# Атомно-силовая микроскопия как эффективный инструмент исследования структуры и механических свойств полимерных материалов на микро- и наноуровне

### Гаришин О.К.

Описаны основные принципы работы атомно-силового микроскопа (ACM) – одного из наиболее перспективных инструментов изучения наноструктурированных материалов. Представлены экспериментальные результаты исследования структуры и локальных механических свойств полимерных материалов и нанокомпозитов на их основе. Описаны результаты теоретического моделирования контактного режима работы ACM, необходимые для адекватной обработки и расшифровки экспериментальных данных. Определены условия применимости стандартных методик, используемых при расшифровке ACM-сканирования для случая полимерных материалов.

#### Как работает атомно-силовой микроскоп

**P**азвитие современных нанотехнологий в области материаловедения требует все более глубоких знаний о внутреннем строении материалов и их физических свойствах на микро-, мезо- и наноуровне. Научившись эффективно управлять происходящими в этих масштабах процессами и явлениями, можно целенаправленно создавать материалы с принципиально новыми потребительскими качествами, недостижимыми в рамках использования традиционных технологий.

Одним из наиболее перспективных инструментов решения этой проблемы является атомно-силовая микроскопия (ACM) [1]. Изобретенный еще в 1986 г. Гердом Бинингом, Келвином Куэйтом и Кристофером Гербером [2] сканирующий атомно-силовой микроскоп (Нобелевская премия по физике за 1986 г.) в настоящее время широко используется в самых разных областях современной науки – физике, химии, биологии и др. ACM успешно применяется и в материаловедении при исследовании морфологии и локальных физико-механических свойств материала на наноструктурном уровне (т.е. в масштабах, когда уже надо учитывать эффекты, связанные с особенностями молекулярного строения вещества, хотя сам материал еще можно считать сплошной средой). Сегодня уже хорошо известно, что физические свойства наночастиц и кластеров, определяемые их чрезвычайно высокой удельной поверхностью, могут очень существенно отличаться от макроскопических характеристик. Например, если объем кристалла золота уменьшается до 5 нм, то температура плавления снижается на несколько сотен градусов [3].

С помощью ACM ученые могут сегодня определять наноструктурные локальные упругие модули [4, 5], параметры упрочнения [6], ползучести [7], остаточные напряжения [8]. Данные технологии позволяют непосредственно наблюдать и количественно оценивать такие нанопроцессы, как появление дислокаций, возникновение сдвиговой нестабильности, фазовые переходы и многие другие явления, недоступные для ранее известных технологий [9].

В основе работы АСМ лежит силовое взаимодействие между исследуемой поверх-

ностью и консольной балкой (кантилевером) с острым кремниевым щупом на свободном конце. Как правило, этот щуп (зонд) имеет форму конуса со скругленной вершиной. Длина балки составляет около 100–200 мкм, высота конуса 1–3 мкм. Радиус вершины зонда (который и определяет разрешающую способность прибора) у современных кантилеверов варьируется от 1 до 50 нанометров. Сила, действующая на зонд со стороны поверхности, приводит к изгибу консоли. Регистрируя величину изгиба, можно контролировать силу взаимодействия щупа с исследуемым объектом. В современных микроскопах для этого используются оптические методы (рис. 1). Оптическая система АСМ юстируется таким образом, чтобы излучение полупроводникового лазера фокусировалась на консоли зондового датчика, а отраженный луч попадал на регистрирующий фотодиод. Достаточно полное популярное описание принципов работы АСМ можно найти, например, в [10, 11].



Рис. 1. Принципиальная схема работы атомно-силового микроскопа. 1 – лазер, 2 – приемный фотодиод, 3 – кантилевер, 4 – щуп, 5 – основание

В зависимости от характера действия силы между кантилевером и поверхностью образца выделяют три режима работы атомно-силового микроскопа: контактный, бесконтактный, полуконтактный.

В бесконтактном режиме пьезовибратором возбуждаются колебания зонда на некоторой частоте (чаще всего резонансной). Сила, действующая со стороны поверхности (чаще всего Ван-дер-Ваальса), приводит к сдвигу амплитудно-частотной и фазово-частотной характеристик зонда. По этому сдвигу можно судить о рельефе поверхности. Основное достоинство – зонд не «травмирует» образец; недостаток – нельзя получить информацию о механических свойствах поверхности.

В полуконтактном режиме также возбуждаются колебания кантилевера. В нижнем полупериоде колебаний кантилевер касается поверхности образца. Такой метод является промежуточным между полным контактом и полным бесконтактом.

В контактном режиме (его еще называют наноиндентацией) вершина зонда находится в непосредственном соприкосновении с поверхностью и монотонно вдавливается в образец. Последние два режима представляют наибольший интерес, так как они позволяют получать данные не только о рельефе поверхности, но и об ее локальных механических свойствах.

# Экспериментальное изучение структуры и механических свойств полимеров с помощью АСМ

**B** 2008 г. в ИМСС УрО РАН был установлен и введен в действие атомно-силовой микроскоп Pacific Nano-DRT, после чего в лаборатории «Микромеханики структурно-неоднородных сред» (зав. лаб. А.Л. Свистков) начались систематические исследования наноструктуры и механических свойств различных полимерных материалов (эластомеров, резин, наполненных термопластов и т.п.), а также и композитов на их основе.

Так, при финансовой поддержке РФФИ и Министерства промышленности, инноваций и науки Пермского края были проведены экспериментальные исследования структуры полимеров полиолефиновой группы (термопластов) и композитов с силикатным нанонаполнителем на их основе. Основным объектом для изучения был выбран полиэтилен ПЭ 107-02К, наполненный ультратонкими слоистыми силикатными частицами модифицированной глины марки Cloisite 20А. По химическому составу это Na<sup>+</sup>-монтмориллонит, модифицированный поверхностно-активными веществами (ПАВ). Степень наполнения исследуемых нанокомпозитов варьировалась от 0 до 15 мас%. ПЭ 107-02К – это широко распространенный промышленный полиэтилен низкой плотности (0,91 г/см<sup>3</sup>). Степень кристалличности составляет примерно 50 %, то есть в нем существуют хорошо выраженные надмолекулярные образования – кристаллиты. Проведенные механические макроиспытания показали, что начальный модуль упругости в зависимости от концентрации частиц изменялся от 70 МПа (чистый полимер) до 180 МПа (наполнение 15 мас%).

При исследовании наноструктуры таких материалов возникает одна серьезная проблема. В отличие от более мягких эластомеров, которые легко поддаются обработке стандартным режущим инструментом, поверхность полиэтиленового образца значительно труднее подготовить для АСМ сканирования. Кроме того, хорошо выраженная пластичность, присущая термопластам, способствует появлению остаточных деформаций на разрезаемой поверхности образца (и изменению механических свойств поверхности по сравнению с внутренними областями). Известная технология выделения кристаллитов за счет облучения образца мощным потоком ультрафиолетового излучения («выжигание» аморфной фазы) была недоступна нам ввиду отсутствия соответствующего оборудования. Поэтому была разработана специальная методика подготовки полимерной поверхности, основанная на предварительной термической обработке полимера. Образец в виде таблетки диаметром 5 мм и высотой 2–3 мм помещался в печь, нагревался до температуры, близкой температуре плавления (120-140 °C), и выдерживался определенное время (30 минут). Далее температура понижалась до 90-95 °С, и материал выдерживался еще два часа. В результате такой термической обработки в полиэтилене происходило сначала расплавление кристаллитов, а затем их восстановление (рекристаллизация) - «отжиг» материала. Убирались возможные при изготовлении образца повреждения на его поверхности, а кристаллитные образования становились более «рельефными».

Эксперименты проводили на атомно-силовых микроскопах Nano-DST и Bruker Icon. ACM сканирование проводилось в полуконтактном режиме наномеханического картирования (PeakForce QNM). В этом случае зонд движется с гармонической частотой 2 Гц в нормальной к образцу плоскости, «постукивая» о поверхность. Информация о локальных физических свойствах определяется из анализа амплитуды отскока и сдвига по фазе. Одновременно с рельефом строились карты таких механических характеристик поверхности образца, как адгезия  $F_{adh}$  и жесткость  $E_s$ . Измеряемый локальный модуль по модели Дерягина-Мюллера-Торопова [12, 13] (в основе которой лежит решение Герца плюс учет адгезии между зондом и поверхностью образца):

$$Es=3/4(1-v_s^2)(F-Fadh)/(Ru3)^{0.5}$$

здесь *F*<sub>adh</sub> – это максимальная сила на обратном ходе зонда АСМ, когда происходит прерывание его контакта с поверхностью, *u* – глубина внедрения зонда, *F* – сила на конце кантилевера, *v*<sub>s</sub> – коэффициент Пуассона образца.

Для исследований были выбраны образцы ПЭ 107-02К с наполнением 0 и 15 мас%. Сканировали квадратные области со стороной 1,5, 5 и 15 мкм. Большие 15-микронные сканы использовались для получения общего представления о структуре материала – кристаллитные образования и включения на них видны плохо. На малых сканах эти структуры выявляются намного лучше, особенно на 1,5-микронных. В результате была проведена оценка размеров и формы, как кристаллитов, так и силикатных включений, а также проведена оценка их механических свойств [14].

На рисунках 2, 3 и 4 показаны ACM сканы рельефа, жесткости и адгезии для ПЭ 107-02К с 15 мас% содержанием нанонаполнителя. Все три картинки построены для одного и того же участка поверхности размером 1,5 на 1,5 мкм.



Рис. 2. АСМ-скан рельефа наполненного полиэтилена (15 мас%). Впадины отображаются темным цветом, возвышенности – светлым. Светлое пятно в центре – силикатное включение. Полосы – кристаллитные образования с аморфной фазой между пластинами





Рис. 3. АСМ-скан жесткости (E<sub>s</sub>) наполненного полиэтилена (15 мас%). Максимальные значения отображаются темно-красным, минимальные – синим,

Рис. 4. АСМ-скан адгезии (F<sub>adh</sub>) наполненного полиэтилена (15 мас%). промежуточные значения по возрастанию: голубой – зеленый – желтый

Установлено, что наибольшей жесткостью и наименьшей адгезией обладали частицы нанонаполнителя. Их жесткость достигала 1000 МПа. На самом деле она могла быть и выше, так как эти значения находились на пределе верхнего порога чувствительности кантилевера (конструк тивная особенность прибора такова, что все, что выше, он показывает как 1000 МПа). Сила прилипания к силикатным включениям соответствовала примерно 0,1-2 нН, то есть практически отсутствовала. Аморфная фаза была наименее жесткой – от 15 до 30 МПа, но обладала наибольшей адгезионной способностью – около 15-20 нН. Жесткостные и адгезионные характеристики кристаллитов лежали где то посередине: примерно 300 МПа и 7 нН соответственно.

Частицы наполнителя на сканах имеют форму плоских «монеток» с характерным диаметром порядка 80–100 нм. Кристаллиты, выходящие на поверхность образца, представляют собой образования из нескольких слабоизогнутых пачек параллельных пластин толщиной 30–60 нм. Количество этих слоев варьируется в пределах от 10 до 20.

Судя по полученным сканам (если сравнивать топологию наполненного и ненаполненного ПЭ), можно сделать вывод, что наличие частиц наполнителя слабо влияет на процесс кристаллизации.

### Картографирование АСМ-сканов

Нами была разработана методика топографического описания полученной с помощью атомно-силового микроскопирования поверхности (АСМ-скан), основанная на «картографическом» представлении ее рельефа. В ее основе лежит идея о введении нулевого уровня рельефа, относительно которого можно определить такие понятия как «равнины», «впадины» и «возвышенности» [15].

Методика реализована в виде программы в вычислительном пакете MatLab. На входе в программу задается полученный на атомно-силовом микроскопе трехмерный массив абсолютных координат точек сканирования поверхности (*x* и *y* – положение точки на плоскости, *z* – абсолютное отклонение зонда ACM по вертикали без учета его внедрения в образец). Далее определяется перепад высот *h* как разность между максимальным и минимальным значениями *z*. Величина *h* разбивается на *n* интервалов  $\Delta z$ , и для каждого из них вычисляется площадь тех частей поверхности, координаты *z* которых попали в этот интервал. Значение *z*, при котором площадь *S* максимальна, и принимается за нулевой уровень *z*<sub>0</sub>. Главное достоинство данного алгоритма состоит в том, что он исключает искажающее влияние очень больших, но узких пиков или трещин (обычно это какие-то искусственно нанесенные царапины), то есть показывает действительно тот уровень, на который приходится основная часть исследуемой поверхности.

Если взять интервал  $\Delta z$  очень малым, функция S(z) будет пульсирующей около некоторой кривой. Если увеличить значение  $\Delta z$ , то функция S(z) сольется с кривой, около которой были пульсации при малых значениях  $\Delta z$ . Если еще больше увеличивать значение  $\Delta z$ , то функция S(z) начнет «расплываться». По своему физическому смыслу кривая, около которой были пульсации при малом значении  $\Delta z$ , является плотностью распределения площади поверхности образца по высотам. Ее можно использовать для вычисления среднего значения высот, впадин, дисперсий и других статистических характеристик.

По аналогии с цветами, принятыми для физических географических карт, оттенками зеленого цвета обозначались «равнины», синего – «впадины», коричневого – «возвышенности». Границы смены цветов являются линиями постоянного уровня. Полученные с помощью данной программы картины и их сравнение со стандартными АСМ изображениями приведены на рис. 5, а и 5, б. Таким образом, использование данной программы позволяет радикально улучшать «читаемость» экспериментальных результатов и проводить их статистический анализ.

## Как обрабатывается полученная с помощью АСМ информация. Моделирование взаимодействия зонда АСМ с поверхностью

В процессе эксперимента зонд АСМ сканирует выбранную поверхность образца. Получаемые при этом данные представляют собой зависимости между координатами точек сканирования, силой реакции (*F*), действующей на зонд, и глубиной проникновения вершины щупа в исследуемый материал (*u*). Эти результаты



Рис. 5. Изображение поверхности, полученной на ACM (a), и после картографической обработки (б)

сами по себе (без дополнительных знаний о предмете исследований) малоинформативны, поэтому требуется их дальнейшая теоретическая расшифровка с привлечением различных физических и механических моделей. Их разработка является актуальной фундаментальной задачей, которой в настоящее активно занимаются многие исследователи как в России, так и за рубежом.

Стандартное математическое обеспечение, поставляемое для расшифровки результатов атомно-силового сканирования (ACM), базируется в основном на моделях, использующих классическое решение задачи Герца о контакте двух линейно-упругих сфер (или сферы и плоского полупространства, если одна из них имеет бесконечно большой радиус). В большинстве случаев этого вполне достаточно. Однако существуют такие ситуации, когда решение Герца следует применять с большой осторожностью. Например: 1) очень «мягкие» материалы, когда зонд АСМ проваливается в образец на большую глубину; 2) зонд и материал контактируют не по нормали, а под углом; 3) поверхность образца может смещаться под действием давления зонда; 4) материал анизотропен и т.д. Остановимся на этих вопросах подробнее.

Механическую реакцию от взаимодействия зонда ACM и поверхности образца определяли из решения контактной краевой задачи о вдавливании жесткого конуса со скругленной вершиной в более мягкую поверхность заданной формы (не обязательно плоскую) (рис. 6).

Решение искали численно – методом конечных элементов (как в линейной, так и в нелинейно-упругой постановке). В результате получали зависимости силы упругой реакции от механических свойств материала образца и геометрических характеристик зонда: радиуса вершины *R* и угла раствора конуса α.

На рис. 7 представлены зависимости силы реакции (*F*), действующей на зонд, от глубины его проникновения в материал (*u*), рассчитанные по формуле Герца и численно («неогуковый» материал) ( $\alpha = 40^{\circ}$ ). *C*<sub>s</sub> – неогуковая упругая постоянная. Для несжимаемой среды Сs соотносится с начальным модулем Юнга как *E*<sub>s</sub> = 6 *C*<sub>s</sub>. Из графиков видно, что расхождение классического решения Герца [16] с нелинейно-упругим решением начинается при *u*/*R* > 0,4 (причем нелинейно-упругое решение лежит ниже). При меньших значениях ее вполне можно использовать.

Следует отметить, что в зависимости от механических свойств, испытываемых на АСМ материалов, используются различные зонды с различными геометрическими





Рис. 7. Зависимости силы реакции, действующей на зонд от глубины его проникновения в материал. 1 – формула Герца, 2 – численное нелинейно-упругое решение (неогук)

характеристиками, что, конечно, должно сказываться на процессе наноиндентации. При определении зависимости *F* от  $\alpha$  значения аргумента варьировались от 0 (цилиндрический зонд со скругленной вершиной радиуса *R*) до 90°. Полученные зависимости представлены на рис. 8. Расчеты показали, что величина угла раствора конуса зонда начинает существенно влиять на силу реакции, когда глубина внедрения зонда в образец достигает значений 3–4*R*, то есть этот фактор надо обязательно учитывать при описании больших деформаций в зоне контакта. Так, при погружении зонда на глубину 4*R*, *F*( $\alpha$  = 90°) более чем в два раза превышает *F*( $\alpha$  = 0°).

Также были проведены модельные исследования по вдавливанию различающихся по геометрии зондов ACM в трансверсально-изотропный материал с разной степенью анизотропии. Соотношение упругих модулей в трансверсальной плоскости и нормальном направлении  $E_r/E_z$  варьировались от 0,1 до 1 (изотропный случай, кривая совпадает с решением Герца). Угол раствора конуса индентора  $\alpha$  брали равным 30°, 40°, 60° и 90°. На рис. 9 показаны зависимости внедрения зонда ACM в трансверсально-изотропный материал. Так как глубина внедрения относительно невелика – меньше или близко от высоты шаровой части зонда, – то параметр  $\alpha$  практически не сказывается на усилии. Чем больше анизотропия материала, тем слабее реакция на вдавливание зонда. Исходя из полученных данных можно сделать вывод, что анизотропия поверхности может очень существенно сказываться на силе реакции (*F*), и



Рис. 8. Зависимость силы реакции зонда ACM от глубины внедрения в образец угла а. 1 – а = 0°, 2 – 12°, 3 – 30°, 4 – 38°, 5 – 56°, 6 – 90°



*Рис. 9. Внедрение зонда в анизотропную неповрежденную поверхность, E<sub>r</sub>/E<sub>z</sub> = 0,1, 0,3, 0,5, 0,7, 1,0; α = 30°, 40°, 60°, 90°* 

для правильной адекватной расшифровки полученных при ACM сканировании данных следует с большой осторожностью использовать стандартные модели, основанные на решении Герца.

В результате проведенных в ИМСС УрО РАН экспериментальных исследований [17] наноструктуры эластомеров и эластомерных нанокомпозитов в предразрывном состоянии было установлено, что в вершине трещины можно наблюдать волокнатяжи с отличными от основного материала механическими свойствами. Испытывались изопреновые каучуки СКИ 3, содержащие 30 и 50 массовых частей технического углерода марки N220. Образующиеся в вершине трещины тяжи были ориентированы в перпендикулярном к направлению разрыва. С помощью атомно-силовой микроскопии были определены характерные средние диаметр и длина волокон, составившие порядка 80 нм и 800–1000 нм соответственно.

Проведенный по экспериментальным данным расчет приведенного модуля упругости тяжей по ставшей уже стандартной модели Дерягина–Мюллера–Торопова (ДМТ-модель) [12, 13] показал, что жесткость волокон примерно в 3 раза выше, чем у остальной матрицы. Объяснить это можно тем, что полимер в тяжах находится в высокоориентированном состоянии (но тогда – как показывают приведенные в литературе оценки [18] – жесткость должна быть еще выше, причем намного). Проблема усугубляется еще и тем, что основанная на решении Герца ДМТ-модель предполагает взаимодействие зонда с плоской поверхностью только в перпендикулярном к направлению внедрения направлении. Понятно, что данное условие в случае контакта с тяжем не выполняется.

Для оценки этих факторов были проведены модельные исследования контактного взаимодействия зонда ACM и тяжа в виде длинной «гребнеобразной» выпуклости на плоской поверхности (поперечное сечение имело вид треугольника со скругленной верхней вершиной). Расчетная схема показана на рис. 10. Высоту «гребня» ( $h_s$ ) брали равной 5 радиусам вершины зонда R, а ширину основания ( $b_s$ ) варьировали от 5 до 20R. Радиус скругления вершины «гребня» ( $R_s$ ) задавали от 1,25 до 15R. Материал образца считали неогуковым,  $E_s$  – начальный модуль Юнга материала. Задачу решали в 3D постановке методом конечных элементов.

Рассматривалось три варианта приложения точки контакта: а) в вершину гребня, б) в боковую поверхность, в) в основание выпуклости. На рис. 11 показаны зависимости упругой силы реакции зонда на вмятие в различные участки «узкого» тяжа (высота и основание равны 5*R*, радиусом  $R_s - 1,25R$ ). На рис. 12 представлены аналогичные зависимости для «широкого» тяжа:  $h_s = 5R$ ,  $b_s = 20R$ ,  $R_s = 15R$ .



В результате проведенных расчетов было установлено, что в случае «узкого»

Рис. 10. Расчетная схема по моделированию контакта зонда ACM и полимерного нанотяжа в виде «гребня»



Рис. 11. Внедрение зонда АСМ в «узкий» тяж: 1 – в вершину «гребня», 2 – в середину склона, 3 – в основание гребня

гребня (основание выпуклости составляет порядка 5–10R) происходит его «прогиб» в горизонтальном направлении при воздействии зонда на боковую поверхность выпуклости, что, конечно, сильно сказывается на силе реакции на кантилевере (F). Так, для выпуклости с основанием, равным 5R, происходило более чем десятикратное падение силы F при контакте зонда с боковой поверхностью. На графиках (рис. 12) видно, что разброс кривых F(u) для разных точек контакта все равно присутствует, хотя и стал значительно меньше (нет горизонтального смещения «гребня»).

Приведенные результаты свидетельствуют о том, что проблема взаимодействия зонда ACM и полимерного нанотяжа требует более тщательного и всестороннего исследования. Стандартные методы атомно-



Рис. 12. Внедрение зонда АСМ в «широкий» тяж: 1 – в вершину «гребня», 2 – в середину склона, 3 – в основание гребня

силовой микроскопии в этом случае нуждаются в существенном уточнении. Такие исследования планируется провести в следующем году. Для этого будут решены в 3D постановке контактные краевые задачи с реальной геометрией тяжа и различными граничными условиями (тяж находится в свободном пространстве, тяж лежит на поверхности матрицы, тяж углублен в поверхность матрицы, тяж предварительно растянут и т.д.).

## Библиографический список

- 1. *Schuh C.A.* Nanoindentation studies of materials // Materials Today. 2006. Vol. 9, Nº 5. P. 32–40.
- 2. *Binnig G., Quate C.F., Gerber C.* Atomic force microscope // Surface studies by scanning tunneling microscopy // Phys. Rev. Lett. 1986. Vol. 56. № 9. P. 930–933.
- 3. Чвалун С.Н. Полимерные нанокомпозиты // Природа. 2000. № 7. С. 22–30.
- 4. Bhushan B. Handbook of micro-mano-tribology. Springer, 1999. 433 p.
- 5. Relating elastic modulus to indentation response using atomic force microscopy / *M.R. Vanlandingham, S.H. McKnicht, G.R. Palmese, R.F. Eduljee, J.W. Gillepie, Jr.R.L. McCulough //* J. of Materials Science Letters. 1997. Vol. 16. P. 117–119.
- Computational modeling of the forward and reverse problems in instrumented indentation / M. Dao, N. Chollacoop, K.J. Van Vliet, T.A. Venkatesh, S. Suresh // Acta Mater. – 2001. – Vol. 49. – B. 19. – P. 3899–3918.
- 7. *Fischer-Cripps A.C.* Nanoindentation and indentation measurements // Mater. Sci. Eng. 2004. Vol. 44. P. 91–102.
- Carlsson S., Larsson P.-L. On the determination of residual stress and strain fields by sharp indentation testing. Part I: theoretical and numerical analysis // Acta Materialia. – 2001. – Vol. 49. – № 12. – P. 2179–2191.
- 9. *Fischer-Cripps A.C.* Nanoindentation. Springer, 2002. 217 p.
- 10. Головин Ю.И. Введение в нанотехнологию. М.: Машиностроение, 2003. 112 с.
- 11.*Миронов В.Л*. Основы сканирующей зондовой микроскопии. Н. Новгород: изд-во Института физики микроструктур РАН, 2004. 115 с.
- 12. *Derjaguin B.V., Muller V.M., Toropov Yu.P.* Effect of contact deformations on the adhesion of particles // J. Colloid. Interface Sci. 1975. Vol. 53. № 2. P. 314–326.
- 13. Дерягин Б.В., Чураев Н.В., Муллер В.М. Поверхностные силы. М.: Наука, 1985. 398 с.

- 14. Гаришин О.К., Морозов И.А., Шадрин В.В. Экспериментальные исследования полимер-силикатных нанокомпозитов с помощью атомно-силового микроскопа // Вестник ПНИПУ: Механика. 2013. № 2. С. 84–95.
- 15. *Изюмов Р.И., Свистков А.Л*. Картографический метод анализа свойств поверхности // Вестник Пермского университета. Серия: Физика. 2012. Т. 22. № 4. С. 69–72.
- 16. Тимошенко С.П. Теория упругости. М.: Наука, 1975. 576 с.
- 17. *Морозов И.А., Солодько В.Н.* Исследование областей трещин каучуковых вулканизатов методами атомно-силовой микроскопии // Вестник Пермского университета. Серия Физика. – 2012. – Т. 22. – № 4. – С. 158–165.
- 18.*Свистков А.Л., Лауке Б.* Дифференциальные определяющие уравнения несжимаемых сред при конечных деформациях // Прикладная механика и техническая физика. 2009. Т. 50. С. 158–170.