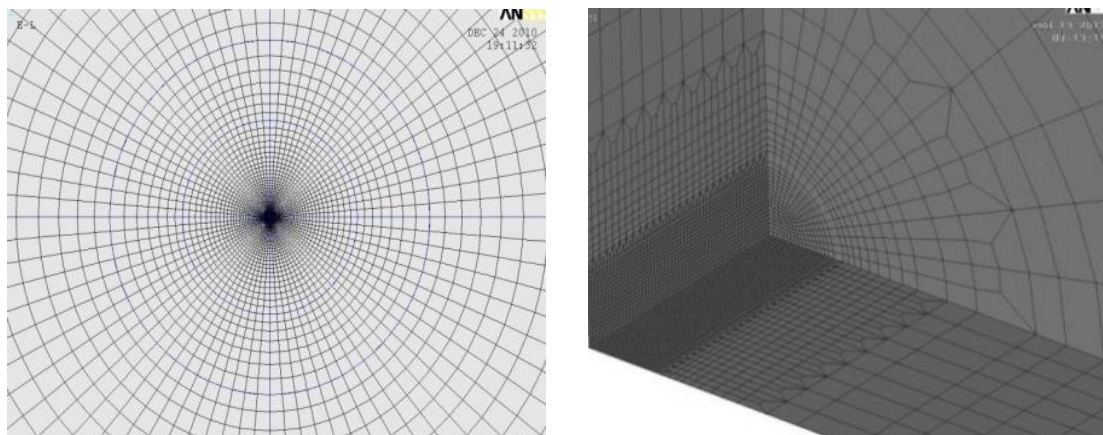


Рис.3.3. Сетка конечных элементов в вершине трещины

Для удобства дальнейшей обработки полученных результатов расчетов при разработке расчетных схем использовался следующий подход. Вокруг вершины трещины формировалась область, ограниченная концентрическими окружностями определенного радиуса, с постоянной, не изменяющейся нумерацией узлов и элементов. Расчетные схемы для трещин разной длины формировались смещением данной области на соответствующее расстояние.

На рис.3.4 приведена модель крестообразного образца и показана схема граничных условий и нагружения. В расчетной схеме образца выделена круговая область (показана серым цветом на рис.3.3), содержащая сквозную прямолинейную трещину. Положение плоскости трещины определяется углом ее ориентации α по отношению к максимальным напряжениям, приложенным к лепесткам образца. Угол наклона трещины в расчетах варьировался в диапазоне от 20° до 90° с шагом 10° . Процедура формирования расчетных схем с наклонной трещиной заключалась в повороте периферийной части модели образца (выделена синим цветом на рис.3.4), на соответствующий угол. Центральная часть модели образца, содержащая горизонтально ориентированную трещину, при этом оставалась

в исходном положении. Таким образом, в численных расчетах воспроизводился полный диапазон смешанных форм деформирования.

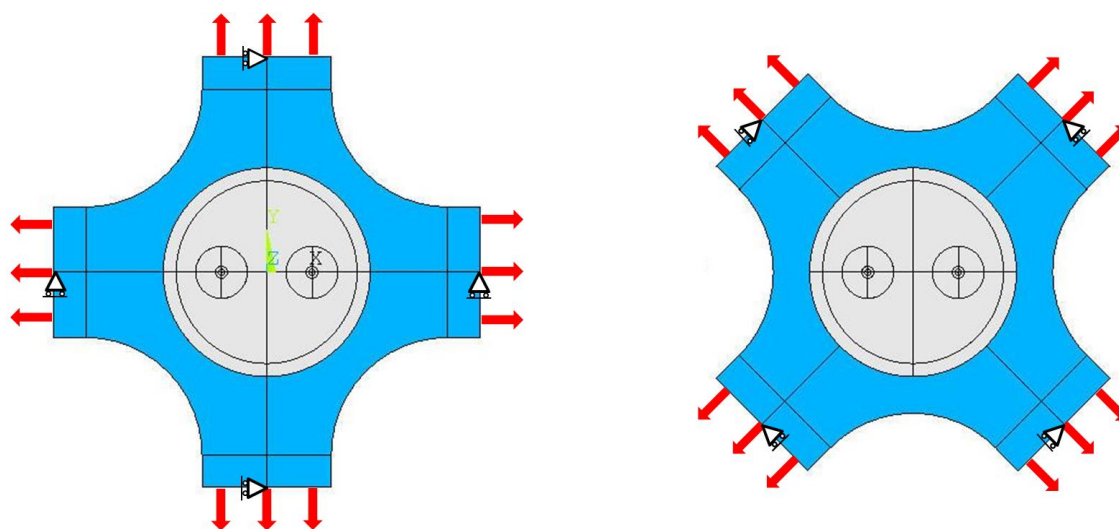


Рис.3.4. Схема граничных условий и нагружения модели плоского крестообразного образца (CS-1)

На рис. 3.4. показана схема ограничения смещения узлов конечно-элементной модели плоского образца (CS-1). Во всех случаях ограничивались перемещения узлов находящихся в центрах лепестков образца в направлении перпендикулярном направлению действия приложенных номинальных напряжений. При такой схеме граничных условий напряженно-деформированное состояние в области вершины трещины зависит только от угла поворота периферийной части и коэффициента двухосности приложенных напряжений к лепесткам образца. Таким образом, в расчетах воспроизводится полный диапазон смешанных форм деформирования от нормального отрыва Mode I до чистого сдвига Mode II.

Двухосное нагружение крестообразных образцов моделировалось приложением к лепесткам образца номинальных напряжений различного уровня. Уровень напряжений приложенных к лепесткам подбирался исходя из условия маломасштабной текучести в области вершины трещины. Рассматривались три варианта двухосного нагружения: равнодвухосное

растяжение ($\lambda=+1$), одноосное растяжение ($\lambda=0$) и равнодвухосное растяжение-сжатие ($\lambda=-1$).

Таким образом, для рассматриваемых геометрий крестообразных образцов были построены расчетные схемы МКЭ для различных комбинаций относительных длин трещины и углов наклона. В таблицах 3.1, 3.2 приведены матрицы численных расчетов для плоского образца (CS-1) и крестообразного образца с утонением (CS-2) соответственно.

Таблица 3.1. Матрица численных расчетов для плоского крестообразного образца (CS-1):

	Диапазон углов наклона трещины, α								
Диапазон относительных длин	25°	30°	40°	45°	50°	60°	70°	80°	90°
	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6

Таблица 3.2. Матрица численных расчетов для крестообразного образца с утонением в рабочей зоне (CS-2):

	Диапазон углов наклона трещины, α					
Диапазон относительных длин	45°	50°	60°	70°	80°	90°
	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6

По результатам численных расчетов крестообразных образцов в полном диапазоне смешанных форм деформирования были найдены компоненты перемещений и действующих напряжений в области вершины трещины, на основе которых вычислялись упругие и упруго-пластические параметры для интерпретации скорости роста трещины.

3.2. Расчет упругих Т-напряжений и К-тарировочных функций КИН для образцов двух геометрий в полном диапазоне смешанных форм деформирования

В настоящей работе для интерпретации скорости роста трещин в крестообразных образцах было принято использовать упругие и упруго-пластические параметры [57, 120, 123, 125]. В рамках упругой задачи в качестве параметра характеризующего НДС в вершине трещины использовался традиционный упругий коэффициент интенсивности напряжений. Для случая нормального отрыва и чистого сдвига выражения для расчета КИН записываются в следующем виде:

$$K_1 = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{2}[(1+\eta)-(1-\eta)\cos 2\alpha]; \quad K_2 = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{2}[(1-\eta)\sin 2\alpha] \quad (3.1)$$

где K_1 и K_2 – коэффициент интенсивности напряжений, σ – номинальное напряжение, a – длина трещины, η – коэффициент двухосности номинальных напряжений, α – угол исходной ориентации дефекта, Y_1 и Y_2 – К-тарировочные функции, учитывающие геометрию образца и вид нагружения, (a/w) – относительная длина трещины. К-тарировочная функция представляет собой параметр учитывающий геометрию образца, вид нагружения, ориентацию трещины и длину трещины. Определение упругих коэффициентов интенсивности напряжений сводится к вычислению К-тарировочных функций для крестообразных образцов.

Согласно описанной в главе 2 (параграф 2.2) методике расчета упругих параметров НДС в вершине трещины, для крестообразных образцов двух геометрий в полном диапазоне смешанных форм двухосного деформирования на первом этапе вычислялись T -напряжения и далее на их основе K -тарировочные функции. T -напряжения рассчитывались через узловые компоненты перемещений на верхней и нижней поверхностях трещины (2.8). Далее по формулам (2.10) с учетом найденных T -напряжений вычислялись K -тарировочные функции.

Расчеты T -напряжений и K -тарировочных функций проводились в два этапа. На первом этапе вычислялись упругие параметры НДС в вершине трещины для условий нормального отрыва в широком диапазоне коэффициентов двухосности нагружения. На втором этапе рассчитывались T -напряжения и K -тарировочные функции в полном диапазоне смешанных форм деформирования. Напомним, что смешанные формы деформирования в расчетах достигались за счет различных комбинаций угла наклона трещины α и коэффициентов двухосности нагружения $\lambda = \sigma_{xx}^{\infty} / \sigma_{yy}^{\infty}$. Численные расчеты крестообразных образцов двух геометрий проводились в упругой постановке. В качестве упругих свойств в обоих случаях задавались модуль упругости $E=210000$ МПа и коэффициент Пуассона $\nu=0.3$.

Рассмотрим распределения T -напряжений и K -тарировочных в крестообразных образцах для условий нормального отрыва. На рис. 3.5, 3.6 для крестообразных образцов рассматриваемых геометрий представлены распределения T -напряжений в зависимости от относительной длины трещины a/w и вида двухосного нагружения $\lambda = \sigma_{xx}^{\infty} / \sigma_{yy}^{\infty}$. На графиках T -напряжения представлены в безразмерном виде, за счет нормирования текущих значений T -напряжений на значение номинальных напряжений в рабочей зоне крестообразных образцов $\bar{T} = T / \sigma_{nom}$.

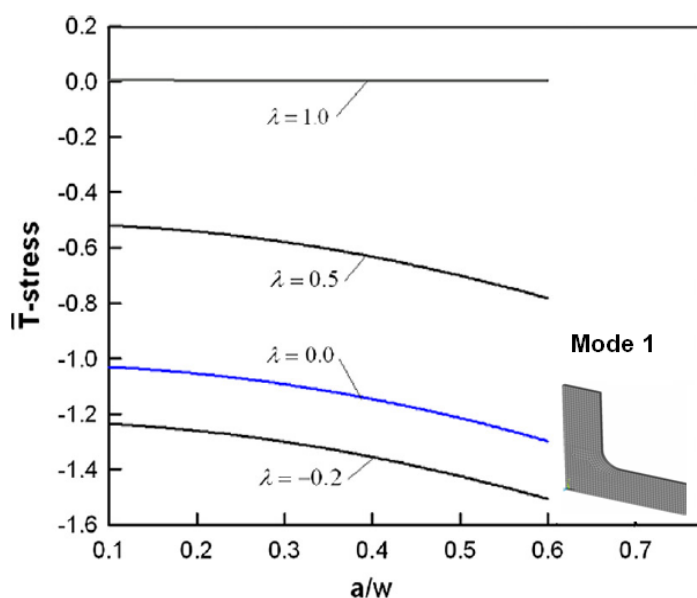


Рис.3.5. Распределения Т-напряжений в плоском образце (CS-1) в зависимости от вида двухосного нагружения

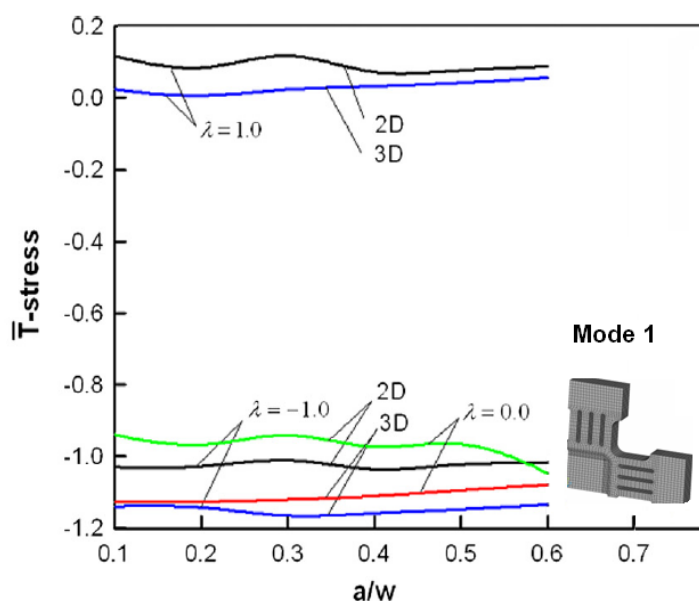


Рис.3.6. Распределения Т-напряжений в образце с утонением (CS-2) в зависимости от вида двухосного нагружения

В случае равнодвухосного растяжения ($\lambda=+1$) Т-напряжения равны нулю, что совпадает с теоретическим определением этого упругого параметра для пластины бесконечных размеров [83]. Это обстоятельство в свою очередь подтверждает корректность предложенной методики расчета данного упругого параметра. Следует отметить, что Т-напряжения не являются постоянной величиной. На рис. 3.5, 3.6 показано влияние

относительной длины трещины и вида двухосного нагружения на распределения T -напряжений. При этом характер распределений T -напряжений в крестообразных образцах двух геометрий различен. В случае плоского образца (рис.3.5), для всех видов двухосного нагружения, отличных от равнодвухосного растяжения ($\lambda=+0,5$; $\lambda=0$; $\lambda=-0,2$) отклонение текущих значений T -напряжений от значений, соответствующих начальной длине трещины ($a/w=0.1$) увеличивается по мере увеличения относительной длины трещины. В крестообразном образце с утонением в рабочей части (рис.3.6) в полном диапазоне относительных длин трещины T -напряжения изменяются не значительным образом. Установленный характер распределений T -напряжений в образцах двух геометрий объясняется проявлением эффектов стеснения в плоском крестообразном образце. Термин «эффект стеснения» в механике разрушения обычно трактуется как влияние геометрических параметров образца и вида нагружения на распределение полей напряжений и деформаций в вершине трещины. Так в силу большей зоны однородного напряженного состояния в рабочей зоне, крестообразный образец с утонением менее подвержен проявлению эффектов стеснения. Использование такого крестообразного образца с утонением в рабочей зоне в экспериментальной практике исследования скорости роста трещины позволяет получить характеристики циклической трещиностойкости без наложения эффектов стеснения.

Методы определения характеристик циклической трещиностойкости конструкционных материалов [21] предполагают наличие K -тарировочных функций КИН для экспериментальных образцов заданных геометрий. Расчеты K -тарировочных функций проводились в полярной системе координат (r, θ) центрированной в вершине трещины, ось ординат которой совпадает с плоскостью исходного надреза (рис.3.7).

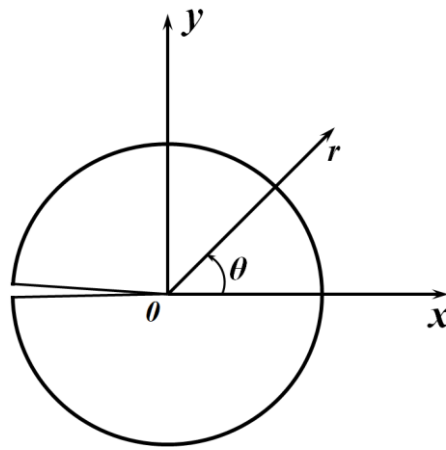


Рис. 3.7. Декартовы и полярные координаты в вершине трещины

Входящие в формулы (2.9) К-тарировочные функции для расчета упругих КИН, определялись для трех положений полярного угла ($\theta=0, +\pi, -\pi$) с учетом найденных T -напряжений. По трем вариантам расчетов для заданного сочетания вида двухосности, относительной длины (a/w) и угла ориентации трещины α вычислялись средние значения К-тарировочных функций для крестообразных образцов рассматриваемых геометрий.

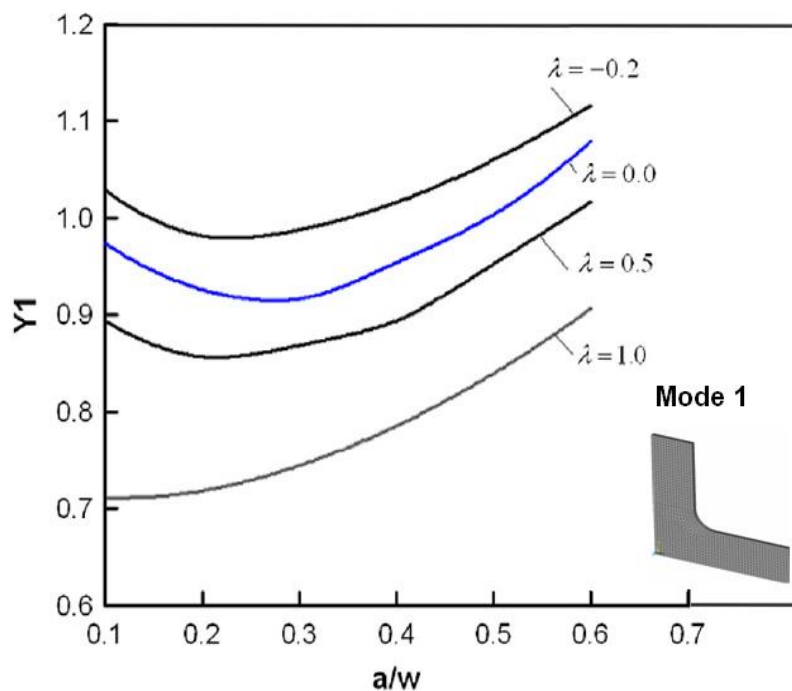


Рис.3.8. Распределения К-тарировочных функций $Y1$ в плоском образце (CS-1) в зависимости от вида двухосного нагружения

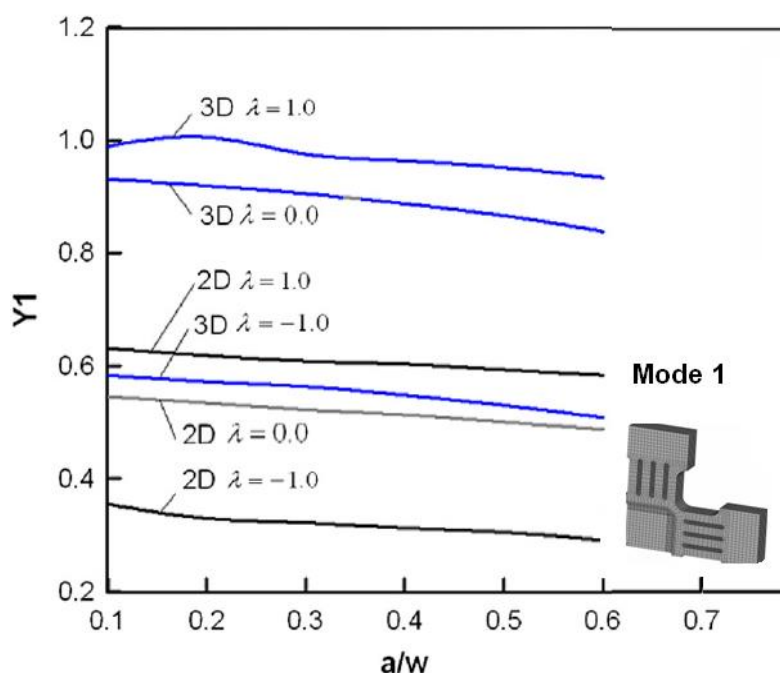


Рис.3.9. Распределения К-тарировочных функций Y_1 в образце с утонением (CS-2) в зависимости от вида двухосного нагружения

На рис. 3.8, 3.9 представлены распределения К-тарировочных функций КИН в крестообразных образцах рассматриваемых геометрий в зависимости от относительной длины трещины и вида двухосного нагружения для условий нормального отрыва. Отметим, что в плоском крестообразном образце (CS-1) в диапазоне изменения относительных длин трещин $a/w = [0.2 \div 0.6]$ К-тарировочные функции возрастают. В образце с утонением (CS-2) распределения К-тарировочных функций менее чувствительны к изменению относительной длины трещины.

Установленные закономерности распределений T -напряжений и К-тарировочных функций в зависимости от относительной длины трещины и вида двухосного нагружения в крестообразных образцах двух геометрий для условий нормального отрыва описаны следующими уравнениями:

для плоского образца (CS_1)

$$T = A_1 \lambda \left(\frac{a}{w} \right)^2 + A_2 \lambda \left(\frac{a}{w} \right) + A_3 \lambda, \quad Y_1 = B_1 \lambda \left(\frac{a}{w} \right)^3 + B_2 \lambda \left(\frac{a}{w} \right)^2 + B_3 \lambda \left(\frac{a}{w} \right) + B_4 \lambda \quad (3.2)$$

для образца с утонением (CS-2)

$$T = C_1 \lambda \left(\frac{a}{w} \right)^3 + C_2 \lambda \left(\frac{a}{w} \right)^2 + C_3 \lambda \left(\frac{a}{w} \right) + C_4 \lambda, \quad Y_1 = D_1 \lambda \left(\frac{a}{w} \right)^2 + D_2 \lambda \left(\frac{a}{w} \right) + D_3 \lambda \quad (3.3)$$

где λ - коэффициент двухосности нагружения, (a/w) – относительная длина трещины, A, B, C, D – коэффициенты, являющиеся функцией вида двухосного нагружения λ .

На рис. 3.10-3.13 представлены распределения упругих Т-напряжений и К-тарировочных функций в полном диапазоне смешанных форм деформирования для крестообразных образцов двух геометрий. Так, в плоском образце на распределения Т-напряжений оказывает влияние изменение относительной длины трещины и угла ее наклона (рис.3.10). В то время как в образце с утонением в рабочей части в полном диапазоне смешанных форм деформирования Т-напряжения зависят от угла наклона трещины и практически не зависят от относительной длины трещины (рис.3.11).

Рассмотрим распределения К-тарировочных функций в крестообразных образцах двух геометрий при смешанных формах двухосного деформирования (рис.3.12, 3.13). Распределения К-тарировочных функций в плоском образце (рис.3.12) представлены для одноосного растяжения ($\eta=0$) при вариации угла наклона трещины $\alpha=25^\circ-90^\circ$. К-тарировочные функции в крестообразном образце с утонением рассчитывались для равнодвухосного растяжения-сжатия ($\eta=-1$) при вариации угла наклона трещины $\alpha=45^\circ-90^\circ$.

В плоском крестообразном образце при одноосном растяжении ($\eta=0$) с ориентацией исходного надреза под углом $\alpha=25^\circ$ К-тарировки соответствующие нормальному отрыву Y_1 в полном диапазоне относительных длин трещины стремятся к нулю. Это говорит о том, что при заданных условиях нагружения может быть реализована форма чистого сдвига (Mode II).

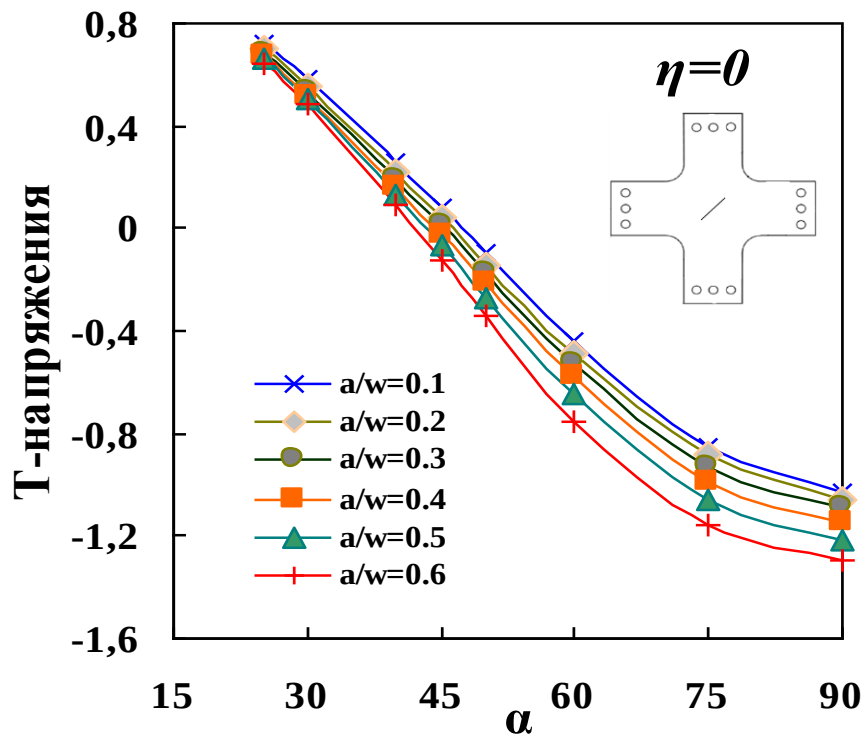


Рис.3.10. Распределения упругих Т-напряжений для смешанных форм двухосного деформирования в плоском образце (CS-1)

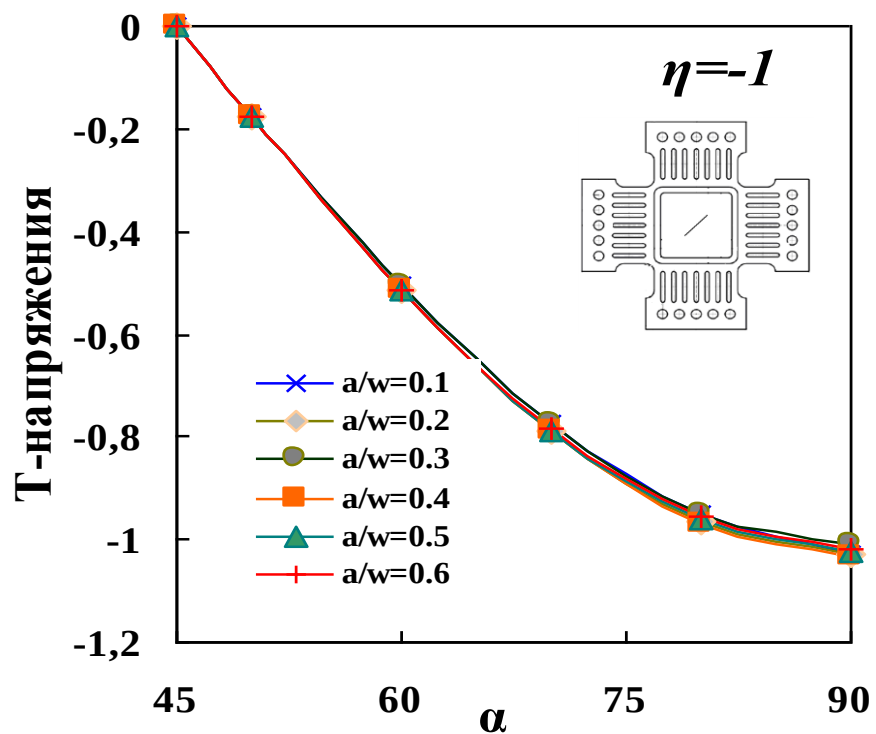


Рис.3.11. Распределения упругих Т-напряжений для смешанных форм двухосного деформирования в образце с утонением (CS-2)

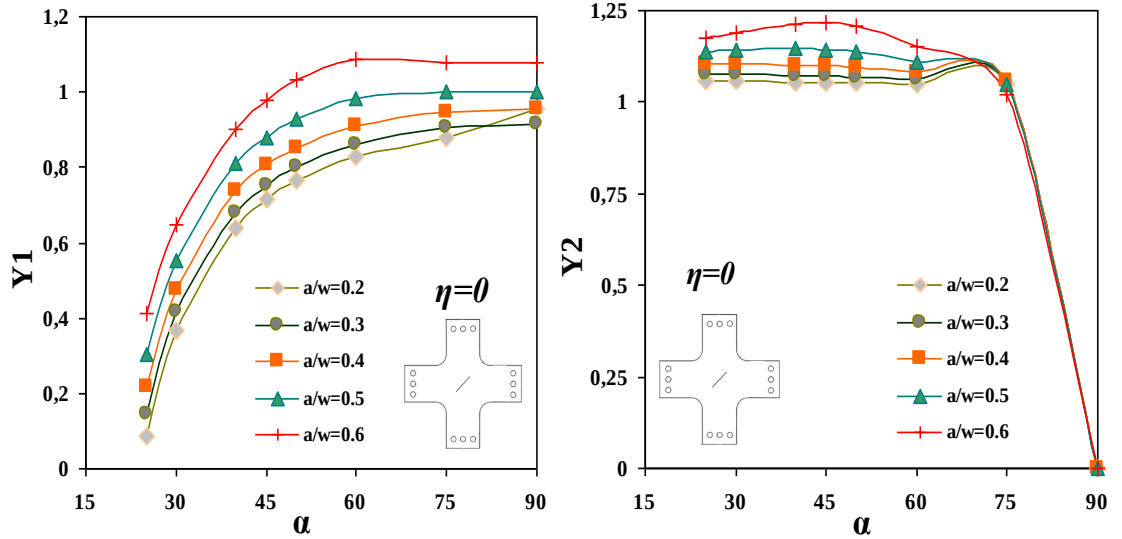


Рис.3.12. Распределения К-тарировочных функций для смешанных форм деформирования в плоском образце (CS-1)

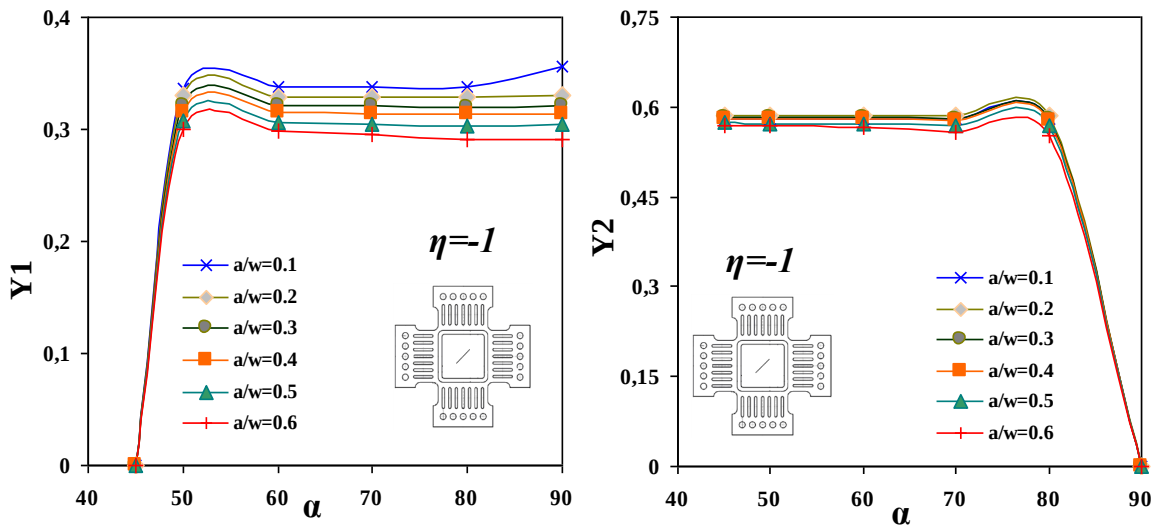


Рис. 3.13. Распределения К-тарировочных функций для смешанных форм двухосного деформирования в образце с утонением (CS-2)

Полученные зависимости Т-напряжений и К-тарировочных функций для смешанных форм деформирования представлены в виде уравнений полиномиальных функций:

$$T = A_1 \alpha \left(\frac{a}{w} \right)^2 + A_2 \alpha \left(\frac{a}{w} \right) + A_3 \alpha; \quad (3.4)$$

$$Y_1 = B_1 \alpha \left(\frac{a}{w} \right)^3 + B_2 \alpha \left(\frac{a}{w} \right)^2 + B_3 \alpha \left(\frac{a}{w} \right) + B_4 \alpha, \quad Y_2 = C_1 \alpha \left(\frac{a}{w} \right)^3 + C_2 \alpha \left(\frac{a}{w} \right)^2 + C_3 \alpha \left(\frac{a}{w} \right) + C_4 \alpha. \quad (3.5)$$

где α – угол наклона трещины, (a/w) – относительная длина трещины, A, B, C – коэффициенты, зависящие от угла наклона трещины α .

Установленные закономерности распределений T -напряжений и K -тарировочных функций в крестообразных образцах двух геометрий предоставляют возможность количественной оценки сопротивления циклическому разрушению при смешанных формах двухосного деформирования.

Известно, что в вершине наклонной трещины при плоском напряженном состоянии реализуются две формы разрушения. В этом случае для интерпретации скорости роста трещины следует использовать эквивалентный параметр, который учитывает вклад каждой моды деформирования. В качестве такого упругого параметра в настоящей работе для интерпретации скорости роста при смешанных формах деформирования предложено использовать параметр плотности энергии деформации S . Впервые параметр плотности энергии деформации как был представлен в работе Си [114]. В работах Шлянникова [51, 52, 118] параметр плотности энергии деформации использовался в качестве эквивалентного параметра, характеризующего напряженно-деформированное состояние в вершине трещины при смешанных формах двухосного деформирования.

$$\begin{aligned}
 S &= b_{11}K_1^2 + 2b_{12}K_1K_2 + b_{22}K_2^2; \\
 b_{11} &= \frac{1}{16G}(k - \cos \theta)(1 + \cos \theta); b_{12} = \frac{2}{16G}(\cos \theta - k + 1)\sin \theta; \\
 b_{22} &= \frac{1}{16G}[(k + 1)(1 - \cos \theta) + (3 \cos \theta - 1)(1 + \cos \theta)]; \\
 G &= \frac{E}{2(1 + \nu)}; k = 3 - 4\nu
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

где K_1 и K_2 – упругие коэффициенты интенсивности напряжений, E – модуль упругости, G – модуль сдвига, ν – коэффициент Пуассона.

Подставляя в уравнение (3.6) значения коэффициентов интенсивности напряжений K_1 и K_2 рассчитываются текущие значения параметра плотности энергии деформации S .

Таким образом, установленные закономерности распределения T -напряжений и K -тарировочных функций в крестообразных образцах двух геометрий в зависимости от вида двухосного нагружения, относительной длины и угла ориентации трещины, предоставляют возможность расчета коэффициентов интенсивности напряжений для интерпретации скорости роста трещины.

3.3. Расчет пластических коэффициентов интенсивности напряжений для крестообразных образцов при смешанных формах двухосного нагружения

Как уже было отмечено выше, для интерпретации скорости роста трещины использовались упругие и пластические параметры. В рамках упруго-пластической задачи для интерпретации скорости роста трещины использовалась введенная форма обобщенного параметра сопротивления деформированию и разрушению в форме пластического коэффициента интенсивности напряжений для условий двухосного нагружения. В работе [125] представлена формула для расчета пластического КИН в крестообразных образцах с наклонной трещиной:

$$K_M^P = \left[\left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^2 \frac{\pi c}{4\alpha} \frac{[1 + \eta - (1 - \eta)\cos 2\alpha]^2 Y_1^2 + [(1 - \eta)\sin 2\alpha]^2 Y_2^2}{I_n(\theta, n, Mp, (a/w))} \right]^{1/(n+1)} \quad (3.7)$$

В выражении (3.7) σ_0 – предел текучести материала, α , n – константы деформационного упрочнения материала, $c = (a/w)$ – относительная длина трещины, η – коэффициент двухосности номинальных напряжений, α – угол исходной ориентации дефекта, Y_1 и Y_2 – K -тарировочные функции, I_n – интегральный параметр. Входящий в состав выражения для расчета

пластического КИН интегральный параметр $I_n^{FEM}(\theta, \theta^*, n, M_p)$ является функцией геометрии образца с трещиной, пластических свойств материала, смешанных форм деформирования и вида нагружения.

Основным ограничением к широкому использованию пластического КИН в практических задачах механики трещин являлось отсутствие, каких либо решений для параметра I_n в приложении к типовым геометриям экспериментальных образцов. Авторы работы [126], пересмотрев классическое ХРР-решение для плоского напряженного состояния и плоской деформации, предположили, что в условиях маломасштабной текучести параметр I_n зависит от относительной длины трещины и геометрии образца, и предложили процедуру численного определения данного параметра.

$$I_n^{FEM}(\theta, M_p, n, (a/w)) = \int_{-\pi}^{\pi} \Omega^{FEM}(\theta, M_p, n, (a/w)) d\theta \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} \Omega^{FEM}(\theta, M_p, n, (a/w)) = & \frac{n}{n+1} (\tilde{\sigma}_e^{n+1})^{FEM} \cos \theta - \\ & - \left[\tilde{\sigma}_{rr}^{FEM} \left(\tilde{u}_\theta^{FEM} - \frac{d\tilde{u}_r^{FEM}}{d\theta} \right) - \tilde{\sigma}_{r\theta}^{FEM} \left(\tilde{u}_r^{FEM} + \frac{d\tilde{u}_\theta^{FEM}}{d\theta} \right) \right] \sin \theta - \\ & - \frac{1}{n+1} (\tilde{\sigma}_{rr}^{FEM} \tilde{u}_r^{FEM} + \tilde{\sigma}_{r\theta}^{FEM} \tilde{u}_\theta^{FEM}) \cos \theta \end{aligned} \quad (3.9)$$

В настоящей работе параметр $I_n^{FEM}(\theta, \theta^*, n, M_p)$ вычислялся по формулам (3.8-3.9) на основе численных расчетов упругопластических полей напряжений и перемещений в области вершины трещины в крестообразных образцах двух геометрий. Пластические свойства материалов в упругопластических расчетах задавались на основе экспериментальных кривых деформирования, полученных в результате статических испытаний на одноосное растяжение. (рис.3.14, 3.15).

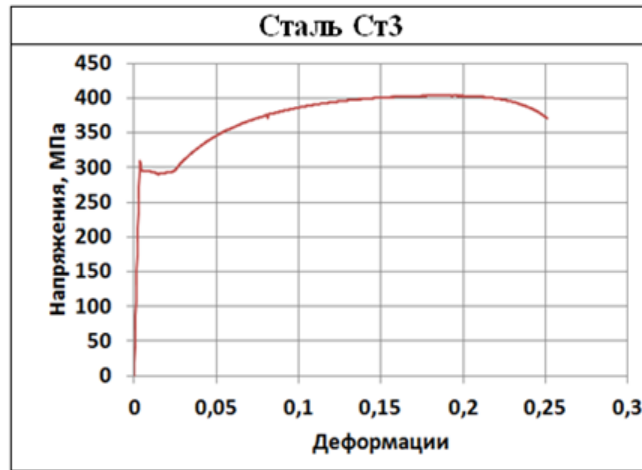


Рис.3.14. Диаграмма деформирования для стали Ст-3

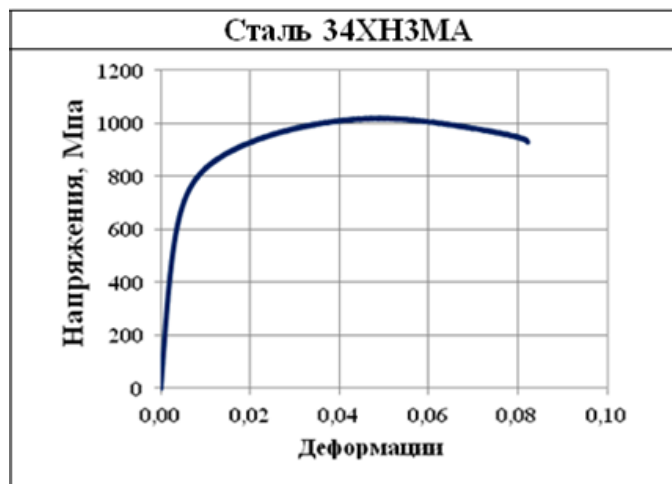


Рис.3.15. Диаграмма деформирования для стали 34ХНЗМА

Аппроксимация диаграмм деформирования осуществлена по модели Рамберга-Осгуда:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \alpha \frac{\sigma_0}{E} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n \quad (3.10)$$

где σ_0 – предел текучести материала, α , n – константы деформационного упрочнения материала по модели Рамберга-Осгуда, E – модуль упругости.

Основные механические свойства и константы упрочнения для материалов, из которых изготовлены крестообразные образцы, представлены в таблице 3.3.

Таблица 3.3. Механические свойства исследуемых материалов

	$\sigma_{0,2}$ МПа	σ_B , МПа	E , МПа	α	n	ν
Ст3 (CS-1)	294	483	214000	4.13	7.69	0.3
34ХНЗМА (CS-2)	780	924	210000	2.36	7.29	0.3

На рис. 3.16 представлены распределения I_n -интеграла в крестообразных образцах двух геометрий для условий нормального отрыва. В случае плоского образца (рис.3.16 а, б) распределения I_n -интеграла в зависимости от относительной длины трещины и вида двухосного нагружения получены для плоского напряженного состояния и плоской деформации. Расчеты I_n -интеграла в образце с утонением в рабочей зоне были выполнены для двух положений сечения по фронту трещины: на свободной поверхности и в середине толщины образца (рис.3.16 в, г). Условно принимаем, что на свободной поверхности образца реализуются условия ПНС, а в середине толщины – условия ПД. Из представленных результатов отчетливо видно влияние геометрии образца, относительной длины трещины и вида напряженного состояния на характер распределений интегрального параметра I_n . Традиционные упругие коэффициенты интенсивности напряжений не обладают чувствительностью к виду напряженного состояния, что свидетельствует в пользу широкого применения пластического КИН.

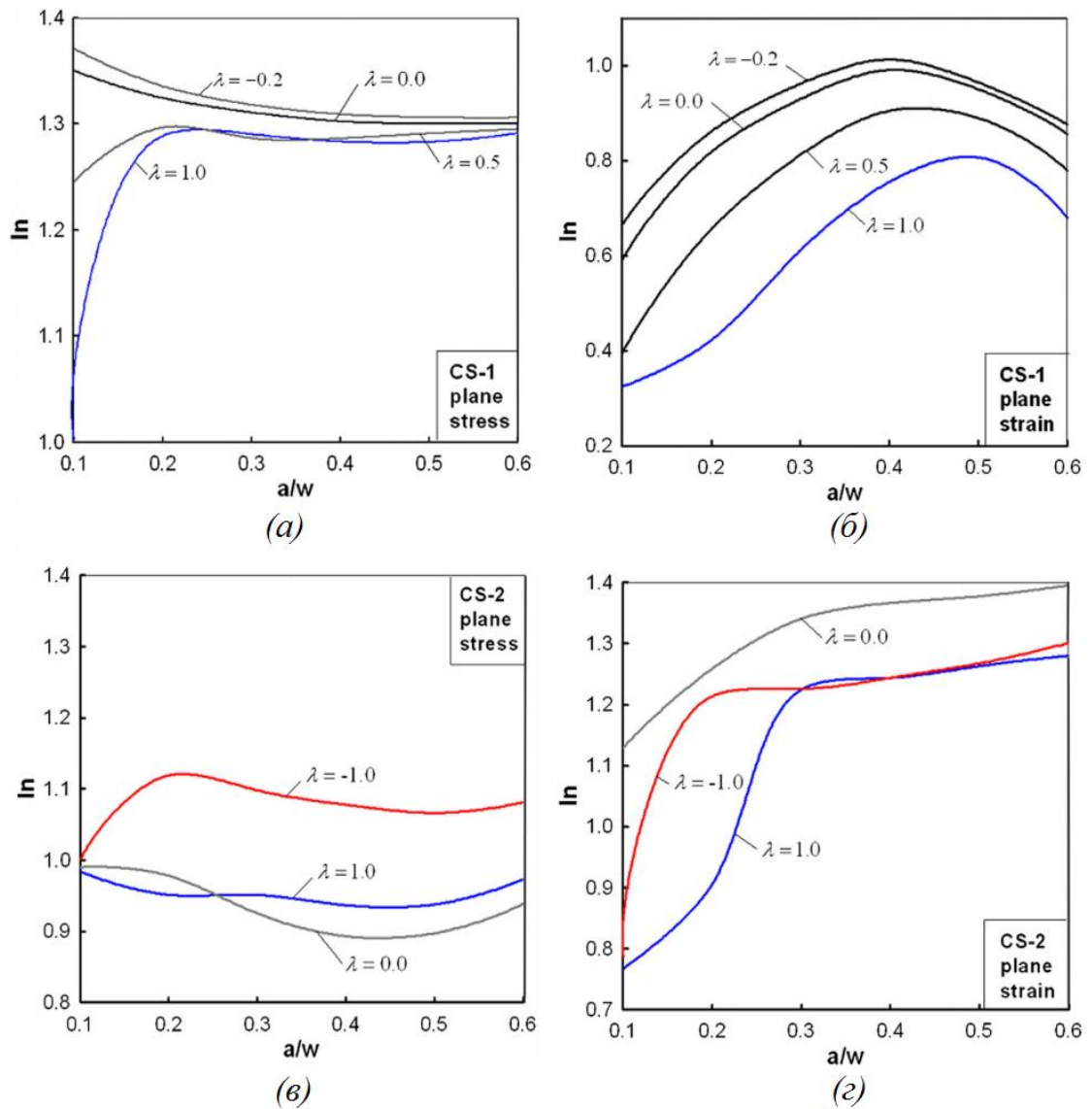


Рис.3.16. Распределения $\ln$ -интеграла в крестообразных образцах для условий нормального отрыва

На рис. 3.17 представлены результаты расчета $\ln$ -интеграла в плоском крестообразном образце (CS-1) в зависимости от параметра смешанности. Параметр смешанности M_p был представлен в работе Ши [113] как количественная характеристика смешанных форм деформирования, определяющая вклад каждой формы деформирования в напряженно-деформированное состояние в вершине трещины. Параметр смешанности M_p определяется как отношение окружной и сдвиговой компонент напряжений на продолжении плоскости расположения исходной трещины:

$$M_p = \frac{2}{\pi} \arctg \left| \frac{\tilde{\sigma}_{\theta\theta}(\theta=0)}{\tilde{\sigma}_{r\theta}(\theta=0)} \right| \quad (3.11)$$

где $\tilde{\sigma}_{\theta\theta}, \tilde{\sigma}_{r\theta}$ компоненты безразмерных окружных и сдвиговых напряжений соответственно.

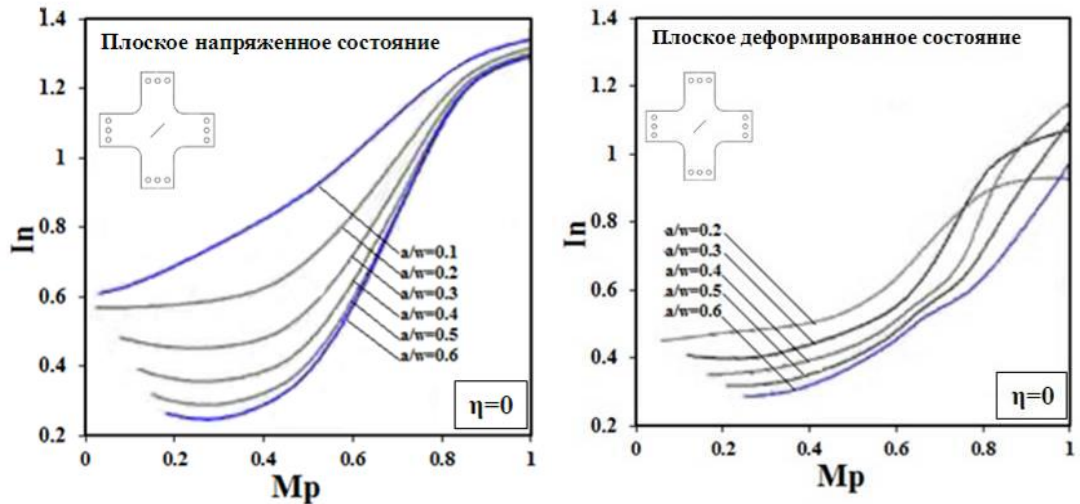


Рис.3.17. Распределения I_n -интеграла в полном диапазоне смешанных форм деформирования в плоском образце (CS-1)

Так в полном диапазоне смешанных форм деформирования от чистого сдвига $M_p=0$ до нормального отрыва $M_p=1$ установлено влияние на характер изменения интегрального параметра I_n относительной длины трещины и вида напряженного состояния.

На рис.3.18, 3.19 показаны распределения интегрального параметра $I_n(\theta, M_p, n, (a/w))$ в крестообразном образце с утонением (CS-2) в полном диапазоне смешанных форм деформирования. Для крестообразного образца с утонением рассматривалось два случая: равнодвухосное растяжение-сжатие (рис. 3.19) и одноосное растяжение (рис. 3.20). Отметим, что характер распределений I_n -интеграла в крестообразном образце с утонением зависит от положения сечения по фронту трещины, вида двухосного нагружения и практически не зависит от относительной длины трещины (a/w). Анализ полученных результатов показывает, что пластический коэффициент

интенсивности напряжений является чувствительным к проявлению эффектов стеснения.

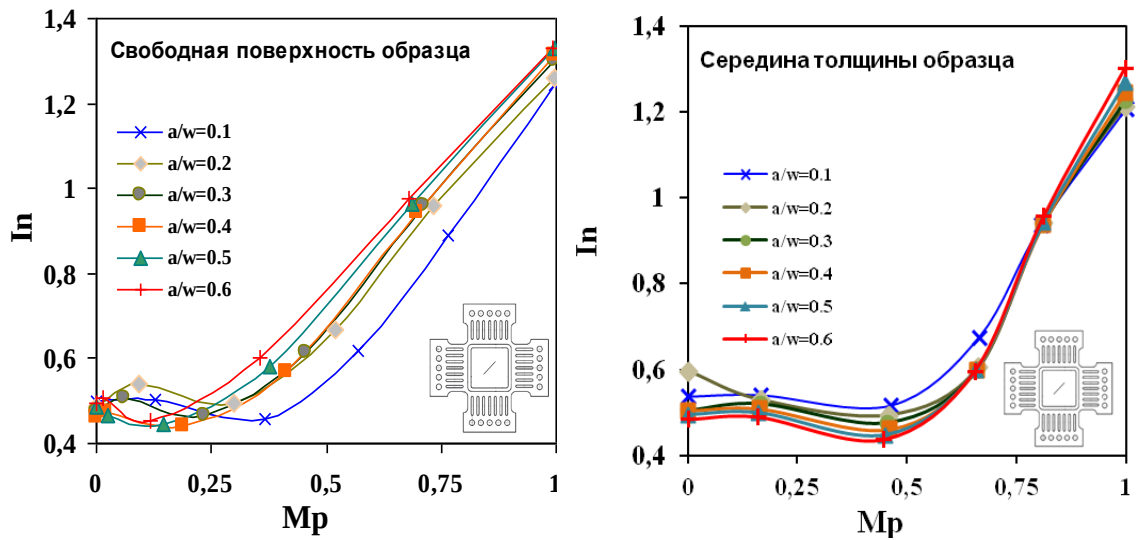


Рис.3.18. Распределения $\ln$ -интеграла в полном диапазоне смешанных форм деформирования при равнодвухосном растяжении-сжатии ($\lambda=-1$)

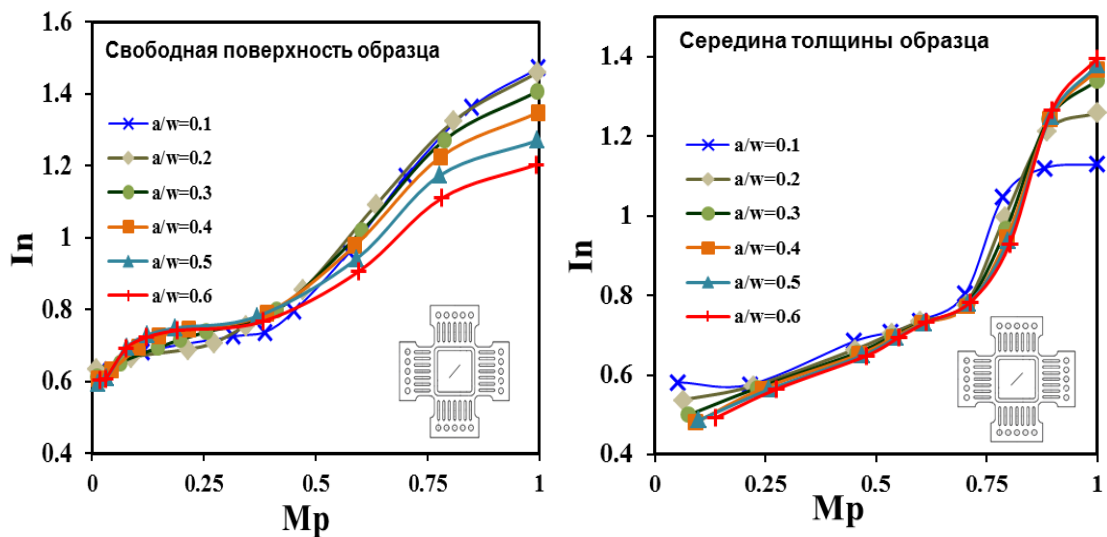


Рис.3.19. Распределения $\ln$ -интеграла в полном диапазоне смешанных форм деформирования при одноосном растяжении ($\lambda=0$)

Установленные закономерности изменения $\ln$ -интеграла в крестообразных образцах двух геометрий в зависимости от относительной длины трещины и вида напряженного состояния в полном диапазоне смешанных форм деформирования описаны следующими уравнениями:

$$\text{для плоского образца - } I_n = A_1 Mp \left(\frac{a}{w} \right)^3 + A_2 Mp \left(\frac{a}{w} \right)^2 + A_3 Mp \left(\frac{a}{w} \right) + A_4 Mp ; \quad (3.12)$$

$$\text{для образца с утонением - } I_n = B_1 Mp \left(\frac{a}{w} \right)^3 + B_2 Mp \left(\frac{a}{w} \right)^2 + B_3 Mp \left(\frac{a}{w} \right) + B_4 Mp \quad (3.13)$$

Необходимые для количественной оценки сопротивления циклическому деформированию и разрушению значения пластического КИН в дальнейшем вычислялись при интерпретации скорости роста трещин по формуле (3.6) на основе полученных значений интегрального параметра $I_n(\theta, Mp, n, (a/w))$.

3.4. Влияние пластических свойств материала на распределения управляющего параметра I_n -интеграла

Принципиальным отличием пластического коэффициента интенсивности напряжений от общепринятого в линейной механике разрушения упругого КИН является чувствительность к пластическим свойствам материала. В данной работе рассмотрено два варианта механических свойств стали 34ХНЗМА: в исходном состоянии и после термообработки. Согласно ТУ108.1028-81 была проведена закалка образцов изготовленных из стали 34ХНЗМА при 850-870°C с охлаждением в масле, далее проводился отпуск при 580-610°C с охлаждением в печи. По результатам испытаний образцов на статическое растяжение были получены диаграммы деформирования, представленные на рис. 3.20.

Аппроксимация диаграмм деформирования осуществлена по модели Рамберга-Осгуда (3.9). Полученные механические свойства для двух вариантов термообработки сведены в таблице 3.4.

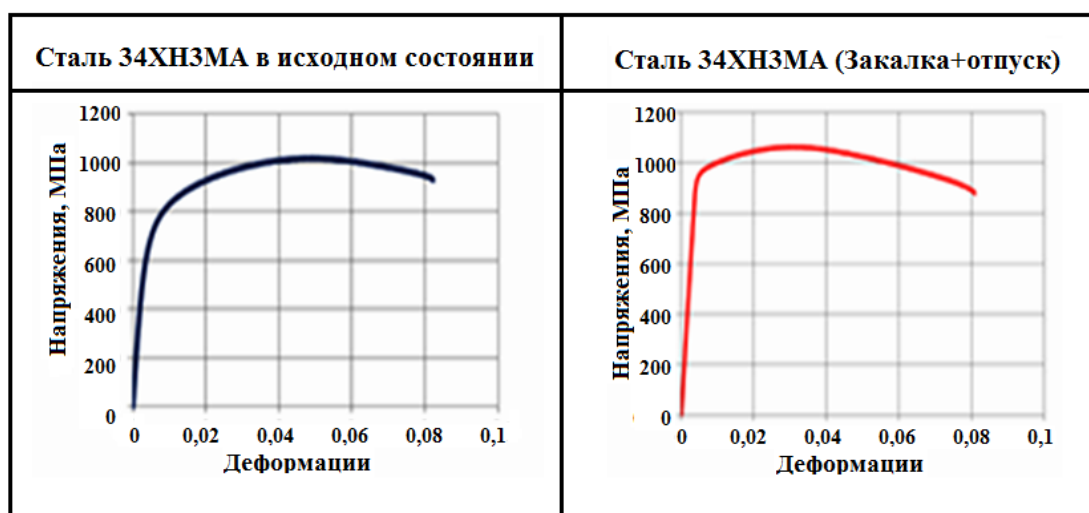


Рис.3.20. Диаграммы деформирования стали 34ХНЗМА для двух видов термической обработки

Таблица 3.4. Механические свойства стали 34ХНЗМА

	$\sigma_{0,2}$, МПа	$\sigma_{в}$, МПа	E , МПа	α	n	G_T
3ХНЗМА (исходное состояние)	780	924	210000	2,36	7,29	831
3ХНЗМА (Закалка+отпуск)	993	1126	231699	1,13	15,375	964

Для рассматриваемых вариантов механических свойств стали 34ХНЗМА проведены численные расчеты крестообразного образца с утонением в рабочей зоне (CS-2) в полном диапазоне смешанных форм деформирования при равнодвухосном растяжении-сжатии ($\eta=-1$). В результате чего были получены распределения интегрального параметра I_n для двух положений сечения по фронту трещины (рис.3.21, 3.22).

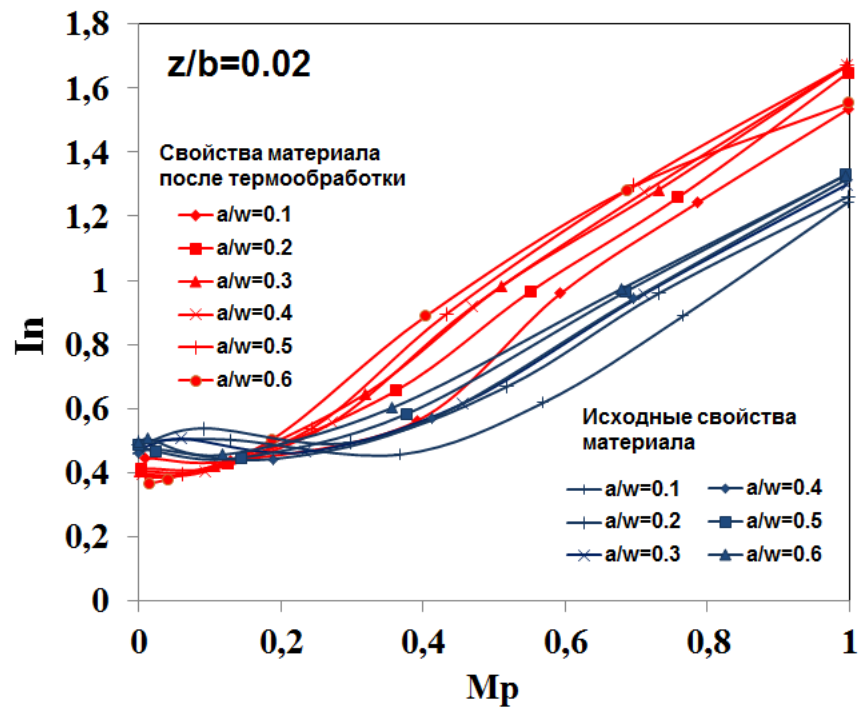


Рис.3.21. Распределения In-интеграла в полном диапазоне смешанных форм деформирования на свободной поверхности крестообразного образца с утонением (CS-2)

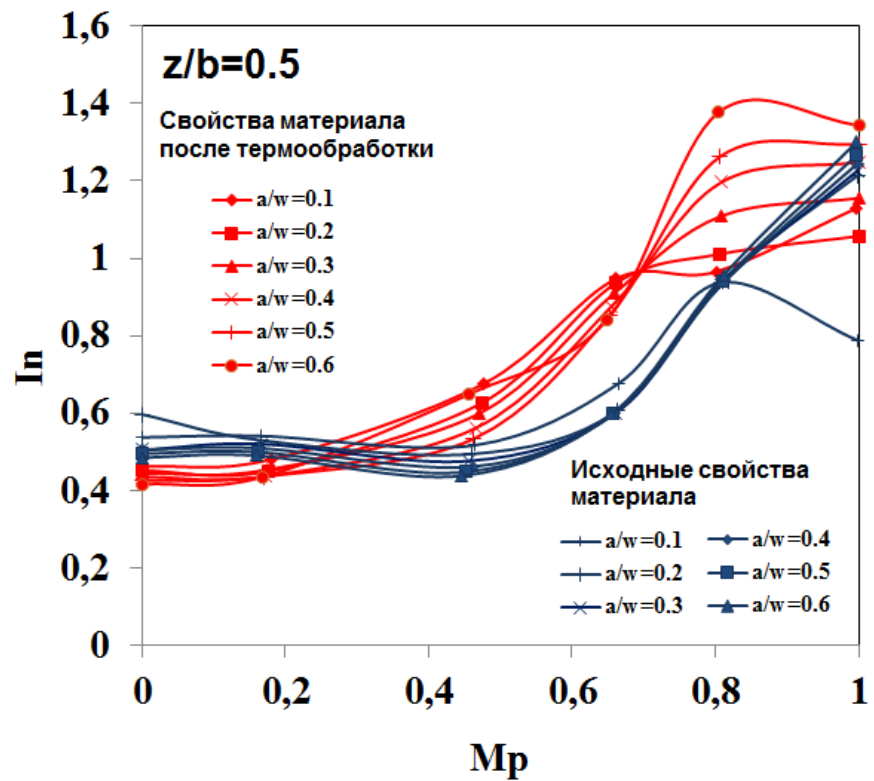


Рис.3.22. Распределения In-интеграла в полном диапазоне смешанных форм деформирования в середине толщины крестообразного образца с утонением (CS-2)

Полученные результаты четко показывают влияние пластических свойств материала на распределения I_n -интеграла. В полном диапазоне смешанных форм деформирования от чистого сдвига ($M_p=0$) до нормального отрыва ($M_p=1$) наблюдается различный характер распределений I_n -интеграла для различных свойств материала.

Таким образом, на основе выполненных численных исследований в третьей главе обоснованы параметры упруго-пластического состояния наклонных трещин в крестообразных образцах двух геометрий и представлены закономерности влияния геометрии образцов, условий нагружения и пластических свойств материала в полном диапазоне смешанных форм деформирования. Результаты выполненных параметрических исследований, представленные в настоящей главе, будут использованы в следующей главе в порядке интерпретации скорости роста трещин в крестообразных образцах при смешанных формах двухосного нагружения.

ГЛАВА 4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ЦИКЛИЧЕСКОЙ ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ СТАЛЕЙ 34ХНЗМА И СТЗ

Целью настоящей главы в диссертационной работе является количественный анализ влияния вида двухосного напряженного состояния и угла исходной ориентации трещины на характеристики циклической трещиностойкости конструкционных материалов. Методика проведения экспериментальных исследований скорости роста трещины при смешанных формах двухосного нагружения и описание используемого оборудования и средств измерения представлены в главе 2 (параграф 2.3). В первой части экспериментальных исследований были проведены испытания крестообразных образцов в условиях нормального отрыва в широком диапазоне коэффициентов двухосности нагружения. Второй раздел экспериментальных исследований состоял в определении скорости роста трещины в крестообразных образцах при смешанных формах двухосного деформирования. В результате интерпретации экспериментальных данных по скорости роста трещин в крестообразных образцах двух геометрий были получены диаграммы усталостного разрушения для каждого из рассматриваемых видов двухосного нагружения. По экспериментальным диаграммам усталостного разрушения установлен характер влияния вида двухосного нагружения на параметры циклической трещиностойкости при смешанных формах деформирования [120, 121, 123].

4.1. Анализ влияния вида двухосного нагружения на скорость роста трещины в крестообразных образцах двух геометрий

Первый раздел экспериментальных исследований состоял в определении характеристик циклической трещиностойкости в условиях

нормального отрыва (Mode I), когда плоскость расположения исходного надреза составляет 90° по отношению к действующим максимальным напряжениям.

Согласно методике, описанной в главе 2 (параграф 2.3), в центре образцов наносился исходный надрез длиной 10 мм и шириной 0.25 мм. Перед проведением испытаний крестообразных образцов при двухосном нагружении осуществлялось выращивание усталостной трещины. Выращивание исходной усталостной трещины в крестообразных образцах проводилось в условиях равнодвухосного растяжения ($\lambda=+1$) при гармоническом спектре нагружения с максимальным напряжением цикла $\sigma_{\max}$ не превышающем половину значения предела текучести материала $\sigma_{0.2}$.

Испытания крестообразных образцов проводились на сервогидравлической двухосной испытательной системе BI-00-502 50kN Biaxial Test System. Плоские крестообразные образцы (CS-1) были испытаны при следующих видах двухосного нагружения ($\lambda=P_{xx}/P_{yy}$): равнодвухосное растяжение $\lambda=+1$; двухосное растяжение с коэффициентом $\lambda=+0,5$; одноосное растяжение $\lambda=0$ и двухосное растяжение-сжатие с коэффициентом $\lambda=-0,2$. Испытания крестообразных образцов с утонением в рабочей зоне проводились при равнодвухосном растяжении $\lambda=+1$; одноосном растяжении $\lambda=0$ и равнодвухосном растяжении-сжатии $\lambda=-1$. Матрица экспериментальных исследований скорости роста трещины в крестообразных образцах при двухосном нагружении в условиях нормального отрыва представлена в таблице 4.1.

Таблица 4.1: Условия испытаний крестообразных образцов

Геометрия образца	Коэффициент двухосности нагружения $\lambda=P_{xx}/P_{yy}$			
	$\lambda=+1$	$\lambda=+0,5$	$\lambda=0$	$\lambda=-0,2$
CS-1				
CS-2	$\lambda=+1$	$\lambda=0$	$\lambda=-1$	

Испытания крестообразных образцов проводились при гармоническом спектре нагружения с частотой 5Гц. Максимальное значение усилия прикладываемого к лепесткам образца составляло 48 кН. Все испытания при двухосном нагружении проводились в режиме автовыравнивания образца, при котором центр образца совпадает с центром пересечения осей нагружения и остается в одном положении в процессе всего испытания. В процессе испытаний непрерывно осуществлялся контроль отрабатываемых усилий и перемещений на всех четырех силовых нагружателях. Приращение длины трещины на поверхности образцов фиксировалось с помощью оптического микроскопа МБС-10. В результате испытаний для каждого из рассматриваемых видов нагружения были установлены зависимости скорости роста трещины от количества циклов нагружения $da/dN=f(N)$. Согласно методике интерпретации экспериментальных данных по скорости роста трещин, описанной в главе №2 (параграф 2.4) были получены кинетические диаграммы усталостного разрушения.

На рис.4.1. приведены кинетические диаграммы усталостного разрушения плоских крестообразных образцов (CS-1) для рассматриваемых видов двухосного нагружения. На диаграммах скорость роста трещины da/dN в крестообразных образцах представлена в зависимости от упругого параметра плотности энергии деформации (рис.4.1а) и пластического коэффициента интенсивности напряжений (рис.4.1б). Как видно из полученных результатов, в плоском образце из стали Ст-3 скорость роста трещины при равнодвухосном растяжении ($\lambda=+1$) выше, чем при остальных видах двухосного нагружения ($\lambda=+0,5$; $\lambda=0$; $\lambda=-0,2$) при одинаковых значениях S_{max} . Так по мере изменения коэффициента двухосности нагружения скорость роста трещины увеличивается от двухосного растяжения-сжатия ($\lambda=-1$) к равнодвухосному растяжению ($\lambda=+1$).

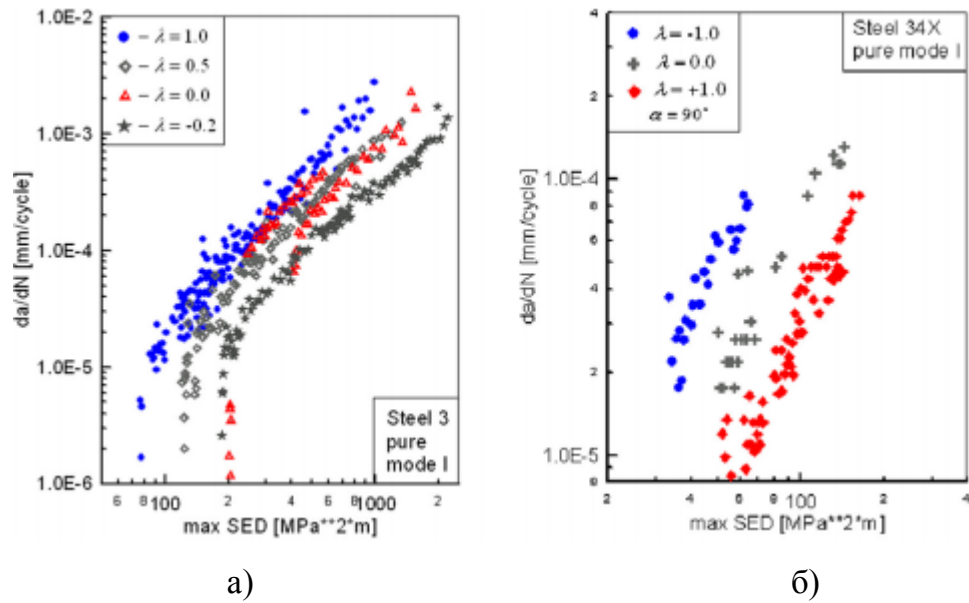


Рис.4.1. Диаграммы усталостного разрушения в плоском образце (CS-1) для условий нормального отрыва

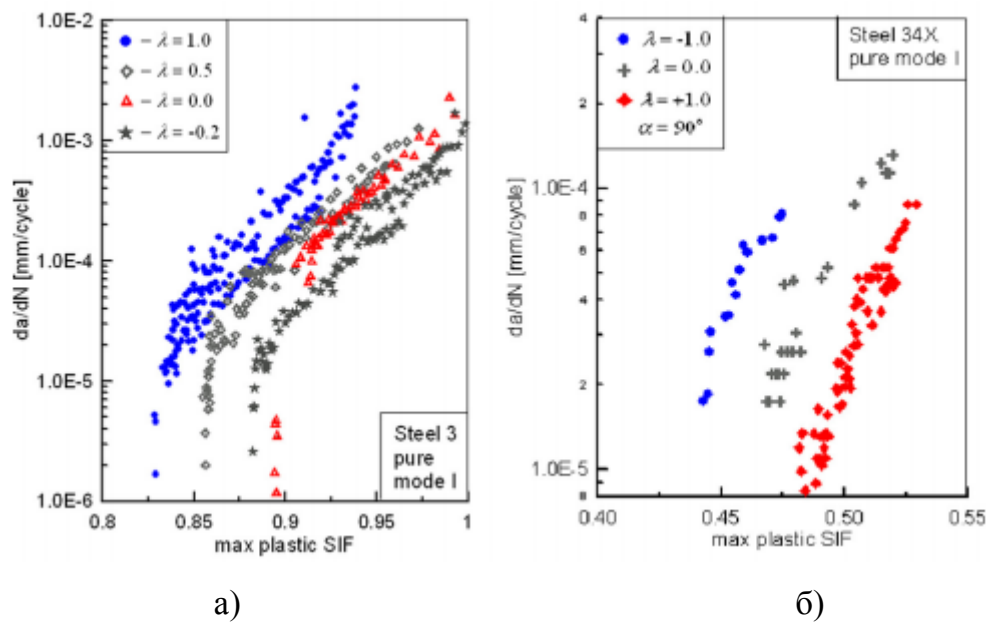


Рис.4.2. Диаграммы усталостного разрушения в образце с утонением (CS-2) для условий нормального отрыва

Для крестообразного образца с утонением в рабочей зоне установлен противоположный характер влияния вида двухосного нагружения на скорость роста трещины. На рис.4.2. представлены зависимости скорости роста трещины в крестообразных образцах с утонением в рабочей зоне (CS-2) от упругого параметра плотности энергии деформации (рис.4.2а) и пластического коэффициента интенсивности напряжений (рис.4.2б). При

одинаковых значениях S_{max} и K_{Pmax} скорость роста трещины увеличивается от равнодвухосного растяжения ($\lambda=+1$) к равнодвухосному растяжению-сжатию ($\lambda=-1$).

В литературе известно достаточно большое количество работ по исследованию скорости роста трещины при двухосном нагружении в условиях нормального отрыва [45, 53, 75, 83, 96, 102, 127, 128]. Кинетические диаграммы усталостного разрушения, представленные в настоящей главе для крестообразного образца с утонением в рабочей зоне (рис.4.2) хорошо согласуются с данными полученными в работе Миллера [102]. Автором показано, что скорость роста трещины становится ниже по мере того как коэффициент двухосности номинальных напряжений изменяется в положительную сторону. Следует отметить, что автор для исследования скорости роста трещин при двухосном нагружении автор использовал крестообразный образец с утонением в рабочей зоне. Авторами работ [96] было установлено, что в случае равнодвухосного растяжения-сжатия ($\lambda=-1$) скорость роста трещины ниже по сравнению с другими видами напряженного состояния ($\lambda=+1, \lambda=0$).

Наблюдаемые различия в скорости роста трещин в крестообразных образцах одинаковой формы в плане обусловлены эффектами стеснения. Этот вывод совпадает с результатами упруго-пластических расчетов, согласно которым плоский образец является более чувствительным к проявлению эффектов стеснения в силу более высоких градиентов напряжений, чем образец с утонением с однородным распределением напряжений в рабочей части.

Для описания линейных участков диаграмм усталостного разрушения представленных на рис .4.1, 4.2. были использованы следующие уравнения:

$$\begin{aligned} da/dN &= cS_{max}^n \\ \frac{da}{dN} &= \left(\frac{da}{dN} \right)^* \cdot \left(\frac{S_{max}}{S^*} \right)^n \end{aligned} \quad (4.1)$$

где C и n – константы материала в уравнении типа Париса, S^* – наибольший коэффициент интенсивности напряжения соответствующий скорости роста трещины $\left(\frac{da}{dN}\right)^* = 10^{-4} \text{ мм/цикл}$.

В результате статистической обработки экспериментальных данных для каждого вида напряженного состояния были получены параметры циклической трещиностойкости в условиях нормального отрыва, приведенные в таблице 4.2.

Таблица 4.2. Характеристики линейных участков диаграмм усталостного разрушения

	Вид напряженного состояния	C	n	S* [MPa/m]
CS_1	$\eta=+1$	2.5177×10^{-9}	4.2727	20.436
	$\eta=+0.34$	2.2383×10^{-9}	4.0198	25.443
	$\eta=-0.2$	1.2187×10^{-10}	4.7335	28.885
	$\eta=-0.4$	3.8864×10^{-9}	3.6683	29.848
CS_2	$\eta=+1$	3.0647×10^{-10}	4.1145	20.230
	$\eta=0$	3.2356×10^{-8}	2.7332	18.440
	$\eta=-1$	2.1637×10^{-9}	4.1565	12.721

В качестве количественной характеристики описывающей влияние вида двухосного нагружения на скорость роста трещины в крестообразных образцах удобно использовать параметр S^* .

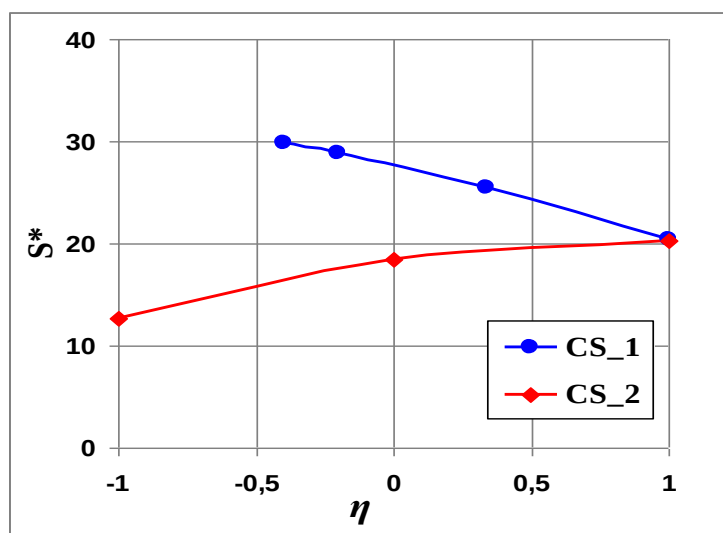


Рис.4.3. Зависимость параметров циклической трещиностойкости от вида двухосного нагружения для плоского образца (CS-1) и образца с утонением (CS-2)

На рис.4.3 представлены зависимости параметров циклической трещиностойкости S^* от вида двухосного напряженного состояния для двух геометрий крестообразных образцов. Установленные зависимости были описаны уравнений полиномиальных функций:

$$\text{для плоского образца - } S^* = -3.089\eta^2 - 5.367\eta + 28.89; \quad (4.2)$$

$$\text{для образца с утонением - } S^* = -1.9645\eta^2 - 3.7545\eta + 18.44$$

Таким образом, по экспериментальным диаграммам усталостного разрушения установлен характер влияния вида двухосного нагружения на параметры циклической трещиностойкости в условиях нормального отрыва и дано его количественное описание.

4.2. Влияние параметров смешанных форм деформирования на характеристики циклической трещиностойкости

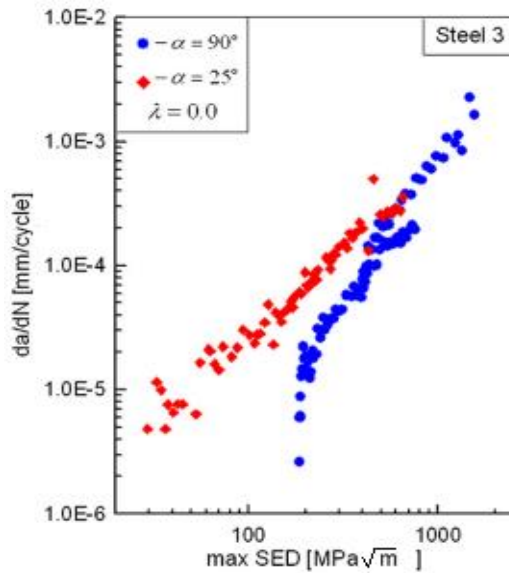
Второй раздел экспериментальных исследований состоял в определении скорости роста трещины в крестообразных образцах при смешанных формах двухосного деформирования. При обосновании

геометрии крестообразных образцов было отмечено, что полный диапазон смешанных форм разрушения может быть реализован при определенных сочетаниях коэффициентов двухосных номинальных напряжений η и угла исходной ориентации трещины α . Плоские крестообразные образцы испытывались при одноосном растяжении ($\lambda=0$) с расположением исходного надреза под углом $\alpha=25^\circ$. На образцах с утонением в рабочей зоне был реализован классический случай чистого сдвига при равнодвухосном растяжении-сжатии ($\lambda=-1$) с ориентацией исходного надреза под углом $\alpha=45^\circ$.

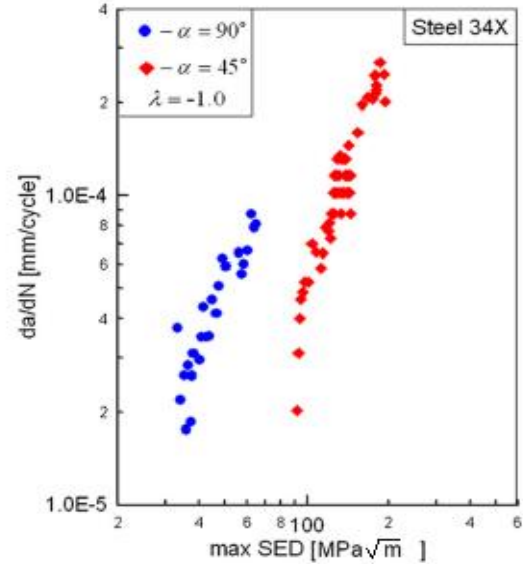
В результате интерпретации экспериментальных данных по скорости роста трещин при смешанных формах деформирования были получены кинетические диаграммы усталостного разрушения, на которых скорость роста трещины представлена в зависимости от эквивалентного параметра плотности энергии деформации S_{max} и упруго-пластического коэффициента интенсивности напряжений K_{Pmax} . На рис.4.4. показаны диаграммы усталостного разрушения для смешанных форм двухосного деформирования. Диаграммы усталостного разрушения, полученные для смешанных форм деформирования, представлены в сравнении с диаграммами, полученными для условий нормального отрыва. В случае плоского крестообразного образца (рис.4.4.а,в) смешанные формы деформирования приводят к увеличению скорости роста трещины. На рис.4.4.б, г представлены диаграммы усталостного разрушения при смешанных формах деформирования в крестообразном образце с утонением в рабочей зоне. Скорость роста трещины в образцах с утонением в рабочей зоне (CS-2) снижается в диапазоне от нормального отрыва (Mode I) до чистого сдвига (Mode II).

На рис.4.4.в,г кинетические диаграммы усталостного разрушения для крестообразных образцов двух геометрий представлены в интерпретации по упруго-пластическому коэффициенту интенсивности напряжений. Аналогичный характер влияния смешанных форм деформирования на

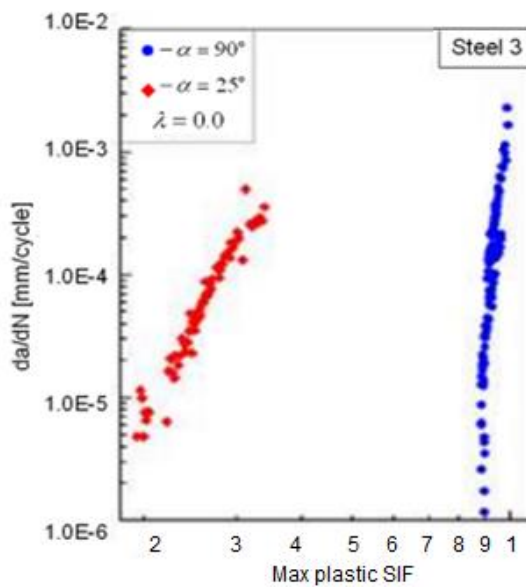
скорость роста трещины наблюдается при интерпретации экспериментальных данных по упругому параметру S_{max} и упруго-пластическому K_{Pmax} .



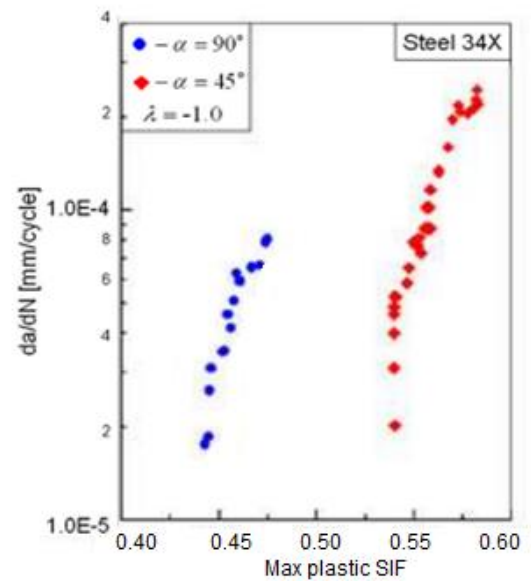
а)



б)



в)



г)

Рис.4.4. Диаграммы усталостного разрушения в крестообразных образцах двух геометрий для смешанных форм деформирования



Рис.4.5. Траектория развития трещины в плоском образце (CS-1) при нормальном отрыве (Mode I)



Рис.4.6. Траектория развития трещины в плоском образце (CS-1) при одноосном растяжении с ориентацией исходного надреза под углом 25°



Рис. 4.7. Траектория развития трещины в образце с утонением (CS-2) при нормальном отрыве (Mode I)



Рис. 4.8. Траектория развития трещины в образце с утонением (CS-2) для классического случая чистого сдвига (Mode II)

На рис.4.5- 4.8 приведены экспериментальные траектории развития трещин при двухосном нагружении для условий нормального отрыва и смешанных форм деформирования. Сопоставляя траекторию в образце с

утономением испытанном при равнодвухосном растяжении-сжатии с расположением трещины под углом 45° (рис.4.8.) с траекторией в плоском образце, испытанном при одноосном растяжении с расположением исходного надреза под углом $\alpha=25^\circ$ (рис.4.6.) было установлено полное совпадение траекторий в пределах 10 мм длины трещины. Это подтверждает предположение о том, что в плоском крестообразном образце при одноосном растяжении с исходной ориентацией трещины под углом $\alpha=25^\circ$ может быть реализована ситуация чистого сдвига.

Использование пластического КИН в качестве параметра для интерпретации скорости роста трещин при смешанных формах двухосного деформирования является предпочтительным. Исследуемые материалы в настоящей работе имеют одинаковые упругие свойства, но значительным образом отличаются по характеристикам пластичности. Интерпретация скорости роста трещин по упругим параметрам не позволяет определить влияние пластических свойств материала на характеристики циклической трещиностойкости. Более того в условиях развитых пластических деформаций в вершине трещины упругий коэффициент интенсивности напряжений теряет свой смысл. В отличие от упругого, пластический КИН сохраняет свою справедливость записи в терминах маломасштабной текучести вплоть до половины значения предела текучести в номинальных напряжениях. Упруго-пластический коэффициент интенсивности напряжений является чувствительным к типу геометрии образца, параметрам смешанных форм двухосного деформирования, пластическим свойствам материала и совершенно четко описывает различия в напряженно-деформированном состоянии в диапазоне от плоского напряженного состояния до плоской деформации.

4.3. Обобщение экспериментальных диаграмм усталостного разрушения

В литературе встречаются мнения о том, что диаграммы усталостного разрушения различных материалов при соответствующем нормировании базовых координат (K_{max} , da/dN) различаются между собой незначительно. В работе [142] диаграммы усталостного разрушения, полученные для 19 различных материалов, были перестроены в безразмерных координатах. Авторами было показано, что за счет соответствующей нормировки базовых координат диаграммы усталостного разрушения для различных материалов укладываются в одну общую кривую с минимальным разбросом экспериментальных точек.

В настоящей работе было проведено обобщение всех полученных диаграмм усталостного разрушения для крестообразных образцов двух геометрий. Обобщение экспериментальных данных по скорости роста трещин было осуществлено за счет нормировки базовых координат предложенной Яремой и Панасюком. Модификация данного метода для расположения обратно симметричной кинетической диаграммы усталостного разрушения относительно начала координат, приводит к следующим безразмерным координатам:

$$\xi = 2 \frac{\lg(K / K_s)}{\lg(K_{fc} / K_{th})} \quad \eta = \frac{2 \log(v / v_s)}{\log(v_{fc} / v_{th})} \quad (4.3)$$

где K_{fc} и K_{th} - значения критического и порогового КИН, а v_{fc} и v_{th} соответствующие им скорости роста трещин; v_s - скорость роста усталостной трещины при $K_s = \sqrt{K_{fc} \cdot K_{th}}$; K и v - взаимосвязанная пара текущих экспериментальных значений КИН и скорости роста трещины.

$$\nu = \nu_0 \left(\frac{K - K_{th}}{K_{fc} - K} \right)^m, \quad \nu_0 = 10^{-4} \text{ (мм/цикл)} \quad (4.4)$$

На рис. 4.9 показаны обобщенные диаграммы усталостного разрушения в нормированных координатах для крестообразных образцов двух геометрий. Каждая из координат, определяемых формулами (4.3), соответствует нормировке отдельных диаграмм усталостного разрушения для различных видов двухосного нагружения. Из представленных результатов следует, что экспериментальные данные, полученные для различных видов двухосного нагружения укладываются в одну общую кривую.

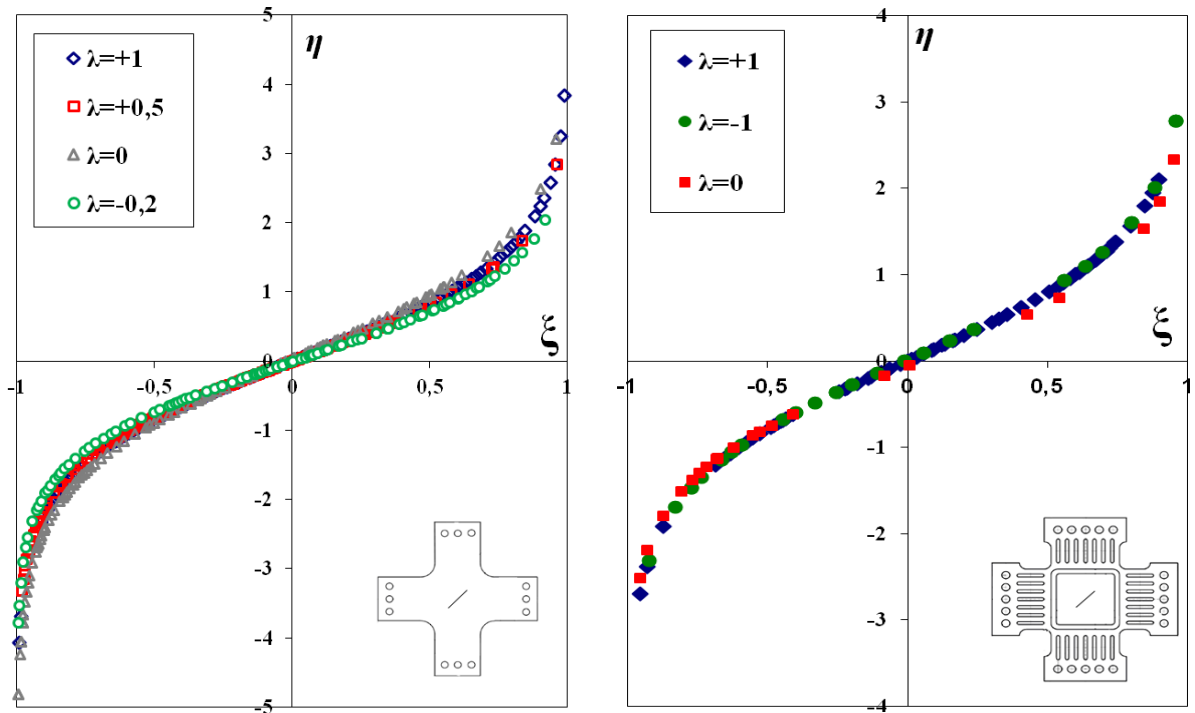


Рис.4.9. Обобщенные диаграммы циклической трещиностойкости для крестообразных образцов двух геометрий

На рис.4.10 показана обобщенная диаграмма усталостного разрушения, на которой представлены все экспериментальные данные, полученные для различных образцов, для различных свойств исследуемых материалов, соответствующие отдельным видам двухосного нагружения.

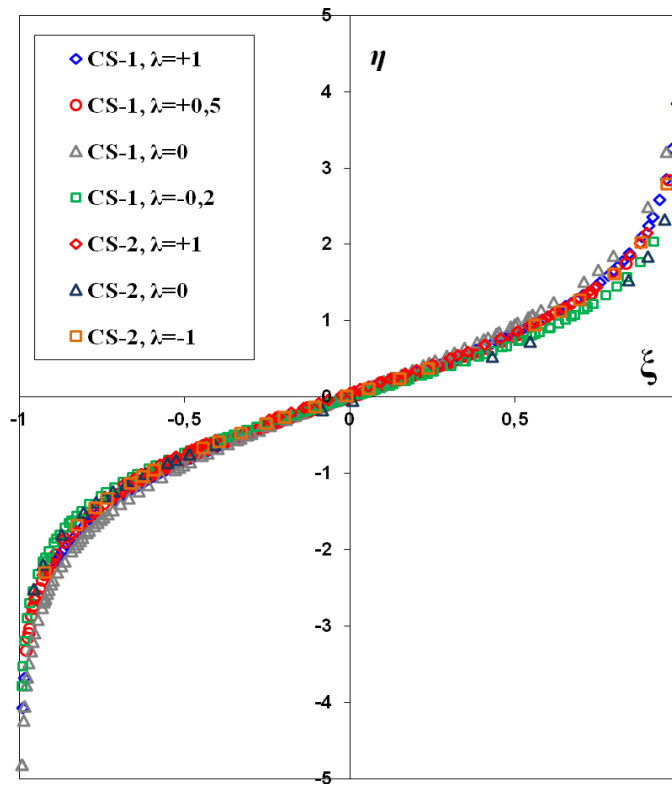


Рис.4.10. Обобщенная диаграмма циклической трещиностойкости

Таким образом, обобщение кинетических диаграмм усталостного разрушения за счет нормировки базовых координат позволяет получить единую диаграмму, описывающую зависимость между скоростью роста трещины и КИН при различных видах двухосного нагружения. Данная диаграмма, приведенная в безразмерных координатах, позволяет на основе ограниченных экспериментальных данных по скорости роста трещины получить характеристики циклической трещиностойкости для произвольных видов двухосного нагружения, которые не были реализованы в натурном эксперименте.

В настоящей работе на основе полученных обобщённых диаграмм циклической трещиностойкости предложен алгоритм расчета характеристик циклической трещиностойкости. Согласно данному алгоритму на первом этапе определяется критическое значение коэффициента интенсивности напряжений K_{fc} :

$$K_{fc} = \sigma_0 \cdot \left[\frac{0,5\bar{\sigma}_f^2 + \alpha' \cdot m \cdot \bar{\sigma}_f^{m+1} / (m+1)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \right]^{\frac{1}{2}} \times 2\pi r_c^{\frac{1}{2}} \quad (4.5)$$

где σ_0 - предел текучести материала; σ_f – предельные напряжения $\sigma_f = 1.9 \cdot \sigma_s$; ε_f - предельные деформации $\varepsilon_f = 0.76 \cdot \varepsilon_c^{0.6}$; m – циклический показатель деформационного упрочнения; параметр $\alpha' = (\sigma_f / \varepsilon_f)^m$; ν – коэффициент Пуассона; r_c – размер зоны процесса разрушения или критическое расстояние.

Обоснование концепции зоны процесса разрушения или критического расстояния содержится в работах [48, 49, 56], в которых получены теоретические соотношения взаимосвязи между размером зоны процесса разрушения и общей плотностью энергии деформации в виде:

$$r_c = \delta_c = \left\{ \frac{\bar{S}_2 \pm [\bar{S}_2^2 - 4(\bar{W}_c' - \bar{S}_3)(\bar{S}_1 - \bar{S}_p)]^{\frac{1}{2}}}{2(\bar{W}_c' - \bar{S}_3)} \right\}^2, \quad W_c = \sigma_f \varepsilon_f (N_f)^{-m} \quad (4.6)$$

где σ_0 – предел текучести материала; σ_f – предельные напряжения; ε_f - предельные деформации; $\bar{S}_i (i=1,2,3)$ и $\bar{S}_p$ – упругие и пластические коэффициенты.

Физический смысл размера зоны процесса разрушения состоит в приращении длины трещины в элементарном акте разрушения при скачкообразном развитии трещины. На некотором удалении от вершины трещины равном r_c возникает критическое по величине (dW/dV) состояние, которое сопровождается формированием зоны процесса разрушения, а результатом происходящих в ней процессов является приращение длины трещины на величину r_c . Таким образом, на основе найденных значений критического расстояния r_c и критического значения плотности энергии

деформации W_c вычисляется по формуле (4.5) критическое значение коэффициента интенсивности напряжений K_{fc} .

Далее по полученному значению K_{fc} вычисляется пороговое значение коэффициента интенсивности напряжений K_{th} по следующей формуле:

$$K_{th} = K_{fc} \cdot 10^{-\log\left(\frac{K_{fc0}}{K_{th0}}\right)} \quad (4.7)$$

где K_{fc0} и K_{th0} – критическое и пороговое значения коэффициентов интенсивности напряжений соответственно для экспериментальной кинетической диаграммы усталостного разрушения.

Текущие значения коэффициентов интенсивности напряжений для произвольного вида нагружения вычисляются по формуле:

$$K = \frac{\log\left(\frac{v_0}{v_{s0}}\right)}{\log\left(\frac{v_{fc}}{v_{th}}\right)} \quad (4.8)$$

где v_0 - экспериментальные значения скорости роста трещины для базовой диаграммы усталостного разрушения; v_{s0} - скорость роста усталостной трещины при $K_{s0} = \sqrt{K_{fc0} \cdot K_{th0}}$; v_{fc} и v_{th} - скорости роста трещин соответствующие значениям критического K_{fc} и порогового K_{th} КИН.

Значения скорости роста трещины для заданного вида нагружения рассчитываются по следующим формулам:

$$p = (-1) \cdot K \cdot \log\left(\frac{v_{fc}}{v_{th}}\right), \quad v_s = v_0 \cdot 10^p \quad (4.9)$$

Выражение для расчета показателя степени n в уравнении типа Пэриса

$da/dN = CS_{\max}^n$ записывается в следующем виде:

$$n = \frac{\log\left(\frac{\nu_s}{\nu_0}\right)}{\log\left(\frac{K_s - K_{th}}{K_{fc} - K_s}\right)} \quad (4.10)$$

Таким образом, на основе обобщённых диаграмм циклической трещиностойкости предложен метод расчета характеристик сопротивления материала разрушению для заданных смешанных форм двухосного деформирования.

ГЛАВА 5. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ОСТАТОЧНОЙ ДОЛГОВЕЧНОСТИ НАСАДНОГО ДИСКА ПАРОВОЙ ТУРБИНЫ

В пятой главе представлено практическое приложение разработанных методов и экспериментальных результатов в диссертационной работе в рамках расчета остаточной долговечности на стадии роста трещины в диске паровой турбины. Расчеты скорости развития несквозного дефекта и остаточной долговечности диска осуществлены с использованием вычисленных значений пластического КИН для эксплуатационных нагрузок и повреждений.

5.1. Анализ общего напряженно-деформированного состояния диска от действия эксплуатационных нагрузок

Приложения разработанных методов в данной работе осуществлены в порядке расчета долговечности на стадии роста трещины в диске паровой турбины. На рис.5.1. показаны сборный ротор паровой турбины Т-100-130 и насадной диск 22й ступени с эксплуатационным повреждением в шпоночном пазу. Сборный ротор представляет собой конструкцию, состоящую из вала и посаженных на него дисков с рабочими лопатками. Применяют такие роторы в области умеренных температур для цилиндров низкого давления (ЦНД) [37]. По своему назначению и условиям эксплуатации наиболее напряженными и ответственными деталями ротора паровой турбины являются насадные диски [13, 38]. Они имеют конструктивные концентраторы напряжений, в которых с течением времени эксплуатации происходит накопление и развитие повреждений, приводящих к ограничению остаточного ресурса. Это в первую очередь связано с воздействием агрессивной среды и изменением основных физико-механических свойств конструкционного материала.

В рамках предлагаемого алгоритма расчета остаточной долговечности диска реализуется следующая последовательность действий. На первом этапе

проводится анализ НДС диска от действия эксплуатационных нагрузок. В процессе эксплуатации на диск воздействуют центробежная сила от собственной массы диска, контурная нагрузка от воздействия рабочих лопаток на обод диска, которая передается через замковое соединение, контактное давление на втулку диска, вызванное натягом при посадке диска на вал. Для такого сочетания условий нагружения при определении НДС диска необходимо решать задачу в трехмерной постановке с применением метода конечных элементов (МКЭ), который позволяет учесть конструктивные особенности дисков и возможное нелинейное поведение конструкционного материала.

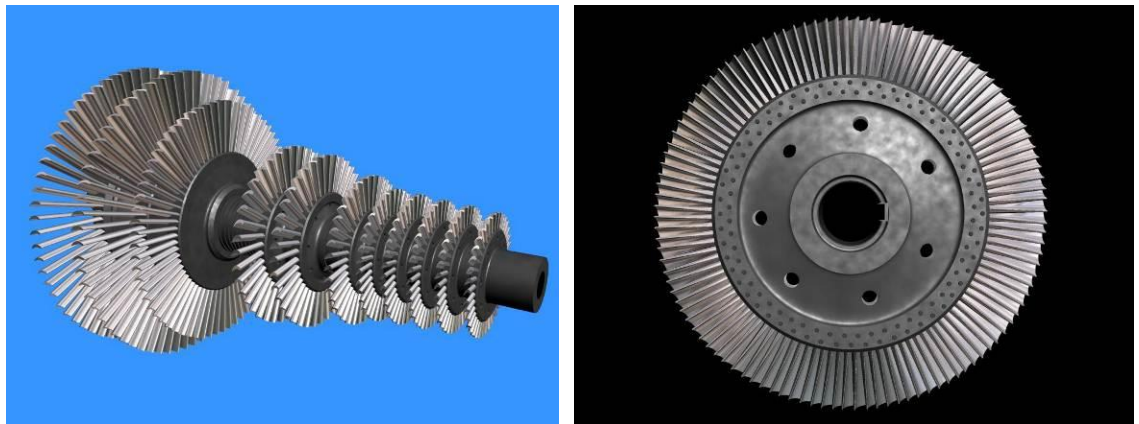


Рис.5.1. Сборный ротор ЦНД паровой турбины Т-100-130

На рис.5.2 представлен трехмерная модель насадного диска 22 ступени паровой турбины Т-100-130, которая была полностью воспроизведена по чертежам завода-изготовителя. При моделировании исследуемой конструкции использовалось условие циклической симметрии, которое позволяет корректно перейти от полноразмерной модели диска к его объемному сектору. Взаимодействие между хвостовиком лопатки, заклепками и крепежными отверстиями диска моделировалось с помощью контактных элементов. На сопряженных поверхностях диска, заклепок и хвостовика сформирована сетка конечных элементов с использованием контактных элементов типа «поверхность-поверхность» CONTA174 и

ответных ему контактных элементов TARGE170 из библиотеки программного комплекса «ANSYS» [67]. Подробный анализ НДС насадного диска 22-й ступени турбины Т-100-130 в упругопластической постановке представлен в работе [63].

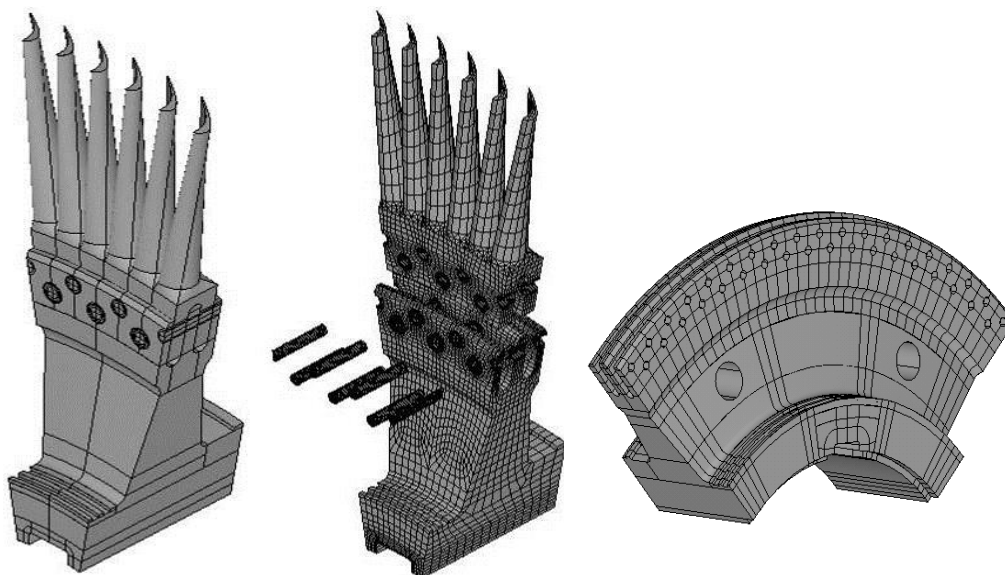


Рис.5.2. Конечно-элементная модель диска 22-й ступени паровой турбины Т-100-130

Рассмотрим результаты численного расчета насадного диска от действия эксплуатационных нагрузок. Распределение полей интенсивности напряжений в насадном диске показано на рис.5.3. В результате численного анализа НДС диска были установлены критические зоны диска турбины и определены уровни действующих в них напряжений и деформаций. К критическим зонам в насадном диске 22-й ступени турбины Т-100-130 относятся заклепочные отверстия обода диска, разгрузочные отверстия в полотне и шпоночный паз.

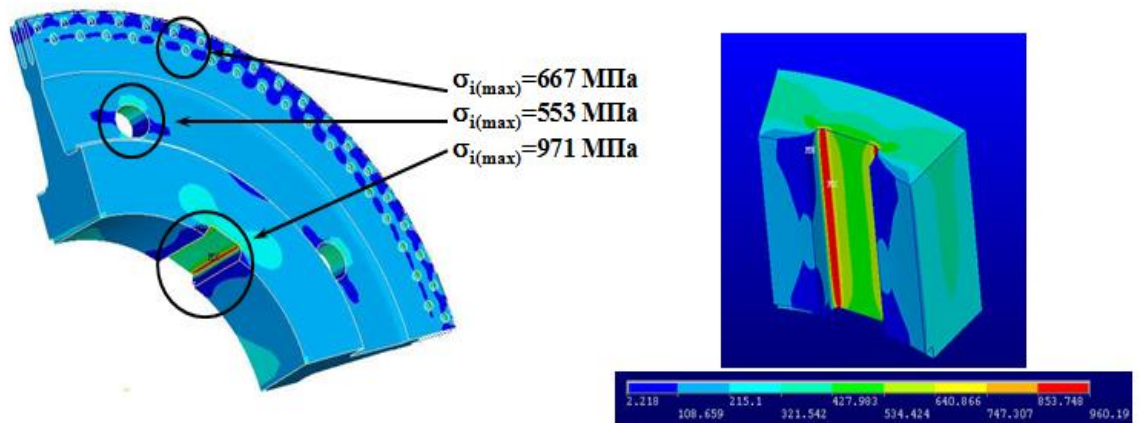


Рис.5.3. Действующие напряжения в критических зонах диска

В результате численного расчета было установлено, что основной зоной концентрации напряжений в диске является шпоночный паз, где действующие напряжения превышают предел текучести материала диска.

Следует отметить, что практика эксплуатации паровой турбины Т-100-130 на Набережночелнинской ТЭЦ показала, что в насадных дисках ротора ЦНД в области крепежных отверстий вильчатого замкового соединения и углах шпоночного паза образуются трещины. На рис. 5.4. показано эксплуатационное повреждение насадного диска в радиусном сопряжении шпоночного паза в виде четвертьэллиптической трещины.



Рис.5.4. Эксплуатационное повреждение диска 22-й ступени паровой турбины

Рассмотрим распределения окружной компоненты напряжений в зоне шпоночного паза. Анализ окружных напряжений проводился по двум направлениям: при обходе шпоночного паза от доньшка через радиусное сопряжение к стенке (направление l) и по толщине ступицы (направление b), как показано на рис.5.5.

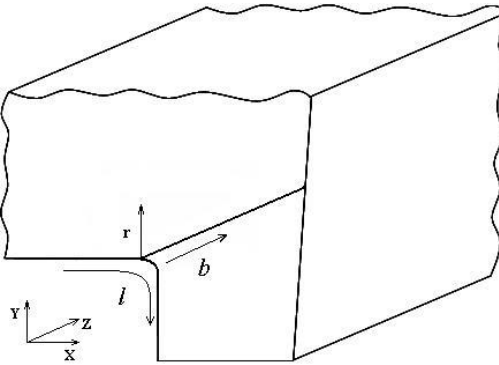


Рис. 5.5. Направления обхода по контуру шпоночного паза

На рис 5.6 представлены распределения окружных напряжений нормированных на предел текучести материала $\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\theta\theta}^{FEM} / \sigma_0$. Здесь $\bar{l}, \bar{b}$ - расстояния, нормированные на соответствующие габариты в рассматриваемом направлении обхода l и b , r – расстояние от внутренней поверхности паза.

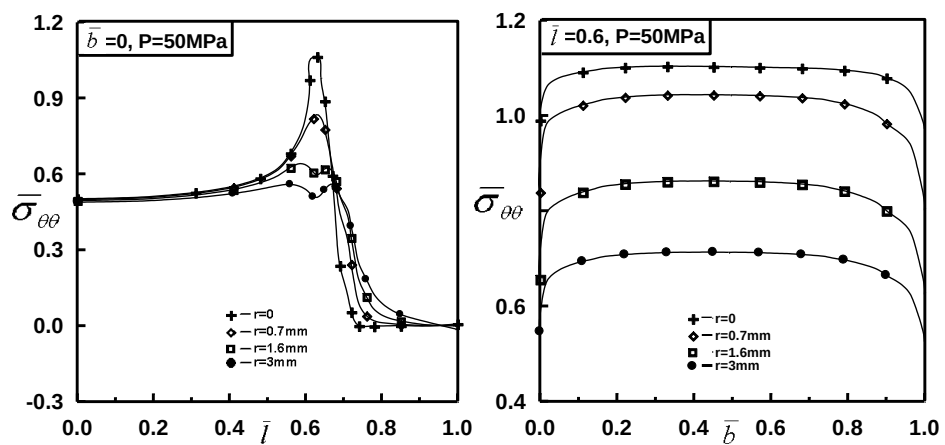


Рис. 5.6. Распределения окружной компоненты напряжений в ступицы диска

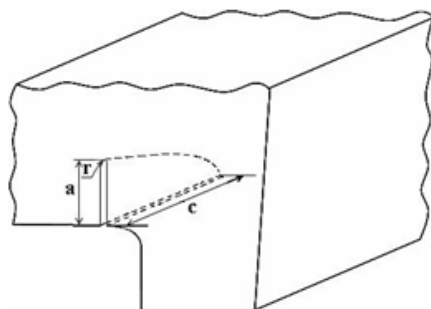
Из представленных на рис.5.6 распределений окружных напряжений следует, что в зоне радиусного сопряжения в шпоночном пазу по всей толщине ступицы максимальные напряжения превышают предел текучести материала диска.

Таким образом, по результатам упругопластического расчета насадного диска было установлено, что в радиусных сопряжениях шпоночного паза возникают зоны локальных нелинейных деформаций, которые в процессе эксплуатации диска приводят к образованию и накоплению повреждений.

5.2. Расчет упругих и упруго-пластических параметров сопротивления разрушению для типовых поверхностных дефектов в насадном диске

Вторым этапом в рамках расчёта остаточной долговечности насадного диска является анализ напряженно-деформированного состояния диска с эксплуатационным повреждением в шпоночном пазу. С этой целью с использованием метода подконструкций моделировалось реальное расположение трещины в шпоночном пазу диска. Согласно методу подконструкций были сформированы расчетные схемы шпоночного паза с четвертьэллиптическими трещинами. Разработка метода подконструкций для моделирования повреждений в шпоночном пазу диска и обоснование топологии расчётных схем МКЭ для трещин четвертьэллиптической формы в плане представлены в работе [63]. Суть метода заключается в том, на первом этапе проводится численный расчет полной модели диска. Затем из нее выделяется интересующая область (подконструкция), в ней генерируется более мелкая сетка конечных элементов, а по границам полученной области задаются перемещения, полученные из расчета полной модели. Таким образом, смещения, полученные на границе между моделью диска и подконструкцией, задаются в качестве граничных условий для модели шпоночного паза с повреждением.

В рамках анализа НДС диска с эксплуатационным повреждением были построены расчетные схемы шпоночного паза с поверхностными трещинами. Трещина моделировалась как надрез с конечным радиусом кривизны в вершине трещины $r=50\text{мкм}$. При формировании расчетных схем использовались 20-ти узловые объемные квадратичные элементы SOLID 95. В настоящей работе рассматривались 4 расчетные схемы шпоночного паза диска с трещинами: две расчетные схемы с четвертькруговыми трещинами с размерами полуосей $a=c=3\text{ мм}$ и $a=c=5\text{ мм}$ и две расчетные схемы четвертьэллиптических трещинами с размерами полуосей $a=7,5\text{ мм}$ и $c=10\text{ мм}$, $a=10\text{ мм}$ и $c=20\text{ мм}$ (рис.5.7).



a, мм	c, мм	a/c
3	3	1
5	5	1
7,5	10	0,75
10	20	0,5

Рис. 5.7. Схема расположения повреждения в шпоночном пазу диска

На рис.5.7 представлена схема расположения поверхностного дефекта в шпоночном пазу диска. Трещина расположена таким образом, что на внутренней поверхности шпоночного паза ($\varphi=0^\circ$) и торцевой поверхности ступицы ($\varphi=90^\circ$) реализуется плоское напряженное состояние, а при $0^\circ < \varphi < 90^\circ$ (в теле диска) - условия близкие к плоской деформации. Переход от плоского напряженного состояния к плоской деформации происходит в приповерхностной зоне. В этой связи в области выхода трещины на внутреннюю и торцевую поверхности паза было сделано сгущение сетки конечных элементов. Расчетная схема шпоночного паза с поверхностной трещиной представлена на рис.5.8.

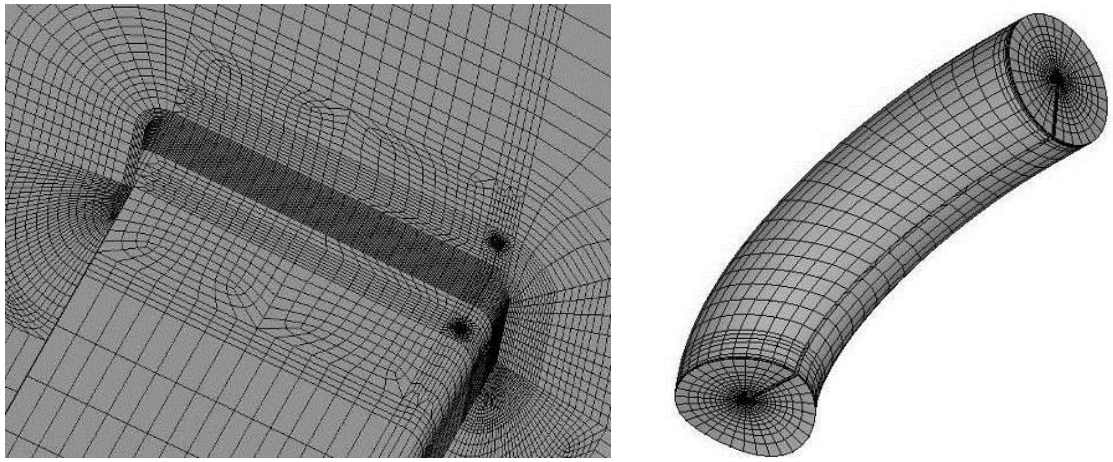


Рис.5.8. Конечно-элементная модель диска четверть эллиптической трещины в шпоночном пазу диска

На полученных расчетных схемах была проведена серия упруго-пластических расчетов моделей шпоночного паз с дефектами типа трещин с учетом эксплуатационных факторов нагружения насадных дисков: центробежной нагрузки от собственной массы диска, контурной нагрузки от воздействия рабочих лопаток и натяга при посадке диска на вал. На рис.5.9 показаны распределения упруго-пластических деформаций в области дефекта в шпоночном пазу насадного диска.

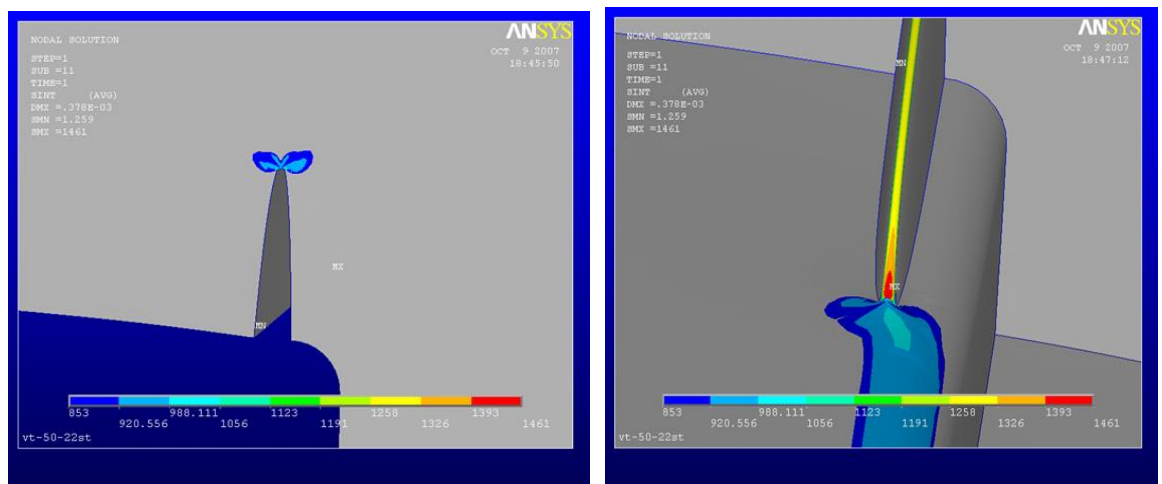


Рис.5.9. Распределения упруго-пластических деформаций в области дефекта в шпоночном пазу насадного диска

Результатом численных расчетов шпоночного паза с поверхностными трещинами являлись распределения полных компонент напряжений σ_{ij} и безразмерных полярных функций напряжений $\tilde{\sigma}_{ij}$ для различных сечений вдоль фронта трещины. Согласно модели Хатчинсона-Розенгрена-Райса [88, 89, 110] упруго-пластические напряжения в вершине трещины, нормированные на предел текучести материала σ_0 , описываются уравнением:

$$\bar{\sigma}_{ij} = \bar{K}_p \cdot r^\lambda \cdot \tilde{\sigma}_{ij} \quad (5.1)$$

где K_p - пластический КИН, r - расстояние от фронта трещины, - безразмерные полярные функции напряжений.

Полные упруго-пластические напряжения $\sigma_{ij} = \sigma^{FEM} / \sigma_0$ в левой части уравнения (5.1) рассчитываются с помощью численных расчетов диска по МКЭ. Далее по найденным значениям полных компонент напряжений σ_{ij} рассчитываются безразмерные полярные функции напряжений $\tilde{\sigma}_{ij}$. Методика расчетов для получения безразмерных окружных и радиальных компонент НДС в различных сечениях вдоль фронта поверхностной трещины представлен в работе [63]. Согласно данной методике сначала находят компоненты напряжений по узлам концентрических окружностей в плоскости расположения трещины для различных сечений вдоль ее фронта (рис.5.9). Компоненты напряжений из глобальной декартовой системы координат переводятся в локальную прямоугольную систему координат, связанную с параметрическим углом эллипса φ . На следующем шаге производится нормировка всех компонент напряжений на предел текучести материала $\bar{\sigma}_{ij} = \sigma^{FEM} / \sigma_0$. В каждом сечении вдоль фронта трещины компоненты напряжений в локальной системе координат, связанной с параметрическим углом эллипса φ переводятся в полярную систему координат и путем подбора масштабного множителя при условии равенства

единице максимальных значений интенсивности безразмерных напряжений $\tilde{\sigma}_e$ определяются безразмерные полярные функции напряжений $\tilde{\sigma}_{ij}$.

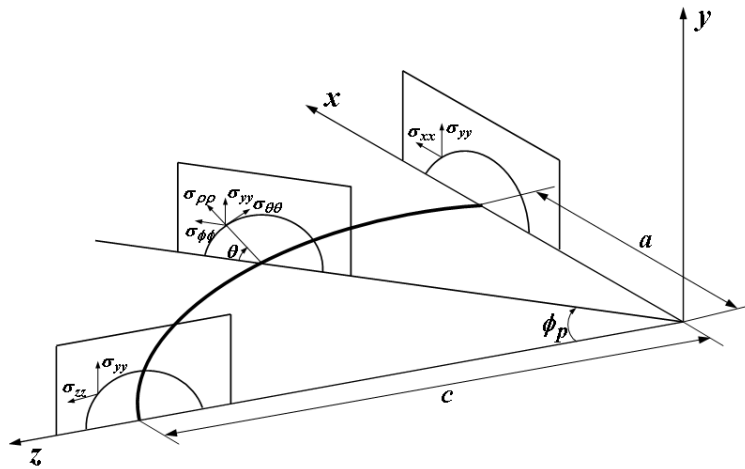


Рис.5.9. Преобразование компонент напряжений из глобальной системы координат в локальную.

На рис.5.9 представлены распределения безразмерных угловых функций напряжений $\tilde{\sigma}_{ij}(\theta)$ для двух поверхностных трещин с соотношениями полуосей $a/b=1$ ($a=5\text{ мм}$, $b=5\text{ мм}$) и $a/b=0.5$ ($a=5\text{ мм}$, $b=10\text{ мм}$) в трех сечениях по фронту трещины: на внутренней поверхности шпоночного паза ($\varphi=0^\circ$), в теле диска ($\varphi=45^\circ$) и на торцевой поверхности ступицы ($\varphi=90^\circ$) при эксплуатационных условиях нагружения.

Следует отметить, что на внутренней и торцевой поверхностях шпоночного паза влияние геометрии трещины незначительным образом оказывает влияние на распределения безразмерных окружных напряжений. Максимальные окружные напряжения на продолжении трещины возникают в сечении вдоль фронта трещины, где реализуются условия плоской деформации ($\varphi=45^\circ$).

По полученным значениям полных компонент напряжений и безразмерных угловых функций напряжений определялись упругие и пластические коэффициенты интенсивности напряжений.

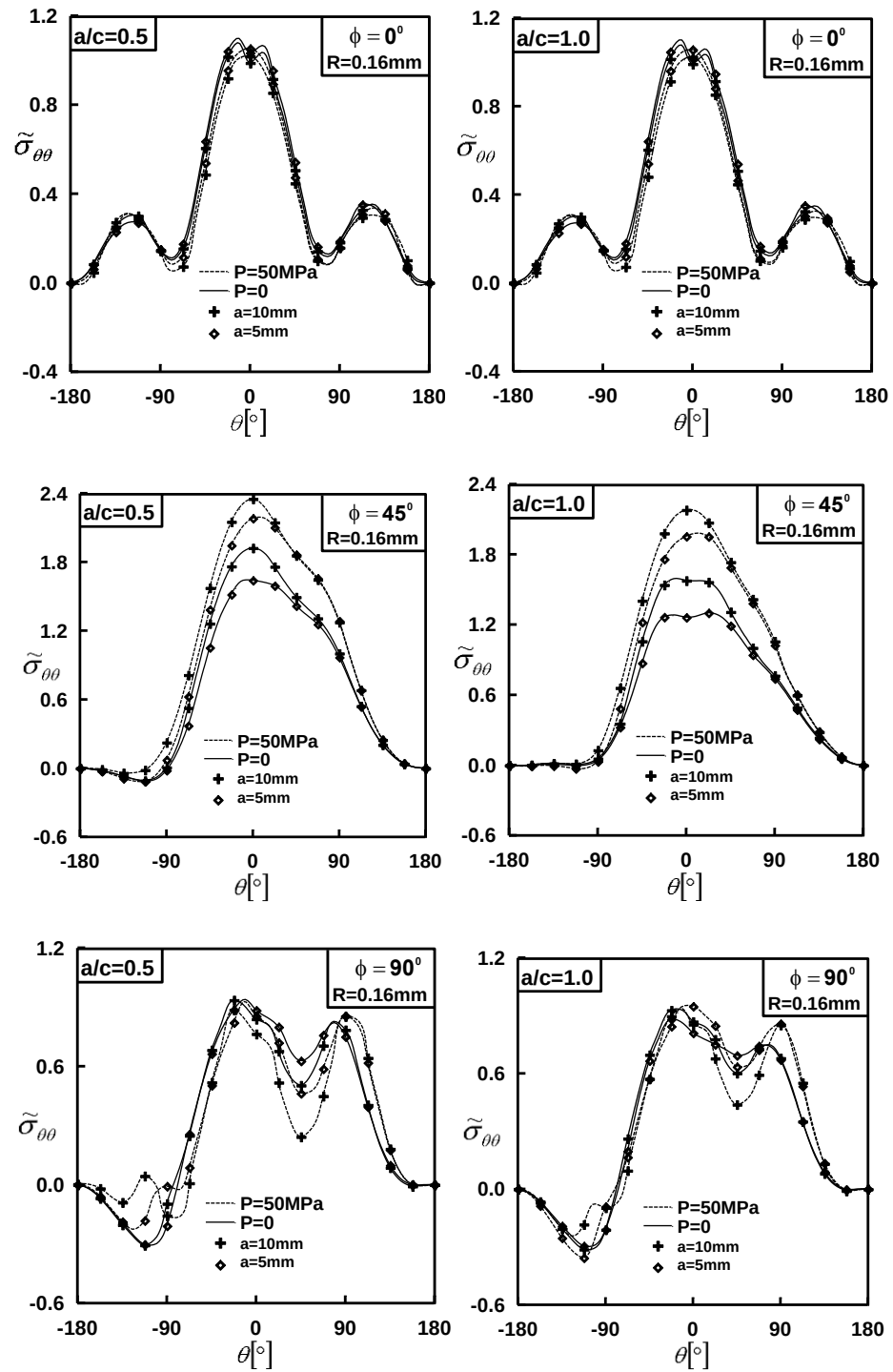


Рис.5.10. Распределения безразмерных окружных напряжений

На рис 5.11 показаны распределения упругих коэффициентов интенсивности напряжений для начального положения фронта трещины с соотношением полуосей $a/b=1$ при глубине трещины $a=3$ мм и для конечного положения фронта с соотношением полуосей $a/b=0.5$ при глубине трещины $a=5$ мм.

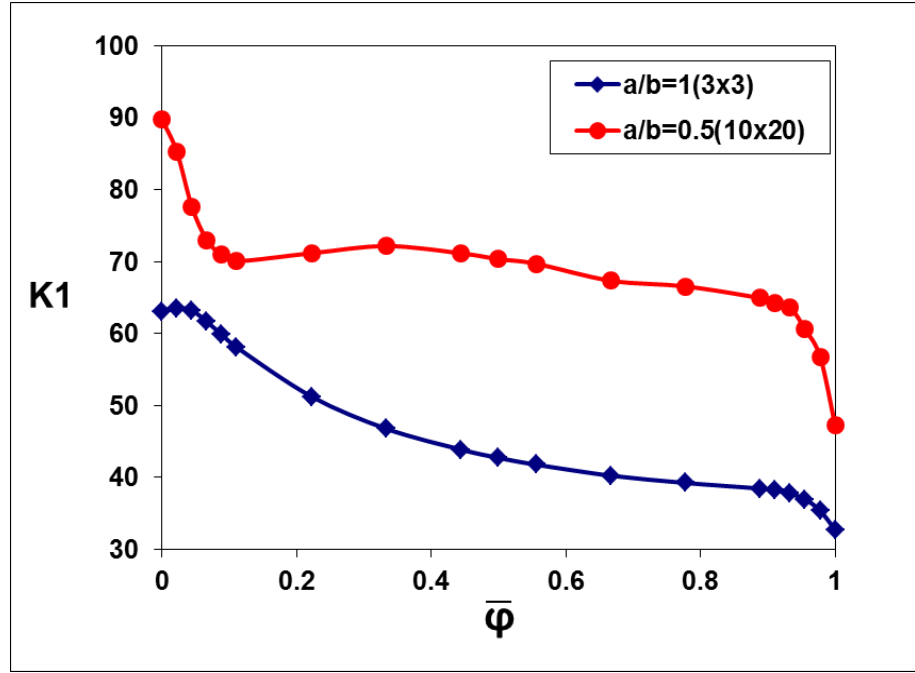


Рис.5.11 Распределения упругих КИН вдоль фронта трещины в диске

Задача по определению распределений пластического КИН по фронту рассматриваемой трещины сводится к вычислению управляющего параметра полей напряжений I_n -интеграла для каждого сечения вдоль фронта трещины. Управляющий параметр $I_n^{FEM}(\theta, \theta^*, n, M_p)$ вычислялся по формулам (5.2) на основе численных расчетов упругопластических полей напряжений и перемещений вдоль фронта рассматриваемых поверхностных трещин в диске паровой турбины.

$$I_n^{FEM}(\theta, M_p, n, (a/w)) = \int_{-\pi}^{\pi} \Omega^{FEM}(\theta, M_p, n, (a/w)) d\theta \quad (5.2)$$

$$\Omega^{FEM}(\theta, M_p, n, (a/w)) = \frac{n}{n+1} (\tilde{\sigma}_e^{n+1})^{FEM} \cos \theta -$$

$$- \left[\tilde{\sigma}_{rr}^{FEM} \left(\tilde{u}_{\theta}^{FEM} - \frac{d\tilde{u}_r^{FEM}}{d\theta} \right) - \tilde{\sigma}_{r\theta}^{FEM} \left(\tilde{u}_r^{FEM} + \frac{d\tilde{u}_{\theta}^{FEM}}{d\theta} \right) \right] \sin \theta -$$

$$- \frac{1}{n+1} (\tilde{\sigma}_{rr}^{FEM} \tilde{u}_r^{FEM} + \tilde{\sigma}_{r\theta}^{FEM} \tilde{u}_{\theta}^{FEM}) \cos \theta$$

На рис.5.12 представлены распределения $\ln$ -интеграла вдоль фронта трещины в диске.

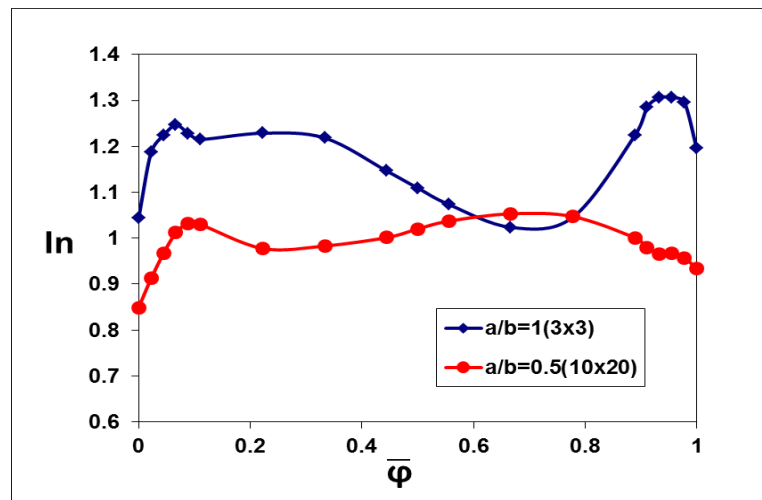


Рис.5.12 Распределения $\ln$ -интеграла вдоль фронта трещины в диске

Далее с учетом найденных значений $\ln$ -интеграла рассчитывались пластические КИН для всех рассматриваемых фронтов поверхностных трещин в диске. Распределения пластического КИН для двух крайних положений фронта трещины в диске показаны на рис.5.13.

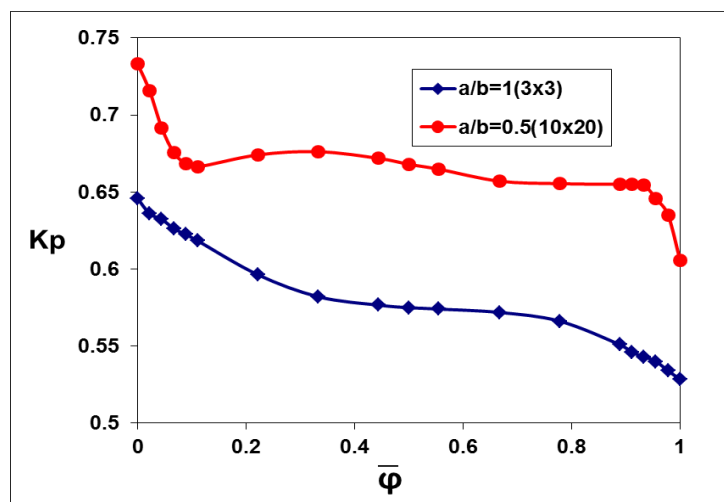


Рис.5.13 Распределения пластического КИН по фронту трещины в диске

В рассматриваемом диске трещина развивается по двум направлениям: на торцевой поверхности ступицы (точка a) и на внутренней поверхности

шпоночного паза по толщине ступицы (точка b). На рис.5.14 схематично показана траектория развития трещины в шпоночном пазу диска паровой турбины. Для всех рассматриваемых вариантов геометрий поверхностных дефектов в диске были найдены значения упругих и упруго-пластических параметров НДС в вершине трещины в двух сечениях по ее фронту ($\varphi=0^\circ$ и $\varphi=90^\circ$).

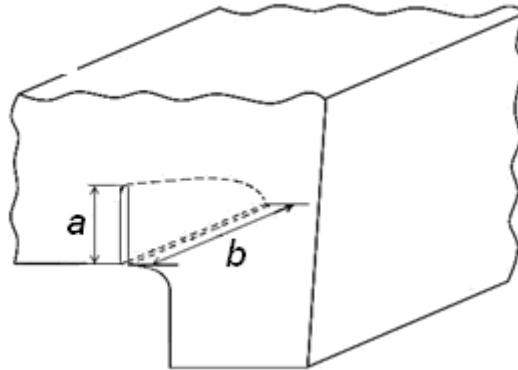


Рис. 5.14. Траектории развития поверхностной трещины в шпоночном пазу диска

На рис.5.15 представлены зависимости K -тарировочных функций и упругих КИН от длины трещины для двух траекторий ее развития в диске. В том случае, когда трещина развивается на торцевой поверхности ступицы, K -тарировочные функции представлены в зависимости от относительной длины трещины, нормированной на высоту ступицы a/w (рис.5.15а). На рис 5.15б показана зависимость K -тарировочной функции от относительной длины трещины нормированной на толщину ступицы b/t . Распределения упругих КИН представлены в зависимости от длины трещины на торцевой поверхности ступицы (рис.5.15в) и от длины трещины на внутренней поверхности шпоночного паза (рис.5.15г).

По полученным значениям полных компонент напряжений и безразмерных угловых функций напряжений определялись упругие и пластические коэффициенты интенсивности напряжений.

Авторы работы [115] экспериментально получили, что значения вязкости разрушения K_{IC} для материала 34ХНЗМА варьируются в пределах

от K_{IC} 50 до $70 \text{ МПа}\sqrt{\text{м}}$. Сопоставляя результаты численных расчетов представленных на рис 5.15в был установлен критический размер повреждения в диске паровой турбины.

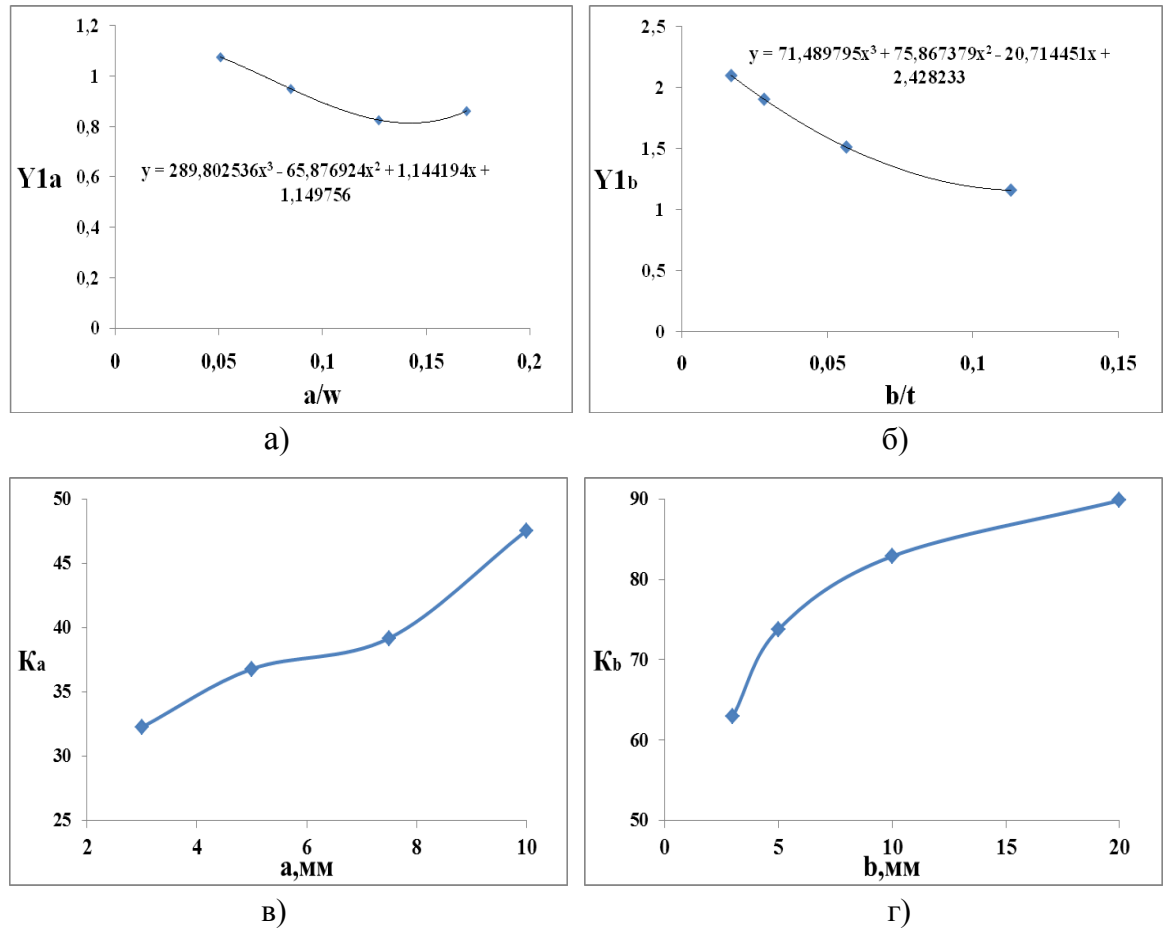


Рис.5.15. Упругие коэффициенты интенсивности напряжений

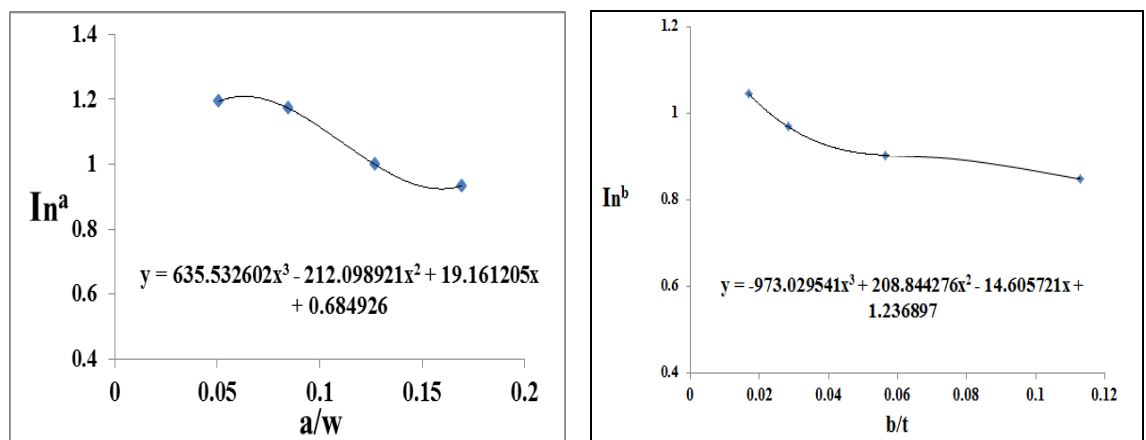


Рис.5.16. Определения In -интеграла вдоль фронта трещины в диске

На рис.5.16 представлены распределения управляющего параметра упруго-пластических поле напряжений в вершине трещины I_n -интеграла для двух рассматриваемых траекторий развития повреждения в диске.

Установленные закономерности распределений I_n -интеграла в зависимости от относительной длины трещины на торцевой поверхности ступицы $I_{na}=f(a/w)$ и относительной длины трещины на внутренней поверхности шпоночного паза $I_{nb}=f(b/t)$ были описаны следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} I_{na} &= 635.532602(a/w)^3 - 212.098921(a/w)^2 + 19.161205(a/w) + 0.68426, \\ I_{nb} &= -973.029541(b/t)^3 + 208.844276(b/t)^2 - 14.605721(b/t) + 1.236897. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Полученные уравнения позволили рассчитать значения пластического КИН в каждой точке траектории развития трещины на торцевой поверхности ступицы (точка А) и на внутренней поверхности шпоночного паза по толщине ступицы (точка В). На рис.5.17 показаны зависимости пластического КИН от длины развивающейся трещины.

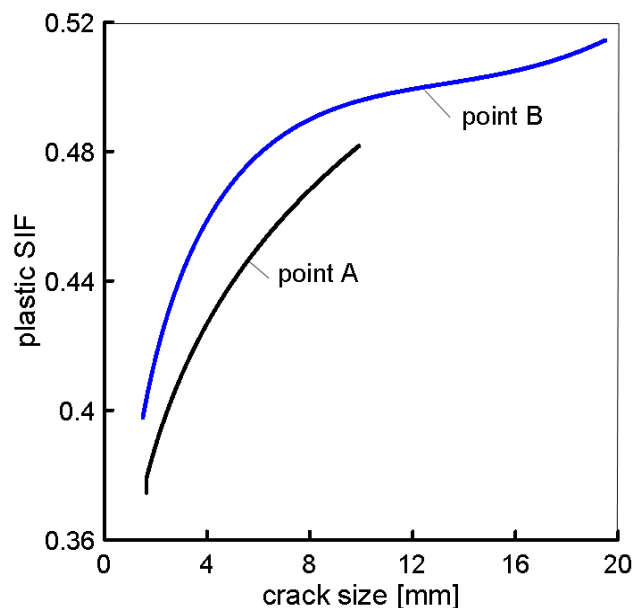


Рис.5.17. Пластические коэффициенты интенсивности напряжений

На рис.5.18 для рассматриваемых направлений развития трещины в диске представлены значения безразмерных функций интенсивности напряжений, которые будут использоваться в модели прогнозирования остаточной долговечности на стадии роста трещины.

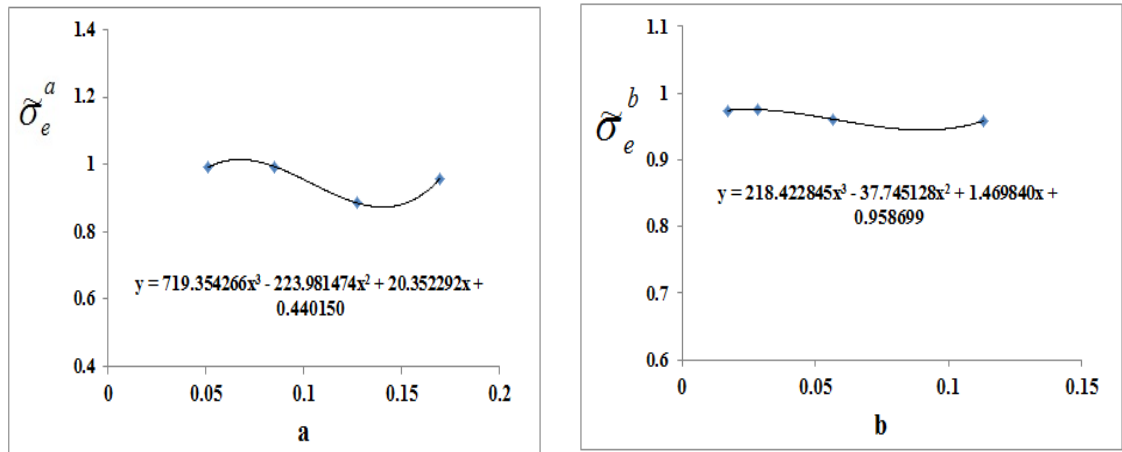


Рис.5.18. Упруго-пластические параметры в вершине трещины в диске

Найденные значения упругих и упруго-пластических коэффициентов интенсивности напряжений используются в дальнейших расчетах остаточной долговечности диска паровой турбины на стадии развития повреждений.

5.3. Расчет остаточной долговечности диска паровой турбины на стадии роста трещины

Для расчета остаточной долговечности диска паровой турбины на стадии роста несквозной трещины в шпоночном пазу под действием эксплуатационных нагрузок использовалась модель, разработанная Шлянниковым [117], основанная на уравнениях малоциклового усталости, зоны процесса разрушения и скорости роста трещины. Согласно данной модели, на некотором расстоянии от вершины трещины r_c возникает критическое состояние по параметру плотности энергии деформации (ПЭД), которое сопровождается формированием зоны процесса разрушения, а

результатом происходящих в ней процессов является приращение длины трещины на величину r_c . Условие предельного перехода по параметру ПЭД записывается в следующем виде:

$$\left(\frac{dW}{dV}\right)_c = \left(\frac{dW}{dV}\right)_{r=r_c} \quad (5.4)$$

Текущее значение параметра ПЭД можно записать в следующем виде:

$$\left(\frac{dW}{dV}\right) = \left[\left(\frac{dW}{dV}\right)_E + \left(\frac{dW}{dV}\right)_P\right] \quad (5.5)$$

Как видно из формулы (5.4) полное уравнение для расчета ПЭД состоит из упругой и пластической части. Подробные выражения для расчета упругой S_e и пластической S_p частей ПЭД приведены в работе [116]. Формула для расчета текущего значения плотности энергии деформации записывается в следующем виде:

$$\left(\frac{dW}{dV}\right)_s = \left(\frac{\sigma_{yn}^2}{E}\right) \left[\left(\frac{d\bar{W}}{dV}\right)_E + \left(\frac{d\bar{W}}{dV}\right)_P\right] = \left(\frac{\sigma_{yn}^2}{E}\right) \left[\frac{1}{r/a}(\bar{S}_1 + \bar{S}_P)\right] = \left(\frac{\sigma_{yn}^2}{E}\right) \left[\frac{1}{\delta}(\bar{S})\right] \quad (5.6)$$

где

$$S_1 = \frac{(1+\nu)}{2} [a_{11} K_1^2], \quad \bar{S}_P = \frac{n(\bar{K}_1^2)}{(n+1)} \left(\frac{a}{w}\right) \frac{\pi}{I_n} \tilde{\sigma}_e^{n+1} \quad (5.7)$$

В вершине развивающейся трещины возникает зона пластических деформаций. В этой связи модель роста трещины строится с использованием уравнений малоциклового усталости. Критическое состояние петли упруго-пластического гистерезиса при соответствующем накопленном количестве

циклов нагружения N_f может быть выражено через предельное значение ПЭД:

$$\left(\frac{dW}{dV}\right)_c^* = 4\sigma_f^* \varepsilon_f^* (2N_f)^{-m} \quad (5.8)$$

где σ_f – предельные напряжения $\sigma_f = 1.9 \cdot \sigma_s$; ε_f – предельные деформации $\varepsilon_f = 0.76 \cdot \varepsilon_c^{0.6}$; m – циклический показатель деформационного упрочнения.

Приравнивая предельное и текущее значения плотности энергии деформации получаем следующее выражение:

$$\left(\frac{\sigma_{yn}^2}{E}\right) \left[\frac{1}{\bar{\delta}}(\bar{S})\right] = 4\sigma_f^* \varepsilon_f^* (2N_f)^{-m} \quad (5.9)$$

Из уравнения (5.9) следует выражение для расчета размера зоны процесса разрушения:

$$\bar{\delta} = \frac{\sigma_{yn}^2 \bar{S}}{4E\sigma_f^* \varepsilon_f^* (2N_f)^{-m}}, \quad r_c = \frac{\Delta\sigma_n^2 a \bar{S}}{4E\sigma_f^* \varepsilon_f^*} (2N_f)^{-m} - \rho \quad (5.10)$$

Выражения для расчета скорости роста трещины может быть получено путем решения уравнения (5,10) относительно приращения длины трещины da , нормированное на соответствующее приращение количества циклов нагружения dN :

$$\frac{da}{dN} = 2\bar{\delta}a(\theta^*) \left(\frac{\sigma_n^2 \bar{S}_f - \sigma_{th}^2 \Delta \bar{S}_{th}}{4\sigma_f^* \varepsilon_f^* E \bar{\delta}} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (5.11)$$

где $\bar{\delta} = \delta/a$ – относительный размер зоны процесса разрушения нормированный на длину трещины, $\bar{S}_f$ и $\Delta \bar{S}_{th}$ – критическое и пороговое значения коэффициентов интенсивности напряжений в форме ПЭД, параметр

m может быть выражен через циклический показатель деформационного упрочнения $m=(1+n^*)/(5+n^*)$.

Разрешая уравнение (5.11) и проинтегрировав относительно долговечности N_f можно получить формулу для расчета остаточного ресурса насадного диска паровой турбины на стадии роста поверхностной трещины:

$$N_{fi} = \sum_{j=1}^i \left\{ \Delta a_j / \left[2\bar{\delta}_j a(\theta^*)_j \left(\frac{\sigma_n^2 S_f - \sigma_{th}^2 \Delta \bar{S}_{th}}{4\sigma_f^* \varepsilon_f^* E \bar{\delta}_j} \right) \right] \right\} \quad (5.12)$$

где a_i - размер дефекта в направлении нормали к фронту трещины; $\bar{\delta}_i$ - размер зоны процесса разрушения; σ_f^* , ε_f^* - предельные напряжения и деформации; σ_{th} , S_{th} - пороговые значения номинальных напряжений и КИН; σ_n - номинальные напряжения; S_{fi} - текущие значения КИН.

Процедура расчета скорости роста трещины в диске паровой турбины состояла в последовательном определении размера зоны процесса разрушения или приращения длины трещины вдоль фронта, вычислении скорости роста трещины по формуле (5.11) и определении долговечности dN соответствующей данному приращению длины, увеличении размера трещины на величину ее приращения и повторении всего цикла расчетов до момента достижения длины трещины на торцевой поверхности ступицы диска критического размера.

Далее представлены результаты расчетов скорости роста трещины и остаточной долговечности диска паровой турбины, выполненных по модели описанной выше. На рис.5.19 представлены зависимости скорости роста трещины на торцевой поверхности ступицы (точка А) и на внутренней поверхности шпоночной канавки (точка В) в зависимости от пластического коэффициента интенсивности напряжений.

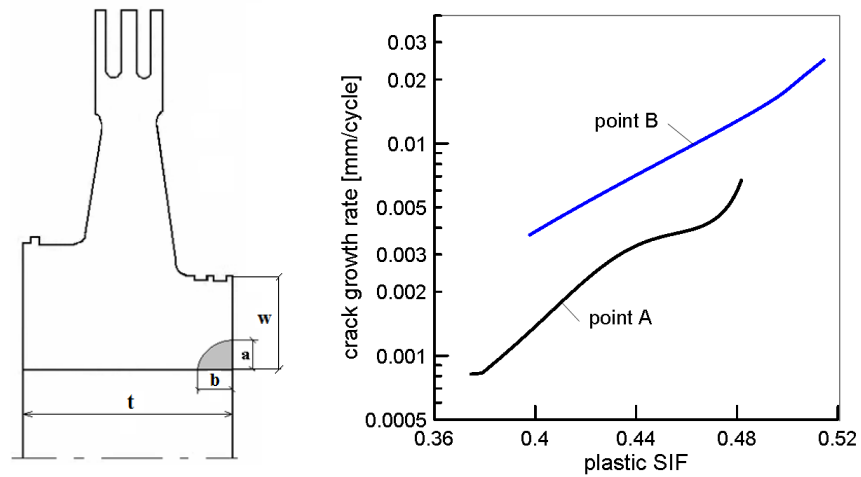


Рис.5.19. Скорость роста трещины в диске в интерпретации по пластическому КИН

С целью обоснования использования пластического КИН в расчетах остаточной долговечности элементов конструкций были проведены расчеты скорости роста трещины в диске паровой турбины с использованием традиционного упругого КИН. На рис.5.20 представлены сопоставления зависимостей скорости роста трещины на торцевой поверхности ступицы (рис.5.20а) и на внутренней поверхности шпоночной канавки (рис.5.20б) от упругого и пластического КИН.

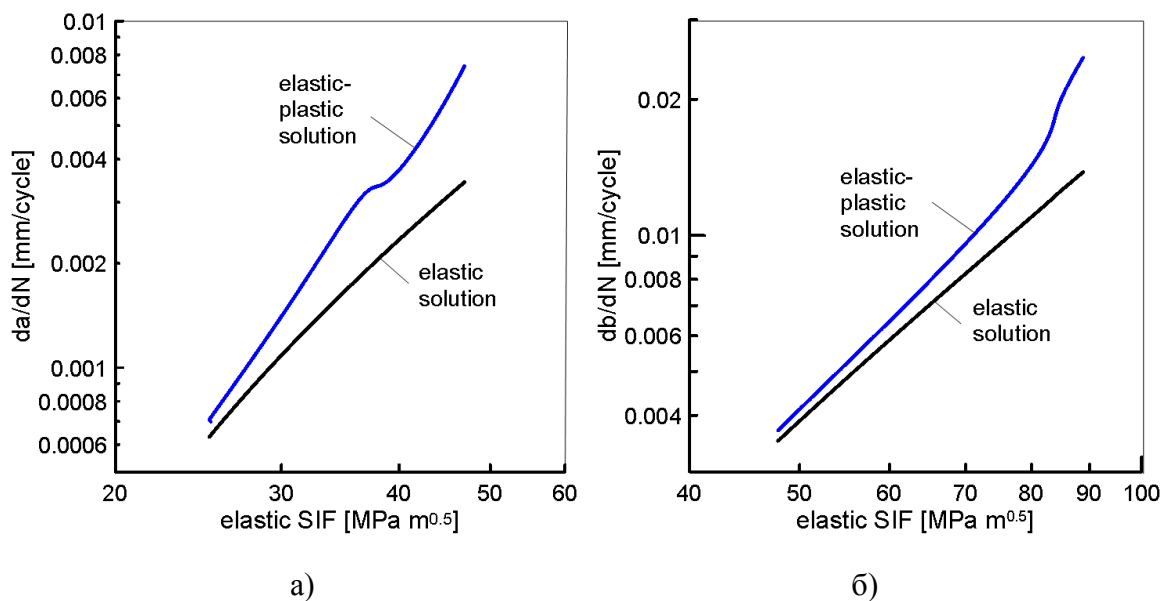


Рис.5.20. Скорость роста трещины в диске паровой турбины

Из представленных результатов видно, что при одном и том же уровне напряжений в диске паровой турбины использование пластического КИН в уравнении (5.16) дает более высокие значения по скорости роста трещины.

На рис.5.21 показаны результаты расчета остаточной долговечности диска паровой турбины на стадии роста трещины. Применение в расчетах пластического КИН позволяет получить более адекватную оценку долговечности диска турбины.

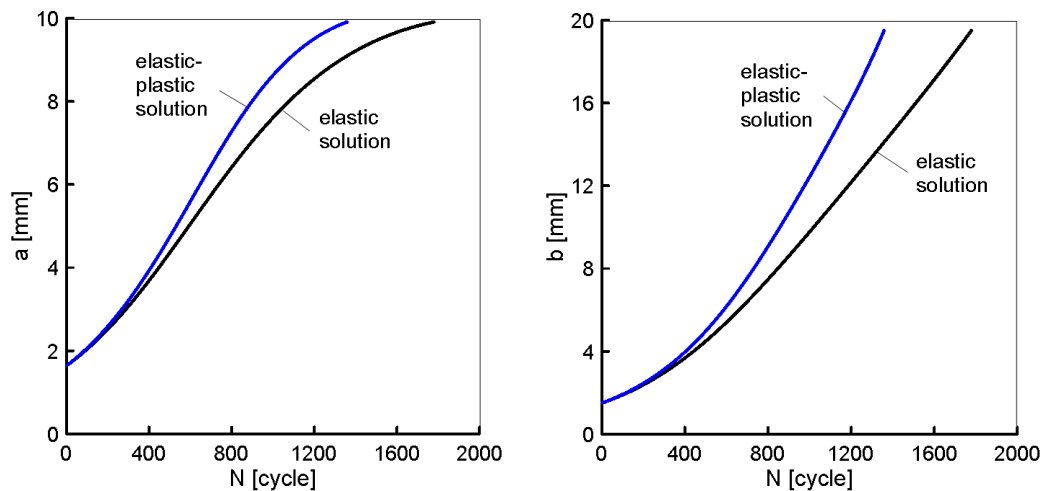


Рис.5.21. Остаточная долговечность на стадии роста трещины

Таким образом, в настоящей главе в рамках практического приложения проведено обоснование использования пластического КИН в расчете остаточной долговечности на стадии роста трещины в шпоночном пазу диска паровой турбины. С использованием результатов численных расчетов диска с поверхностным дефектом и экспериментальных значений вязкости разрушения K_{IC} для стали 34ХНЗМА установлено, что критический размер трещины в шпоночном пазу составляет 12мм.

ВЫВОДЫ

1. Введен и обоснован обобщенный параметр сопротивления циклическому деформированию и разрушению в форме пластического коэффициента интенсивности напряжений для условий двухосного нагружения.

2. Установлены закономерности распределения упругих и упруго-пластических параметров полей напряжений в вершине трещины и представлена их аппроксимация в зависимости от вида двухосного нагружения, относительной длины и ориентации трещины, положения сечения вдоль фронта трещины в полном диапазоне смешанных форм деформирования.

3. Разработан метод и проведено комплексное расчетно-экспериментальное исследование характеристик циклической трещиностойкости при смешанных формах двухосного деформирования.

4. Экспериментально установлены закономерности и особенности развития наклонных трещин при смешанных формах двухосного циклического разрушения и дано их описание.

5. На основе обобщённых диаграмм циклической трещиностойкости предложен метод расчета характеристик сопротивления материала разрушению для заданных смешанных форм двухосного деформирования.

6. Разработан и реализован на примере диска турбины алгоритм оценки остаточной долговечности с использованием пластического коэффициента интенсивности напряжений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итоги выполненного исследования и рекомендации

Предложена и обоснована новая концепция оценки сопротивления деформированию и разрушению материалов и элементов конструкций при смешанных формах двухосного циклического нагружения на основе пластического коэффициента интенсивности напряжений.

В результате комплексного расчетно-экспериментального исследования установлены закономерности и особенности развития сквозных трещин при смешанных формах двухосного циклического разрушения в крестообразных образцах двух геометрий.

На основе обобщённых диаграмм циклической трещиностойкости предложен метод расчета характеристик сопротивления материала разрушению для заданных смешанных форм двухосного деформирования.

Практическое приложение разработанных методов и экспериментальных результатов в диссертационной работе осуществлено в рамках расчета остаточной долговечности на стадии роста трещины в диске паровой турбины.

Перспективы дальнейшей разработки темы

Введенный параметр сопротивления разрушению для условий двухосного нагружения в форме пластического коэффициента интенсивности напряжений является удобной характеристикой состояния в области вершины трещины при сложном напряженном состоянии, которая наиболее полно по отношению к известным параметрам учитывает комплекс упруго-пластических свойств материала. Пластический КИН в равной мере может быть использован при интерпретации экспериментальных данных и прогнозирования предельных состояний. Полученные в рамках исследования характеристики циклической трещиностойкости при сложном напряженном состоянии обеспечат возможность построения новых критериальных

уравнений и моделей и их практическое приложение в оценке несущей способности элементов конструкций на стадии развития дефектов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Болотин В.В. Энергетический подход к описанию роста усталостных трещин при неоднородном напряженном состоянии / Болотин В.В. // Прикл. мех. техн. физика.- 1985.- N 2.- С. 136-143.
2. Болотин В.В. Объединенные модели в механике разрушения / Болотин В.В. // Изв. АН СССР. Мех. тверд. тела.- 1984.- N 3.- С. 127-137.
3. Демидов С.П. Теория упругости / Демидов С.П. // Учебник для вузов.- Москва, 1979.- С. 432. 8
4. Долгоруков В.А. Упругопластические функции напряжений для трещин нормального отрыва и поперечного сдвига / Долгоруков В.А., Шлянников В.Н. // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Методы решения, 1988.- С. 49-55.
5. Захаров А.П., Яруллин Р.Р., Иштыряков И.С. Характеристики прочности и пластичности сплава Д16 при совместном нагружении растяжением, сжатием, кручением и внутренним давлением // Материалы XVIII международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам, 2013 ВМСППС'2009. с. 463.
6. Захаров А.П., Яруллин Р.Р. Прогнозирование остаточной долговечности диска паровой турбины с наработкой в эксплуатации // Материалы докладов VII Школы-семинара молодых ученых и специалистов академика РАН В.Е. Алемасова «Проблемы тепломассобмена и гидродинамики» 2012, с. 365-368.
7. Зилова Т.К. Испытание на двухосное растяжение листовых материалов с различным запасом упругой энергии / Зилова Т.К. и др. // Заводская лаборатория, 1967. №5.- С.64-57.
8. Иида С. Скорость распространения трещин в пластинах из сплава 7075-T6 при циклическом растяжении и поперечном сдвиге. Ч.1 / Иида С., Кобаяси

- А. // Теоретические основы инженерных расчетов. Труды американского общества инженеров-механиков, 1969. N 4. С. 210-214.
9. Икэда К. Хрупкое разрушение при двухосном растяжении Случай обширной и общей текучести (Сообщение 2) / Икэда К. и др. // Кобэ сэйко гихо, т.28, № 4, 1978, С. 69-73.
10. Ильченко Б.В., Гиззатуллин Р.З., Яруллин Р.Р., Захаров А.П. Разработка и обоснование методики имитационного моделирования эксплуатационного нагружения рабочих лопаток паровых турбин // Труды Академэнерго 2012 № 3.с. 95-107.
11. Ильюшин А.А. Пластичность / Ильюшин А.А. // ОГИЗ.- Москва, 1948.
12. Киблер Дж. Влияние двухосности напряжений на усталость и разрушение / Киблер Дж., Робертс Р. // Труды американского общества инженеров-механиков. Прикладная механика, 1970. N 4. С. 68-77.
13. Костюк, А.Г. Динамика и прочность турбомашин: Учебник для студентов вузов по специальности «Турбиностроение» / А.Г. Костюк. - М.: Машиностроение, 1982. – 264 с., ил.
14. Кузнецов А.С. Методика оценки механических свойств листовых материалов при двухосном растяжении эллипсоидных сегментов / Кузнецов А.С., Зилова Т.К., Фридман Я.Б. // Заводская лаборатория, Москва, 1967. №5.-С.
15. Лавит И.М. Об асимптотике полей напряжений и деформаций в окрестности кончика трещины. Механика твердого тела. №3 2009
16. Лебедев А.А., Музыка Н.Р. Конструкции крестообразных образцов для испытаний на трещиностойкость при двухосном растяжении (обзор) // Проблемы прочности. 1998.- №3.- С. 5-22.
17. Лурье А.И. Теория упругости / Лурье А.И. // Издательство «Наука», Москва, 1970. 31
18. Максимов В.А., Шлянников В.Н., Симагин А.Н. Анализ напряженно-деформированного состояния плоских образцов методом конечных

- элементов при двухосном нагружении // Изв. Вузов СССР. Авиац. Техника. – 1983. №2. С.56-61.
19. Макклиток, Ф. Деформация и разрушение материалов / Ф. Макклиток, А. Аргон.- М.: Мир, 1970.- 443 с.
 20. Махутов, Н.А. Деформационные критерии разрушения и расчет элементов конструкций на прочность / Н.А. Махутов.- М.: Машиностроение, 1981.- 272 с., ил.
 21. Методические указания. Расчеты и испытания на прочность. Методы механических испытаний металлов. Определение характеристик трещиностойкости (вязкости разрушения) при циклическом нагружении. РД 50-345-82. Москва: Издательство стандартов, 1983г. – 96 с.
 22. Морозов Е.М. Метод конечных элементов в механике разрушения / Морозов Е.М., Никишков Г.П. // Наука, -Москва, 1980.
 23. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости / Мусхелишвили Н.И. // Наука, -Москва, 1966.
 24. Новацкий В. Теория упругости / Новацкий В. // Издательство «Мир», - Москва, 1975. 37
 25. Новосильцева Н.И. Оценка способности листовых материалов к торможению разрушения при двухосном растяжении / Новосильцева Н.И., Рязанов Н.В., Соин В.Ю., Зилова Т.К. // Практическое применение механики разрушения для оценки прочности конструкций, - Москва, 1974.
 26. Одзи К. Анализ с помощью J-интеграла пластины с центральной трещиной при двухосной нагрузке / Одзи К., Кубо С., Огура К. // Нихон кикай гаккай ромбунсю, 1982.- N.48.- С. 1522-1527.
 27. Панасюк В.В. Методы оценки трещиностойкости конструкционных материалов / Панасюк В.В., Андрейкив А.Е., Ковчик С.Е. // Киев. Наукова думка, 1977.-277с.
 28. Панасюк, В.В. Предельное равновесие хрупких тел с трещинами / В.В. Панасюк.- Киев: Наук. думка, 1968.- 246 с.

30. Панасюк В.В. Применимость $\sigma\theta$ -критерия для прогноза криволинейной траектории трещины / Панасюк В.В., Зборомирский А.И., Иваницкая Г.С., Ярема С.Я. // Проблемы прочности, 1986.- N 9. - С. 3-7.
31. Писаренко Г.С., Лебедев А.Я. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии.- Киев: Наукова думка, 1976.- 416 с.
32. Покровский, В.В. Методика оценки остаточной долговечности элементов конструкций с поверхностными трещиноподобными дефектами. Сообщение 1. Моделирование развития поверхностной усталостной трещины / В.В. Покровский, Ю.В. Ткач, А.Г. Иванченко // Проблемы прочности. - 1996. - №1. - С. 36-47.
33. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела / Работнов Ю.Н. // Москва, 1988. 44
34. Разрушение. В 7-ми т./Под ред. Г. Либовица.- М.: Мир, Машиностроение, 1973-1976.- 3216с.
35. Степанов Н.В. Разработка методов прогнозирования и исследования долговечности элементов ГТД с учетом конструктивно-технологических факторов изготовления и эксплуатации / Степанов Н.В., Шлянников В.Н., Судницин Ф.С., Заховайко А.А., Шукаев С.Н. // Запорожье, 1985. 47
36. Стрижало, В.А. Циклическая прочность и ползучесть металлов при малоцикловом нагружении в условиях низких и высоких температур / В.А. Стрижало.- Киев: Наук. думка, 1978.- 238 с.
37. Трубилов, М.А. Паровые и газовые турбины: Учебник для вузов / М.А. Трубилов, Г.В. Арсеньев, В.В. Фролов // Под ред. А. Г. Костюка, В. В. Фролова. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 352 с. ил.
38. Трухний, А. Д. Стационарные паровые турбины / А. Д. Трухний, С. М. Лосев // Под ред. Б. М. Троянского. – М.: Энергоиздат, 1981. – 456 с.
39. Черепанов Г.П. Механика хрупкого разрушения / Черепанов Г.П. // Наука. Москва, 1974.

40. Чигарев А.В., Кравчук А.С., Смалюк А.Ф. ANSYS для инженеров. Москва. «Машиностроение» 2004
41. Чжень В. Рост усталостной трещины при смешанном нагружении / Чжень В., Кир Л.М. // Труды американского общества инженеров-механиков. Современное машиностроение, 1991.- N 7. -С. 41- 47.
42. Шагивалеев Р.Ф., Яруллин Р.Р. Расчет коэффициентов интенсивности напряжений в цилиндре с полуэллиптической трещиной под внутренним давлением // Труды Академэнерго 2005. - №1.- С. 104-108.
43. Шанявский А.А. Безопасное усталостное разрушение элементов авиаконструкций. Синергетика в инженерных приложениях / Шанявский А.А. // Уфа: Монография, 2003.- 803с.
44. Шанявский А.А. Моделирование усталостных разрушений металлов. Синергетика в авиации / Шанявский А.А. // Уфа: ООО «Монография», 2007.- 500с.
45. Шлянников В.Н. Траектории развития криволинейных трещин в алюминиевых сплавах при двухосном циклическом нагружении / Шлянников В.Н. // Проблемы прочности, 1991.- № 6.
46. Шлянников В.Н. Вычислительная механика деформирования и разрушения / Шлянников В.Н. // Изд-во КГЭУ. Казань, 2001. 257
47. Шлянников В.Н., Долгоруков В.А. Метод определения характеристик циклической трещностойкости для смешанных форм развития трещин // Заводск. лаборатория.- 1987.- 53. - С. 67-71.
48. Шлянников В.Н. Прогнозирование долговечности элементов авиационных конструкций по критериям трещностойкости в зависимости от вида напряженно-деформированного состояния и технологии производства: Автор. дис. канд. техн. наук.- Казань, 1981.- 18 с.
49. Шлянников В.Н., Шканов И.Н. К расчету коэффициентов интенсивности напряжений для пластины с произвольно ориентированной трещиной при двухосном нагружении //Динамика и прочность механических систем.- Пермь: ППИ.- 1981.- С. 181-185.

50. Шлянников В.Н. Расчет амплитудных коэффициентов при ползучести для материала диска паровой турбины / Шлянников В.Н., Ильченко Б.В., Бойченко Н.В. // Известия РАН. Энергетика, 2006.-№ 2. – С.83-90.
51. Шлянников В.Н. Плотность энергии деформации и зона процесса разрушения. Сообщение 1. Теоретические предпосылки / Шлянников В.Н. // Проблемы прочности, 1995, 11/12, С. 3-17.
52. Шлянников В.Н. Плотность энергии деформации и зона процесса разрушения. Сообщение 2. Экспериментальное обоснование / Шлянников В.Н. // Проблемы прочности, 1995, 11/12, С. 3-21.
53. Шлянников В.Н. Смешанные моды развития трещин при сложном напряженном состоянии обзор //Заводск. лаборатория.- 1990.- 56.- С. 77-90.
54. Шлянников В.Н., Туманов А.В., Фильтрация перемещений в задачах смешанных форм деформирования // Труды Академэнерго.- 2013.- 2. - С. 91-102.
55. Шлянников В.Н., Захаров А.П., Яруллин Р.Р. Характеристики долговечности материала дисков паровых турбин с учетом наработки в эксплуатации. // Труды Академэнерго, 2015, №3 с.78-90.
56. Шлянников В.Н., Захаров А.П. Образцы для испытаний при двухосном циклическом нагружении. // Труды Академэнерго, 2013, №3 с.73-80.
57. Шлянников В.Н., Захаров А.П., Герасименко А. А. Характеристики циклической трещиностойкости стали Ст-3 при двухосном нагружении // Труды Академэнерго, 2013, №4, с.89-103.
58. Шлянников, В.Н. Прогнозирование несущей способности роторов паровых турбин при наличии повреждений / В.Н. Шлянников, Б.В. Ильченко // наукоемкие технологии. – 2005, - №8-9. – С. 71-76.
59. Шлянников, В.Н. Анализ изменения формы усталостной поверхностной трещины в трубопроводе / В.Н. Шлянников, Д.А. Чадаев // Проблемы прочности. – 2003, - №5. – С. 80-92.

60. Эрдоган Ф. О развитии трещин в пластинах под действием продольной и поперечной нагрузок / Эрдоган Ф., Си Дж. // Техническая механика, 1963, № 4.
61. Эфлис Дж. Панель с трещиной под действием сдвигового напряжения / Эфлис Дж., Субрамонян Н. // Ракетная техника и космонавтика, 1980.- N 4.- С. 248-247.
62. Яблонский А.А. Курс теоретической механики / Яблонский А.А., В.М.Никифорова // Издательство «Высшая школа», Москва, 1966. 64
63. Яруллин Р.Р. Анализ напряженно деформированного состояния диска паровой турбины с эксплуатационным повреждением // Труды Академэнерго. 2008. №2 С. 89-100
64. Яруллин Р.Р. Напряженно деформированное состояние и остаточная долговечность насадного диска паровой турбины с повреждением в шпоночном пазу.
65. Adams N. Some comments on the effect of biaxial stress on fatigue crack growth and fracture / Adams N. // Engineering fracture mechanics – 1973., V.5, P.983-991.
66. Anderson T.L. Elastic – plastic fracture mechanics / Anderson T.L. // Fracture Mechanics. Fundamentals and Applications. CRC Press. 1995. P. 139-181.
67. ANSYS Structural Analysis Guide. 001245. Fifth Edition // SAS IP. Inc. - 1999.
68. Alpa G. Validity limits of the Dugdale model for thin cracked plates under biaxial loading / Alpa G. et al. // Engineering fracture mechanics – 1979., V.12, P.523-529.
69. Aoki S. A finite element study of the near crack tip deformation of a ductile material under mixed mode loading / Aoki S., Kishimoto K., Sakata M. // Journ. Mech. Phys. Solids - 1987.- 35.- P. 431-455, 138,

70. Ayhan Ali O. Mixed mode stress intensity factors for deflected and inclined surface cracks in finite-thickness plates. *Engineering Fracture Mechanics*. 2004. v.71. PP.1079-1099.
71. Ayatollahi M.R. Determination of T-stress from finite element analysis for mode I and mixed mode I/II loading / Ayatollahi M.R., Smith D.J., Pavier M.J. // *Int. J. Fract.* - 1998. - 91. - P. 283-298.
72. Ayatollahi M.R. Crack-tip constraint in mode II deformation / Ayatollahi M.R., Smith D.J., Pavier M.J. // *Int. J. Fract.* - 2001. - 113. - P. 153-173.
73. ASTM Standard E647-83. Standard test method for constant-load-amplitude fatigue crack growth rates above 10^{-8} m/cycle // *Annual Book of ASTM standards*.-Philadelphia: Amer. Soc. Test. Mater., 1983/ - Vol. 03.01. _ P. 739 - 759.
74. Betegon C. Two-parameter characterization of elastic-plastic crack-tip fields / Betegon C., Hancock J.W. // *J. Appl. Mech.* - 1991. - 58. - P. 104-110.
75. Brown M. W., Miller K. J. Mode I fatigue crack growth under biaxial stress at room and elevated temperature. *Multiaxial Fatigue*, ASTM STP 853. Philadelphia.1985. pp. 135-152.
76. Brown M.W. Direct orientation in fatigue under multiaxial stress-strain conditions / Brown M.W., Miller K.J. // *Proc. 1st Int. Symp. Tuczno*, Oct. 13-18, 1980, P. 29-38.
77. Chao Y-J., Zhu X-K, A simple theory for describing the transition between tensile and shear mechanisms in mode I, II, III and mixed-mode fracture. . In: Miller KJ, McDowell DL, *Mixed mode Crack behavior*. ASTM STP 1359, ASTM, Philadelphia, PA, 41-57 p.
78. Ghosal A.K. A finite element study of the effect of void initiation and growth on mixed-mode ductile fracture / Ghosal A.K., Narasimhan R. // *Mech Mater* 25. 1997. P. 113-127.
79. Dalle Donne C (1999) The crack tip displacement vector approach to mixed mode fracture. In: Miller KJ, McDowell DL, *Mixed mode Crack behavior*. ASTM STP 1359, ASTM, Philadelphia, PA, 21-40 p.

80. Dugdale D.S. Yielding of steel containing slits / Dugdale D.S. // Journ. Mech. Phys. Solids - 1960.- 8.- P. 100-108.
81. Eftis J. Biaxial load effects on the crack border elastic strain energy and strain energy rate. / Eftis J. et al // Eng. Fract. Mech. - 1977. - 9. - P. 753-764.
82. Eftis J. Crack border stress and displacement equations revisited. / Eftis J., Subramonian N., Liebowitz H. // Eng. Fract. Mech. - 1977. - 9. - P. 189-210.
83. Eftis J. The inclined crack under biaxial load. / Eftis J., Subramonian N. // Eng. Fract. Mech. - 1978. - 10. - P. 43-67.
84. Eftis J., Jones D. Influence of load biaxiality on the fracture load of center cracked sheets //Int. Journ. Fract.- 1982.- 20.- P. 267-289.
85. Gdouts E.E. The influence of specimen's geometry on the crack extension angle / Gdouts E.E. // Eng. Fract. Mech.- 1980.
86. Hilton P.D. Plastic intensity factors for cracked plates subjected to biaxial loading / Hilton P.D. //Int. Journ. Fract.- 1973.- 9.- P. 149-156.
87. Hunt R.T. Crack propagation and residual static strength of stiffened and unstiffened sheet / Hunt R.T. // Current aeronautical fatigue problems. Proceedings of a Symposium held in Rome Pergamon Press, New-York, 1960, p.287-324. 98
88. Hutchinson J.W. / Plastic stress and strain fields at a crack tip //Journ. Mech. Phys. Solids.- 1968. - 16. - P. 337-347
89. Hutchinson J.W. / Singular behaviour at the end of a tensile crack in a hardening material //Journ. Mech. Phys. Solids.- 1968.- 16.- P. 13-31.
90. Ilchenko, B.V., Yarullin R.R., Gizzatullin R.Z., Zakharov A.P. Residual life prediction of power steam turbine disk with fixed operating time // Proceedings of the 19th European Conference on Fracture (ECF19) 2012 Kazan. Russia. p. 277.
91. Irwin, G. R., The crack extension force for a part-through crack in a plate, Trans. ASME, J. Appl. Mech., (1962) pp. 661–654.
92. Irwin, G.R. Plastic zone near a crack and fracture toughness / G.R. Irwin //Proth 7th Sagamore Ordinance Materials Research Conf., Syracuse, August. - 1960.- P. 28-35.

93. Kardomateas G.A. Displacement fields for mixed mode elastic-plastic cracks / Kardomateas G.A. // Eng. Fract. Mech.- 1986.- 25. - P. 135-139.
94. Kassir M.K., Sih G.C. Three-dimensional stress distribution around an elliptical crack under arbitrary loadings // International Journal of the Engineering Sciences, 1967, vol.5, pp.899-912.
95. Kipp M.E., Sih G.C. The strain energy density failure criterion applied to notched elastic solids. International Journal of Solids Structures. 1975. N.11. PP.153-173.
96. Larsson S.G. Influence of non-singular stress terms and specimen geometry on small-scale yielding at crack tips in elastic-plastic materials / Larsson S.G., Carlsson A.J. // J. Mech. Phys. Solids 21: 263-272. - 1973.
97. Kitogawa H., Yuuki R. A fracture mechanics approach to high-cycle fatigue crack growth under in-plane biaxial loads // Fatigue Eng. Mater. Struct.- 1979.- 2. - P. 195- 206.
98. Lee J.D. Technical Rept / Lee J.D., Liebowitz H. // School of Engineering and Applied Science, The George Washington Univ., Submitted to ONR, 1975.
99. Leevers P.S. Fracture trajectories in a biaxially stressed plate / Leevers P.S., Radon J.C., Culver L.E. // Journ. Mech. Phys. Solids.- 1976. - 24.- P. 381-395.
100. Li J., Xiao-Bing Zhang, Recho N. J-Mp based criteria for bifurcation assessment of a crack in elastic-plastic materials under mixed mode I-II loading. Engineering Fracture Mechanics, vol. 71, 2004, 329-343 p.
101. Li J. Estimation of the mixity parameter of a plane strain elastic-plastic crack by using the associated J-integral. Engineering Fracture Mechanics vol.61, 1998, 355-368 p.
102. Lin G., Cornec A., Schwalbe K.H. Two-parameter characterization of crack front fields in thin ductile center – cracked geometries / Lin G., Cornec A., Schwalbe K.H. // In Schwalbe KH, Berger C (eds.) Proc 10-th Biennial European Conference on Fracture, Berlin, pp.349-355. -1994.
103. Miller K.J. Fatigue under complex stress / Miller K.J. // Metal Science.- 1977.- 11.- P. 432-438.

104. Miller K.J. An elastic-plastic finite element analysis of crack tip fields under biaxial loading conditions / Miller K.J., Kfoury A.P. // Int. Journ. Fract.-1974.- 10.- P. 393-404.
105. Murakami Y. A simple procedure for the accurate determination of stress intensity factors by finite element method / Murakami Y. // Engineering fracture mechanics. 1976, V.8, N 4, P. 643-655.
106. Paris P. stress analysis around cracks / Paris P., Shih G.S. // In: Fracture toughness testing and its applications. – Philadelphia. – 1964. P. 62-133.
107. O'Dowd N.P. Family of crack-tip fields characterized by a triaxiality parameter. I. Structure of fields. / O'Dowd NP, Shih CF // J Mech Phys Solids - 1991.- 39.- P. 989-1015.
108. Radon J. Stress biaxiality effects on slow crack growth in PMMA / Radon J. // Proc. 5th Int. Conf. Fract. Cannes, 1981, V.2.
109. Rice J.R. Limitations to the small yielding approximation for crack tip plasticity / Rice J.R. // Journ. Mech Phys. Solid. - 1974.- 22.- P. 17-26.
110. Rice J.R., Rosengren G.F. / Plane strain deformation near a crack tip in a power-law hardening material // Journ. Mech. Phys. Solids.- 1968.- 16.- P. 1-12.
111. Rice J. R. A path Independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks / Rise J.R. // ASME/ - 1967.
112. Shanyavskiy A. Fatigue cracking simulation based on crack closure effects in Al-based sheet materials subjected to biaxial cyclic loads // Engineering Fracture Mechanics. 2011.- V. 78.- P. 1516-1528.
113. Shih C.F. Small-scale yielding analysis of mixed plane strain crack problem / Shih C.F. // Fracture Analysis. ASTM STP 560. American Society for Testing and Materials, Philadelphia. - 1974. - P. 187-210.
114. Sih G.S. Strain-energy-density factor applied to mixed mode crack problems / Sih G.S. // Int. Journ. Fract.- 1974.- 10.- P. 305-321.
115. Shlyannikov V.N., Boychenko N.V., Tumanov A.V., Fernandez-Canteli A. The elastic and plastic constraint parameters for three-dimensional problems // Engineering Fracture Mechanics, 2014, vol.127, p. 83–96.

116. Shlyannikov V.N. Biaxial loading effect on higher-order crack tip parameters / Shlyannikov V.N., Ilchenko B.V., Boychenko N.V. // Journal of ASTM International, V.5, № 8.
117. Shlyannikov V.N. Modelling of crack growth by fracture damage zone / Shlyannikov V.N. // Theoretical and Applied Fracture Mechanics 25. 1996. P. 187-201.
118. Shlyannikov V.N. Elastic-plastic mixed mode fracture criteria and parameters / Shlyannikov V.N. // - Springer, Berlin, 2003. – 248 p.
119. Shlyannikov V.N., Tumanov A.V., Zakharov A.P., Gerasimenko A.A. Surface crack growth subjected to bending and biaxial tension-compression // Frattura ed Integrta Strutturale, 35 2016, p.257-267.
120. Shlyannikov V.N., Zakharov A.P. Multiaxial crack growth rate under variable T-stresses // Engineering Fracture Mechanics, 2014, vol.123, p.86-9
121. Shlyannikov V.N., Tumanov A.V., Zakharov A.P. Mixed mode crack growth rate in cruciform specimens subject to biaxial loading // Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2014 vol.53, p.185-193.
122. Shlyannikov V.N., Boychenko N.V., Tumanov A.V., Zakharov A.P. Unified characterization of crack growth parameters based on plastic stress intensity factor // Procedia Materials Science, 2014, 3, pp.1606 – 1611.
123. Shlyannikov V.N., Zakharov A.P. Fatigue Crack Growth in Cruciform Specimens under Biaxial Loading // Proceedings of 13th International conference on New Trends in Fatigue and Fracture (NT2F13) 2013, Moscow, Russia. pp. 1-8.
124. Shlyannikov V.N., Yarullin R.R., Zakharov A.P. Fatigue of steam turbine blades with damage on the leading edge // Procedia Materials Science, 2014, 3, pp.1792 – 1797.
125. Shlyannikov V.N., Zakharov A.P., Crack growth rate under variable T-stresses // Proceedings of The Tenth International Conference on Multiaxial Fatigue & Fracture. 2013. Kyoto. Japan, pp. 1-7.

126. Shlyannikov V.N., Tumanov A.V. //Characterization of crack tip stress fields in test specimens using mode mixity parameters // International journal of fracture/ 2014, pp 49-76.
127. Smith R.N. Second-order terms and strain energy density for the angled crack problem / Smith R.N. // Eng. Fract. Mech.- 1987.- 26.- P. 463-469.
128. Smith. E.W., Pascoe. K.J.,The behavior of fatigue cracks subject to applied biaxial stress: a review of experimental evidence // Fatigue of Eng.Mater. Struct. – 1983, - 6 N 3. – P. 201-224.
129. Smith. E.W., Pascoe. K.J., Fatigue crack initiation and growth in a high-strength ductile steel subject to in-plane biaxial loading. Multiaxial Fatigue, ASTM STP 853 Philadelphia.1985. pp. 111-134.
130. Sunder R., Ilchenko B.V. Fatigue crack growth under flight spectrum loading with superposed biaxial loading due to fuselage cabin pressure // International Journal of Fatigue. – 2011. - V. 33. – P. 1101-1110.
131. Taylor D. Predicting brittle fracture using the theory of critical distances: constraint effects / Taylor D. // Mechanical Engineering Dept.\
132. Taylor D. The theory of critical distances to predict static strength of notched brittle components subjected to mixed-mode loading / Taylor D., Susmel L. // Eng. Fract. Mech. 2007.
133. Taylor D. The theory of critical distances / Taylor D. // accepted manuscript.
134. Tvergaard V. The relation between crack growth resistance and fracture process parameters in elastic – plastic solids / Tvergaard V., Hutchinson J.W. // J Mech Phys Solids 40. 1992. P/ 1377-1397.
135. Theocaris P.S. A higher-order approximation for the T-Criterion of Fracture in Biaxial Fields / Theocaris P.S. // Engng Fract Mech 19. 1984. P. 975-991.
136. Ueda Y. Characteristics of brittle fracture under general combined modes including those under bi-axial tensile loads / Ueda Y., Ikeda K., Yao T., Aoki M. // Eng. Fract. Mech. V.18. N.6. 1983. P. 1131-1158.
137. Williams M.L. On the stress distribution at the base of a stationary crack //Journ. Applied Mechanics. - 1957. - 24.- P. 109-114.

138. Woo C.W. On angled crack initiation under biaxial loading / Woo C.W., Ling L.H. // Journ. Strain Analysis.- 1984.- 19. - P. 51-59
139. X. Wang. Fully plastic J-integral solutions for surface cracked plates under biaxial loading. Engineering Fracture Mechanics 73 (2006) pp1581-1595
140. Yuan H. Effects of biaxial loading on three-dimensional crack front fields / Yuan H. // Schwalbe KH, Berger C (eds.) Proc 10-th Biennial European Conference on Fracture, Berlin, pp.493-503. -1994.
141. Xiang-Dong Wu, Min Wan, Xian-Bin Zhou Biaxial tensile testing of cruciform specimen under complex loading // Journal of Materials Processing Technology. – 2005. – V. 168. – P. 181-183.
142. Yarema S. Ya. Panasiuk. V.V. General features of fatigue fracture diagrams of metals / Проблемы прочности. 1996. № 1 С. 30-35.