

На правах рукописи

Перминов Анатолий Викторович



**ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ С РАЗЛИЧНОЙ РЕОЛОГИЕЙ ВО
ВНЕШНИХ СИЛОВЫХ ПОЛЯХ**

01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук

Пермь – 2016

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Пермский государственный национальный исследовательский университет»

Научный консультант: **Любимова Татьяна Петровна**, доктор физико-математических наук, профессор, ФГБУН «Институт механики сплошных сред Уральского отделения РАН», г. Пермь.

Официальные оппоненты: **Бердников Владимир Степанович**, доктор физико-математических наук, доцент, ФГБУН «Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе Сибирского отделения РАН», г. Новосибирск.

Демехин Евгений Афанасьевич, доктор физико-математических наук, профессор, Краснодарский филиал ФГОБУ ВПО «Финансовый университет при правительстве Российской Федерации», г. Краснодар.

Саранин Владимир Александрович, доктор физико-математических наук, профессор, ФГБОУ ВПО «Глазовский государственный педагогический институт имени В.Г. Короленко», г. Глазов.

Ведущая организация: ФГБУН «Институт проблем машиноведения» РАН, г. Санкт-Петербург.

Защита состоится « 12 » мая 2016 г. в 14:00 часов на заседании диссертационного совета Д 004.012.01 в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институт механики сплошных сред УрО РАН по адресу: 614013, г. Пермь, ул. Академика Королева, 1, тел: (342) 237-84-61; факс: (342) 237-84-87.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ФГБУН «Институт механики сплошных сред» Уральского отделения РАН: www.icmm.ru.

Автореферат разослан « » _____ 2016 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
доктор физико-математических наук, доцент

/ А.Л. Зуев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования и степень её разработанности. Одним из достижений Пермской гидродинамической школы стало создание Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицким и Д.В. Любимовым теории вибрационных воздействий на гидродинамические системы. Однако в рамках этой теории остались неохваченными области, изучение которых может придать ей большую степень универсальности и законченности, а также существенно расширить возможности её фундаментального и прикладного применения. К числу таких практически неисследованных разделов относится поведение нелинейно-вязких и вязкопластических жидкостей в вибрационном поле. Расширение вибрационной теории на класс неньютоновских жидкостей определяет актуальность работы и является наиболее важным вкладом диссертации в науку.

В промышленности производится и перерабатывается множество жидкостей, обладающих нелинейно-вязкими свойствами. К таким средам относятся нефть, нефтепродукты, растворы и расплавы полимеров, суспензии угольного топлива, лаки, краски, зубная паста, жидкие пищевые продукты. Технологические процессы, в которых имеют место обтекание нелинейно-вязкими жидкостями твердых тел или пленочные течения, часто происходят при наличии вибраций. Вибрации существенно влияют на тепломассоперенос в неньютоновских средах, поэтому их влияние необходимо учитывать. Теоретические основы гидродинамики и тепломассообмена в неньютоновских жидкостях при наличии вибраций находятся еще в стадии разработки. При исследовании влияния нестационарных силовых полей на нелинейно-вязкие среды актуальными становятся задачи, связанные с исследованием устойчивости стационарных состояний. Формирующиеся после потери устойчивости стационарного состояния течения также представляют интерес для исследования.

К жидкостям с особыми свойствами можно отнести проводящие жидкости и бинарные смеси, хотя реология этих сред определяется ньютоновским законом. Исследование течений этих жидкостей актуально в связи с применениями в

полупроводниковой микроэлектронике для получения монокристаллов методом Бриджмена. При выращивании кристаллов флуктуации температурного поля и поля скорости приводят к неизбежным колебаниям поверхности раздела кристалл-расплав и неоднородному распределению примесей в получаемом кристалле. В этой ситуации актуальной является информация об условиях устойчивости течений и возможности управлять движением расплава. Исследования адвективных течений в слоях и каналах являются важными и актуальными с общетеоретической точки зрения (изучение гидродинамической устойчивости и закономерностей перехода к сложным режимам поведения). К течениям указанного типа относятся атмосферная циркуляция Хэдли, некоторые типы движений в океане, коре и мантии Земли. Воздействие внешних неоднородных и нестационарных магнитных полей на проводящие жидкости применяется при индукционной и зонной плавке, упрочнении поверхности металлических изделий, выращивании кристаллов. Несмотря на широкое практическое применение индукционного нагрева проводящих материалов, теория этого явления и связанных с ним процессов развита достаточно слабо. Требования к энергоэффективности технологий и чистоте получаемых материалов определяют актуальность задач, связанных с изучением влияния неоднородных переменных магнитных полей на разогрев проводящих жидкостей и возникающие в них конвективные течения.

Цели и задачи работы заключаются в разработке теоретических положений, описывающих влияние вибрационного, магнитного и гравитационного полей на поведение нелинейно-вязких, проводящих и бинарных жидкостей. К таким теоретическим положениям относятся: описание закономерностей изотермических и неизотермических течений нелинейно-вязких жидкостей при наличии вибраций; определение влияния магнитного поля на устойчивость адвективных течений и индукционный разогрев проводящих расплавов; выяснение влияния эффекта термодиффузии на структуру и устойчивость адвективных течений бинарных смесей.

Научная новизна результатов. Получены уравнения пульсационного и осредненного движений степенной жидкости в вязком пограничном слое вблизи

твердой поверхности в поле высокочастотных вибраций, проведены численные расчеты течений дилатантной жидкости в пределах пограничного слоя; получено эффективное граничное условие, которое возможно использовать для описания осредненного движения дилатантной жидкости за пределами пограничного слоя. Впервые исследованы течения вязкопластичных жидкостей при касательных симметричных и несимметричных вибрациях наклонной твердой поверхности; обнаружен эффект немонотонной зависимости среднего расхода жидкости от периода и амплитуды вибраций; показана принципиальная возможность движения вязкопластика против поля тяжести. Впервые изучена линейная устойчивость стационарного течения псевдо- и вязкопластичных жидкостей по наклонной твердой поверхности. Осредненные уравнения термовибрационной конвекции и условия для квазиравновесия, возникающего при высокочастотных неакустических вибрациях, распространены на случай обобщенных ньютоновских жидкостей. Впервые решена задача линейной устойчивости жесткого состояния бесконечного наклонного слоя обобщенной ньютоновской и вязкопластичной жидкостей. Решена задача о термовибрационной конвекции жидкости Уильямсона в бесконечном вертикальном слое, на твердых границах которого поддерживаются постоянные разные температуры. Впервые получено решение линейной задачи устойчивости плоскопараллельного конвективного течения псевдо- и вязкопластичной жидкостей в бесконечном вертикальном слое с границами, нагретыми до разных температур; рассчитаны надкритические режимы конвекции. Впервые решена задача о стационарном адвективном течении проводящей жидкости в бесконечном горизонтальном канале прямоугольного сечения при наличии постоянного однородного магнитного поля; решена задача линейной устойчивости такого течения; обнаружен эффект дестабилизации адвективного течения горизонтальным поперечным к оси канала магнитным полем. Создана математическая модель, описывающая осредненный и пульсационный тепломассоперенос и распределение магнитного поля в проводящем парамагнитном расплаве в магнитном поле индукционной печи; предложено обоснование условия оптимального индукционного разогрева

парамагнитного образца. Впервые решена задача линейной устойчивости адвективного течения бинарной смеси в плоском горизонтальном слое с твердыми идеально теплопроводными границами, с учетом эффекта термодиффузии.

Теоретическая и практическая значимость работы. Результаты диссертации важны с общетеоретической точки зрения для развития знаний в области гидродинамики и тепломассообмена нелинейно-вязких систем при воздействии на них вибрационных полей. Применение результатов возможно при изучении нестационарных и неизотермических течений неньютоновских жидкостей и исследовании устойчивости стационарных состояний таких сред. Результаты, полученные при изучении обтекания обобщенными ньютоновскими жидкостями твердых тел, могут быть применены при совершенствовании реометрических методик. Кроме того, эти результаты будут полезны при моделировании технологических процессов в пищевой и химической промышленности. Условия добычи, хранения и транспортировки нефти и нефтепродуктов часто связаны с движением около твердой поверхности или стеканием по ней. Неустраняемыми в этих ситуациях являются динамические (вибрационные) воздействия на жидкости. Встречающиеся при промышленной переработке неньютоновских сред ситуации связаны с неоднородным распределением температуры. Результаты, описывающие стекание вязкопластичной жидкости по наклонной твердой поверхности, могут быть полезны при изучении природных явлений: оползни, селевые потоки и снежные лавины.

Практическим приложением результатов по адвективным течениям проводящих жидкостей и бинарных смесей является выращивание кристаллов горизонтальным методом Бриджмена, при котором флуктуации температурных полей и течений приводят к неоднородному распределению примесей. В этой ситуации важно иметь возможность управлять движением жидкости, например, с помощью магнитного поля. Изучение адвективных течений и их устойчивости важно и с общетеоретической точки зрения. К течениям указанного типа относятся атмосферная циркуляция Хэдли, некоторые типы движений в океане,

коре и мантии Земли, а также процессы тепло- и массопереноса в мелких водоемах.

Неоднородные и нестационарные магнитные поля играют определяющую роль в таких технологических процессах, как индукционная и зонная плавка, упрочнение поверхности металлических изделий, выращивание кристаллов. С практической точки зрения важно создание адекватной теоретической модели, описывающей индукционный нагрев проводящих материалов, которая позволит получить инженерные решения, удовлетворяющие современным требованиям по энергоэффективности и чистоте получаемых материалов.

Методология и методы диссертационного исследования. Все основные результаты диссертации получены численно с применением современных вычислительных методов. При расчете двумерных течений жидкостей применялся метод конечных разностей, в котором все пространственные производные аппроксимировались центральными разностями, а структура течения определялась функцией тока и завихренностью. Линейная устойчивость равновесных состояний и одномерных стационарных течений исследовалась методом построения фундаментальной системы с использованием процедур дифференциальной прогонки и ортогонализации. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений решались методом Рунге-Кутты четвертого порядка точности. Для исследования устойчивости неоднородных течений применялись эволюционный метод, основанный на методе конечных разностей, и метод, в котором система дифференциальных уравнений, описывающих поля возмущений путем конечноразностной аппроксимации производных, сводилась к обобщенной алгебраической проблеме на собственные значения. Алгебраическая задача, полученная в последнем случае, решалась с помощью пакета программ разработанного Морозовым В.А, Любимовым Д.В и Любимовой Т.П. При высокочастотных вибрационных или электромагнитных воздействиях на жидкие системы выводились осредненные уравнения движения жидкостей. Для вывода таких уравнений использовались методы многих масштабов и осреднения.

Положения, выносимые на защиту. Автор защищает: уравнения пульсационного и осредненного движений степенной жидкости в вязком

пограничном слое вблизи твердой поверхности в поле высокочастотных вибраций; результаты численного моделирования обтекания твердого бесконечно-длинного цилиндра стационарным и пульсационным потоками степенной и вязкопластичной жидкостями; вид эффективного граничного условия для описания осредненного движения дилатантной жидкости за пределами стоксового слоя; аналитические выражения, описывающие стационарное движение жидкости Уильямсона по наклонной твердой поверхности; результаты численного исследования пульсационного и осредненного течений вязкопластичных жидкостей при касательных симметричных и несимметричных вибрациях наклонной твердой поверхности; результаты исследования устойчивости стационарного течения псевдо- и вязкопластичных жидкостей по наклонной твердой поверхности; осредненные уравнения термовибрационной конвекции обобщенной ньютоновской жидкости для высокочастотных неакустических вибраций; условия квазиравновесия и жесткого состояния бесконечного наклонного слоя обобщенной ньютоновской жидкости в поле тяжести при наличии высокочастотных поступательных вибраций; результаты решения задач устойчивости равновесия обобщенной ньютоновской жидкости и устойчивости жесткого состояния вязкопластичной жидкости в наклонном бесконечном слое; результаты решения задачи о термовибрационном конвективном течении жидкости Уильямсона между двумя твердыми плоскостями, нагретыми до разных температур; результаты исследования линейной устойчивости плоскопараллельного конвективного течения жидкости Уильямсона и надкритических режимов конвекции такой жидкости между двумя твердыми плоскостями, нагретыми до разных температур; результаты численного моделирования адвективного течения проводящей жидкости в бесконечном горизонтальном канале прямоугольного сечения во внешнем стационарном однородном магнитном поле и результаты численного решения задачи линейной устойчивости такого течения при различных направлениях магнитного поля; эффект дестабилизации стационарного адвективного течения проводящей жидкости горизонтальным поперечным к оси канала магнитным полем; математическую модель, описывающую осредненный и пульсационный

теплоперенос, в проводящем расплаве в индукционной печи при воздействии внешнего переменного неоднородного высокочастотного магнитного поля; условие эффективного индукционного прогрева парамагнитного материала; результаты решения линейной задачи устойчивости стационарного адвективного течения бинарной смеси в плоском горизонтальном слое с учетом термодиффузионного эффекта.

Степень достоверности и апробация результатов. Достоверность полученных результатов обеспечивается применением апробированных теоретических подходов и численных методов; согласием результатов в предельных случаях с имеющимися в литературе; тестированием, применяемых алгоритмов и программ путем сопоставления с известными результатами; исследованием сходимости конечно-разностных схем при уменьшении пространственного шага сетки.

Материалы диссертации докладывались на: XII (1999 г.), XV (2007), XVI (2009), XVII (2011), XVIII (2013), XIX (2015) Зимних школах по механике сплошных сред. Пермь: ИМСС УрО РАН; 16th IMACS World Congress. Lausanne, 2000 г; VII Международной конференции «Устойчивость гомогенных и гетерогенных жидкостей». Новосибирск, 2000 г; VIII (Пермь, 2001 г.) и XI (Казань, 2015 г.) Всероссийских съездах по теоретической и прикладной механике; International Conference «Advanced Problems in Thermal Convection». Perm, Russia, 2003 г; Всероссийской конференции молодых ученых (с международным участием) «Неравновесные процессы в сплошных средах», материалы конференции, Пермь, 2007 г; Всероссийской конференции по математике и механике, посвященная 130-летию Томского государственного университета и 60-летию механико-математического факультета. Томск: Томский государственный университет, 2008 г.; 8th (Germany, Bonn, 2008 г.) и 10th (Brussels, Belgium, 2012 г.) International Meeting on Thermomdiffusion; XIX Всероссийской школе-конференции молодых ученых и студентов «Математическое моделирование в естественных науках». Пермь, 2010 г.; 4-й Всероссийской конференции с участием зарубежных ученых «Задачи со свободными границами: теория, эксперимент и приложения». Бийск, 2011 г.; XXXIX Summer School

“Advanced Problems in Mechanics”. St. Petersburg (Repino), Russia, 2011 г.; Российских конференциях по магнитной гидродинамике. Пермь: ИМСС УрО РАН, 2012 и 2015 г.; Конференции с международным участием "VIII Всероссийский семинар вузов по теплофизике и энергетике". Екатеринбург: УрФУ, 2013 г.; Всероссийской научно-практической конференция «Актуальные задачи механики сплошных сред». ПГГПУ. Пермь, 2014 г.; Международной научно-практической конференции «Актуальные проблемы современного машиностроения». Юрга, 2014 г.; 2-ой Международной конференции «Пермские гидродинамические научные чтения, посвященные памяти профессоров Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкого и Д.В. Любимова». Пермь, 2014 г.; Пермском городском гидродинамическом семинаре им. Г.З Гершуни и Е.М. Жуховицкого; Теоретическом научном семинаре ИМСС УрО РАН, Пермь.

Основные результаты, изложенные в настоящей диссертации, опубликованы в 25 статьях, из них 15 статей [4, 10-22, 25] в журналах, входящих в перечень рецензируемых научных изданий установленный Министерством образования и науки Российской Федерации для представления результатов докторских диссертаций. В международных системах цитирования Web of Science и SCOPUS проиндексировано 11 статей [4, 10-12, 15-17, 19-21, 25].

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, основной части, заключения и списка литературы. Общий объем диссертации 374 страницы; работа содержит 92 рисунка и 9 таблиц. Список литературы насчитывает 372 наименования.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В первой главе приводится краткая характеристика структурно-механических свойств, рассматриваемых жидких систем, и обзор литературы.

Во второй главе исследуются изотермические пульсационные и осредненные течения обобщенных ньютоновских жидкостей при обтекании твердых тел. Обобщенными ньютоновскими жидкостями называют системы, для которых тензор напряжений сдвига τ_{ij} в каждой точке в данный момент времени представляет функцию тензора скорости сдвига e_{ij} в этой точке:

$$\tau_{ij} = f(I_2)e_{ij}, \quad e_{ij} = \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad I_2 = \frac{1}{2} e_{ij} e_{ji}, \quad (1)$$

Жидкости типа (1) подразделяются на три группы: вязкопластичные, псевдопластичные и дилатантные.

Движение изотермической жидкости определяется системой уравнений

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \nabla) \vec{u} = \frac{1}{\rho} (-\nabla p + \text{Div} \bar{\tau}) + \vec{g}, \quad \text{div} \vec{u} = 0, \quad (2)$$

где \vec{u} – вектор скорости жидкости; p – давление в жидкости; ρ – плотность жидкости; $\bar{\tau}$ – тензор вязких напряжений; ∇ , Div , div – дифференциальные операторы градиента и дивергенции, \vec{g} – вектор ускорения свободного падения. Во второй главе полагалось, что $\vec{g} = 0$.

В параграфе 2.2 изучались пульсационные и осредненные течения дилатантной несжимаемой жидкости в вязком пограничном слое вблизи твердой поверхности. Для дилатантной жидкости: $\tau_{ij} = k(I_2)^{\frac{n-1}{2}} e_{ij}$, где k – консистентность жидкости, $n > 1$ – показатель неньютоновости. Пульсации жидкости полагались высокочастотными, малоамплитудными и неакустическими: $\omega \gg v_e/L^2$, $b \ll L$, $b\omega \ll c$, где b – амплитуда вибраций, L – характерный размер задачи, ω – частота вибраций, c – скорость звука в среде, v_e – эффективная вязкость. В этом случае толщина вязкого пограничного слоя $\tilde{\delta} \ll L$. Пульсационное течение за пределами пограничного слоя полагалось невязким, а его скорость вдоль поверхности задавалось выражением $U = q(x, z) \cos \tau$.

Рассматривалась плоская задача, где ось x направлена вдоль твердой поверхности, а ось z – по нормали к ней. С помощью метода многих масштабов в пункте 2.2.1 получены безразмерные уравнения движения и граничные условия, определяющие течение дилатантной жидкости в пограничном слое. Для изучения влияния неньютоновских свойств на пульсационное течение в пограничном слое в пункте 2.2.2 рассмотрена модельная задача о пульсационном течении дилатантной жидкости между двумя твердыми пластинами, находящимися на расстоянии h друг от друга (h безразмерная величина). Показано, что при

увеличении показателя неньютоновости толщина вязкого пограничного слоя уменьшается, и в нем происходит заметный рост амплитуды пульсаций скорости. В центральной части массива жидкости (вдали от твердых стенок) её скорость практически не зависит от поперечной координаты, т.е. в основном потоке дилатантная жидкость ведет себя подобно идеальной.

В пункте 2.2.3 проведен расчет осредненного течения дилатантной жидкости в вязком пограничном слое в случае её поперечных высокочастотных колебаний около бесконечного твердого цилиндра. Осредненное течение в пограничном слое носит вихревой характер. Центры вихрей с увеличением показателя неньютоновости n смещаются от оси вибрации, а интенсивность течения уменьшается. С учетом условия сращивания Ван-Дайка $\lim_{z \rightarrow 0, \xi \rightarrow \infty} \langle u_{10} \rangle \rightarrow \langle U \rangle$, определяется значение продольной компоненты скорости на внешней границе пограничного слоя, что дает эффективное граничное условие для вычисления осредненного течения в ядре потока (индексы 1 и 0 обозначают порядок разложения поля скорости в методе многих масштабов, а угловые скобки – операцию осреднения по периоду вибраций). Расчеты показали, что для колебаний жидкости около бесконечного цилиндра это условие в достаточно широком диапазоне чисел n описывается формулой $\bar{U} = -K(n)\sin(2\varphi)$, где $K(n)$ - функция показателя неньютоновости n , φ – полярный угол.

В параграфе 2.3 изучено обтекание поперечным потоком вязкопластичной жидкости твердого бесконечного цилиндра. С увеличением расстояния от поверхности цилиндра происходит уменьшение скорости сдвига, что приводит к уменьшению вязких напряжений, которые в некоторых областях потока становятся меньше порогового значения для данной вязкопластичной жидкости. Такие области течения называются квазитвердыми или жесткими зонами. Возможна ситуация, когда вблизи твердого тела существует слой вязкого течения вязкопластичной жидкости, на внешней границе которого она движется как жесткое тело. В зоне вязкого течения также могут появиться вкрапления жестких зон. Было выполнено прямое численное моделирование движения жидкости, описываемой моделью Уильямсона

$$\tau_{ij} = \left(\frac{A}{B + \sqrt{I_2}} + \mu_\infty \right) e_{ij}, \quad (3)$$

где A и B – реологические параметры; μ_∞ – вязкость при больших скоростях сдвига. При $B \rightarrow 0$ ($A \gg B$) уравнение (3) описывает реологию вязкопластичной жидкости, тогда A приобретает смысл предельного напряжения сдвига.

Течение описывается уравнениями (2). На поверхности цилиндра ставились условия вязкого прилипания. Вдали от цилиндра скорость жидкости задавалась выражением: $U = U_0 \cos \omega t$. Задача содержит четыре безразмерных параметра: $a = AL(U_0 \mu_\infty)^{-1}$, $b_w = BL/U_0$, $Re = U_0 L / \nu_\infty$, $\tilde{\omega} = \omega L^2 / \nu_\infty$, где ν_∞ – кинематическая вязкость при больших скоростях сдвига. Число Рейнольдса и безразмерная частота вибраций являются независимыми параметрами, причем $Re/\tilde{\omega} = b/L \ll 1$ ($U_0 = b\omega$). При $b_w \rightarrow 0$ ($a \gg b_w$) параметр a играет роль предельного напряжения сдвига. Положение границы раздела квазитвердой и жидкой зон может быть найдено из условия $\sqrt{T_1^2 + T_2^2} = a$. В областях, в которых $\sqrt{T_1^2 + T_2^2} < a$, скорости сдвига очень малы, что дает основание полагать их квазитвердыми или жесткими – жидкость движется в этих областях как жесткое тело. Основные расчеты проводились для $a = 10$ и $b_w = 0.01$.

При $Re = 1$ исследовалась динамика образования жидкой зоны в случае, когда цилиндр обтекается стационарным потоком жидкости Уильямсона ($\tilde{\omega} = 0$). С течением времени вблизи цилиндра формируется жидкая зона сложной формы, окруженная жидкостью, движущейся как жесткое тело. Показано, что в пульсационном потоке жидкости форма и размеры квазитвердых и жидких зон изменяются в течение периода колебаний. Расчеты выполнялись для $Re = 10$, $\tilde{\omega} = 100$ и $\tilde{\omega} = 1000$. Внутри вязких зон, при больших $\tilde{\omega}$, может иметь место генерация среднего течения. Для определения его структуры полное поле скорости численно усреднялось по 10 периодам пульсаций. Выяснено, что осредненное течение имеет вихревую структуру, при этом существуют области, в которых оно практически отсутствует.

В третьей главе рассмотрен слой вязкопластичной жидкости толщиной h , ограниченный сверху свободной поверхностью, а снизу – твердой плоскостью,

которая может совершать касательные вибрации. Угол наклона слоя относительно вертикали равен α . Оси x и y лежат на твердой поверхности, а ось z направлена перпендикулярно к ней. Уравнения движения жидкости имеют вид (2).

В параграфе 3.1 исследуется стационарное течение слоя вязкопластичной жидкости в поле тяжести, описываемой реологическими моделями Шведова-Бингама

$$\tau_{ij} = \left(\frac{\tau_0}{\sqrt{I_2}} + \mu_p \right) e_{ij}, \quad \tau_2 > \tau_0; \quad I_2 = 0, \quad \tau_2 \leq \tau_0; \quad \tau_2 = \sqrt{\frac{1}{2} \tau_{ij} \tau_{ji}}, \quad (4)$$

и Уильямсона (3). В (4) μ_p – пластическая вязкость или коэффициент жесткости при сдвиге; τ_0 – предел текучести, при $\tau_2 > \tau_0$ имеем зону вязкого течения (жидкая фаза), когда $\tau_2 \leq \tau_0$ жидкость движется, как твердое тело (жесткая фаза). В случае применения модели Уильямсона (3) к вязкопластичным средам квазитвердая область, в которой жидкость практически не течет ($I_2 \rightarrow 0$), наблюдается, когда $\tau_2 \leq A$. Использование реологических уравнений (3) и (4) для описания стационарного течения слоя вязкопластичной жидкости приводит к идентичным результатам.

В параграфе 3.2 изучалось влияние симметричных и несимметричных вибраций на течение слоя вязкопластичной жидкости по наклонной твердой плоскости в поле тяжести. Для описания реологии вязкопластичной жидкости используется уравнение (3). Закон изменения скорости полойки задается в виде¹

$$U(t) = \begin{cases} a \sin(\Omega_0 t), & 0 \leq t \leq \frac{T}{(1+N^{-1})} \\ Na \sin(N\Omega_0 t + (1-N)\pi), & \frac{T}{(1+N^{-1})} < t \leq T \end{cases} \quad (5)$$

Задача определяется набором безразмерных параметров: $D = A\rho h^2 / \mu_\infty^2$ – динамический предел текучести; $G = \rho g h \cos \alpha / A$ – параметр, характеризующий влияние поля тяжести (угла наклона слоя); $\nu = A / (B\mu_\infty)$ – реологический параметр

¹ Тарунин, Е.Л. Особенности асимметричных колебаний при наличии нелинейного вязкого трения / Е.Л. Тарунин // Вест. ПГТУ. Прикл. математика и механика. – 2003. – С. 9–15.

(для вязкопластичной жидкости $\nu = 10^3$); $a = U_0 \mu_\infty / (Ah)$ – амплитуда скорости медленного движения, $T = \mu_\infty T_0 / (\rho h^2)$ – безразмерный период колебаний, $N = \Omega / \Omega_0 = 10$ – отношение безразмерных частот быстрого Ω и медленного $\Omega_0 = [1 + N^{-1}] T^{-1} \pi$ движения. Рассмотрены три типа колебательных движений твердой поверхности: симметричные вибрации $N = 1$, $a > 0$; несимметричные «положительные» вибрации $N > 1$, $a > 0$, в направлении поля тяжести твердая поверхность движется медленнее, чем против его направления; несимметричные «отрицательные» вибрации $N > 1$, $a < 0$, медленное движение совершается против направления поля тяжести.

В силу нелинейности реологической модели (3) вибрации генерируют в слое среднее течение. Слой жидкости разделяется на жидкую и квазитвердую (жесткую) зоны. Напряжения сдвига, возникающие в жидкости, наиболее значительны около колеблющейся твердой поверхности, поэтому квазитвердая зона образуется вблизи свободной границы слоя. Для характеристики интенсивности среднего течения вводился объемный расход жидкости через единичную площадку, нормальную к твердой поверхности $Q = \int_0^1 \bar{u} dz$, где \bar{u} – средняя за период вибраций скорость течения жидкости.

Показано, что на плоскости параметров G и T при всех типах вибраций можно выделить области, соответствующие жесткому состоянию слоя на протяжении всего периода вибраций. Основные расчеты проводились для значений параметров G и T , при которых в слое в течение периода вибраций существуют одновременно жидкая и жесткая фазы.

Из рисунка 1 видно, что в отсутствие вибраций при слабом гравитационном воздействии, когда напряжения сдвига малы, весь слой находится в квазитвердом состоянии и покоится на твердой поверхности. Включение вибраций порождает заметное среднее течение жидкости, причем несимметричные вибрации генерируют среднее течение даже для $G = 0$. При несимметричных «отрицательных» вибрациях наблюдаются режимы, когда либо весь слой жидкости, либо его квазитвердая часть в среднем движутся против поля

тяжести (см. рис. 1 и 2), что объясняется различным влиянием сил вязкого трения в течение периода вибраций. В случаях симметричных и несимметричных вибраций зависимость расхода жидкости от периода вибраций T немонотонна. При различных значениях параметра G на кривых $Q(T)$ может наблюдаться один или два локальных экстремума (см. рис. 2). Первый из них находится в области малых периодов и связан с образованием вязкого стоксового пограничного слоя вблизи твердой поверхности. Второй экстремум соответствует относительно большим периодам вибраций, при которых возможна ситуация когда в течение части периода жидкость находится только в жестком состоянии. Для ускорения процесса стекания вязкопластичной жидкости по наклонной твердой поверхности при слабых и умеренных гравитационных воздействиях наиболее эффективными являются несимметричные «положительные» вибрации. При сильном гравитационном воздействии имеется область значений периода, когда наибольший эффект ускорения движения слоя достигается с помощью несимметричных «отрицательных» вибраций.

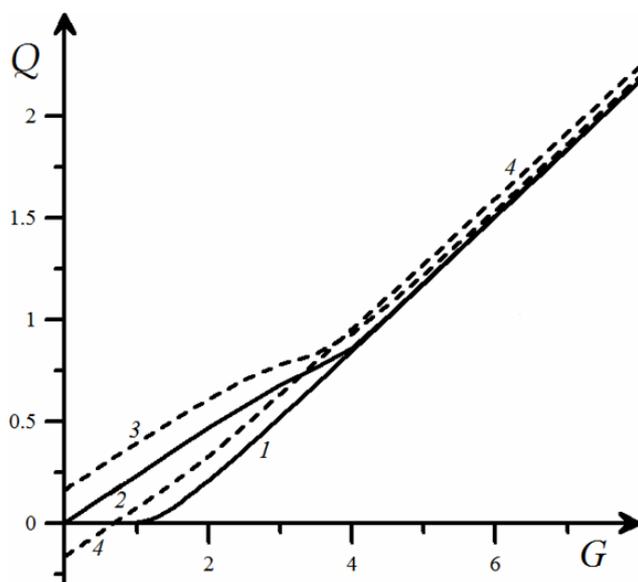


Рис. 1 Зависимость объемного расхода жидкости от G : вязкопластичная жидкость в отсутствие вибраций (1); в поле симметричных вибраций при $N=1$, $T=0.35$ (2); в поле несимметричных «положительных» (3) и «отрицательных» (4) вибраций при $N=10$, $T=0.35$

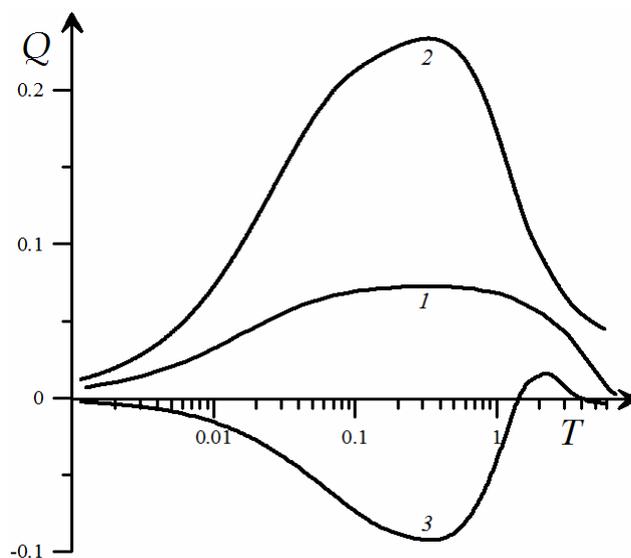


Рис. 2 Зависимость объемного расхода жидкости Q при осредненном движении от безразмерного периода вибраций T для $G=0.3$ и $a=1$, $N=1, 10$ (1, 2), $a=-1$, $N=10$ (3)

Получены значения пороговой амплитуды скорости вибраций твердой поверхности a_c , при достижении которой в слое возможна генерация

осредненного движения. Вибрации с амплитудой, меньшей a_c , не приводят к напряжениям сдвига, достаточным для возникновения жидкой зоны, поэтому весь слой, находясь в квазитвердом состоянии, совершает колебания вместе с твердой поверхностью. Несимметричность вибраций существенно понижает пороговое значение a_c . В случаях симметричных и несимметричных «положительных» вибраций среднее движение жидкости в слое всегда направлено по полю тяжести. При несимметричных «отрицательных» вибрациях в области малых a в слое может наблюдаться очень слабое осредненное движение, направленное вниз, которое с увеличением a меняет направление.

В параграфе 3.3 рассматривается устойчивость стационарного плоскопараллельного течения слоя жидкости Уильямсона по наклонной твердой поверхности в поле тяжести в отсутствие вибраций. Показано, что для жидкости Уильямсона, как и для ньютоновской жидкости, наибольшую опасность представляют длинноволновые возмущения свободной поверхности жидкости. Рост параметра G приводит к снижению устойчивости течения. Для значений $G < 10$ движение вязкопластичного слоя оказывается более устойчивым, чем псевдопластичного слоя, в силу существования на свободной поверхности вязкопластика квазитвердой (жесткой) зоны. При $G \geq 10$ нейтральные кривые вязкопластичной и псевдопластичной жидкостей сближаются, т.к. с ростом G влияние квазитвердой зоны на развитие длинноволновых возмущений ослабевает. При $G \leq 1$ скорость движения вязкопластичной жидкости стремится к нулю, поэтому слой находится в устойчивом состоянии при всех углах наклона. Для любых углов наклона слоя уменьшение гравитационного параметра приводит к увеличению частоты критических возмущений. При $G \rightarrow \infty$ наиболее опасными становятся монотонные моды. Приближение ориентации слоя к горизонтальной приводит к повышению устойчивости течения жидкости и росту частоты колебательных возмущений. Из анализа результатов численных расчетов получена формула $Re = D \cdot G = \delta \operatorname{tg} \alpha G^{1-\beta}$ (Re - число Рейнольдса), которая описывает поведение нейтральных кривых устойчивости для вязкопластичных жидкостей при $G \geq 10$ и для псевдопластичных жидкостей при $G \leq 0.4$ и $G \geq 10$.

В четвертой главе для обобщенных ньютоновских жидкостей с умеренными значениями эффективной вязкости, находящихся в поле мало-амплитудных

высокочастотных неакустических вибраций, получены осредненные уравнения термовибрационной конвекции, которые отличаются от аналогичных уравнений для ньютоновской жидкости² только видом вязкого слагаемого. Приведены выражения для осредненных тензоров вязких напряжений реологических моделей Освальда-де Виля, Уильямсона и Шведова-Бингама.

Условие существования квазиравновесных состояний в поле высокочастотных вибраций распространено на весь класс обобщенных ньютоновских жидкостей. Показано, что квазитвердое (жесткое) состояние, являющееся частным случаем квазиравновесия, возможно для всех жидкостей из рассматриваемого класса, кроме вязкопластичной, только тогда, когда векторы, определяющие направление вибраций \vec{n} , поля тяжести $\vec{\gamma}$ и равновесного градиента температуры \vec{m} направлены вдоль одной прямой. В вязкопластичной жидкости квазитвердое (жесткое) состояние возможно при произвольной ориентации вектора \vec{m} , но вибрации должны быть направлены вдоль градиента температуры. В случае бесконечного наклонного слоя вязкопластичной жидкости жесткое состояние реализуется если

$$Gr < 4D / |m_z \sin \alpha + m_x \cos \alpha|, \quad \vec{m} \times \vec{n} = 0, \quad (6)$$

где $Gr = g\beta\theta\rho^2 h^3 / \mu_\infty^2$ – число Грасгофа, h – полутолщина слоя, β – коэффициент теплового расширения, θ – характерная разность температур. Условие (6) для вертикального слоя в отсутствие вибраций дает $Gr < 4D^3$.

Исследована устойчивость жестких состояний слоя вязкопластичной жидкости, при этом использовался вязкопластичный предел реологической модели Уильямсона. Показано, что жесткое состояние может стать неустойчивым при ориентациях слоя, близких к вертикали или горизонтали. Высокочастотные вибрации стабилизируют жесткое состояние слоя.

В последнем параграфе главы с использованием реологического уравнения Уильямсона (3) рассмотрена задача о конвективном движении вязкопластичной жидкости в плоском вертикальном слое при нагреве сбоку в присутствии высокочастотных продольных вибраций. В этом случае жесткое состояние

² Gershuni, G.Z. Thermal Vibrational Convection / G.Z. Gershuni, D.V. Lyubimov – N.Y. et al.: Wiley, 1998. – 358 p.

³ Yang, W.-J. Free convection flow of Bingham plastic between two vertical plates / Yang Wen-Jei, Yeh Hsu-Chien // Trans. ASME. Ser. C. J. Heat Transfer. – 1965. – Vol. 87, №2. – P. 319-320.

возможно только в отсутствие вибраций. Увеличение интенсивности вибраций сначала ослабляет проявление вязкопластичных свойств жидкости, а затем они исчезают. При больших вибрационных числах Грасгофа профиль скорости неньютоновской жидкости в слое близок к профилю скорости ньютоновской жидкости, полученному при аналогичных условиях нагрева и вибраций.

В пятой главе изучается устойчивость стационарного конвективного течения жидкости Уильямсона (3) в вертикальном бесконечном слое шириной $2h$, ограниченном твердыми идеально-теплопроводными плоскостями. На границах слоя поддерживаются постоянные разные температуры: $-\theta$ слева, $+\theta$ справа и выполняются условия прилипания.

Для расчета основного стационарного течения и анализа его устойчивости использовались уравнения свободной тепловой конвекции в приближении Буссинеска, где вязкое слагаемое определялось реологическим уравнением Уильямсона. Задача содержит четыре безразмерных параметра: число Грасгофа – Gr , число Прандтля – $Pr = \mu_\infty / (\chi\rho)$ (χ – коэффициент температуропроводности жидкости), и два реологических параметра $D = A / (g\beta\theta\rho h)$ и $b = B\mu_\infty / (g\beta\theta\rho h)$. При анализе результатов обсуждаются зависимости гидродинамических характеристик от параметра $\nu = A / (\mu_\infty B) = D/b$, показывающего отклонение эффективной вязкости при нулевой скорости деформаций от соответствующего значения для ньютоновской жидкости (единицы), и параметра D .

Результаты решения задачи устойчивости для псевдопластической жидкости качественно совпадают с результатами работ Семакина И.Г.⁴, однако, существенно дополняют их, описывая более подробно механизмы неустойчивости и влияние на устойчивость течения различных параметров. В работах Семакина И.Г. для описания реологии жидкостей применялась степенная модель. Для верификации алгоритма и начальных приближений при численных расчетах использовались известные результаты для ньютоновской жидкости⁵.

⁴ Семакин, И.Г. Гидродинамическая устойчивость конвективного течения неньютоновской жидкости в вертикальном слое / И.Г. Семакин // Инженерно-физический журнал. – 1977. – Т. 32, №6. – С. 1065-1070. Семакин, И.Г. Колебательная неустойчивость стационарной конвекции неньютоновской жидкости / И.Г. Семакин // Инженерно-физический журнал. – 1978. – Т. 35, №2. – С. 320-325.

⁵ Гершуни Г.З. Устойчивость конвективных течений / Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкий, А.А. Непомнящий – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1989. – 320 с.

Рассмотрены плоские возмущения, являющиеся наиболее опасными в случае ньютоновской жидкости. Основные расчеты проводились для пределов текучести $D < 0.25$, при которых в вязкопластичной жидкости не возможна реализация устойчивого жесткого состояния. Показано, что для жидкости Уильямсона, как и для ньютоновской жидкости, имеются две моды неустойчивости: гидродинамическая монотонная и тепловая колебательная. Монотонная мода существует при всех значениях числа Прандтля. Колебательная мода при малых значениях числа Прандтля исчезает.

Для малых и умеренных значений параметра ν , соответствующих псевдопластичному поведению жидкости Уильямсона, с усилением псевдопластичных свойств (увеличением ν) минимальное критическое значение модифицированного числа Грасгофа $G_m = Gr_m / (1 + \nu)^2$ (числа Грасгофа, определенного по вязкости при малых скоростях деформаций) для обеих мод неустойчивости монотонно уменьшается. Получены карты устойчивости на плоскости параметров $G_m - Pr$ для различных значений реологического параметра D . Увеличение D приводит к повышению порога устойчивости течения относительно обоих типов возмущений. Показано, что значение числа Прандтля, определяющее переход от монотонной неустойчивости течения псевдопластичной жидкости к колебательной, уменьшается с ростом параметра D .

Для больших значений параметра ν , соответствующих вязкопластичному поведению жидкости Уильямсона, увеличение ν приводит к повышению критического числа Грасгофа Gr_m для обеих мод неустойчивости при всех рассмотренных D (см. рис. 3). При $D < 0.25$, повышение Gr_m с ростом ν происходит до некоторого предельного значения, зависящего от D . При дальнейшем увеличении ν зависимости Gr_m от ν выходят на насыщение, соответствующее вязкопластичному поведению. При обработке численных данных получены зависимости числа Gr_m от ν_c , определяющие переход от псевдопластичного поведения жидкости к вязкопластичному. В случае монотонной моды эта зависимость, показанная кривой 5 на рисунке 3, задается выражением $Gr_m = 496.3 + 3.427 \cdot \nu_c + 1.5 \cdot 10^{-3} \cdot \nu_c^2$.

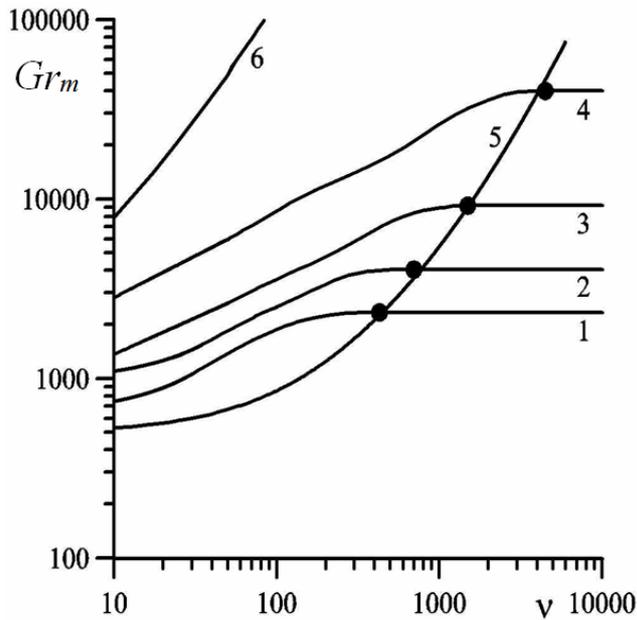


Рис. 3 Зависимости минимального критического числа Грасгофа от v для монотонной моды неустойчивости при D : 0.05 (1), 0.075 (2), 0.1 (3), 0.15 (4), 0.25 (6). Кривая 5 определяет границу перехода от псевдопластичного к вязкопластичному поведению

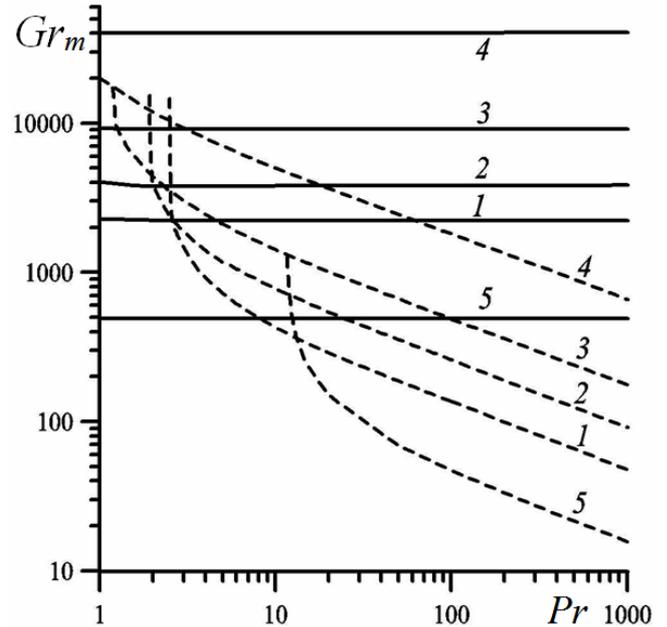


Рис. 4 Карты устойчивости течения вязкопластичной жидкости для монотонной (сплошные линии) и колебательной (штриховые линии) мод неустойчивости при D : 0.05 (1), 0.075 (2), 0.1 (3), 0.15 (4). Кривые 5 соответствуют ньютоновской жидкости

На рисунке 4 приведены карты устойчивости течения вязкопластичной жидкости для различных значений динамического предела текучести. Видно, что пороговое значение числа Прандтля, определяющее переход от монотонной неустойчивости к колебательной, уменьшается с ростом предельного напряжения сдвига D и для $D \leq 0.15$ становится меньше единицы. Пороговое число Грасгофа, напротив, увеличивается с ростом D для обоих типов возмущений.

Проведено прямое численное моделирование пространственно-периодических структур, возникающих в вертикальном слое псевдопластичной жидкости после потери устойчивости стационарного плоскопараллельного течения. Показано, что после потери устойчивости основного течения на границе встречных потоков генерируется периодическая цепочка вихрей. В случае монотонной моды неустойчивости это неподвижные вихри, а при колебательном характере неустойчивости интенсивность и положение вихрей периодически изменяется со временем, что обусловлено распространяющейся вдоль слоя тепловой волной. Рост числа Грасгофа приводит к увеличению амплитуды и частоты пульсаций. Полученные в нелинейных расчетах значения критических

чисел Грасгофа и частоты критических колебательных возмущений близки к найденным в результате линейного анализа устойчивости.

В шестой главе рассматриваются тепло- и массоперенос в жидких металлах или расплавах, который описывался уравнениями тепловой конвекции в приближении Буссинеска с учетом действия на течение электромагнитной силы и наличия джоулева нагрева среды за счет индукционных токов

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \nabla) \vec{u} &= -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \vec{u} + g\beta T \vec{\gamma} + \frac{\mu \mu_0}{\rho} \vec{J} \times \vec{H}, & \frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{u} \nabla) T &= \chi \Delta T + \frac{\vec{J}^2}{\rho c \sigma}, \\ \operatorname{div} \vec{u} &= 0, & \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} + (\vec{u} \nabla) \vec{H} - (\vec{H} \nabla) \vec{u} &= \frac{1}{\mu \mu_0 \sigma} \Delta \vec{H}, & \vec{J} &= \sigma (\vec{E} + \mu \mu_0 [\vec{u} \times \vec{H}]), \end{aligned} \quad (7)$$

где \vec{H} – напряженность магнитного поля, \vec{J} – плотность тока, μ – магнитная проницаемость, μ_0 – магнитная постоянная, σ – удельная электрическая проводимость, c – удельная теплоёмкость, ν – кинематическая вязкость, $\vec{\gamma}$ – единичный вектор, направленный вертикально вверх. Особенностью рассматриваемых жидкостей является их электропроводность, что позволяет управлять переносом тепла и конвективным течением в них с помощью электромагнитных полей.

В параграфе 6.1 решается задача об адвективном течении слабопроводящей жидкости в бесконечном горизонтальном канале прямоугольного сечения, которое вызвано продольным градиентом температуры и находится под влиянием внешнего стационарного магнитного поля, ориентированного в плоскости сечения канала. В нижней части канала жидкость движется в направлении приложенного градиента температуры, а в верхней части – в противоположную сторону. Интенсивность течения и распределение скорости в поперечном сечении зависят от величины и направления магнитного поля. В сильном вертикальном магнитном поле конвективное течение сосредоточено возле углов канала, так, что вместо двух противоположно направленных потоков имеются четыре горизонтальных струи. Интенсивность течения в центре канала пропорциональна Ha^{-2} , а в углах полости пропорциональна Ha^{-1} . Число Гартмана – $Ha = B_0 H \sqrt{\sigma / \rho_0 \nu}$ характеризует величину индукции внешнего магнитного поля B_0 , приложенного к

полости высотой H . В случае горизонтального магнитного поля, направленного поперек полости, наблюдается замедление основного потока с увеличением числа Ha , но менее сильное, чем при вертикальном поле. Изменения в структуре течения в этом случае менее выражены. Можно отметить уменьшение величины горизонтального градиента скорости в центральной зоне течения и рост градиентов в пограничных слоях, формирующихся вблизи стенок канала.

Проанализировано влияние магнитного поля на устойчивость течения для малых чисел Прандтля в диапазоне $0 \div 0.15$, в котором наиболее опасными являются монотонные возмущения с конечной длиной волны. Магнитное поле в большинстве случаев подавляет эти возмущения, причем стабилизирующее действие вертикального магнитного поля более сильное, чем горизонтального. Обнаружено, что в случае горизонтального магнитного поля для $Pr \rightarrow 0$ порог устойчивости понижается с ростом числа Гартмана при малых и умеренных Ha и повышается при больших Ha (см. рис. 5). Эффект дестабилизации наиболее заметен, когда ширина канала L меньше его высоты H ($l = L/H < 1$). Для канала квадратного сечения ($l = 1$) имеет место слабая дестабилизация, а когда ширина канала в 1.5 раза превышает его высоту эффект исчезает.

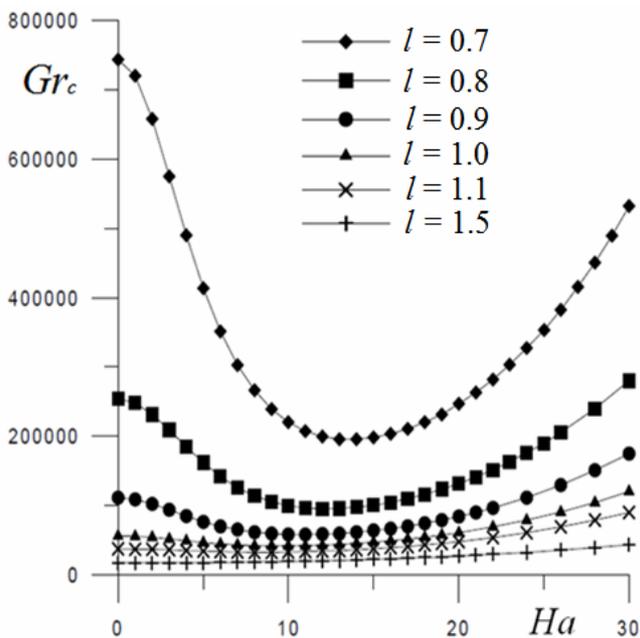


Рис. 5 Зависимости минимального критического числа Грасгофа от числа Гартмана для горизонтального магнитного поля при $Pr = 0$ и различных значениях l

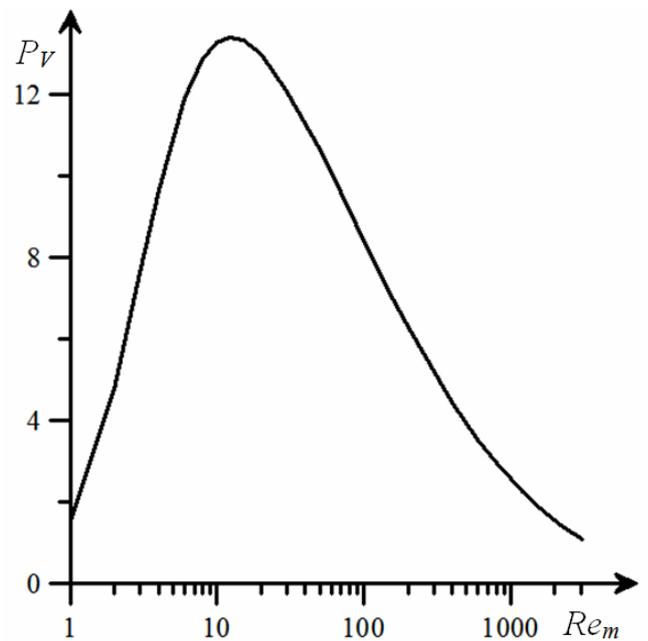


Рис. 6 Зависимость суммарной мощности тепловыделения от магнитного числа Рейнольдса

В параграфе 6.2 для осесимметричной геометрии сформулирована математическая модель конвекции парамагнитного металлического расплава в переменном неоднородном магнитном поле, учитывающая как медленные процессы, определяемые осредненными величинами, так и быстрые пульсационные явления, вызванные взаимодействием переменного неоднородного магнитного поля и индукционных токов в расплаве. Проведено разделение полной задачи (7) на две подзадачи: о диффузии магнитного поля в расплав и о конвекции расплава в переменном магнитном поле. Рассчитаны распределения индукционных магнитных полей и токов для различных значений магнитного числа Рейнольдса $Re_m = \mu\mu_0\sigma R_0^2\omega$, характеризующего интенсивность влияния внешнего поля индуктора на расплав, где $\mu \approx 1$ – магнитная проницаемость расплава, μ_0 – магнитная постоянная, σ – удельная проводимость расплава, R_0 – внутренний радиус тигля индукционной печи, ω – частота пульсаций магнитного поля. На рисунке 6 представлена зависимость интегральной мощности тепловыделения в объеме расплава P_V от магнитного числа Рейнольдса. Показано, что оптимальный режим прогрева парамагнитного образца в переменном неоднородном магнитном поле происходит при $Re_m \approx 12$.

Седьмая глава посвящена исследованию устойчивости стационарного плоскопараллельного адвективного течения двухкомпонентной смеси в плоском горизонтальном слое, ограниченном сверху и снизу идеально-теплопроводными твердыми границами. На границах слоя для скорости выполняются условия прилипания, и задается распределение температуры, соответствующее однородному продольному градиенту температуры. Задача решается с учетом эффекта термодиффузии (эффекта Соре), эффектом диффузионной теплопроводности (эффектом Дюфора) пренебрегается. Считаются выполненными условия замкнутости течения и замкнутости потока вещества (примеси). Поток вещества через твердые границы отсутствует. Особенностью двухкомпонентной смеси является линейная зависимость её плотности от температуры и концентрации легкой компоненты: $\rho = \langle \rho \rangle (1 - \beta_1 T - \beta_2 C)$, где $\langle \rho \rangle$ – плотность смеси при средних значениях температуры и концентрации; T и C – отклонения от средних значений, которые предполагаются малыми;

β_1 – коэффициент теплового расширения смеси, β_2 – концентрационный коэффициент плотности ($\beta_2 > 0$). Безразмерные уравнения свободной конвекции смеси в приближении Буссинеска с учетом эффекта термодиффузии имеют вид

$$\frac{1}{Pr} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \nabla \bar{u} \right) = -\nabla p + \Delta \bar{u} + Ra(T + C) \bar{\gamma}, \quad \text{div} \bar{u} = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \bar{u} \nabla T = \Delta T, \quad \frac{\partial C}{\partial t} + \bar{u} \nabla C = \frac{1}{Le} (\Delta C - \varepsilon \Delta T).$$

Задача определяется четырьмя безразмерными критериями: $\varepsilon = -\alpha \beta_2 / \beta_1$ – параметр разделения; $Ra = g \beta_1 A h^4 / (\nu \chi)$ – число Релея; $Pr = \nu / \chi$ – число Прандтля; $Le = \chi / D$ – число Льюиса, где h – полутолщина слоя, A – величина продольного градиента температуры, g – ускорение силы тяжести, ν и χ – коэффициенты кинематической вязкости и температуропроводности смеси; D – коэффициент диффузии; $\alpha = k_T / T$, где k_T – термодиффузионное отношение, T – абсолютная температура. Зависимостью параметра α и остальных кинетических коэффициентов от температуры пренебрегается.

При нормальном эффекте Соре ($\varepsilon > 0$) термодиффузия ведет к накоплению легкой компоненты смеси в той части слоя, где выше температура. Плотность смеси в области высокой температуры понижается вследствие теплового расширения и обогащения легкой компонентой, что приводит к увеличению скорости конвективного движения. При аномальном эффекте Соре ($\varepsilon < 0$) термодиффузия ведет к накоплению легкой компоненты смеси в той области слоя, где температура ниже, происходит торможение потока. При $\varepsilon = -1$ скорость обращается в нуль вместе с градиентом плотности, при любых Ra реализуется состояние равновесия. При $\varepsilon < -1$ происходит смена знака скорости, обусловленная изменением знака градиента плотности.

Исследована устойчивость стационарного адвективного течения для трех смесей: жидкометаллического расплава с $Pr = 0.01, Le = 1000$; газовой смеси с $Pr = 0.7, Le = 13/7$; раствора соли в воде с $Pr = 6.7, Le = 101$. Результаты численных расчетов представлены в виде карт устойчивости на плоскости $Ra - \varepsilon$. Адвективное течение приводит к формированию плотностной вертикальной

стратификации, которая является потенциально неустойчивой в слоях жидкости, прилегающих к границам, и потенциально устойчивой в центральной части слоя. Нормальный эффект Соре усиливает обе стратификации, поэтому он оказывает стабилизирующее действие на гидродинамическую моду неустойчивости, порождаемую вихрями, локализованными на границе встречных потоков, и дестабилизирует релеевскую моду, связанную с развитием возмущений в областях неустойчивой стратификации. При малых Pr , когда в отсутствие термодиффузии за неустойчивость течения ответственны гидродинамические возмущения, нормальный термодиффузионный эффект оказывает стабилизирующее действие. Однако это действие слабое, поскольку с ним конкурирует эффект увеличения интенсивности адвективного течения вследствие возрастания продольного градиента плотности. При достаточно больших Pr , когда в отсутствие термодиффузии наиболее опасными являются релеевские моды неустойчивости, нормальный термодиффузионный эффект приводит к дестабилизации, причем теперь оба эффекта – и увеличение интенсивности течения, и усиление стратификации работают в одну сторону, так что дестабилизация оказывается сильной. В области аномальной термодиффузии и небольших по модулю значениях ε имеют место эффекты, аналогичные описанным выше. При достаточно больших по модулю отрицательных значениях параметра разделения амплитуда скорости адвективного течения уже не является однозначной функцией параметров, т.е. возможна реализация трех стационарных режимов. При этом средняя ветвь решений всегда неустойчива, нижняя ветвь почти всюду устойчива, а для верхней ветви появляются новые термоконцентрационные механизмы неустойчивости, которые проявляют себя при значительно меньших числах Релея, чем гидродинамический и релеевский механизмы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей диссертации:

1. Получены уравнения, описывающие пульсационное и осредненное течения степенной дилатантной жидкости в вязком пограничном слое вблизи твердой

поверхности, и эффективное граничное условие на внешней границе пограничного слоя. Показано, что увеличение показателя неньютоновости приводит к увеличению амплитуды пульсационного течения и уменьшению интенсивности осредненного течения.

2. Показано, что при обтекании бесконечно-длинного твердого цилиндра пульсационным потоком вязкопластичной жидкости вблизи него образуются жидкие и жесткие зоны, взаимное расположение которых изменяется в течение периода пульсаций. Осредненное течение вязкопластичной жидкости качественно отличается от течения ньютоновской жидкости.

3. Изучено влияние касательных вибраций на движение слоя вязкопластичной жидкости по наклонной твердой поверхности. Показано, что вибрации порождают течение даже при слабом гравитационном воздействии, когда в отсутствие вибраций слой, находясь в жестком состоянии, покоится на твердой поверхности. При несимметричных вибрациях возможно движение слоя против поля тяжести. Получены немонотонные зависимости расхода жидкости от периода вибраций наклонной плоскости. Определены значения пороговых амплитуд скорости вибраций твердой поверхности a_c , при достижении которых в слое возможна генерация осредненного движения.

4. Показано, что неустойчивость стационарных плоскопараллельных течений наклонных слоев вязко- и псевдопластичных жидкостей связана с колебательными длинноволновыми возмущениями свободной поверхности. Усиление гравитационного воздействия приводит к снижению порога устойчивости течения и уменьшению частоты наиболее опасных возмущений. Показано, что для вязкопластичной жидкости при сильном гравитационном воздействии, а для псевдопластичной жидкости при слабом и сильном гравитационном воздействиях, критическое число Рейнольдса прямо пропорционально тангенсу угла наклона слоя.

5. Выполнено обобщение уравнений термовибрационной конвекции в поле малоамплитудных высокочастотных неакустических вибраций и условия существования квазиравновесных состояний на класс неоднородно-нагретых обобщенных ньютоновских жидкостей. Показано, что наклонный слой

вязкопластичной жидкости в поле высокочастотных вибраций может находиться в жестком состоянии при произвольной ориентации вектора градиента температуры $-\vec{m}$, но вибрации должны быть направлены вдоль \vec{m} .

6. Найдено, что жесткое состояние вязкопластичной жидкости может стать неустойчивым при ориентациях слоя, близких к вертикали или горизонтали. Высокочастотные вибрации стабилизируют жесткое состояние слоя.

7. Исследовано конвективное движение вязкопластичной жидкости в плоском вертикальном слое при нагреве сбоку в присутствии высокочастотных продольных вибраций. Показано, что с увеличением интенсивности вибраций проявление вязкопластичных свойств жидкости ослабляется.

8. Получены карты устойчивости стационарного плоскопараллельного конвективного течения жидкости Уильямсона в вертикальном слое. Показано, что пороговое значение числа Прандтля, определяющее переход от монотонной неустойчивости течения жидкости к колебательной, уменьшается с усилением её неньютоновских свойств. Получены зависимости числа Гразгофа от реологических параметров жидкости, определяющие переход от псевдопластичного поведения жидкости к вязкопластичному. При вязкопластичном поведении усиление неньютоновских свойств приводит к стабилизации течения относительно обеих мод неустойчивости.

9. Получены численные данные о пространственно-периодических структурах, возникающих в вертикальном слое псевдопластичной жидкости после потери устойчивости стационарным плоскопараллельным течением.

10. Показано, что стационарное магнитное поле в большинстве случаев подавляет монотонные гидродинамические возмущения, которые при малых числах Прандтля определяют неустойчивость стационарного адвективного течения в горизонтальном канале прямоугольного сечения. Стабилизирующее действие вертикального магнитного поля является более сильным, чем горизонтального. В пределе нулевого числа Прандтля обнаружено дестабилизирующее действие горизонтального магнитного поля на течение жидкости. Эффект дестабилизации наиболее заметен, когда ширина канала меньше его высоты и исчезает в широких каналах.

11. Сформулирована математическая модель конвекции металлического расплава в переменном высокочастотном неоднородном магнитном поле, учитывающая явления вызванные взаимодействием поля и индукционных токов в расплаве. Рассчитаны распределения индукционных магнитных полей и токов для различных значений магнитного числа Рейнольдса. Показано, что оптимальный режим прогрева парамагнитного образца происходит при значении магнитного числа Рейнольдса, близком к 12.

12. Показано, что при малых числах Прандтля нормальный термодиффузионный эффект оказывает слабое стабилизирующее действие на гидродинамические возмущения, возникающие в стационарном адвективном течении бинарной смеси в плоском горизонтальном слое с твердыми идеально-теплопроводными границами. При достаточно больших числах Прандтля, когда наиболее опасны релеевские моды неустойчивости, нормальный термодиффузионный эффект приводит к сильной дестабилизации течения. В случае аномальной термодиффузии при небольших по модулю значениях параметра разделения имеют место аналогичные эффекты. Для отрицательных значений параметра разделения найдены новые термоконцентрационные моды неустойчивости.

Перспективы применения результатов связаны с моделированием технологических процессов в пищевой, химической, нефтехимической и нефтедобывающей отраслях промышленности, а также с совершенствованием реометрических методик. Возможно применение результатов для изучения оползней, селевых потоков и снежных лавин. На основе результатов, представленных в диссертации, возможно дальнейшее развитие исследований нестационарных и неизотермических течений неньютоновских жидкостей. Важным практическим приложением результатов по адвективным течениям проводящих жидкостей и бинарных смесей является выращивание кристаллов горизонтальным методом Бриджмена. Результаты диссертации могут быть применены при разработке методик управления движением жидкостей с помощью магнитных полей. Например, на основе построенной в диссертации математической модели индукционного нагрева и тепло- массопереноса

парамагнитного расплава планируется создать рекомендации по оптимизации процесса индукционной плавки, позволяющие увеличить энергоэффективность процесса и повысить степень чистоты получаемого продукта.

СПИСОК РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Любимов, Д.В. Генерация осредненного течения вблизи твердой стенки на фоне пульсационного поля скоростей в дилатантной жидкости / Д.В. Любимов, А.В. Перминов // Вибрационные эффекты в гидродинамике: сборник статей. – Пермь: Изд-во Пермского университета, 1998. – С. 222 – 236.
2. Любимов, Д.В. Движение вязкопластичной жидкости вблизи твердого тела / Д.В. Любимов, А.В. Перминов // Вестник ПГТУ. Прикладная математика и механика. – 30. – №1. – С. 63-80.
3. Любимов, Д.В. Движение пленки бингамовского пластика по вертикальной твердой стенке / Д.В. Любимов, А.В. Перминов // Вибрационные эффекты в гидродинамике: сборник статей. – Пермь: Изд-во Пермского университета, 2001. – С. 201-213.
4. **Lyubimov, D.V. Motion of a thin oblique layer of a pseudoplastic fluid / D.V. Lyubimov, A.V. Perminov // Journal of Engineering Physics and Thermophysics – 2002. - Vol. 75, No. 4 – P. 920-924.**
5. Перминов, А.В. Устойчивость стационарного течения пленки вязкопластичной жидкости / А.В. Перминов // Вестник ПГТУ. Прикладная математика и механика. – 2004 – №1. – С. 77 – 84.
6. Lyubimov, D.V. Static magnetic field influence on linear stability of advective flow in a horizontal channel of rectangular cross-section / D.V. Lyubimov, T.P. Lyubimova, A.V. Perminov, D. Henry, H. Ben Hadid // Proceedings of International Conference “Advanced Problems in Thermal Convection”. – 2004. – P. 49–55.
7. Любимова, Т.П. Устойчивость адвективных течений бинарной смеси в плоском горизонтальном слое / Т.П. Любимова, Д.А. Никитин, А.В. Перминов // Зимняя школа по механике сплошных сред (пятнадцатая). Пермь 2007. Сборник статей. В 3-х частях. Часть 2. – Екатеринбург: Изд-во УрО РАН, 2007. – С. 340–343.
8. Любимова, Т.П. Исследование устойчивости адвективного течения двухкомпонентной смеси в плоском горизонтальном слое с теплопроводными границами / Т.П. Любимова, А.В. Перминов // Всероссийская конференция молодых ученых (с международным участием)

- «Неравновесные процессы в сплошных средах», материалы конференции. – Пермь, 2007. – С. 298 - 301.
9. Любимов, Д.В. Движение тонкого наклонного слоя вязкопластичной жидкости в поле неоднородных вибраций [Электронный ресурс] / Д.В. Любимов, А.В. Перминов // Труды XVI Зимней школы по механике сплошных сред (механика сплошных сред как основа современных технологий) – Пермь: ИМСС УрО РАН, 2009. – Электрон. оптич. диск. (CD-ROM).
 10. Lyubimov, D.V. Stability of convection in a horizontal channel subjected to a longitudinal temperature gradient. Part 2. Effect of a magnetic field / D.V. Lyubimov, T.P. Lyubimova, A.V. Perminov, D. Henry, H. Ben Hadid // *J. Fluid Mech.* – 2009. – Vol. 635 – P. 297-319.
 11. Любимов, Д.В. Устойчивость адвективного течения бинарной смеси в плоском горизонтальном слое с идеально теплопроводными границами / Д.В. Любимов, Т.П. Любимова, Д.А. Никитин, А.В. Перминов // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа.* – 2010. – № 3. – С. 129–139.
 12. Любимов, Д.В. Воздействие несимметричных вибраций на движение тонкого слоя вязкопластичной жидкости / Д.В. Любимов, А.В. Перминов // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа.* – 2011. – № 1. – С. 30–41.
 13. Перминов, А.В. Воздействие высокочастотных вибраций на конвективное движение неньютоновской жидкости / А.В. Перминов, Е.В. Шулепова // *Научно–технические ведомости СПбГПУ. Серия «Физико-математические науки».* – 2011. – Т.129, №3. – С.169–175.
 14. Перминов, А.В. Равновесные состояния обобщенной ньютоновской жидкости / А.В. Перминов // *Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки.* – 2012.– Т.146, № 2. –С. 163 – 169.
 15. Любимов, Д.В. Устойчивость стационарного движения слоя неньютоновской жидкости / Д.В. Любимов, А.В. Перминов // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа.* – 2012. – № 6. – С. 15–23.
 16. Lyubimova, T.P. Stability of the advective flow of a binary mixture in a horizontal layer with adiabatic boundaries / Tatyana P. Lyubimova, Dmitriy V. Lyubimov, Dmitriy A. Nikitin, Anatolii V. Perminov. // *Comptes Rendus - Mecanique.* – 2013. – Vol. 341, №4–5. – P. 483–489.
 17. Nikulin, I.L. Mathematical model of conducting fluid convection in a non-uniform alternating magnetic field / I.L. Nikulin, A.V. Perminov, A.I. Tsaplin // *Magnetohydrodynamics.* – 2013. – Vol. 49, No. 1. – P. 203–209.
 18. Никулин, И.Л. Моделирование индукционных процессов в проводящем цилиндре, помещенном в неоднородное переменное магнитное поле / И.Л. Никулин, А.В. Перминов // *Научно-технические ведомости*

- СПбГПУ. Физико-математические науки. – 2013. – Т.165, №1. – С. 188-195.
19. Никулин, И.Л., Математическая модель конвекции никелевого расплава при индукционном переплаве. Решение магнитной подзадачи / И.Л. Никулин, А.В. Перминов // Вестник Пермского Национального Исследовательского Политехнического Университета. Механика. – 2013. – №3. – С. 192-209.
 20. Перминов, А.В. Устойчивость жесткого состояния обобщенной ньютоновской жидкости / А.В. Перминов // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. – 2014. – № 2. – С. 6-15.
 21. Perminov, A.V. Nonstationary movement of a generalized newtonian liquid about a solid body / A.V. Perminov // Journal of Engineering Physics and Thermophysics - 2014 - Vol. 87, No.1 - P.145-153
 22. Перминов, А.В. Устойчивость стационарного плоскопараллельного течения псевдопластической жидкости в плоском вертикальном слое / А.В. Перминов, Т.П. Любимова // Вычислительная механика сплошных сред. – 2014. – Т. 7, № 3. – С. 270-278.
 23. Перминов, А.В. Устойчивость течения вязкопластичной жидкости в плоском вертикальном слое / А.В. Перминов, Т.П. Любимова // XIX зимняя школа по механике сплошных сред. Сборник статей. – Екатеринбург: РИО УрО РАН, 2015. – С. 243- 249
 24. Никулин, И.Л. Математическое моделирование тепломассопереноса в расплаве в тигле индукционной печи / И.Л. Никулин, А.В. Перминов // XIX зимняя школа по механике сплошных сред. Сборник статей. – Екатеринбург: РИО УрО РАН, 2015. – С. 224- 229.
 25. Lyubimova, T.P. Stability of stationary plane-parallel flow of viscoplastic fluid between two differentially heated vertical plates / T.P. Lyubimova, A.V. Perminov // Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics. – 2015. - Vol.224. - P.51–60.

Подписано в печать2016. Формат 60×84/16.

Усл. печ. л. 2. Тираж 100 экз. Заказ №

Отпечатано _____