

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт механики сплошных сред  
Уральского отделения Российской академии наук

На правах рукописи

Зубова Надежда Алексеевна

**ВОЗНИКНОВЕНИЕ И НЕЛИНЕЙНЫЕ РЕЖИМЫ КОНВЕКЦИИ  
МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СМЕСЕЙ В СЛОЯХ И ЗАМКНУТЫХ  
ПОЛОСТЯХ**

01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
д.ф.-м.н., профессор Т.П. Любимова

Пермь – 2016

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	4
Обзор литературы .....	4
Общая характеристика работы .....	21
ГЛАВА 1. ТЕРМОКОНЦЕНТРАЦИОННАЯ КОНВЕКЦИЯ БИНАРНЫХ СМЕСЕЙ ПРИ НАГРЕВЕ СВЕРХУ.....	28
1.1. Линейная устойчивость механического равновесия бинарной смеси в плоском горизонтальном слое при нагреве сверху .....	32
1.2. Линейная устойчивость механического равновесия бинарной смеси в квадратной полости при нагреве сверху.....	47
1.3. Нелинейные режимы конвекции бинарных смесей в квадратной полости при нагреве сверху .....	52
1.4. Нелинейные режимы конвекции бинарной смеси в вытянутой по горизонтали прямоугольной полости при нагреве сверху.....	66
1.5. Заключение .....	70
ГЛАВА 2. ТЕРМОКОНЦЕНТРАЦИОННАЯ КОНВЕКЦИЯ ТРЕХКОМПОНЕНТНЫХ СМЕСЕЙ В КВАДРАТНОЙ ПОЛОСТИ.....	72
2.1. Линейная устойчивость механического равновесия трехкомпонентных смесей в квадратной полости при наличии однородных вертикальных градиентов температуры и концентрации .....	74
2.2. Нелинейные режимы конвекции трехкомпонентных смесей в квадратной полости при наличии однородных вертикальных градиентов температуры и концентрации.....	85
2.3. Нелинейные режимы конвекции трехкомпонентных смесей в квадратной полости при заданном вертикальном градиенте температуры, соответствующем нагреву сверху, и меняющемся со временем распределении концентрации по вертикали .....	95

2.4. Заключение .....	105
ГЛАВА 3. ВЛИЯНИЕ ВИБРАЦИЙ НА ВОЗНИКНОВЕНИЕ И НЕЛИНЕЙНЫЕ РЕЖИМЫ ТЕРМОКОНЦЕНТРАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СМЕСЕЙ В ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПОЛОСТЯХ ...	106
3.1. Постановка задачи, определяющие уравнения.....	107
3.2. Вибрационная конвекция бинарных смесей в прямоугольных полостях в отсутствие силы тяжести при однородном распределении концентрации и мгновенном нагреве верхней границы в начальный момент времени.....	112
3.3. Вибрационная конвекция трехкомпонентных смесей в отсутствие тяжести при заданных вертикальных градиентах температуры и концентрации.....	122
3.4. Вибрационная конвекция бинарных смесей в прямоугольных полостях при различных уровнях тяжести при однородном распределении концентрации и мгновенном нагреве верхней границы в начальный момент времени.....	136
3.5. Заключение .....	153
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	155
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	157

## ВВЕДЕНИЕ

Жидкости и газы, встречающиеся в природных и технологических процессах, часто являются многокомпонентными. Наличие нескольких механизмов переноса тепла и массы в смесях значительно усложняет изучение таких систем. Представленный ниже обзор основных работ дает представление о теоретических и экспериментальных исследованиях тепломассопереноса в многокомпонентных смесях, исследованиях режимов течения с учетом эффекта термодиффузии, в том числе, при наличии вибрационного воздействия.

### Обзор литературы

#### Конвекция в бинарных смесях

На конвективные явления в бинарных смесях большое влияние могут оказывать термодиффузионные процессы. Процесс термодиффузии, представляющий собой перенос вещества под действием градиента температуры, был впервые исследован Ч. Соре [1]. Уравнения свободной конвекции бинарной смеси с учетом термодиффузии получены в [2, см. также 3]. В [4] численно решена задача Релея-Бенара для бинарной смеси с учетом вклада термодиффузии. Сравнение результатов с приближенным решением [5], полученным с помощью вариационного метода локального потенциала, показало хорошее согласие при не слишком больших значениях коэффициента термодиффузии. В [6] численно исследовано влияние конвекции в нагреваемом сбоку горизонтальном цилиндре на распределение бинарной смеси. Расширение теории флуктуаций на описание нестационарных флуктуаций в диффузионных процессах проведено в [7]. Уравнения флуктуаций линеаризовались около макроскопического нестационарного состояния, зависимость которого от времени определялась из феноменологических уравнений диффузии. В рамках такого подхода рассмотрены случаи свободной диффузии, термодиффузии и бародиффузии.

Как известно [8, 9], в однокомпонентных жидкостях конвекция возникает при наличии горизонтального градиента температуры или, в случае вертикального градиента температуры при нагреве снизу, а при нагреве сверху



наблюдаются затухающие колебания. Для бинарной смеси конвекция при вертикальном градиенте температуры может возникнуть и при нагреве сверху. Это продемонстрировано для случая вертикального слоя с заданными разными значениями концентрации на границах в [9]. В [10] была исследована задача о термоконцентрационной конвекции при отсутствии потока вещества на границах. В этом случае градиент концентрации возникает вследствие эффекта термодиффузии.

Для жидких смесей характерно наличие нескольких существенно различающихся временных масштабов (вязкое  $\tau_v$ , тепловое  $\tau_{th}$ , диффузионное  $\tau_D$  времена,  $\tau_v \ll \tau_{th} \ll \tau_D$ ). Под действием быстро установившегося градиента температуры молекулы компоненты с отрицательным коэффициентом термодиффузии (аномальный эффект термодиффузии) перемещаются в более нагретую часть жидкости, а молекулы компоненты с положительным коэффициентом термодиффузии (нормальный эффект термодиффузии) – в холодную часть. В случае нагрева сверху для смеси, в которой отрицательным коэффициентом термодиффузии обладает более тяжелая компонента, это приводит к тому, что тяжелая компонента оказывается расположенной над легкой, что вызывает возникновение неустойчивости.

В литературе имеется много работ, посвященных измерению коэффициентов диффузии,  $Sore$  и термодиффузии, необходимых для описания тепломассообмена в смесях. Для измерения коэффициентов переноса часто используются различные оптические методы. В [11] по отклонению лазерного луча определялись коэффициенты диффузии и  $Sore$  для бинарных смесей вода-этанол с концентрацией этанола от 0.02 до 0.39 в диапазоне температур от 10 до 40 °С. Коэффициенты  $Sore$ , диффузии и термодиффузии бинарных смесей додекана, изобутилбензола, тетралина, взятых в равных долях при температуре 25 °С, также полученные из анализа отклонения лазерного луча, приведены в [12]. Метод, основанный на измерении показателя преломления жидкой смеси и муаровой дефлектометрии [13] для прямого отображения отклонения луча, применен для измерения коэффициента диффузии в водных растворах сахара в

[14]. При исследовании диффузии растворов с высокой концентрацией сахара в этой работе наблюдалось образование плотного слоя над первоначальной границей раздела двух жидкостей, появление которого может быть связано с эффектом бародиффузии. В [15] коэффициенты  $S_{ore}$  смесей ацетон-вода и диметилсульфоксид-вода определялись с помощью метода вынужденного термодиффузионного рассеяния Релея. Обнаружена сильная зависимость коэффициента  $S_{ore}$  от состава смеси: коэффициент  $S_{ore}$  неводного компонента исследованных смесей уменьшается с уменьшением содержания воды и меняет знак, когда доля неводного компонента составляет 10-20%. Методика измерения коэффициентов термодиффузии, основанная на оптической цифровой интерферометрии, обсуждается в [16]. Метод позволяет регистрировать поля температуры и концентрации во всем объеме ячейки в течение всего процесса диффузии. В [16] метод применен для измерения коэффициентов переноса смесей вода-этанол и вода-изопропанол в кубической ячейке, нагреваемой сверху.

В работах [17-20] коэффициенты переноса бинарных смесей измерены с помощью метода термогравитационной колонны. Как показано аналитически в [17] вертикальное разделение бинарной смеси в термогравитационной колонне может зависеть от концентрационной зависимости коэффициента  $S_{ore}$ , а горизонтальное – от температурной. В [18] коэффициенты диффузии углеводородных бинарных смесей измерялись с использованием методики открытой капиллярной трубки, а коэффициенты термодиффузии с помощью термогравитационной колонны. Обнаружено значительное влияние формы и размера молекул на коэффициенты переноса, причем коэффициенты молекулярной диффузии зависят от размера молекул монотонно, а коэффициенты термодиффузии – немонотонно. В [19] термогравитационная колонна использована для измерения коэффициентов термодиффузии в смесях декана и метилнафталина с алканами, а в [20] в смесях фуллерен-толуол с разными массовыми долями фуллерена. В этих работах также отмечается немонотонная зависимость коэффициента термодиффузии от молекулярного веса компонент смеси.

Для определения коэффициентов переноса широко используются и теоретические подходы [21-27]. В [21] на основе подходов термодинамики необратимых процессов теоретически вычислены коэффициенты Соре нескольких бинарных смесей, проведено сравнение с результатами их экспериментального измерения. В [22] с помощью метода молекулярной динамики проведен расчет коэффициента термодиффузии для жидкой смеси метан-декан. При использовании этого метода удается избежать вычислений трудно наблюдаемых величин, таких как частные производные химического потенциала и парциальные энтальпии. В [23] процесс термодиффузии в жидкостях исследован с использованием комбинации гидродинамического подхода и теории броуновского движения, теоретически предсказаны коэффициенты Соре и коэффициенты термодиффузии. В [24, 25] для нахождения коэффициента термодиффузии в бинарной жидкой смеси разработана динамическая модель процесса термодиффузии с учетом таких параметров, как температура смеси и давление, размер и форма молекул, подвижность компонент. В [26] представлены результаты вычислений коэффициентов переноса для простых газов и бинарных газовых смесей, полученные путем решения уравнений Чепмена-Энскога. В [27] для описания термодиффузии бинарных жидкостей используется кинетическая теория жидкостей. Полученное в результате выражение для коэффициента термодиффузии включает в себя интеграл столкновений, который является функцией длины свободного пробега и импульса частиц.

В [28] решалась линейная задача о свободной конвекции коллоидной суспензии в нагреваемом снизу горизонтальном слое с твердыми границами. Обнаружен новый вид конечно-амплитудных конвективных колебаний, вызванных эффектом термодиффузии. Получена оценка периода автоколебаний  $\tau_{osc}$  для магнитных коллоидов с использованием теории распространения, которая заключается в анализе изменения скорости роста возмущений со временем. Сформулирован критерий наступления неустойчивости на основе гидродинамического подхода и теории флуктуаций.

В экспериментальной работе [29] обнаружено, что для горизонтального слоя коллоидной суспензии с большим отрицательным отношением разделения и большими концентрационными числами Релея при нагреве сверху устойчивые конвективные структуры наблюдаются даже при тысячекратном превышении порога возникновения турбулентного режима.

Проведенные в [30] линейное и нелинейное исследования конвекции в нагреваемом снизу горизонтальном слое коллоидной суспензии показали, что критическое число Релея для такой системы значительно ниже, чем для однокомпонентной жидкости, и является экспериментально нереализуемым, требуя длительного времени для очень медленного роста возмущений.

Результаты экспериментального изучения переходного этапа термоконцентрационной конвекции коллоидной суспензии с большим отрицательным коэффициентом Соре при нагреве сверху представлены в [31]. Путем обработки теневых изображений восстанавливалась зависимость интенсивности конвективного течения от времени. Показано, что типичная временная эволюция состоит из бесконвективного периода, последующего пика интенсивности течения и затухающих колебаний, приводящих к стационарному состоянию. Таким образом, возникновение конвекции можно характеризовать временем наступления неустойчивости ( $\tau_p$  – время возникновения первого пика интенсивности конвекции) и периодом последующих колебаний ( $\tau_{osc}$ ). В [31] получены зависимости этих характеристик от концентрационного числа Релея: для  $\tau_p$  – степенной закон с показателем экспоненты  $-0.52$ , для  $\tau_{osc}$  – степенной закон с показателем  $-0.48$ .

Колебательная неустойчивость при нагреве снизу и коротковолновые структуры при нагреве сверху изучены при численном исследовании конвекции в горизонтальных слоях коллоидных суспензий с отрицательными отношениями разделения в [32]. Показано, что колебательная неустойчивость возникает при нагреве снизу и отношениях разделения  $\psi < -1$ . Через некоторое время этот режим исчезает, происходит переход к стационарному состоянию. Для случая

нагрева сверху показано, что зависимость волнового числа от числа Релея носит степенной характер с показателем степени, равным  $1/4$ . Найденная для нагрева сверху и отношений разделения  $\psi < -1$  монотонная неустойчивость обусловлена всплыванием частиц примеси и лишь немного корректируется колебаниями температуры.

Прямое численное моделирование термоконцентрационной конвекции в смеси вода-изопропанол в нагреваемой сверху кубической полости при разных уровнях тяжести проведено в [33]. Получены данные о зависимости времени возникновения конвекции от концентрационного числа Релея в виде степенного закона  $\tau_p \approx 1.21 \cdot 10^5 \text{Ra}_s^{-0.52}$  (здесь  $\tau_p$  – время достижения максимальной скорости,).

В работе [34] зависимости времени возникновения конвекции и критического волнового числа от концентрационного числа Релея в линейной задаче о термоконцентрационной конвекции бинарной смеси в горизонтальном слое, нагреваемом сверху, получены с помощью теории распространения. При этом в качестве времени возникновения неустойчивости принималось время, при котором скорость возрастания возмущений становится равной скорости изменения основного состояния. Зависимости  $\tau_p$  и  $k_m$  получены в виде  $\tau_p \approx 5.57 \text{Ra}_s^{-1/2}$  и  $k_m \approx 0.2585 \text{Ra}_s^{0.25}$ .

В [35] экспериментально исследовано возникновение структур в вертикальном цилиндре с радиусом, много больше высоты, на очень ранних стадиях термоконцентрационной неустойчивости в коллоидной суспензии при нагреве сверху. Получена зависимость критического волнового числа от концентрационного числа Релея, представляющая собой, как и в предыдущих работах, степенной закон с показателем  $1/4$ .

В [36] аналитически и численно исследована конвекция бинарной смеси в двумерной пористой полости в случае, когда 1) концентрация на границах задана и 2) диффузионный поток на границах равен нулю. Для обоих вариантов граничных условий получены зависимости критического числа Релея от

отношения разделения смеси при нагреве сверху или снизу, показано существование монотонного и колебательного режимов и изучена структура возникающего течения. Для случая колебательной неустойчивости найдено, что уменьшение пористости среды приводит к повышению устойчивости. При увеличении числа Релея происходит переход от колебательного режима к стационарному течению.

Сопоставление данных, имеющихся в литературе, показывает существенные количественные различия в полученных зависимостях времени возникновения неустойчивости от концентрационного числа Релея. Так, в [34] получена зависимость  $\tau_p \approx 5.57 \text{Ra}_s^{-1/2}$ , время в которой имеет размерность  $t' = tL^2/D$ . Для удобства сопоставления эта зависимость представлена в минутах, как и в [33]:  $\tau_p \approx 0.21 \cdot 10^5 \text{Ra}_s^{-0.5}$ . Коэффициент пропорциональности в этом законе примерно в 5.8 раз отличается от полученного в [33] ( $\tau_p \approx 1.21 \cdot 10^5 \text{Ra}_s^{-0.52}$ ). Отметим, что обе эти работы отличаются не только используемыми в них подходами, но и геометрией области, что не позволяет сделать заключение о причине расхождения результатов.

Изучение нелинейных режимов и влияния уровня тяжести на структуру возникающего течения в замкнутых полостях с реалистичными граничными условиями слабо освещено в литературе, несмотря на активные исследования конвекции бинарных смесей в условиях пониженной гравитации и невесомости.

В работах, посвященных измерению коэффициентов термодиффузии в бинарных смесях, отмечается, что возникновение конвекции негативно влияет на точность измерений, поэтому необходимо проводить эксперименты в условиях невесомости или пониженной гравитации. При этом в экспериментах используются замкнутые рабочие ячейки. Однако исследования влияния уровня тяжести на возникновение конвекции и термодиффузионное разделение бинарных смесей в замкнутых полостях в литературе отсутствуют.

### **Конвекция в трехкомпонентных смесях.**

Процессы переноса в многокомпонентных смесях являются более сложными, чем в бинарных, в связи с наличием перекрестных эффектов. В многокомпонентной системе из  $n$  компонент максимальное число независимых коэффициентов диффузии  $(n-1)^2$ , а коэффициентов термодиффузии  $n-1$  [37]. В результате для бинарной смеси существует только один коэффициент диффузии и один коэффициент термодиффузии, в то время как для трехкомпонентной смеси коэффициентов диффузии уже четыре, а коэффициентов термодиффузии – два.

Феноменологическая теория эффекта Соре в многокомпонентных смесях представлена в [38]. Теория применима к жидким смесям и плотным газовым смесям. Основным предположением является то, что стационарное состояние имеет максимальное количество возможных микросостояний. В [39] разработан подход для моделирования коэффициентов переноса многокомпонентных смесей на основе неравновесной термодинамики. В [40] этот подход применен для нахождения коэффициентов переноса двух-, трех- и шестикомпонентных углеводородных смесей. Работа [41] посвящена исследованию структуры матрицы коэффициентов молекулярной диффузии многокомпонентных смесей. Отмечается, что элементы матрицы коэффициентов диффузии могут быть как положительными, так и отрицательными, собственные значения матрицы могут быть комплексными с положительными вещественными частями. Единственным ограничением для матрицы коэффициентов молекулярной диффузии многокомпонентных смесей является положительный определитель, что подтверждается исследованием известных коэффициентов диффузии для трех- и четырехкомпонентных смесей. Обзору исследований в области термодиффузии в бинарных и многокомпонентных жидких смесях посвящена работа [42]. Основу обзора составляет анализ теоретических работ, посвященных моделям неравновесной термодинамики, обсуждаются также работы, в которых используются статистические, кинетические и гидродинамические подходы. Рассмотренные смеси включают в себя углеводороды, расплавленные металлы и полупроводники, полимеры и смеси ДНК. Автором сделан вывод о том, что тремя



основными подходами являются неравновесная термодинамика, кинетическая теория и стохастический подход и гидродинамический подход, но не один из них в отдельности не может промоделировать весь процесс из-за сложного характера термодиффузии. Главной дальнейшей задачей автор считает разработку комплексной модели термодиффузии, комбинирующей различные подходы.

В работе [43] показано, что при описании реальной термодиффузии в пористых средах, насыщенных многокомпонентными смесями, как и в насыщенных бинарными жидкостями пористых средах, помимо термодинамических свойств смеси (например, энтальпия) и микроскопических динамических свойств (длина свободного пробега, межмолекулярный потенциал и т.д.), должны быть приняты во внимание и характеристики пористой среды.

В литературе имеются работы, посвященные исследованию устойчивости многокомпонентных (в основном, трехкомпонентных) смесей в полостях различной геометрии: плоском горизонтальном слое [44-46], вертикальном слое [47], двумерных [48-51] и трехмерных полостях [53].

В [44] изучена устойчивость механического равновесия в горизонтальном слое трехкомпонентной смеси с помощью линейного анализа и нелинейного моделирования. Рассмотрены три варианта граничных условий: 1) обе границы слоя свободные, 2) верхняя граница свободная, нижняя твердая и 3) обе границы твердые. Для различных диапазонов параметров найдены режимы в виде устойчивых стационарных состояний, смешанных устойчивых стоячих волн, бегущих волн и модулированных бегущих волн. Линейный анализ устойчивости горизонтального слоя смеси вода-изопропанол-этанол, нагреваемого снизу, в отсутствие перекрестных эффектов проведен в [45]. Сделан вывод, что уравнения остаются хорошим приближением для свободных проницаемых идеально теплопроводных границ, а также для твердых непроницаемых и адиабатических границ, по крайней мере для сравнения с экспериментами. Результаты решения задачи устойчивости механического равновесия многокомпонентных смесей с эффектом Соре в плоском горизонтальном слое с твердыми границами, нагреваемом сверху или снизу, представлены в [46]. Найдены критические



параметры неустойчивости для смеси с произвольным числом компонент, построены карты устойчивости для бинарных и трехкомпонентных смесей. Для трехкомпонентных смесей с фиксированным отношением разделения первой компоненты (отрицательное, равное нулю, положительное) выделены области в пространстве физических параметров, в которых наиболее опасны длинноволновые и коротковолновые возмущения.

В [47] исследована длинноволновая неустойчивость стационарного течения многокомпонентной смеси в вертикальном слое, границы которого поддерживаются при разных температурах. Основное состояние представляет собой плоско-параллельное течение с линейными профилями температуры и концентрации в поперечном сечении. Проведено линейное преобразование концентраций и отношений разделения, что позволило исключить эффекты перекрестной диффузии. Полное параметрическое исследование для трехкомпонентной жидкости показало наличие сложных сценариев неустойчивости в длинноволновом пределе: монотонная неустойчивость в определенном диапазоне чисел Грасгофа и переход от монотонной к колебательной неустойчивости при увеличении числа Грасгофа. В общем случае многокомпонентной смеси, стационарное течение в слое является устойчивым, если коэффициенты разделения имеют одинаковые знаки для всех компонент и суммарное отношение разделения лежит вне диапазона  $(-1; -1/2)$ .

В [48-51] исследованы диффузия и конвекция углеводородных смесей в двумерной термогравитационной колонне, заполненной пористой средой. В [48] проведены расчеты для смеси метан-этан-бутан при комбинированном нагреве полости и учете эффектов термодиффузии и бародиффузии. Обнаружено, что в исследуемой трехкомпонентной смеси, так же как и в многокомпонентных жидкостях, заполняющих полости между пластами породы, метан может концентрироваться в холодной верхней части полости, что согласуется с данными нефтепромыслов. Показано также, что конвекция может существенно влиять на распределение компонент в залежах углеводородов. В [49] исследовано разделение бинарной смеси тетракозан-додекан и трехкомпонентной смеси

тетракозан-гексадекан-додекан. Показано, что коэффициент термодиффузии является функцией состава смеси и сделан вывод о необходимости учета концентрационной зависимости коэффициентов термодиффузии, так как изменения концентрации в колонне могут быть значительными.

Результаты исследования стационарного разделения компонент несжимаемой многокомпонентной смеси в узкой двумерной термогравитационной колонне приведены в [50]. Выведены уравнения для нахождения коэффициентов термодиффузии, аналогичные существующим уравнениям для бинарной смеси. Показано, что при одном или более отрицательном коэффициенте термодиффузии в результате колебательного процесса разделения возможно развитие течения в форме нескольких конвективных ячеек. В [51] предложена запись уравнений конвекции многокомпонентной смеси в виде, подобном уравнениям конвекции бинарной смеси, для чего введены отношения разделения  $\psi$  для каждой компоненты смеси и суммарное отношение разделения  $\Psi$ . Такая форма записи уравнений применена для анализа устойчивости плоско-параллельного течения в термогравитационной колонне. Установлено, что для суммарного отношения разделения  $\Psi \geq -1$  стационарное решение является единственным, при  $-5 \leq \Psi \leq -1$  оно не единственно, при  $\Psi \leq -5$  решений не существует.

В [52] численно, в рамках трехмерного подхода, получены гексагональные структуры, возникающие в жидкой фазе трехкомпонентного расплава при росте кристаллов. В [53] разработана разностная схема для трехмерной задачи о конвекции многокомпонентной жидкости в пористой среде. Применение этой схемы для бинарной смеси в пористой среде, заполняющей полость в форме параллелепипеда, показало существование семейства стационарных устойчивых состояний.

Вопрос предсказания и измерения коэффициентов переноса для многокомпонентных смесей не менее актуален, чем для бинарных. Среди экспериментальных методов нахождения коэффициентов переноса особенно популярны оптические методы [54-56]. Условием точности измерений,

проведенных этими методами, является отсутствие конвекции, что может быть достигнуто в невесомости.

Метод отклонения лазерных лучей с разной длиной волны для определения коэффициентов диффузии и термодиффузии многокомпонентных смесей был разработана в [54]. Для смеси из  $n$  компонент необходим анализ отклонений  $n - 1$  лучей с разными длинами волн. Метод применен к определению коэффициентов диффузии и термодиффузии трехкомпонентной смеси толуол-хлороформ-бензол. Показано, что метод хорошо работает для смесей, в которых нет близких по свойствам компонент. В [55] с помощью того же метода определены коэффициенты термодиффузии трехкомпонентных смесей метилнафталин-октандекан и додекан-изобутилбензол-тетралин. Для первой смеси из-за близости свойств второй и третьей компонент оказалось возможным определить коэффициенты  $S_{ore}$  и термодиффузии только для первой компоненты. Оба определенных коэффициента являются положительными, это означает, что метилнафталин накапливается возле холодной стенки. Для второй смеси были успешно определены все коэффициенты термодиффузии и  $S_{ore}$ . Авторы отмечают частичное согласие между полученными результатами и литературными данными и предлагают комбинировать этот метод с другими для более точных измерений. В [56] двухволновой оптический метод применен для нахождения коэффициентов термодиффузии трехкомпонентных смесей вода-этанол-этиленгликоль и вода-бутанол-диметилсульфоксид. Авторами также разработан простой математический подход для проверки применимости выбранных длин волн лазерных лучей для измерения коэффициентов переноса определенных трехкомпонентных смесей. Отмечается необходимость предварительного анализа для каждой выбранной смеси и пары лучей с разными длинами волн.

В [57] для измерения коэффициентов термодиффузии трехкомпонентных смесей впервые использован метод термогравитационной колонны. Измерения проведены для смесей додекан-изобутилбензол-тетралин и октан-декан-метилнафталин с двумя соотношениями концентраций. Позднее в [58] проведены

измерения для четырех соотношений концентрации смеси тетрагидронафталин-изобутилбензол-додекан и двух соотношений концентрации смеси тетрагидронафталин-изобутилбензол-декан. Измерены также коэффициенты термодиффузии тринадцати бинарных смесей, составленных из различных компонент трехкомпонентных смесей, для проверки предложенного в [45] правила для определения термодиффузионного коэффициенты трехкомпонентных смесей из данных о термодиффузионных коэффициентов бинарных смесей.

С 2011 года на Международной космической станции проходит эксперимент DCMIX (Diffusion Coefficients in Mixtures – коэффициенты диффузии в смесях). Основной целью эксперимента является измерение коэффициентов диффузии и термодиффузии в трехкомпонентных смесях в условиях невесомости. Задачами эксперимента являются: 1) измерение коэффициентов диффузии и термодиффузии бинарных и тройных смесей методом цифровой оптической интерферометрии в условиях невесомости; 2) получение экспериментальных данных для математического моделирования неустойчивостей в трехкомпонентных смесях с нормальным и аномальным эффектом термодиффузии; 3) получение экспериментальных данных для создания и усовершенствования теоретических моделей для определения коэффициентов переноса в многокомпонентных смесях.

Эксперимент DCMIX включает серию экспериментов для различных типов трехкомпонентных смесей. Первый эксперимент этой серии (DCMIX-1) был проведен с 07.11.2011 по 16.01.2012 со смесью тетралина, изобутилбензола и додекана, взятых в разных концентрациях. Данные регистрировались с помощью интерферометра Маха-Цандера на двух длинах волн. Для измерения коэффициентов Соре использовались Фурье-обработка полученных изображений и анализ нестационарного разделения компонент. Полученные изображения показали, что додекан и изобутилбензол движутся по направлению к горячей стенке, а тетралин мигрирует к холодной области ячейки. Анализом и обработкой полученных результатов независимо занималось несколько групп. Результаты, полученные разными группами, представлены в работах [59-66].

Теоретические подходы к нахождению коэффициентов переноса многокомпонентных смесей предложены в [67-70]. В работе [67] теория процессов переноса в многокомпонентных газовых и жидких смесях, разработанной ранее для коэффициентов диффузии и основанной на общей статистической теории колебаний около равновесного состояния, расширена для нахождения коэффициентов термодиффузии и теплопроводности. В [68, 69] изучена термодиффузия для смесей с двумя, тремя и четырьмя компонентами. С использованием подхода линейной неравновесной термодинамики получены выражения для оценки коэффициентов термодиффузии в таких смесях. Авторы использовали модель, предложенную в [38] и модифицировали ее с помощью динамической и кинетической моделей для лучшего описания явления термодиффузии. Показано, что данный подход хорошо работает для смесей с большим числом компонент, в случае же бинарных смесей более эффективны использованные ранее модели.

В [70] предложен подход для определения коэффициентов термодиффузии в смесях углеводородов, основанный на теории свободного объема. Показано, что в многокомпонентных смесях концентрация и размер молекул вещества компоненты-растворителя являются основными факторами в управлении распределением компонент. Сопоставление коэффициентов термодиффузии шести разных смесей метана, бутана и додекана показало, что предложенная модель расчета коэффициентов термодиффузии не дает полного согласия с другими подходами. Однако, новая модель может точно предсказать знак коэффициента термодиффузии. В [71] представлены обобщение и анализ имеющихся экспериментальных данных о теплофизических свойствах двух-, трех- и четырехкомпонентных смесей, в составе которых присутствует углекислый газ.

Несмотря на большой интерес к проблеме развития конвекции трехкомпонентных смесей и измерению в них коэффициентов переноса в условиях пониженной тяжести и невесомости, эти вопросы пока еще слабо освещены в литературе.

### **Вибрационная конвекция многокомпонентных смесей.**

Конвекция в многокомпонентных смесях при наличии вибраций возникает даже в условиях невесомости. В поле тяжести вибрационный и гравитационный механизмы взаимодействуют, усиливая или ослабляя конвекцию.

Влияние вибраций на тепловую конвекцию в гомогенных жидких смесях исследуются достаточно давно [72-77]. Основные результаты этих работ собраны в [78].

Свободная конвекция бинарной смеси с эффектом Соре в горизонтальном слое при продольных вибрациях высокой частоты исследована в работе [79], а при поперечных в [80]. Показано, что воздействие на слой продольных вибраций оказывает дестабилизирующее влияние при нормальном эффекте термодиффузии и стабилизирующее при аномальной термодиффузии. Поперечные вибрации вне зависимости от знака коэффициента термодиффузии играют стабилизирующую роль.

Для случая горизонтального слоя пористой среды, насыщенного бинарной смесью, в [81] найдено, что вертикальные вибрации повышают порог возникновения конвекции, горизонтальные вибрации – наоборот, дестабилизируют систему вне зависимости от знака и величины отношения разделения смеси. Стабилизирующее влияние вертикальных вибраций на горизонтальный слой бинарной смеси, насыщающей пористую среду, также отмечалось в работе [82], где в качестве рабочей смеси использовалась суспензия микроорганизмов. Показано, что наличие пористой матрицы также стабилизирует конвекцию.

В работе [83] для горизонтального слоя трехкомпонентной жидкости с отрицательным отношением разделения первой компоненты показано, что продольные малоамплитудные высокочастотные вибрации приводят к понижению устойчивости механического равновесия в случае нагрева снизу и к стабилизации в случае нагрева сверху.

В [84] изучены нелинейные волновые режимы конвекции в бесконечном горизонтальном слое газовой бинарной смеси с отрицательной термодиффузией при нагреве снизу. На слой действуют поперечные вибрации произвольной частоты. Найдено два типа стоячих волн: устойчивые стоячие волны в форме субгармонических колебаний и модулированные стоячие волны, переходящие при увеличении амплитуды вибраций в состояние равновесия.

В [85] исследовалась устойчивость плоскопараллельного течения бинарных смесей в вертикальном слое при высокочастотных продольных вибрациях. Полученные карты устойчивости и зависимости критических параметров от коэффициента Соре показывают стабилизирующую роль вибрационного воздействия.

В [86] рассмотрено влияние вибраций различной ориентации на конвекцию бинарной смеси в квадратной и прямоугольной полостях при нагреве сбоку. Обнаружено, что увеличение амплитуды вертикальных вибраций приводит к сужению области устойчивости и к стабилизации при горизонтальных вибрациях.

Одним из факторов, влияющих на результаты космических экспериментов является наличие остаточных ускорений с величиной, большей  $10^{-3} g_0$  [87, 88]. В [89] исследована устойчивость течения бинарной смеси в тонком вертикальном зазоре в условиях микрогравитации. Результаты двумерного линейного анализа устойчивости показали дестабилизирующее влияние микроускорений. В [90] исследовано воздействие высокочастотных вибраций на конвекцию в смешивающихся жидкостях, заполняющих прямоугольную полость с твердыми непроницаемыми для вещества границами, при пониженной гравитации. Проанализирована структура возникающих течений: отмечается качественное и количественное влияние вибраций на конвекцию, ослабление конвекции при горизонтальных вибрациях и усиление при вертикальном направлении вибраций.

В рамках подготовки космического эксперимента IVIDIL (Influence of Vibrations on Diffusion in Liquids – влияние вибраций на диффузию в жидкостях), прошедшего на Международной космической станции в 2009-2010 годах был выполнен ряд работ по моделированию термовибрационной конвекции в



бинарных смесях. В [91] исследовано влияние вибраций различной интенсивности на термодиффузионное разделение смеси метан-бутан, заполняющей горизонтальный цилиндр квадратного сечения, нагреваемый сбоку, в условиях пониженной гравитации. Согласно численным результатам, при горизонтальных вибрациях уменьшается интенсивность течения. Вибрации, направленные вертикально, дестабилизируют систему. В работе [92] численно исследовано влияние вибраций, перпендикулярных градиенту температуры, на термоконцентрационную конвекцию смеси воды и изопропанола в кубической полости при пониженной силе тяжести и в ее отсутствие. Показано, что для рассматриваемых в работе вибраций с частотами 0.2 и 0.01 Гц интенсивность теплопереноса увеличивается с уменьшением частоты. В условиях невесомости скорость, температура и концентрация периодически колеблются вокруг своих средних значений, средний поток очень мал. Совместное гравитационное и вибрационное воздействия приводят к большим значениям средних полей температуры и концентрации, чем в случае только вибрационного воздействия.

В [93] обсуждаются предварительные результаты космического эксперимента IVIDIL. Значения коэффициентов диффузии и термодиффузии смеси воды и изопропанола с отрицательным эффектом Соре, полученные обработкой данных эксперимента IVIDIL, представлены в [94]. Влияние остаточных вибрационных ускорений на борту МКС на процесс термоконцентрационной конвекции в эксперименте IVIDIL обсуждается в работе [95]. Показано, что при номинальном режиме МКС бортовые микроускорения на процессы диффузии не влияют. Проведение измерений в разное время и для различных температурных градиентов показало отличную воспроизводимость. При работающей в номинальном режиме МКС расхождение экспериментальных данных с результатами численного моделирования не наблюдалось, а в нештатном режиме МКС, например при коррекции орбиты, стыковки, расстыковки и т.д. – наблюдалось. В [96] сделан вывод о малости погрешности в результатах обработки изображений при наличии вибраций для колебательных



режимов, когда скорость среднего течения составляет около нескольких микрон в секунду. Но для других конвективных режимов погрешность может оказаться существенной, поэтому необходим, например, второй источник света с отличающейся длиной волны, для разделения вкладов концентрации и температуры.

В диссертационной работе рассматриваются две задачи вибрационной конвекции многокомпонентных смесей: вибрационная конвекция трехкомпонентных смесей в прямоугольных полостях в условиях невесомости при наличии установившихся вертикальных градиентов температуры и концентрации и влияние вибраций на возникновение и нелинейные режимы термоконцентрационной конвекции бинарной смеси в прямоугольных полостях при нагреве сверху при зависящих от времени градиентах температуры и концентрации в бесконвективном состоянии. Как видно из приведенного обзора, эти задачи ранее не рассматривались.

## **Общая характеристика работы**

### **Актуальность проблемы**

Конвективные явления в многокомпонентных смесях играют важную роль во многих природных и технологических процессах. Изучение таких процессов затрудняется наличием нескольких диффузионных механизмов (молекулярной диффузии, термодиффузии, бародиффузии), их нестационарностью и нелинейностью. Аналитическое решение задач гидродинамики многокомпонентных смесей удастся получить лишь в редких случаях. Поэтому часто единственным возможным методом исследования является численное моделирование.

Моделирование термодиффузионных процессов требует знания коэффициентов переноса, на измерение которых с необходимой точностью может повлиять наличие внешних полей, например, поля тяжести и вибрационного воздействия. Это обуславливает важность и актуальность с практической и фундаментальной точек зрения исследования конвективных явлений в

многокомпонентных неизотермических жидких смесях при разных уровнях тяжести при наличии или в отсутствие вибраций.

Начиная с 2011 года, на МКС проводится космический эксперимент DCMIX, посвященный измерению коэффициентов диффузии и термодиффузии в трехкомпонентных смесях в условиях микрогравитации. Одним из необходимых этапов планирования и подготовки эксперимента является численное моделирование.

Исследования, вошедшие в диссертацию, проводились в рамках следующих проектов: проект МИГ «Течения и тепломассообмен в многокомпонентных и околоскритических жидкостях при наличии вибраций. Моделирование, подготовка и проведение экспериментов на Международной Космической Станции», Соглашение № С-26/212 от 08.12.2011 г., рук. Т.П. Любимова; проект МИГ «Тепломассообмен в многокомпонентных и многофазных средах. От экспериментов в космосе к земным технологиям», Соглашение № С-26/004.03 от 12.01.2015 г., рук. Т.П. Любимова; проект «Высокопроизводительные вычисления в задачах механики сплошных сред» по Программе фундаментальных исследований Президиума РАН «Информационные, управляющие и интеллектуальные технологии и системы. Направление 1. Математическое моделирование, управление и автоматизация», рук. Т.П. Любимова; грант Президента Российской Федерации для государственной поддержки ведущих научных школ Российской Федерации в 2014-2015 гг. НШ-4022.2014.1 «Нелинейные процессы в гидродинамических системах. Новые способы управления природными и технологическими процессами», рук. Т.П. Любимова, П.Г. Фрик, Г.Ф. Путин, В.Г. Козлов; грант по приоритетному направлению деятельности РНФ «Проведение фундаментальных научных исследований и поисковых научных исследований коллективами существующих научных лабораторий (кафедр)» № 14-21-00090 «Устойчивость, нелинейная динамика и управление поведением многофазных гидродинамических систем», рук. Т.П. Любимова.

**Целью работы** является исследование возникновения и нелинейных режимов термоконцентрационной конвекции бинарных и трехкомпонентных жидких смесей в плоском горизонтальном слое и прямоугольных полостях, нагреваемых сверху или снизу, при разных уровнях статического поля тяжести, в отсутствие или при наличии вибраций.

**Методы исследования.** Все исследуемые задачи решались численно методом конечных разностей. Линейная устойчивость состояний механического равновесия исследовалась путем решения нестационарных линеаризованных уравнений малых возмущений. Нелинейные режимы исследовались путем решения полных нестационарных нелинейных уравнений.

**Научная новизна работы.**

В диссертационной работе получены следующие новые результаты:

1. Определены зависимости времени возникновения неустойчивости и волнового числа наиболее опасных возмущений от концентрационного числа Релея (уровня тяжести) в бинарных жидких смесях с отрицательными отношениями разделения в прямоугольных полостях при нагреве сверху.

2. Получены данные о надкритических режимах конвекции бинарных смесей в прямоугольных полостях, нагреваемых сверху, при разных уровнях тяжести.

3. Найдены условия возникновения и надкритические режимы конвекции трехкомпонентных смесей с различными соотношениями между отношениями разделения компонент в квадратной полости при заданных вертикальных градиентах температуры и концентрации.

4. Получены данные о нелинейных режимах конвекции трехкомпонентных смесей с различными соотношениями между отношениями разделения компонент в квадратной полости при вертикальном градиенте температуры и однородном распределении концентрации в начальный момент времени.

5. Исследована вибрационная конвекция трехкомпонентных смесей в прямоугольных полостях с заданными вертикальными градиентами температуры и концентрации в условиях невесомости.

6. Показано, что вибрации, перпендикулярные градиенту температуры, ускоряют возникновение гравитационной конвекции бинарных смесей в нагреваемых сверху прямоугольных полостях в земных условиях и замедляют его в условиях микрогравитации.

**Теоретическая и практическая значимость.** Полученные данные о возникновении неустойчивости и нелинейных режимах конвекции бинарных и трехкомпонентных смесей, а также о влиянии на них вибрационного воздействия, важны с научной точки зрения для описания вкладов различных факторов в тепломассоперенос. Они могут быть использованы для прогнозирования поведения многокомпонентных смесей в природных и технологических процессах (распределение компонент в месторождениях углеводородов, геологические процессы в мантии Земли, разделение изотопов в жидких и газовых смесях и др.) и при планировании и подготовке экспериментов в условиях микрогравитации. Данные о вибрационном воздействии могут быть использованы при разработке методов управления возникновением и развитием конвекции в многокомпонентных смесях.

#### **Автор защищает**

1. Результаты решения линеаризованных задач об эволюции малых возмущений нестационарного основного состояния, соответствующего неподвижной жидкости, заданному вертикальному градиенту температуры и зависящему от времени распределению концентрации по вертикали, для бинарных смесей с отрицательными отношениями разделения в нагреваемых сверху плоском горизонтальном слое и квадратной полости при различных уровнях тяжести.

2. Результаты численного моделирования нелинейных режимов термоконцентрационной конвекции бинарных смесей в нагреваемых сверху прямоугольных полостях при различных уровнях тяжести.

3. Результаты численного исследования устойчивости механического равновесия и нелинейных режимов конвекции трехкомпонентных смесей в

квадратной полости при заданных вертикальных градиентах температуры и концентрации.

4. Результаты численного моделирования нелинейных режимов термоконцентрационной конвекции трехкомпонентных смесей с разными соотношениями между отношениями разделения компонент в квадратной полости при вертикальном градиенте температуры и однородном распределении концентрации в начальный момент времени.

5. Результаты исследования нелинейных режимов термовибрационной конвекции трехкомпонентных смесей в прямоугольных полостях с заданными вертикальными градиентами температуры и концентрации в условиях невесомости.

6. Результаты исследования нелинейных режимов термовибрационной конвекции бинарных смесей в прямоугольных полостях при мгновенном нагреве верхней границы и однородном распределении концентрации в начальный момент времени для различных уровней тяжести.

**Достоверность результатов** подтверждается тестированием используемых программ расчетов на задачах, исследованных ранее, в том числе другими авторами; соответствием данных, полученных разными методами, в том числе в рамках линейного и нелинейного подходов.

**Апробация работы.** Основные результаты, приведённые в диссертации, представлены на следующих научных семинарах и конференциях: Всероссийская конференция молодых учёных «Неравновесные процессы в сплошных средах», Пермь, 2012; 10th International Meeting on Thermodiffusion, Brussels, Belgium, 2012; 18-ая Зимняя школа по механике сплошных сред ИМСС УрО РАН, Пермь, 2013; ELGRA-2013, Vatican City, Rome, 2013; 2-я международная конференция «Пермские гидродинамические научные чтения», Пермь, 2014; 5-я Международная научная школа молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах», Москва, 2014; 40th COSPAR Scientific Assembly, Moscow, The Russian Federation, 2014; 11th International Meeting on Thermodiffusion, Bayonne, France, 2014; 3-я международная конференция «Пермские гидродинамические научные

чтения», Пермь, 2015; 19-ая Зимняя школа по механике сплошных сред ИМСС УрО РАН, Пермь, 2015; Пермский городской гидродинамический семинар им. Г.З. Гершуни и Е.М. Жуховицкого, 2015; International Conference on Computer Simulation in Physics and Beyond, Moscow, 2015; XXIV Всероссийская школа-конференция молодых ученых и студентов «Математическое моделирование в естественных науках», Пермь, 2015; 18 Международная конференция «Потоки и Структуры в Жидкостях», Калининград, 2015.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, включающего обзор литературы, трех глав, заключения и списка литературы, содержащего 135 наименований. Диссертация содержит 82 рисунка. Общий объем диссертации составляет 170 страниц.

**В первой главе** представлены результаты численного исследования возникновения и нелинейных режимов термоконцентрационной конвекции бинарных смесей в плоском горизонтальном слое, квадратной и вытянутой в горизонтальном направлении прямоугольной полостях с твердыми, непроницаемыми для вещества границами при нагреве сверху. Решаются линеаризованные задачи об эволюции малых возмущений нестационарного основного состояния, соответствующего неподвижной жидкости, заданному вертикальному градиенту температуры и зависящему от времени распределению концентрации по вертикали. Выполнено прямое численное моделирование нелинейных режимов термоконцентрационной конвекции при различных уровнях тяжести. Проведено сопоставление зависимостей времени наступления неустойчивости и волнового числа наиболее опасных возмущений от концентрационного числа Релея, полученных при решении линейных и нелинейных задач, с зависимостями, имеющимися в литературе.

**Вторая глава** посвящена численному исследованию возникновения и нелинейных режимов конвекции трехкомпонентных смесей в квадратной полости с твердыми границами при заданных вертикальных градиентах температуры и концентрации в поле тяжести. Найдены границы монотонной и колебательной неустойчивостей механического равновесия при нагреве снизу и граница

монотонной неустойчивости при нагреве сверху. Получены данные о нелинейных режимах конвекции трехкомпонентных смесей с разными соотношениями между отношениями разделения компонент.

**В третьей главе** исследовано влияние горизонтальных вибраций на возникновение и нелинейные режимы термоконцентрационной конвекции бинарных и трехкомпонентных смесей в прямоугольных полостях. Для трехкомпонентных смесей расчеты проведены в отсутствие тяжести при заданных вертикальных градиентах температуры и концентрации. Для бинарных смесей при различных уровнях тяжести при меняющихся со временем распределениях температуры и концентрации по вертикали. Прослежена перестройка структуры течения при увеличении интенсивности вибрационного воздействия.

**Публикации и личный вклад автора.** Основные материалы диссертации изложены в 22 работах [97-118], из них 4 работы опубликованы в ведущих рецензируемых изданиях, рекомендованных ВАК [106, 107, 110, 117], 1 статья в журнале, входящем в базу РИНЦ [100], 6 в сборниках материалов конференций [108, 109, 112-115] и 11 в сборниках тезисов докладов на конференциях различного уровня [97-99, 101-105, 111, 116, 118]. Во всех этих работах диссертант участвовал в постановке задач, выполнении численного моделирования, анализе его результатов, подготовке публикаций.

## ГЛАВА 1. ТЕРМОКОНЦЕНТРАЦИОННАЯ КОНВЕКЦИЯ БИНАРНЫХ СМЕСЕЙ ПРИ НАГРЕВЕ СВЕРХУ

Настоящая глава посвящена исследованию термоконтрационной конвекции бинарных смесей при нагреве сверху.

В [9] рассмотрена задача о возникновении конвекции в плоском вертикальном слое бинарной смеси, на твердых границах которого поддерживаются однородные вертикальные градиенты температуры и концентрации, при наличии эффектов термодиффузии и диффузионной теплопроводности. Показано, что в этом случае существуют монотонная и колебательная моды неустойчивости; получены выражения для границ областей их существования.

Используемые в [9] граничные условия позволяют получить точное решение задачи, однако они являются трудно реализуемыми в эксперименте, поэтому в большинстве работ, посвященных возникновению термоконтрационной конвекции, используются физически более реализуемые условия для концентрации – условия отсутствия диффузионного потока. На Рис. 1 качественно изображена карта устойчивости состояния механического равновесия бинарной смеси при таких граничных условиях в случае заданных постоянных вертикальных градиентов температуры и концентрации. При подогреве снизу ( $Ra > 0$ ) имеются области монотонной (область 2) и колебательной (область 1) неустойчивости, при нагреве сверху – область монотонной неустойчивости (область 3).

Для жидких бинарных смесей, характеризующихся малыми значениями числа Льюиса  $Le = D/\chi$ , время установления линейного распределения концентрации по вертикали значительно превышает время установления линейного профиля температуры. В этих условиях в жидкости с отрицательным отношением разделения при нагреве сверху, когда тяжелая примесь накапливается у верхней горячей стенки, неустойчивость может возникнуть,



когда линейное распределение концентрации по вертикали установилось лишь в тонком слое вблизи верхней границы, а не во всей области.

В [33] с помощью численного решения полной нестационарной нелинейной задачи исследовано возникновение неустойчивости бинарной смеси воды и изопропанола с отрицательным отношением разделения в кубической полости при нагреве сверху. Найдено, что время наступления неустойчивости меняется при изменении концентрационного числа Релея по степенному закону  $t^* \approx 1.21 \cdot 10^5 Ra_S^{-0.52}$ ,  $Ra_S = -Ra\psi/Le$  (время измерено в минутах).

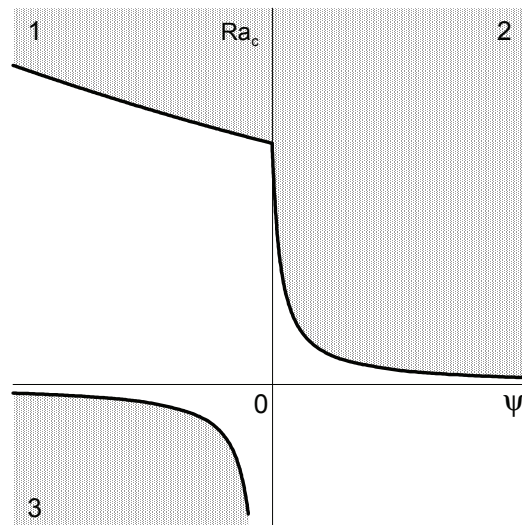


Рис. 1. Зависимость критического числа Релея от отношения разделения для бинарной смеси с  $Pr = 10$ ,  $Sc = 1000$ . Области неустойчивости заштрихованы: 1 – колебательная при нагреве снизу, 2 – монотонная при нагреве снизу, 3 – монотонная при нагреве сверху

Отметим, что полученная в [33] зависимость времени наступления неустойчивости близка к зависимости  $t^* \sim Ra_S^{-0.5}$ , которая следует из решения нестационарной задачи о распространении концентрационного фронта от нагретой верхней границы, около которой происходит накопление тяжелой примеси. Неустойчивость слоя вблизи этой границы наступает, когда число Релея, определенное по толщине пограничного слоя, достигает критического значения, то есть толщина пограничного слоя  $\delta = 4\sqrt{Le t / \pi}$  достигает критического значения.

Таким образом, исследование линейной устойчивости механического равновесия бинарных смесей с малыми числами Льюиса при нагреве сверху должно производиться путем решения задачи об устойчивости нестационарного основного состояния. Для определения критических параметров в таких задачах предложено несколько подходов [119]. В рамках одного из подходов, называемого квазистатическим, выделяют два метода: метод замороженного времени [120], в котором полагаются равными нулю все производные по времени, и теория распространения [28, 34, 121], которая заключается в изучении изменения скорости роста возмущений со временем. Другим подходом к решению задач устойчивости с нестационарным основным состоянием является анализ изменения локального числа Релея [122]. Суть этого подхода заключается в изучении зависимости числа Релея, определенного по толщине пограничного слоя, от времени и сравнении его с величиной, получающейся при решении задачи со стационарным основным состоянием. Этот подход позволяет грубо оценить критические параметры и используется обычно для их предварительной оценки перед применением более точных подходов. Идея еще одного подхода, энергетического анализа устойчивости [123, 124], заключается в составлении функционала энергии и применении вариационных методов для нахождения времени, до наступления которого возмущения не нарастают. Еще один подход, амплитудная теория [121, 125], основан на решении полных уравнений параболического типа для возмущений. Этот подход требует выбора характеристик амплитуды возмущений, за которыми осуществляется наблюдение. В работах, посвященных использованию этого подхода, в качестве такой характеристики были предложены максимальное значение амплитуды тепловых возмущений, интеграл, содержащий тепловую энергию. Во всех случаях выбранная характеристика оценивается на каждом временном шаге и время, при достижении которого производная по времени становится равной нулю, считается критическим.

Анализ литературы показывает, что имеются существенные количественные различия в полученных заависимостях времени наступления неустойчивости от концентрационного числа Релея.

В настоящей главе возникновение неустойчивости механического равновесия бинарных смесей при нагреве сверху исследовано для областей различной геометрии (плоский горизонтальный слой, квадратная полость, вытянутая по горизонтали прямоугольная полость) и с использованием различных подходов (решение нестационарных линеаризованных задач об эволюции малых возмущений во времени, прямое численное моделирование на основе решения полных нестационарных нелинейных уравнений). Проводится сопоставление результатов, полученных для разных геометрий области и с помощью разных подходов.

# 1.1. Линейная устойчивость механического равновесия бинарной смеси в плоском горизонтальном слое при нагреве сверху

## Постановка задачи

Рассмотрим термоконцентрационную конвекцию бинарной жидкой смеси в плоском горизонтальном слое толщиной  $L$  (Рис. 2.). Слой имеет твердые, непроницаемые для вещества границы, на горизонтальных границах поддерживаются постоянные разные температуры, температура верхней границы  $T_1$  выше, чем нижней  $T_2$ . Двумерная декартова система координат  $X\bar{Y}$  введена так, как показано на Рис. 2. Считается, что отклонения температуры  $T$  и концентрации тяжелой компоненты  $C$  от некоторых значений  $T_0$  и  $C_0$ , принимаемых за начало отсчета, малы, так что вызываемые ими отклонения плотности смеси от значения  $\rho_0 = \rho(T_0, C_0)$  также малы и можно считать плотность линейно зависящей от температуры и концентрации:

$$\rho = \rho_0 (1 - \beta_T (T - T_0) - \beta_C (C - C_0)), \quad (1.1)$$

где  $\beta_T = -(1/\rho_0)(\partial\rho/\partial T)|_C$  – коэффициент теплового расширения;

$\beta_C = -(1/\rho_0)(\partial\rho/C)|_T$  – коэффициент концентрационной зависимости плотности.

Поскольку  $C$  – концентрация тяжелой компоненты, то  $\beta_C < 0$ .

Уравнения свободной термоконцентрационной конвекции смеси в приближении Буссинеска имеют вид (см., например, [2], [3], [9]):

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + (\bar{u} \cdot \nabla) \bar{u} = -\frac{\nabla p}{\rho_0} + \nu \nabla^2 \bar{u} + g(\beta_T T + \beta_C C) \bar{y}, \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) T = \chi \nabla^2 T, \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) C = D \nabla^2 C - D S_T \nabla [C_0 (1 - C_0) \nabla T], \quad (1.4)$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0. \quad (1.5)$$

Здесь  $\vec{u}$  – скорость,  $p$  – давление,  $\nu$  – вязкость смеси,  $g$  – ускорение силы тяжести,  $\vec{y}$  – орт вертикальной оси,  $\chi$  – коэффициент температуропроводности,  $D$  – коэффициент молекулярной диффузии,  $S_T$  – коэффициент Соре.

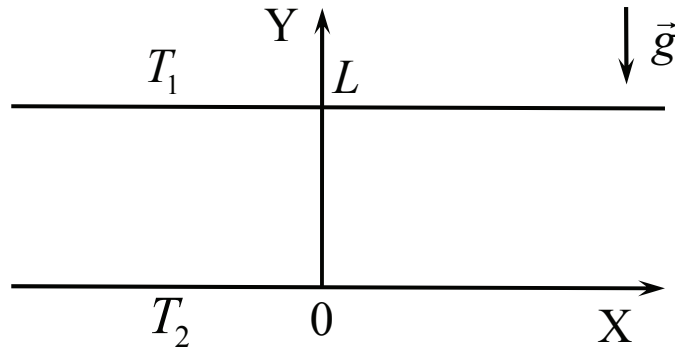


Рис. 2. Геометрия задачи

Уравнения записаны в пренебрежении эффектом барродиффузии и эффектом диффузионной теплопроводности в силу их малости по сравнению с эффектами диффузии, термодиффузии и теплопроводности для жидкостей. Коэффициенты переноса считаются постоянными. В силу малости отклонения концентрации от равновесного значения в уравнении диффузии (1.4) множитель  $C(1 - C)$  заменяется на  $C_0(1 - C_0)$ .

Выберем в качестве единиц измерения следующие величины:  $L$  для длины,  $\nu/L$  для скорости,  $L^2/\nu$  для времени,  $\rho_0 \nu^2/L^2$  для давления, характерную разность температур  $\Delta T = T_1 - T_2$  для температуры и  $C_0(C_0 - 1)S_T \Delta T$  для концентрации. Уравнения (1.2)-(1.5) в безразмерной форме принимают вид:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\nabla p + \nabla^2 \vec{u} + \text{RaPr}^{-1} (T + \psi C) \vec{\gamma}, \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) T = \text{Pr}^{-1} \nabla^2 T, \quad (1.7)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) C = \text{Sc}^{-1} (\nabla^2 C - \nabla^2 T), \quad (1.8)$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0. \quad (1.9)$$

Для безразмерных переменных сохранены прежние обозначения.

Уравнения (1.6)-(1.9) содержат следующие безразмерные параметры:  $\psi = -C_0(1 - C_0)S_T\beta_C / \beta_T$  – отношение разделения смеси,  $\text{Pr} = \nu / \chi$  – число Прандтля,  $\text{Ra} = g\beta_T\Delta TL^3 / (\nu\chi)$  – число Релея,  $\text{Sc} = \nu / D$  – число Шмидта. Число Прандтля определяет соотношение между интенсивностями молекулярного переноса количества движения и переноса теплоты теплопроводностью, а число Шмидта – соотношение между интенсивностями молекулярного переноса количества движения и переноса массы примеси диффузией. Число Релея характеризует отношение потока тепла за счёт подъёмной силы к теплопроводности среды. Отношение разделения смеси – это соотношение между изменениями плотности за счет изменения концентрации и температуры; оно определяет термодиффузионные свойства жидкости. Отметим, что  $\Delta T = T_1 - T_2 > 0$ , поэтому в рассматриваемой постановке задачи  $\text{Ra} > 0$ , в отличие от общепринятого обозначения, когда нагрев сверху соответствует  $\text{Ra} < 0$ .

Граничные условия в безразмерной форме имеют вид:

$$y = 0: \vec{u} = 0, T = 0, \frac{\partial}{\partial y}(C - T) = 0, \quad (1.10)$$

$$y = 1: \vec{u} = 0, T = 1, \frac{\partial}{\partial y}(C - T) = 0. \quad (1.11)$$

В результате эффекта Соре (термодиффузии) тяжелая компонента бинарной смеси с отрицательным отношением разделения под действием градиента температуры перемещается в более нагретую часть слоя, а легкая компонента – в более холодную. В случае положительного значения отношения разделения смеси поведение компонент смеси противоположно. При наличии тяжести в случае нагрева сверху возникает неустойчивость, если тяжелая компонента смеси оказывается выше, чем легкая.

### Состояние механического равновесия

Задача (1.6)-(1.11) имеет аналитическое решение, описывающее бесконвективное состояние с температурой и концентрацией, зависящими только от вертикальной координаты и времени. В настоящей работе рассматриваются жидкие смеси, для которых характерное значение числа Прандтля  $Pr \sim 10$ , а числа Шмидта  $Sc \sim 10^3$ . В этом случае тепловые процессы в смеси происходят значительно быстрее диффузионных и можно считать, что градиент температуры устанавливается мгновенно. Уравнения и граничные условия, описывающие такое нестационарное бесконвективное состояние, имеют вид:

$$\nabla p = RaPr^{-1}(T + \psi C) \vec{\gamma}, \quad (1.12)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0, \quad (1.13)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = Sc^{-1} \frac{\partial^2 C}{\partial y^2}, \quad (1.14)$$

$$y = 0: T = 0, \quad \frac{\partial}{\partial y}(C - T) = 0, \quad (1.15)$$

$$y = 1: T = 1, \quad \frac{\partial}{\partial y}(C - T) = 0. \quad (1.16)$$

Решение задачи (1.12)-(1.16) имеет вид [16]:

$$\vec{u}_b = 0, \quad T_b = y, \quad (1.17)$$

$$C_b = C_0 - \left[ \frac{1}{2} - y - \frac{4}{\pi^2} \sum_{n, \text{odd}} \frac{1}{n^2} \cos(n\pi y) \exp\left(-n^2 \frac{t}{\tau_r}\right) \right],$$

где  $\tau_r = \frac{L^2}{\pi^2 D}$  – характерное диффузионное время.

### Задача устойчивости механического равновесия

Рассмотрим линейную устойчивость бесконвективного состояния (1.17) по отношению к малым возмущениям. Для этого представим поля скорости, давления, температуры и концентрации в виде суммы основного состояния и малых возмущений:

$$(\bar{u}, p, T, C) = (\bar{u}_b, p_b, T_b, C_b) + (\bar{u}', p', T', C'). \quad (1.18)$$

Линеаризованные уравнения малых возмущений основного состояния (1.17) имеют вид:

$$\frac{\partial \bar{u}'}{\partial t} = -\nabla p' + \nabla^2 \bar{u}' + \text{RaPr}^{-1}(T' + \psi C') \bar{\gamma},$$

$$\frac{\partial C'}{\partial t} + \bar{u}' \nabla C_b = \text{Sc}^{-1}(\nabla^2 C' - \nabla^2 T'),$$

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + \bar{u}' \nabla T_b = \text{Pr}^{-1} \nabla^2 T',$$

$$\nabla \cdot \bar{u}' = 0.$$

Граничные условия:



$$y = 0, 1: \vec{u}' = 0, T' = 0, \frac{\partial}{\partial y}(C' - T') = 0.$$

Ограничимся рассмотрением двумерных возмущений и введем функцию тока  $\psi$  и завихренность  $\varphi$  как  $u'_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}$ ,  $u'_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$ ,  $\varphi = \text{rot}_z \vec{u}' = -\Delta \psi$ . Уравнения малых двумерных возмущений, записанные в терминах функции тока и завихренности, имеют вид:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \Delta \varphi + \text{RaPr}^{-1} \left( \frac{\partial T'}{\partial x} + \psi \frac{\partial C'}{\partial x} \right), \quad (1.19)$$

$$\frac{\partial T'}{\partial t} - \frac{\partial \psi}{\partial x} = \text{Pr}^{-1} \Delta T', \quad (1.20)$$

$$\frac{\partial C'}{\partial t} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial C_b}{\partial y} = \text{Sc}^{-1} (\Delta C' - \Delta T'), \quad (1.21)$$

$$\varphi = -\Delta \psi. \quad (1.22)$$

Граничные условия для возмущений в терминах  $\psi$  и  $\varphi$  имеют вид:

$$y = 0, 1: \psi = \frac{\partial \psi}{\partial y} = T' = \frac{\partial C'}{\partial y} - \frac{\partial T'}{\partial y} = 0, \quad (1.23)$$

Будем рассматривать возмущения периодические по горизонтальной координате:

$$(\varphi(x, y, t), \psi(x, y, t), T'(x, y, t), C'(x, y, t)) = (\Phi(y, t), \Psi(y, t), \Theta(y, t), c(y, t)) e^{ikx},$$

где  $k$  – волновое число. После подстановки возмущений в таком виде в уравнения (1.19)-(1.22) получаем уравнения для функций  $\Phi$ ,  $\Psi$ ,  $\Theta$ ,  $c$  в виде:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} - k^2 \right) \Phi + ikRaPr^{-1} (\Theta + \psi c), \quad (1.24)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} - ik\Psi = Pr^{-1} \left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} - k^2 \right) \Theta, \quad (1.25)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} - ik\Psi \frac{\partial C_b}{\partial y} = Sc^{-1} \left( \left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} - k^2 \right) c - \left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} - k^2 \right) \Theta \right), \quad (1.26)$$

$$\Phi = - \left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} - k^2 \right) \Psi. \quad (1.27)$$

Граничные условия имеют вид:

$$y = 0, 1: \quad \Psi = \frac{\partial \Psi}{\partial y} = \Theta = \frac{\partial c}{\partial y} - \frac{\partial \Theta}{\partial y} = 0. \quad (1.28)$$

### Метод решения

Задача (1.24)-(1.28) решалась численно, методом конечных разностей, с помощью явной конечно-разностной схемы с постоянным временным шагом, равным  $h^2/8$ , где  $h$  – пространственный шаг сетки, который принимался постоянным и равным  $1/40$ . Одномерное уравнение Пуассона для функции тока решалось методом скалярной прогонки. Граничные условия для завихренности получались по формуле Тома [126]:

$$\Phi_0 = -\frac{2}{h^2} \Psi_1, \quad \Phi_n = -\frac{2}{h^2} \Psi_{n-1}.$$

Здесь  $n$  – число узлов сетки.

В начальный момент времени для  $\Psi$  задавались возмущения малой амплитуды  $\Psi = 10^{-8} \sin(\pi y)$ , значения возмущений температуры, концентрации и

завихренности во всех узлах сетки в начальный момент времени принимались равными нулю.

## Результаты

Расчеты проводились для бинарной смеси 90% воды и 10% изопропанола. Данная смесь применялась в космическом эксперименте IVIDIL (Influence of Vibrations on Diffusion in Liquids – влияние вибраций на диффузию в жидкостях), проведенному в период с 5 октября 2009 года по 20 января 2010 года на Международной космической станции. Целью эксперимента было определение коэффициентов диффузии и термодиффузии бинарных смесей и изучение влияния вибраций на процессы диффузии и термодиффузии. В экспериментах использовались кубические ячейки с длиной ребра 1 см, которые заполнялись водными растворами изопропанола разной концентрации. Средняя температура составляла 298 К, разность температур между верхней и нижней границами полости варьировалась.

Расчеты проводились для двух наборов параметров, один из которых (Вариант 1 в Таблице 1) соответствует космическому эксперименту IVIDIL [94], а второй – работе [127].

Вычисления проводились для разных уровней тяжести, в диапазоне значений ускорения силы тяжести  $g = g_0 \cdot 10^{-3} \div g_0$ , где  $g_0$  – ускорение силы тяжести в земных условиях, при этом для Варианта 1 в случае  $g = g_0$  значение числа Релея составляло  $Ra = 2.54 \cdot 10^5$ , для Варианта 2, также в земных условиях, –  $Ra = 2.1 \cdot 10^4$ .

При решении рассматриваемой в настоящем разделе задачи для определения времени наступления неустойчивости использовался критерий, предложенный в [128, 129] и примененному в [34] для решения линейной задачи устойчивости в горизонтальном слое воды и этанола. Согласно этому критерию, неустойчивость возникает в тот момент времени, когда энергия возмущений становится равна энергии основного состояния. При  $Le \ll 1$ ,  $Pr > 1$  и  $Ra_S > |Ra|$

зависимость энергии основного состояния от времени определяется как  $E_b(t) = \langle C_b^2 \rangle / 2$ , а зависимость энергии возмущений –  $E(t) = \langle C^2 \rangle / 2$ . Здесь  $\langle \cdot \rangle = \left( \int_V (\cdot) dV \right) / V$ ,  $V$  – объем, например, одной ячейки. Как отмечают авторы, критерий  $E_b(t) = E(t)$  при  $t = t^*$  соответствует равенству скорости роста возмущений и скорости изменения основного состояния.

Таблица 1

Параметры	Вариант 1	Вариант 2
$L, \text{ м}$	0.01	0.006
$\rho_0, \text{ кг/м}^3$	984	980.89
$T_0, \text{ К}$	298	300
$\Delta T = T_1 - T_2, \text{ К}$	15	6
$\beta_T, \text{ К}^{-1}$	$3.1 \times 10^{-4}$	$3.3 \times 10^{-4}$
$\beta_C$	-0.1386	-0.1437
$\nu, \text{ м}^2/\text{с}$	$1.41 \times 10^{-6}$	$1.45 \times 10^{-6}$
$\chi, \text{ м}^2/\text{с}$	$1.3 \times 10^{-7}$	$1.4 \times 10^{-7}$
$D, \text{ м}^2/\text{с}$	$8.7 \times 10^{-10}$	$7.1 \times 10^{-10}$
$S_T, \text{ К}^{-1}$	$-1.06 \times 10^{-2}$	$-8.47 \times 10^{-3}$
Pr	10.846	10.3
Sc	1620	2039
$\psi$	-0.427	-0.329

В диссертационной работе время наступления неустойчивости определялось как путем сравнения энергии возмущений с энергией основного состояния, так и путем сравнения скорости роста возмущений и скорости изменения основного состояния.

Рассматриваемая задача характеризуется несколькими временными масштабами: вязким, тепловым и диффузионным. Для Варианта 1 характерное вязкое время составляет  $\tau_v = L^2/\nu \approx 70$  с, тепловое время  $\tau_{th} = L^2/\chi \approx 7.7 \cdot 10^2$  с, диффузионное время  $\tau_D = L^2/D \approx 1.2 \cdot 10^5$  с, для Варианта 2:  $\tau_v \approx 25$  с,  $\tau_{th} \approx 2.6 \cdot 10^2$  с,  $\tau_D \approx 5.1 \cdot 10^4$  с.

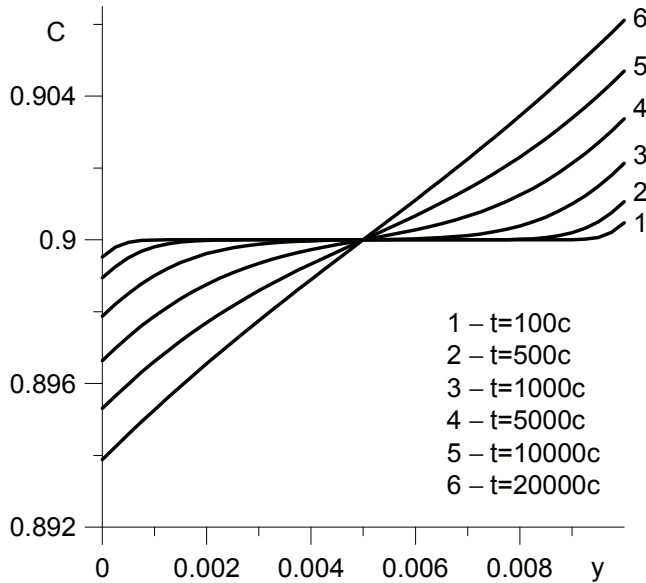


Рис. 3. Профили концентрации для бесконвективного основного состояния (1.17) в разные моменты времени для Варианта 1

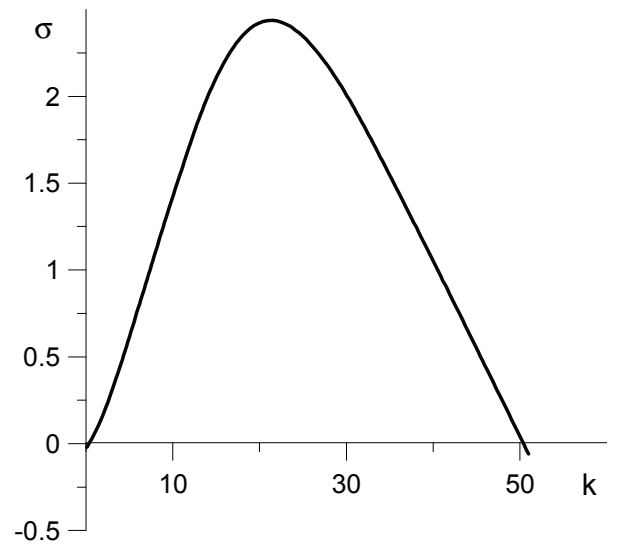


Рис. 4. Зависимость инкремента возмущений функции тока от волнового числа для Варианта 1 при  $Ra = 2.54 \cdot 10^5$

На Рис. 3 представлены профили концентрации, соответствующие основному состоянию (1.17) для Варианта 1, в разные моменты времени. Видно, что через 100 с (кривая 1) после начала диффузионного процесса профиль концентрации примеси отличается от начального однородного распределения лишь вблизи границ слоя, а линейный профиль концентрации устанавливается за время порядка диффузионного времени  $\tau_D$  (кривая 6).

На Рис. 4 приведена полученная численно зависимость скорости роста возмущений от волнового числа для Варианта 1 при значении числа Релея  $Ra = 2.54 \cdot 10^5$ , соответствующем земному уровню тяжести. Скорость роста возмущений определялась по формуле  $\sigma = \ln(\Psi_2/\Psi_1)/(t_2 - t_1)$ , где  $t_1$  и  $t_2$  — два

последовательных момента времени, а  $\Psi_1$  и  $\Psi_2$  – соответствующие им максимальные значения модуля амплитуд возмущений функции тока. Точка максимума зависимости  $\sigma(k)$  определяет волновое число  $k_m$  и соответствующую длину волны  $\lambda_m$  наиболее быстрорастущих (наиболее опасных) возмущений. Для показанного на Рис. 5 случая  $k_m \approx 22$ , а  $\lambda_m \approx 0.29$ .

Расчеты, проведенные для разных концентрационных чисел Релея (уровней тяжести), показали, что скорость роста и волновое число наиболее опасных возмущений растут с увеличением уровня тяжести. Зависимость  $k_m(Ra_S)$  для Варианта 1 получена в виде  $k_m \approx 0.39 Ra_S^{0.24}$ , а зависимость времени наступления неустойчивости от  $Ra_S$  в виде  $t^* \approx 1.04 \cdot 10^5 Ra_S^{-0.50}$  в случае использования в качестве критерия равенства энергий возмущений и основного состояния и  $t^* \approx 0.74 \cdot 10^5 Ra_S^{-0.50}$  в случае использования критерия равенства скорости роста возмущений и скорости изменения основного состояния.

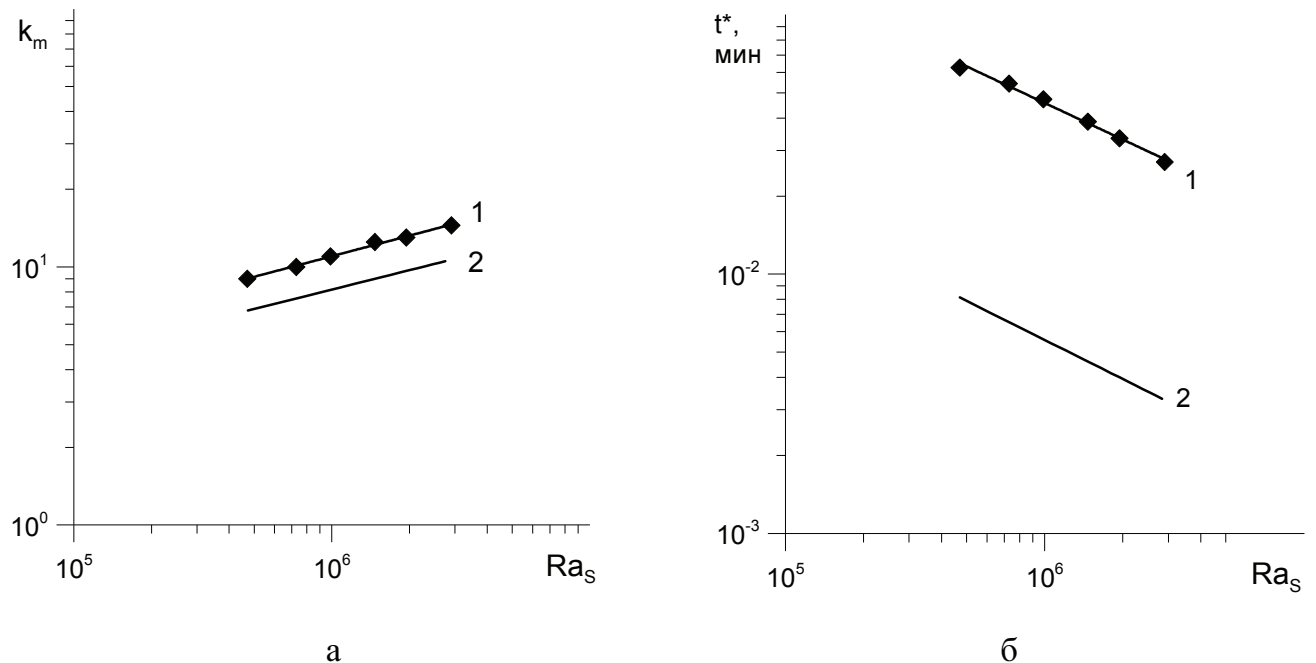


Рис. 5. Зависимость волнового числа наиболее опасных возмущений (а) и времени наступления неустойчивости (б) от концентрационного числа Релея для смеси вода-этанол. Кривая 1 – результат, полученный в настоящей работе, кривая 2 – результат, полученный в [34]

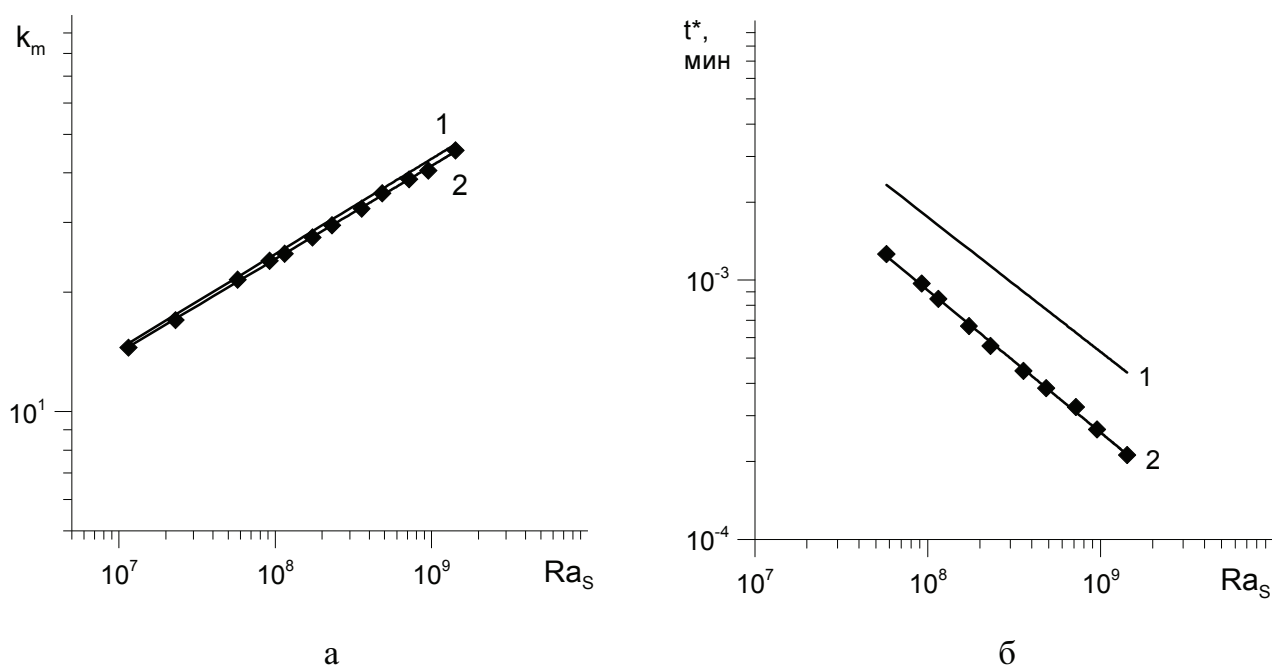


Рис. 6. Зависимость волнового числа наиболее опасных возмущений (а) и времени наступления неустойчивости (б) от концентрационного числа Релея для коллоидной суспензии. Кривая 1 – результат, полученный в настоящей работе, кривая 2 – результат, полученный в экспериментах [31, 35]

На Рис. 5 представлены зависимости  $k_m(Ra_S)$  (Рис. 5а) и  $t^*(Ra_S)$  (Рис. 5б) для 70% раствора этанола в воде с параметрами  $Pr = 27.83$ ,  $Sc = 5234$  и  $\psi = -0.240$  [130], полученные с использованием в качестве критерия неустойчивости равенства скорости роста возмущений и скорости изменения основного состояния. Зависимости описываются выражениями  $k_m \approx 0.28Ra_S^{0.25}$  и  $t^* \approx 29.4Ra_S^{-0.50}$ . Напомним, что представленные в работе [34] степенные законы имеют вид  $k_m \approx 0.2585Ra_S^{0.25}$  и  $t^* \approx 5.57Ra_S^{-0.52}$  (время наступления неустойчивости в работе [34] измерено в диффузионных единицах  $t' = tL^2/D$ ). Таким образом, показатели степени в обоих законах и коэффициенты в законах  $k_m(Ra_S)$ , полученных в диссертационной работе и в работе [34], близки, но имеется большое различие в численном коэффициенте зависимости  $t^*(Ra_S)$ . По нашему мнению, это различие связано с тем, что в работе [34] исследование проводится в рамках приближения замороженного времени. В диссертационной работе время наступления неустойчивости определяется путем прямого численного



моделирования эволюции малых возмущений нестационарного основного состояния во времени.

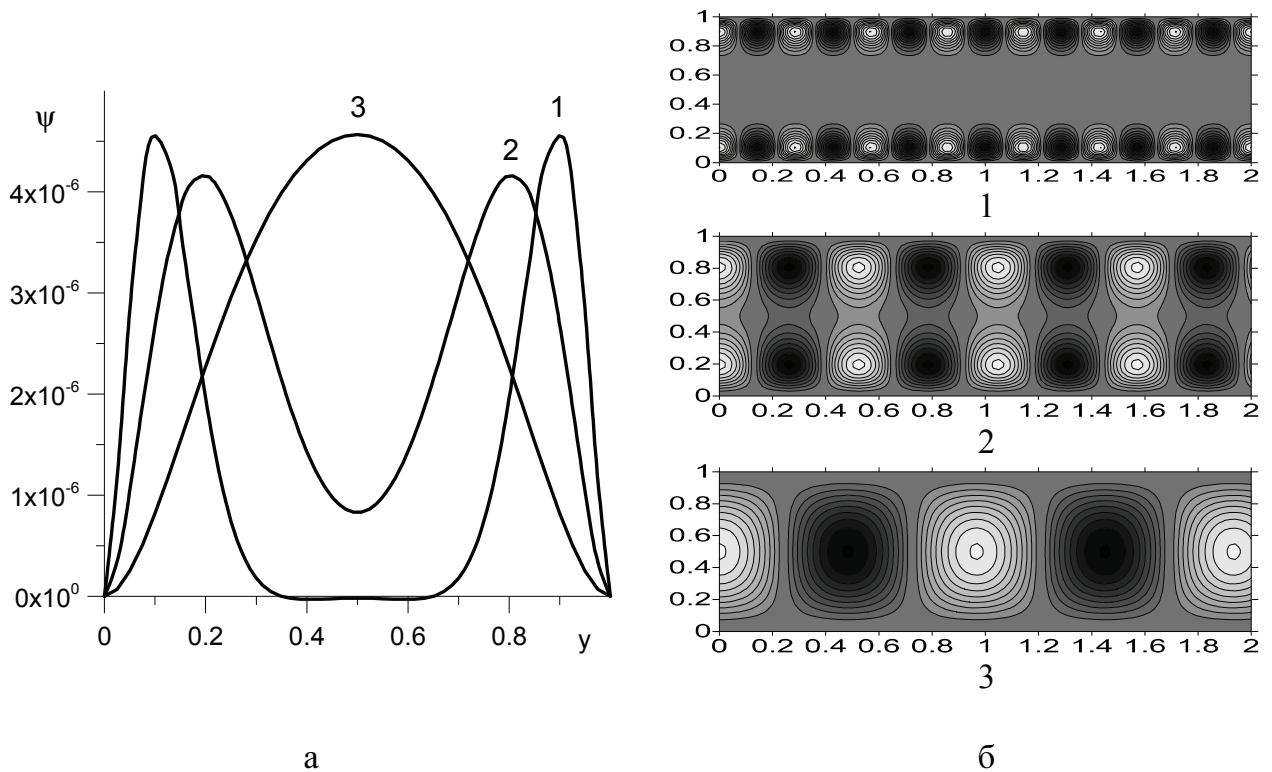


Рис. 7. Распределение критических возмущений функции тока по вертикали (а) и изолинии возмущений функции тока в плоскости  $XY$  (б) для Варианта 1. (1) –  $Ra = 2.54 \cdot 10^5$ , (2) –  $Ra = 2.54 \cdot 10^4$ , (3) –  $Ra = 2.54 \cdot 10^3$ . Светлые области соответствуют положительному значению функции тока (циркуляции жидкости по часовой стрелке), темные – отрицательному значению функции тока (циркуляции жидкости против часовой стрелки)

На Рис. 6. приведены зависимости  $k_m(Ra_S)$  (Рис. 6а) и  $t^*(Ra_S)$  (Рис. 6б) для коллоидной суспензии с  $Pr = 5.53$ ,  $Sc = 3.72 \cdot 10^4$  и  $\psi = -3.41$  [31, 35], полученные в диссертационной работе и в экспериментах [31, 35]. В работе [31] получена зависимость времени наступления неустойчивости от концентрационного числа Релея в виде  $t^* \approx 25.3Ra_S^{-0.50}$ , а в [35] – зависимость волнового числа наиболее опасных возмущений от  $Ra_S$  в виде  $k_m \approx (0.3 \pm 0.1)Ra_S^{0.24 \pm 0.02}$ . В настоящей работе получены следующие законы:  $k_m \approx 0.31Ra_S^{0.24}$  и  $t^* \approx 22.5Ra_S^{-0.52}$  (время наступления неустойчивости измерено в диффузионных единицах). Таким образом, имеется

хорошее согласие результатов, полученных в диссертационной работе с результатами эксперимента.

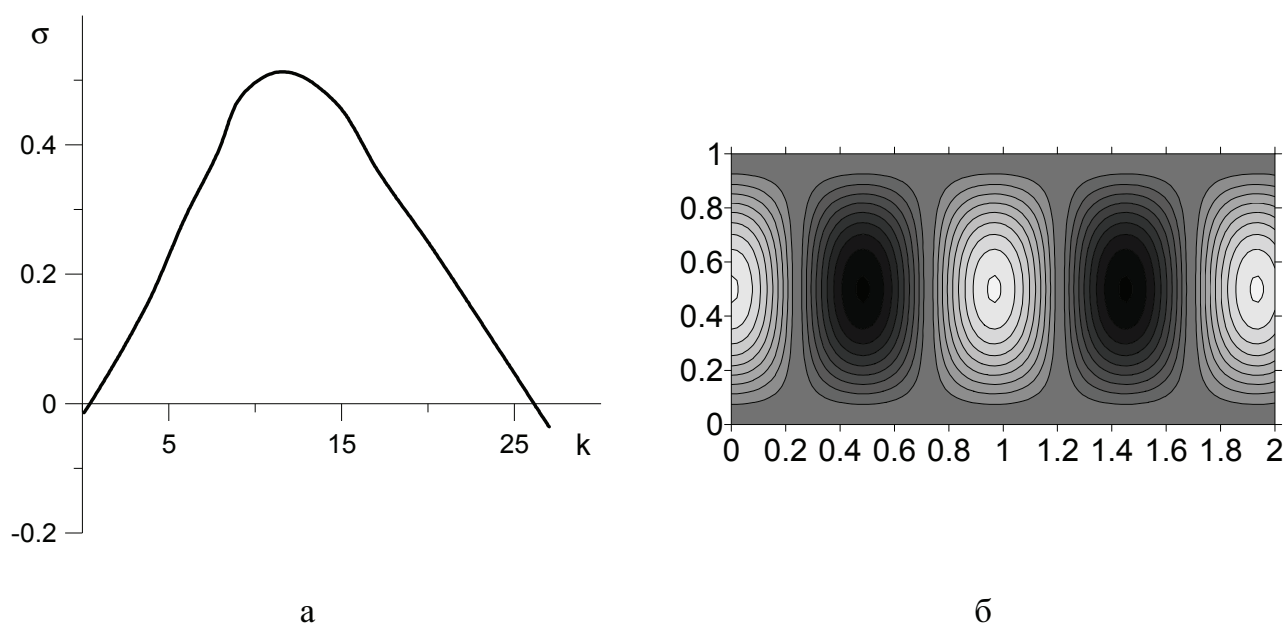


Рис. 8. Распределение критических возмущений функции тока по вертикали (а) и изолинии возмущений функции тока в плоскости XY (б) для Варианта 2,  $Ra = 2.1 \cdot 10^4$ . Светлые области соответствуют положительному значению функции тока (циркуляции жидкости по часовой стрелке), темные – отрицательному значению функции тока (циркуляции жидкости против часовой стрелки)

Распределение критических возмущений функции тока по вертикали и изолинии возмущений функции тока в плоскости XY для разных значений числа Релея представлены на Рис. 7. Для числа Релея  $Ra = 2.54 \cdot 10^5$  неустойчивость возникает в момент времени  $t^* \approx 20$  мин, когда толщина слоя  $\delta$  достигает величины  $\delta_* \approx 0.27$ . При уменьшении числа Релея толщина слоя, соответствующая моменту наступления неустойчивости, увеличивается; при  $Ra = 2.54 \cdot 10^3$  она равна толщине слоя  $L$ .

Для Варианта 2 численные данные о зависимости скорости роста возмущений функции тока от волнового числа в условиях земной тяжести ( $Ra = 2.1 \cdot 10^4$ ) приведены на Рис. 8а. Максимальное значение скорости роста возмущений достигается при  $k_m \approx 12$ , т.е.  $\lambda_m \approx 0.55$ . Время наступления неустойчивости, определенное по критерию равенства скорости роста

возмущений и скорости изменения основного состояния,  $t^* \approx 1.7 \cdot 10^3$  с  $\approx 28$  мин. Структура критических возмущений функции тока представлена на Рис. 8б.

Зависимости волнового числа наиболее опасных возмущений и времени наступления неустойчивости от концентрационного числа Релея представлены на Рис. 9 и описываются законами  $k_m \approx 0.26 Ra_S^{0.27}$  и  $t^* \approx 0.38 \cdot 10^5 Ra^{-0.51}$  соответственно.

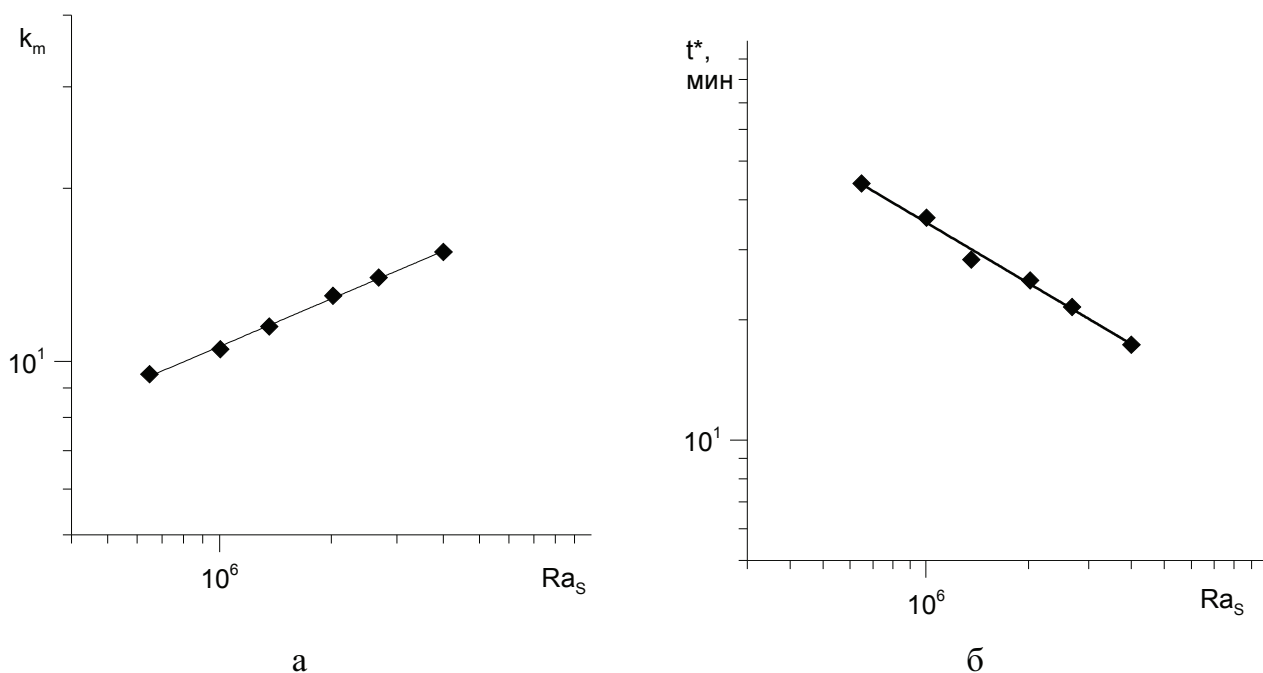


Рис. 9. Зависимость волнового числа (а) и времени наступления неустойчивости (б) от концентрационного числа Релея для Варианта 2

## 1.2. Линейная устойчивость механического равновесия бинарной смеси в квадратной полости при нагреве сверху

### Постановка задачи и описание методов

Рассмотрим задачу линейной устойчивости механического равновесия бинарной смеси в квадратной полости со стороной  $L$ . Границы полости считаются твердыми, непроницаемыми для вещества, на горизонтальных границах поддерживаются постоянные разные температуры ( $T_1 > T_2$ , нагрев сверху), вертикальные границы теплоизолированы (Рис. 10).

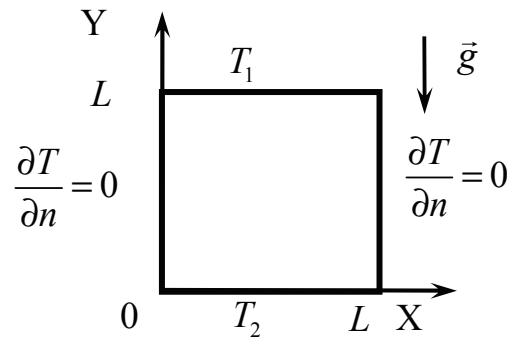


Рис. 10. Геометрия задачи

Для исследования устойчивости бесконвективного состояния

$$\vec{u}_b = 0, \quad T_b = y,$$

$$C_b = C_0 - \left[ \frac{1}{2} - y - \frac{4}{\pi^2} \sum_{n, \text{odd}} \frac{1}{n^2} \cos(n\pi y) \exp\left(-n^2 \frac{t}{\tau_r}\right) \right]$$

(см. раздел 1.1, формула (1.17)) с характерным диффузионным временем  $\tau_r = L^2/\pi^2 D$  воспользуемся линеаризованными нестационарными уравнениями для малых возмущений в терминах функции тока, завихренности, температуры и концентрации примеси (см. уравнения (1.19)-(1.22)):

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \Delta \varphi + \text{RaPr}^{-1} \left( \frac{\partial T'}{\partial x} + \psi \frac{\partial C'}{\partial x} \right), \quad (1.29)$$

$$\frac{\partial T'}{\partial t} - \frac{\partial \psi}{\partial x} = \text{Pr}^{-1} \Delta T', \quad (1.30)$$

$$\frac{\partial C'}{\partial t} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial C_b}{\partial y} = \text{Sc}^{-1} (\Delta C' - \Delta T), \quad (1.31)$$

$$\varphi = -\Delta \psi. \quad (1.32)$$

Граничные условия для возмущений в терминах  $\psi$  и  $\varphi$  имеют вид:

$$y = 0, 1: \psi = \frac{\partial \psi}{\partial y} = T' = \frac{\partial C'}{\partial y} - \frac{\partial T'}{\partial y} = 0, \quad (1.33)$$

$$x = 0, 1: \psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial T'}{\partial x} = \frac{\partial C'}{\partial x} = 0. \quad (1.34)$$

Задача (1.29)-(1.34) решалась численно, методом конечных разностей. Пространственные производные аппроксимировались центральными разностями. Использовалась явная конечно-разностная схема, где  $h$  – пространственный шаг сетки. Уравнение Пуассона для функции тока решалось методом верхней релаксации. Значения завихренности на границах полости получались по формуле Тома [126]:

$$\varphi_{0,j} = -\frac{2}{h^2} \psi_{1,j}, \quad \varphi_{n,j} = -\frac{2}{h^2} \psi_{n-1,j}, \quad j = 0, \dots, 40,$$

$$\varphi_{i,0} = -\frac{2}{h^2} \psi_{i,1}, \quad \varphi_{i,m} = -\frac{2}{h^2} \psi_{i,m-1}, \quad i = 0, \dots, 40.$$

В начальный момент задавались нулевые значения возмущений концентрации и температуры во всех узлах сетки, возмущения функции тока задавались в виде  $\psi = 10^{-8} \sin(2\pi x) \sin(\pi y)$ .

Для выявления влияния пространственного шага сетки были проведены тестовые расчеты на сетках с разным пространственным шагом. Результаты этих расчетов приведены в Таблице 2.

Таблица 2

Сетка	31×31	41×41	51×51	61×61
Безразмерное время наступления неустойчивости $t^*$	18.4	18.8	19.1	19.2

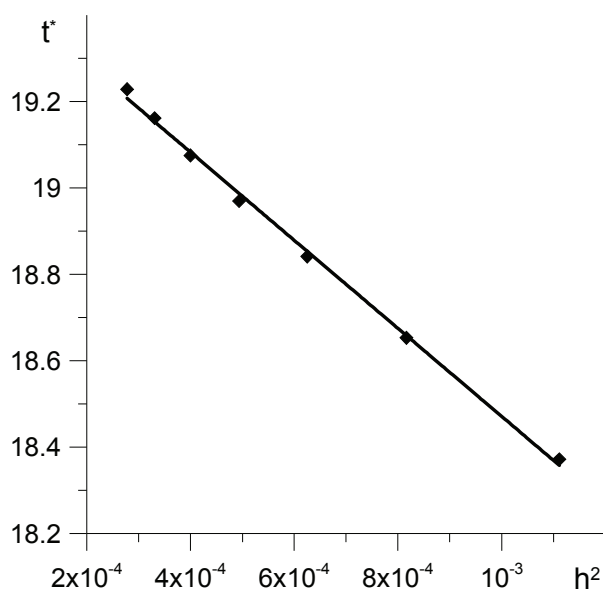


Рис. 11. Сравнение результатов, полученных на сетках с разным пространственным шагом: зависимость времени наступления неустойчивости от шага сетки для Варианта 1,  $Ra = 2.54 \cdot 10^5$

По полученным данным построена зависимость времени наступления неустойчивости от квадрата шага сетки (Рис. 11). Видно, что, как и обычно в случаях схем с центральными разностями, имеет место линейная зависимость полученных характеристик от квадрата шага сетки [131]. Анализ данных Рис. 11 дает следующую зависимость для времени наступления неустойчивости:  $t^* \approx t_0^* - 10^3 h^2$ , где  $t_0^* \approx 20$  – предельное значение времени наступления неустойчивости, соответствующее бесконечно малому шагу сетки. Из этой зависимости видно, что точность в 5% достигается при шаге сетки  $h < 0.03$ , а при

сетке с шагом  $1/40$  погрешность не превышает 3%. На основании этого анализа для основных расчетов был выбран шаг  $h = 1/40$ .

## Результаты

Расчеты были проведены для параметров, соответствующих Варианту 1 (Таблица 1), в квадратной полости в диапазоне чисел Релея  $Ra = 2.54 \cdot 10^2 \div 2.54 \cdot 10^5$ . Время наступления неустойчивости, определялось путем сравнения скорости роста возмущений и скорости изменения нестационарного основного состояния

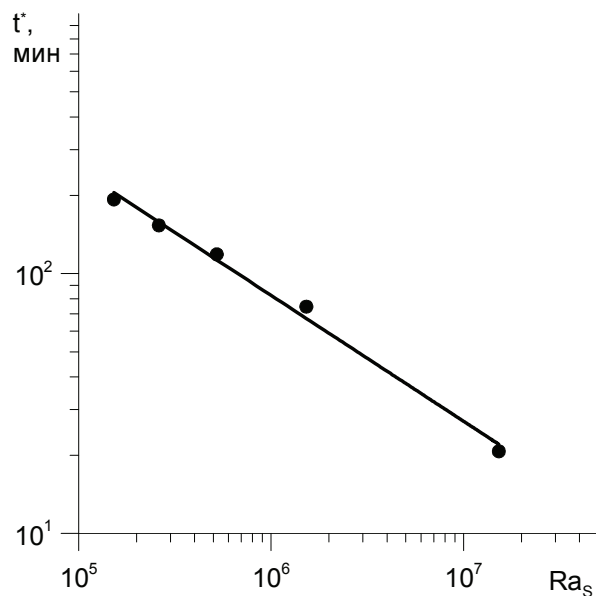


Рис. 12. Зависимость времени наступления неустойчивости от концентрационного числа Релея.

На Рис. 12 представлена зависимость времени наступления неустойчивости  $t^*$  от концентрационного числа Релея. Видно, что  $t^*$  растет с повышением уровня тяжести по степенному закону. Обработка данных Рис. 12 показала, что этот закон имеет вид  $t^* \approx 0.66 \cdot 10^5 Ra_s^{-0.50}$ .

Полученные данные о структуре критических возмущений функции тока (пространственный период структур) для разных чисел Релея (Рис. 13) позволяют определить пространственный масштаб (длину волны) наиболее опасных



возмущений. Для  $Ra = 2.54 \cdot 10^5$  длина волны составляет  $\lambda \approx 0.32$ , а соответствующее значение волнового числа  $k \approx 20$ . При уменьшении силы тяжести число вихрей уменьшается, т.е., длина волны критических возмущений увеличивается, так, при  $Ra = 2.54 \cdot 10^4$  длина волны  $\approx 0.51$ , а волновое число  $\approx 13$ , при  $Ra = 2.54 \cdot 10^3$  длина волны  $\approx 0.91$ , а волновое число  $\approx 7.0$ . Эти значения хорошо согласуются со значениями волнового числа наиболее опасных возмущений (длины волны), полученных в разделе 1.1 при решении задачи для плоского горизонтального слоя, ( $k_m \approx 22$  и  $\lambda_m \approx 0.29$  для  $Ra = 2.54 \cdot 10^5$ ,  $k_m \approx 12$ ,  $\lambda_m \approx 0.52$  для  $Ra = 2.54 \cdot 10^4$  и  $k_m \approx 6.5$ ,  $\lambda_m \approx 0.97$  для  $Ra = 2.54 \cdot 10^3$ ).

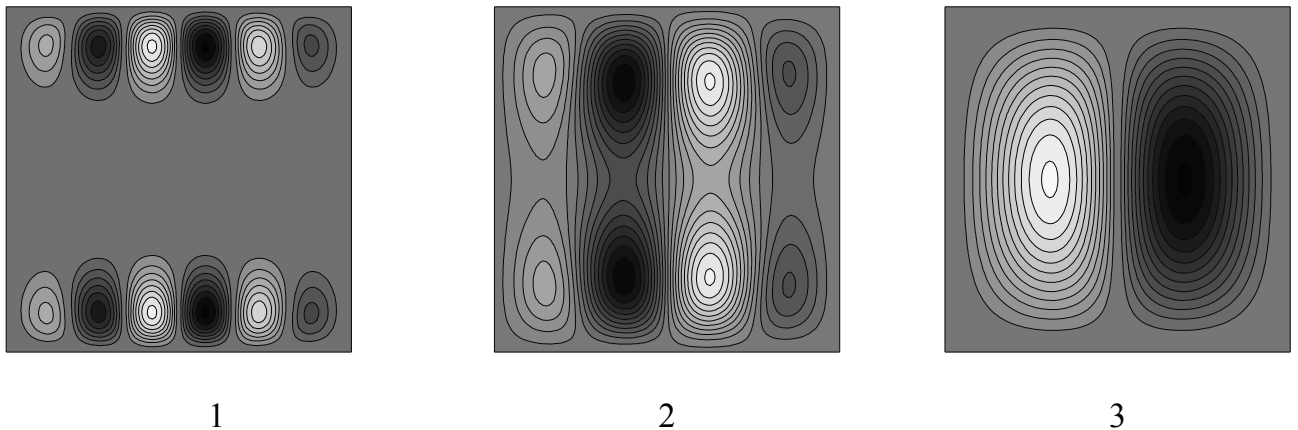


Рис. 13. Изолинии критических возмущений функции тока. (1) –  $Ra = 2.54 \cdot 10^5$ , (2) –  $Ra = 2.54 \cdot 10^4$ , (3) –  $Ra = 2.54 \cdot 10^3$ . Светлые области соответствуют положительному значению функции тока (циркуляции жидкости по часовой стрелке), темные – отрицательному значению функции тока (циркуляции жидкости против часовой стрелки)

### 1.3. Нелинейные режимы конвекции бинарных смесей в квадратной полости при нагреве сверху

#### Постановка задачи и описание методов

Для моделирования нелинейных режимов термоконцентрационной конвекции бинарной смеси в квадратной полости (Рис. 11) воспользуемся полными нестационарными уравнениями конвекции в приближении Буссинеска (см. уравнения (1.6)-(1.9)), переписанными в терминах функции тока и завихренности:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \Delta \varphi - \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \text{RaPr}^{-1} \left( \frac{\partial T}{\partial x} + \psi \frac{\partial C}{\partial x} \right), \quad (1.35)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} + \text{Pr}^{-1} \Delta T, \quad (1.36)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial C}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial C}{\partial x} + \text{Sc}^{-1} (\Delta C - \Delta T), \quad (1.37)$$

$$\varphi = -\Delta \psi. \quad (1.38)$$

Граничные условия для возмущений в терминах  $\psi$  и  $\varphi$  имеют вид:

$$x = 0, 1: \psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial C}{\partial x} = 0, \quad (1.39)$$

$$y = 0: \psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, \quad T = 0, \quad \frac{\partial}{\partial y} (C - T) = 0, \quad (1.40)$$

$$y = 1: \psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, \quad T = 1, \quad \frac{\partial}{\partial y} (C - T) = 0. \quad (1.41)$$

Нестационарная задача (1.35)-(1.41) решалась численно, тем же методом, что и линейная задача для квадратной полости (раздел 1.2). Использовались два

варианта начальных условий: 1) однородное распределение концентрации примеси в полости и установившийся градиент температуры и 2) однородное распределение концентрации примеси в полости и мгновенный нагрев верхней границы. Начальные возмущения функции тока задавались в том же виде, что и в предыдущем разделе. Расчеты проведены для Варианта 1 (Таблица 1).

## Результаты

### Однородное распределение концентрации примеси и установившийся градиент температуры в начальный момент времени

На Рис. 14 для разных значений числа Релея, определяющего уровень тяжести, представлены данные о временной эволюции максимального значения модуля функции тока в полости и разности концентраций между центрами верхней и нижней границ. Видно, что на начальном этапе жидкость неподвижна, функция тока равна нулю (Рис. 14а), а тяжелая компонента смеси (вода) постепенно накапливается около верхней границы (Рис. 14б). В некоторый момент времени  $t^*$  возникает неустойчивость, наступление которой сопровождается резкими скачками интенсивности движения и разности концентраций. Неустойчивость наступает тем раньше, чем выше сила тяжести.

На Рис. 15 показаны временная эволюция структуры течения и распределения концентрации примеси для нескольких значений числа Релея. Анализ изменения структуры функции тока и распределения примеси в полости после наступления неустойчивости свидетельствует о том, что при больших числах Релея конвективное движение (Рис. 15а, б) формируется возле горизонтальных границ полости, а затем распространяется на всю полость. Для малых значений числа Релея (Рис. 15г, д) движение возникает сразу во всей полости. При земной силе тяжести ( $Ra = 2.54 \cdot 10^5$ ) течение возникает в виде шести вихрей у каждой из горизонтальных границ (Рис. 15а, безразмерные значения времени  $t=16$  и  $t=17$ ). При меньшей силе тяжести (Рис. 15б,  $Ra = 2.54 \cdot 10^4$ ) сначала возникает по четыре вихря, расположенных возле каждой

из горизонтальных границ, которые по мере развития течения сливаются в четыре вытянутых в вертикальном направлении вихря. При еще меньшем числе Релея в полости возникают два вытянутых в вертикальном направлении вихря (Рис. 15в,  $Ra = 2.54 \cdot 10^3$ ). В условиях микрогравитации ( $Ra = 2.54 \cdot 10^2$ ,  $g = 10^{-3}g_0$ , где  $g_0$  – ускорение земной тяжести) в полости формируется только один вихрь (Рис. 15г). Распределение концентрации имеет пальцеобразный вид. Число пальцев уменьшается, а значит, длина волны возмущений растет с понижением уровня тяжести.

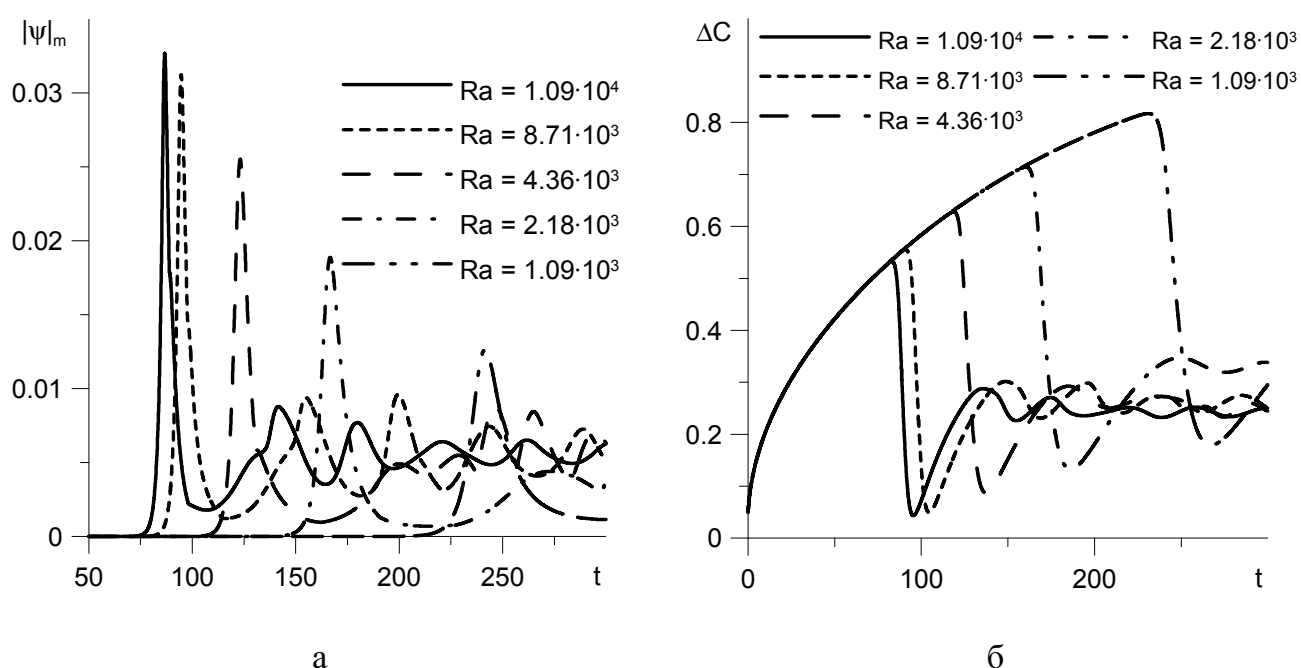
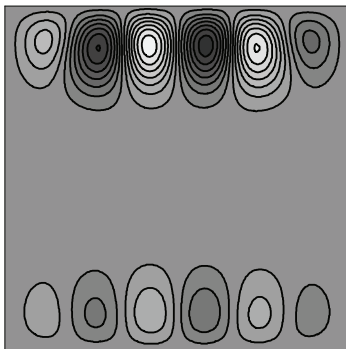


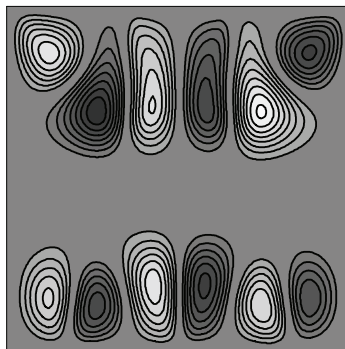
Рис. 14. Временная эволюция максимального значения модуля функции тока в полости (а) и разности концентраций примеси в центрах верхней и нижней границ (б) для разных значений числа Релея

Численные данные по длине волны (волновом числе) критических возмущений, полученные в нелинейных расчетах для чисел Релея  $Ra = 2.54 \cdot 10^5$ ,  $Ra = 2.54 \cdot 10^4$  и  $Ra = 2.54 \cdot 10^3$  составляют  $k \approx 20, 12, 7$  и  $\lambda \approx 0.32, 0.53, 0.91$ . Они очень близки к значениям, полученным при решении линейной задачи в квадратной полости в разделе 1.2 ( $\lambda \approx 0.32$ ,  $k \approx 20$  при  $Ra = 2.54 \cdot 10^5$ ,  $\lambda \approx 0.51$ ,  $k \approx 13$  при  $Ra = 2.54 \cdot 10^4$  и  $\lambda \approx 0.91$ ,  $k \approx 7$  при  $Ra = 2.54 \cdot 10^3$ ).

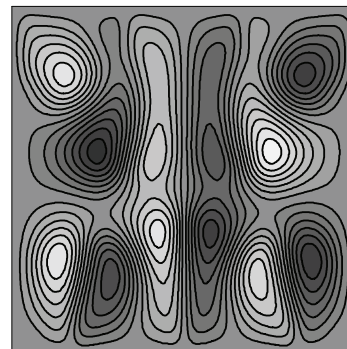
a)  $Ra = 2.54 \cdot 10^5$   
 $t = 16$



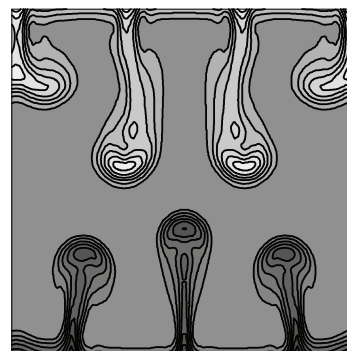
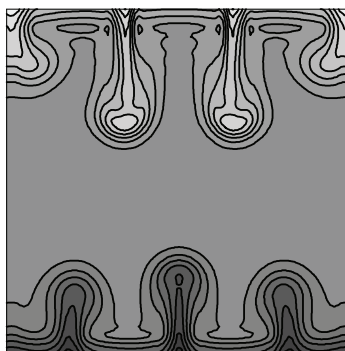
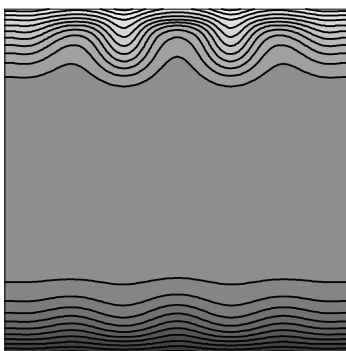
$t = 17$   
 Функция тока



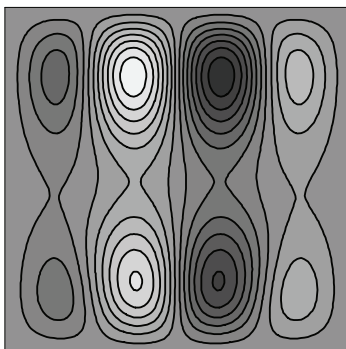
$t = 17.5$



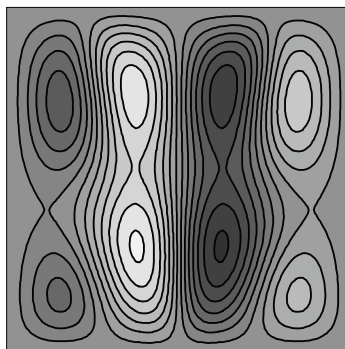
Концентрация



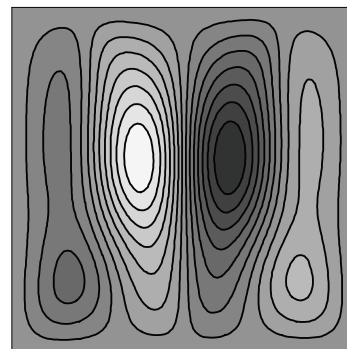
б)  $Ra = 2.54 \cdot 10^4$   
 $t = 55$



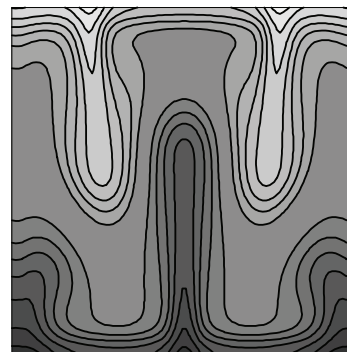
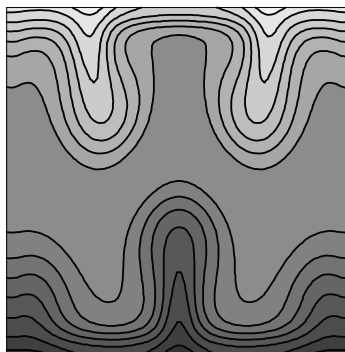
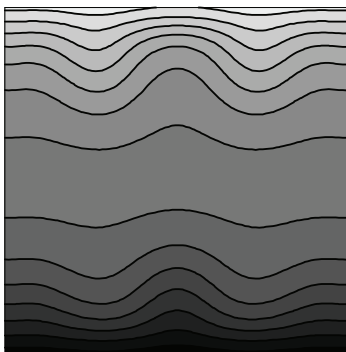
$t = 57$   
 Функция тока



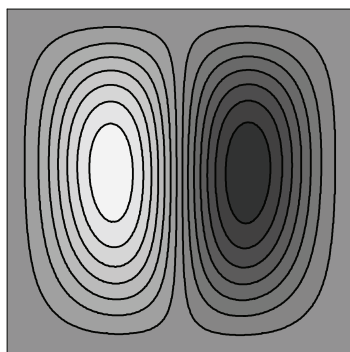
$t = 58$



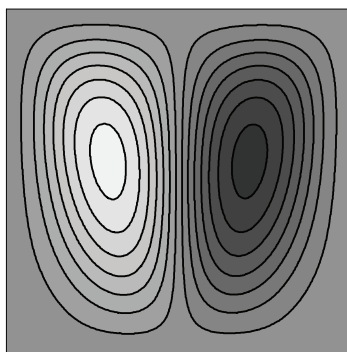
Концентрация



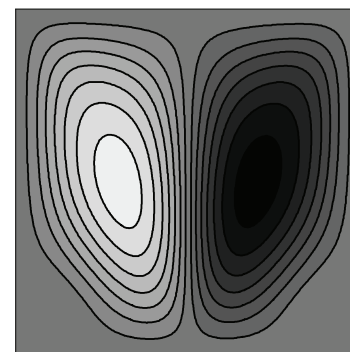
в)  $Ra = 2.54 \cdot 10^3$   
 $t = 150$



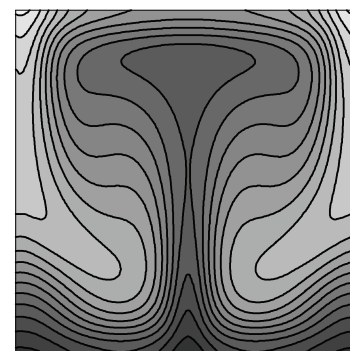
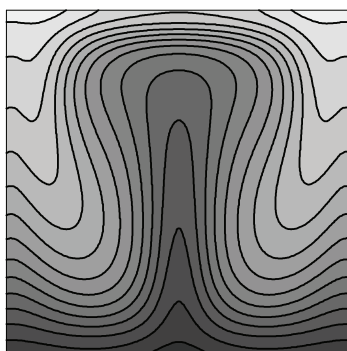
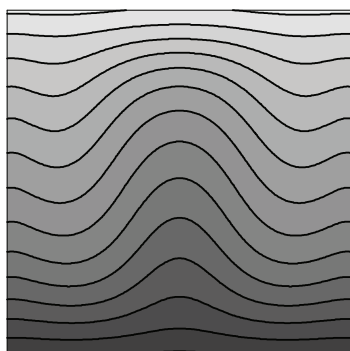
$t = 155$   
 Функция тока



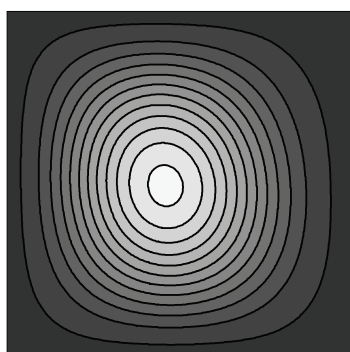
$t = 160$



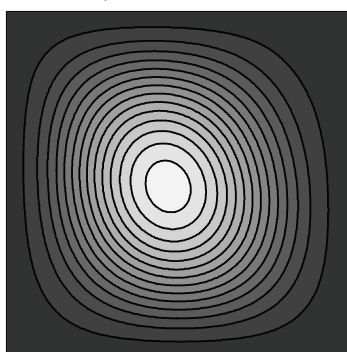
Концентрация



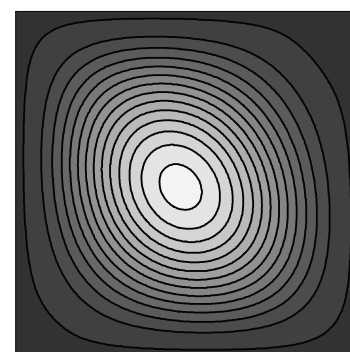
г)  $Ra = 2.54 \cdot 10^2$   
 $t = 730$



$t = 740$   
 Функция тока



$t = 750$



Концентрация

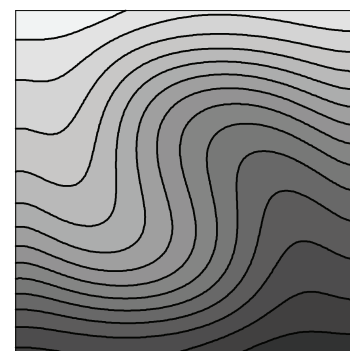
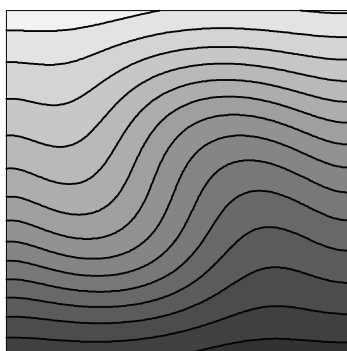
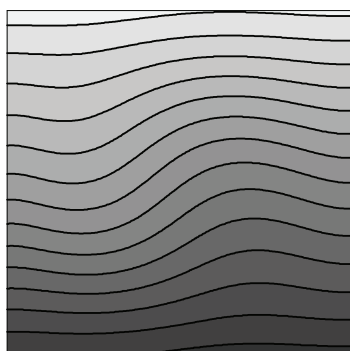


Рис. 15. Изолинии функции тока и концентрации для некоторых значений числа Релея в разные моменты времени развития неустойчивости. Светлые (темные) области соответствуют большему (меньшему) значению функции тока и концентрации

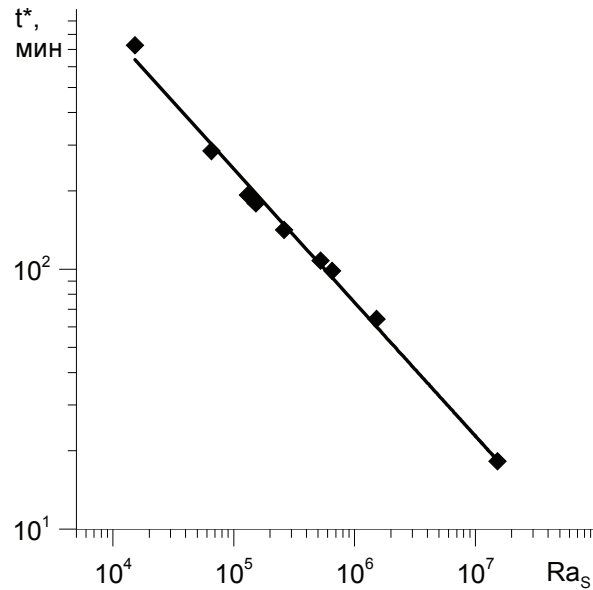
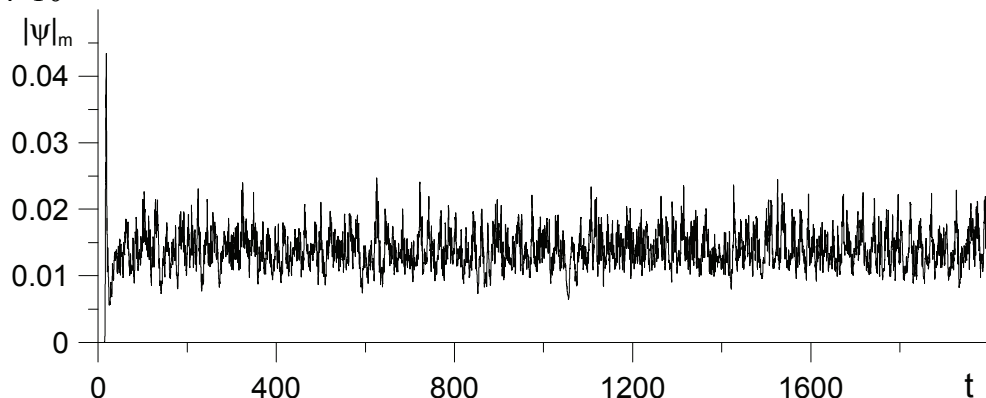


Рис. 16. Зависимость времени наступления неустойчивости от концентрационного числа Релея для Варианта 1

На Рис. 16 представлена зависимость времени наступления неустойчивости от концентрационного числа Релея. В качестве критерия наступления неустойчивости при решении нелинейной задачи выбиралось время достижения максимального значения разности концентраций тяжелой компоненты между центрами верхней и нижней границ (значение  $t^*$ , после которого на кривой  $\Delta C(t)$  наблюдается резкий обвал). Обработка данных дает зависимость  $t^*(Ra_s)$  в виде степенного закона  $t^* \approx 0.90 \cdot 10^5 Ra_s^{-0.51}$ . Сопоставление с результатами линейных расчетов (раздел 1.2, зависимость  $t^* \approx 0.66 \cdot 10^5 Ra_s^{-0.50}$ ) показывает удовлетворительное согласие.

а)  $Ra = 2.54 \cdot 10^5$





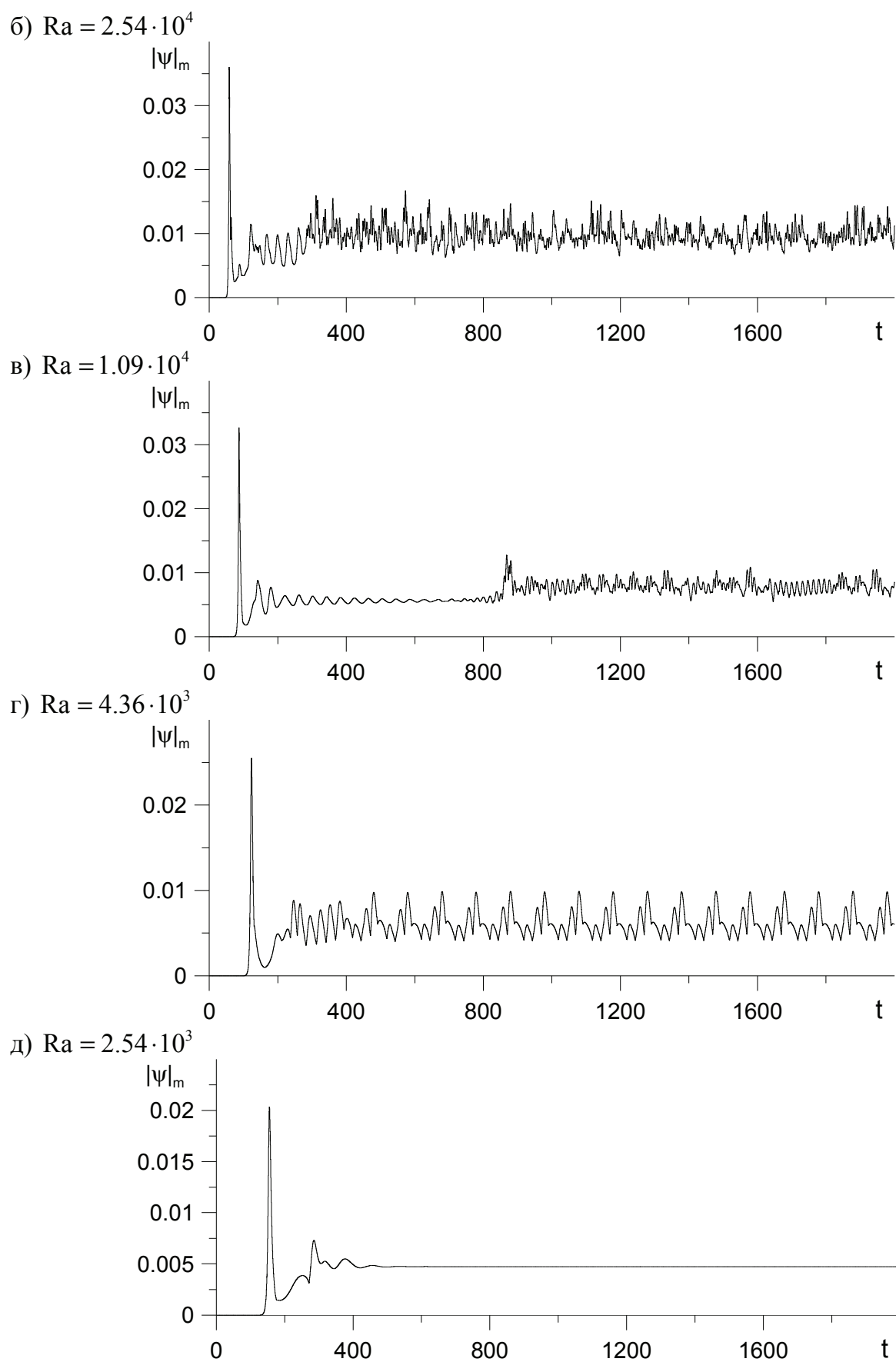
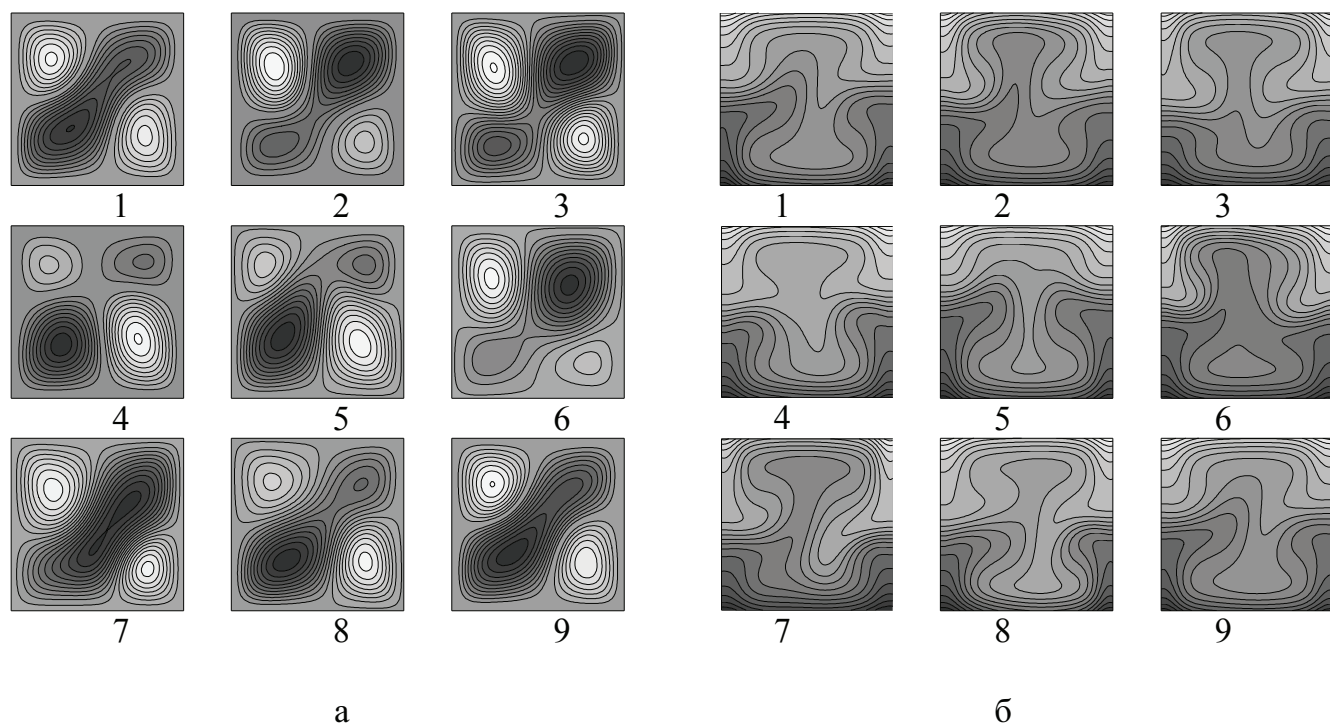
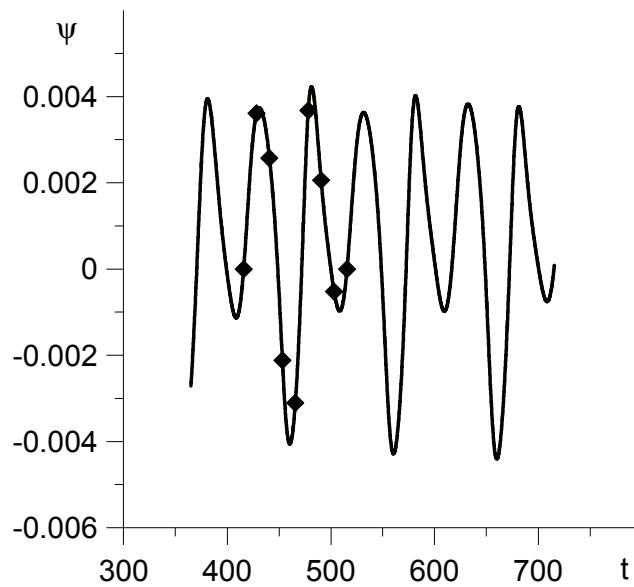


Рис. 17. Временная эволюция максимального значения модуля функции тока в полости на больших временах

Поведение системы на больших временах различно для разных чисел Релея. На Рис. 17 представлена временная эволюция максимального значения функции тока в полости за большие промежутки времени. При больших числах Релея (Рис. 17а, б) после наступления неустойчивости сразу возникают нерегулярные колебания. При меньших значениях числа Релея после развития неустойчивости наблюдаются затухающие колебания, однако, в дальнейшем снова формируются нерегулярные колебания (Рис. 17в). Поведение системы при еще меньших значениях числа Релея, показанное на Рис. 17г, характеризуется появлением регулярных колебаний сложной формы. Дальнейшее уменьшение силы тяжести приводит к тому, что система колебательным образом выходит на стационарное решение (Рис. 17д).

Изменение структуры течения и распределения концентрации примеси за один период установившихся колебаний (Рисунок 17г) представлен на Рисунке 18а, б. Форма колебаний функции тока в точке с координатами  $(0.25; 0.5)$  показана на Рисунке 18в. Период колебаний составляет примерно  $7.1 \cdot 10^3 \text{ с} \approx 1.2 \cdot 10^2 \text{ мин.}$





в

Рис. 18. Изменение структуры течения и распределения концентрации примеси за период колебаний. (а) – поля функции тока. (б) – поля концентрации. (в) – несколько периодов колебаний функции тока в точке с координатами  $(0.25; 0.5)$ ; точками обозначены моменты времени в течение одного периода, для которых представлены поля выше.  $Ra = 4.36 \cdot 10^3$

### **Однородное распределение концентрации примеси и мгновенный нагрев верхней границы в начальный момент времени**

Когда в начальный момент времени температура верхней границы скачком повышается до некоторого значения, от верхней границы распространяется тепловая волна и в полости быстро устанавливается линейное распределение температуры по вертикали, соответствующее нагреву сверху. В течение некоторого периода времени жидкость остается неподвижной, а разность концентраций примеси между центрами верхней и нижней границы увеличивается (Рис. 19, 20), очень мал для больших чисел Релея и увеличивается с уменьшением  $Ra$ , как и при рассмотренных выше начальных условиях. Из Рис. 19 и 20 видно, что после наступления неустойчивости для больших значений числа Релея в системе наблюдаются нерегулярные колебания.

Время наступления неустойчивости зависит от концентрационного числа Релея  $Ra_s$  по степенному закону  $t^* \approx 1.13 \cdot 10^5 Ra_s^{-0.52}$  (Рис. 21). Напомним, что в случае установившегося градиента температуры в начальный момент времени

была получена зависимость времени наступления неустойчивости от концентрационного числа Релея в виде  $t^* \approx 0.90 \cdot 10^5 Ra_S^{-0.51}$ , т.е. в случае мгновенного нагрева верхней границы неустойчивость наступает позже, чем при установившемся градиенте температуры в начальный момент времени.

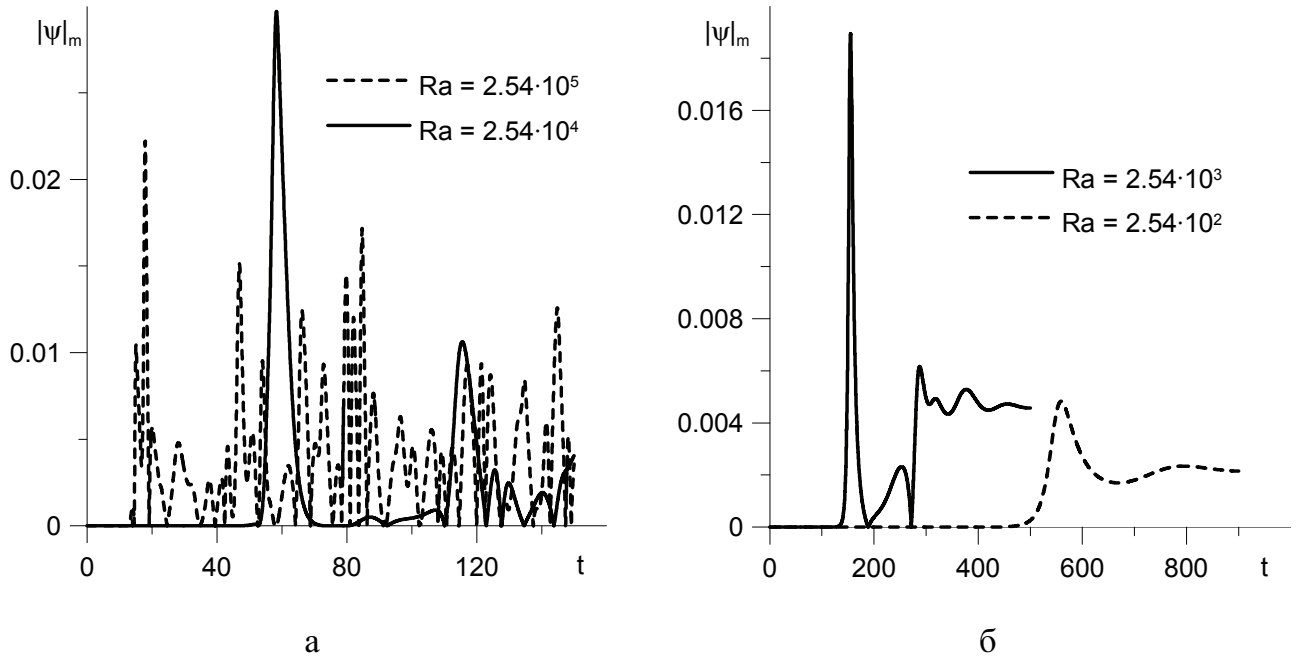


Рис. 19. а, б – временная эволюция максимального значения модуля функции тока в полости на разных временных интервалах

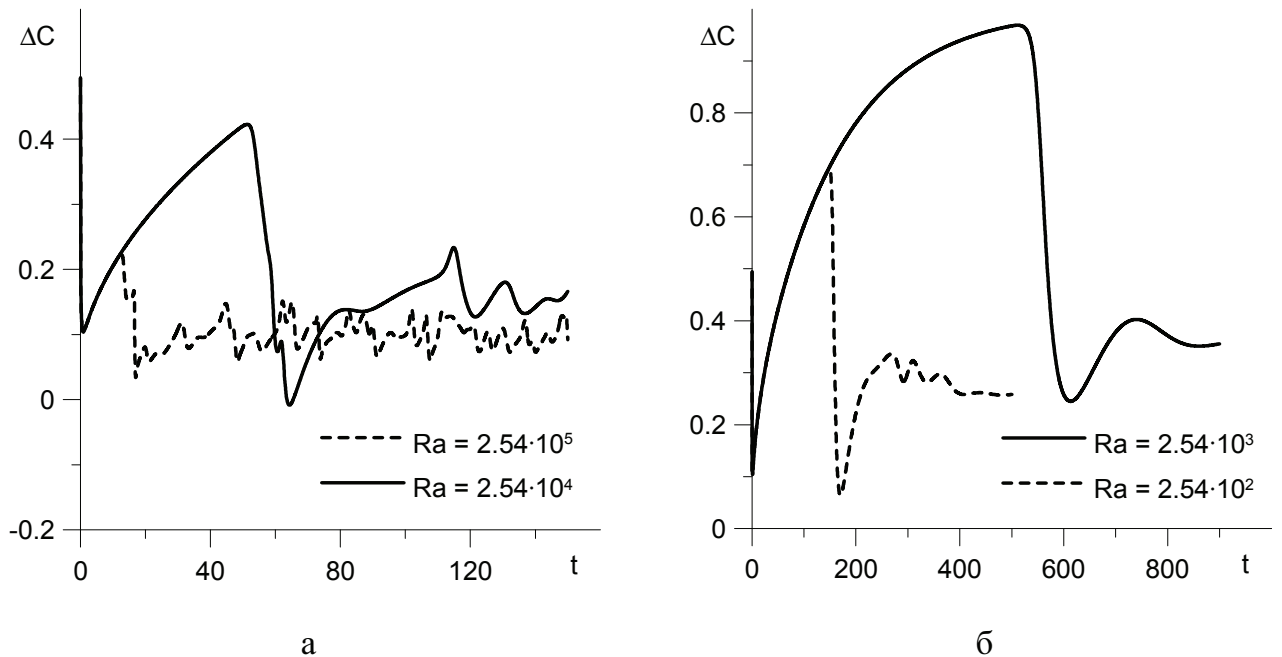


Рис. 20. а, б – временная эволюция разности концентраций между центрами верхней и нижней границы на разных временных интервалах

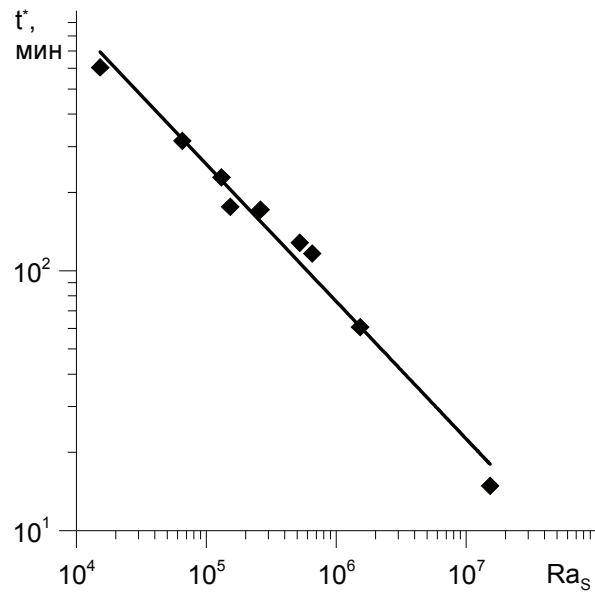
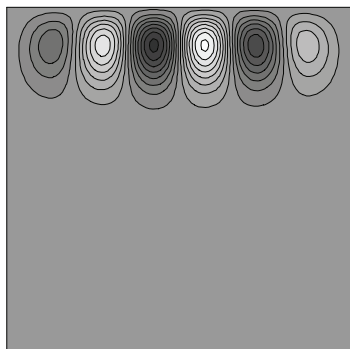


Рис. 21. Зависимость времени наступления неустойчивости от концентрационного числа Релея

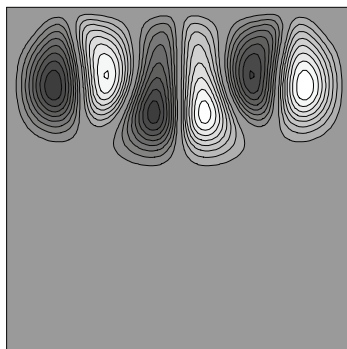
На Рис. 22 представлены изолинии функции тока и поля концентрации после возникновения неустойчивости. Видно, что при больших числах Релея конвективное движение (Рис. 22а, б) формируется возле горячей верхней границы полости, от которой распространяется тепловая волна, заданная начальными условиями, в отличие от предыдущего случая начальных условий в форме установившегося градиента температуры, когда многовихревое течение возникало возле обеих горизонтальных границ полости (Рис. 15а, б). Для малых значений числа Релея (Рис. 24г, д) движение возникает сразу во всей полости, как и для обсуждавшихся ранее начальных условий (Рис. 15в, г). Течение имеет многовихревую структуру, а распределение концентрации – пальцеобразную структуру (число пальцев в два раза меньше числа вихрей) с соответствующим количеством пальцев на структурах распределения концентрации. При малой силе тяжести (малом числе Релея, Рис. 22г) в полости формируется только один вихрь. Количество вихрей и соответствующие волновое число и длина волны возмущений такие же, как в случае рассмотренных выше начальных условий. Численные данные по длине волны (волновом числе) критических возмущений,

полученные в нелинейных расчетах для чисел Релея  $Ra = 2.54 \cdot 10^5$ ,  $Ra = 2.54 \cdot 10^4$  и  $Ra = 2.54 \cdot 10^3$  составляют  $k \approx 21, 12, 7$  и  $\lambda \approx 0.30, 0.54, 0.91$ .

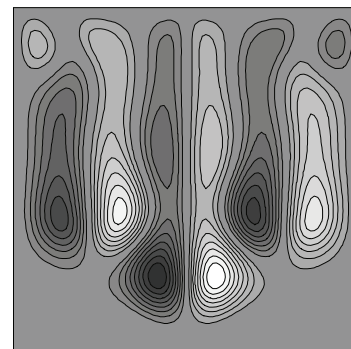
а)  $Ra = 2.54 \cdot 10^5$   
 $t = 12$



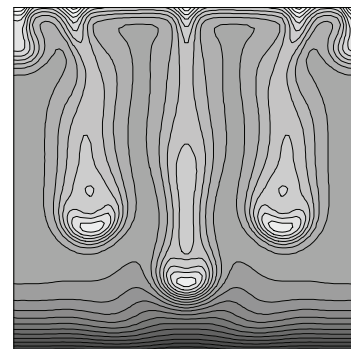
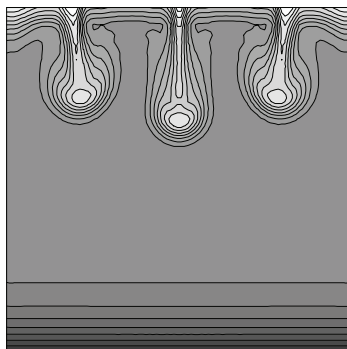
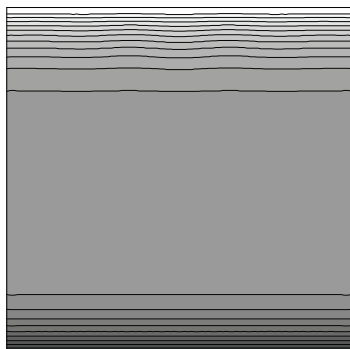
$t = 14$   
Функция тока



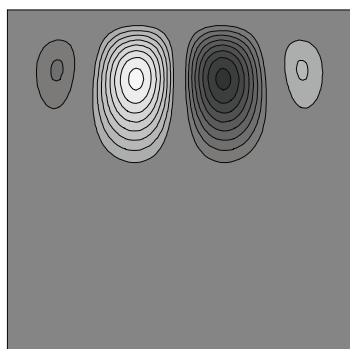
$t = 16$



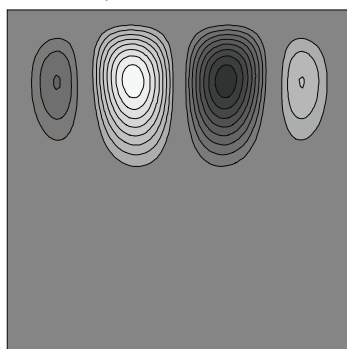
Концентрация



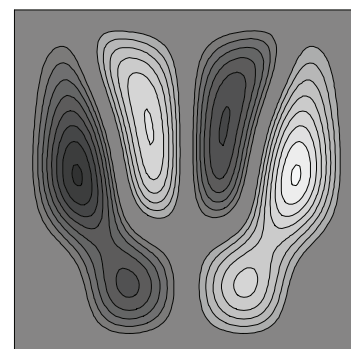
б)  $Ra = 2.54 \cdot 10^4$   
 $t = 50$



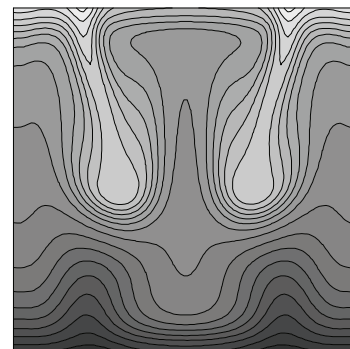
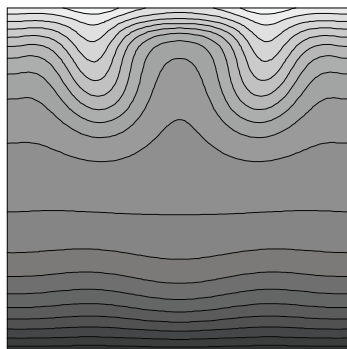
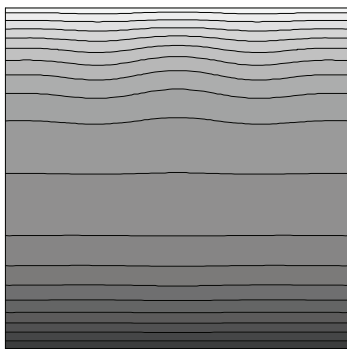
$t = 53$   
Функция тока



$t = 56$



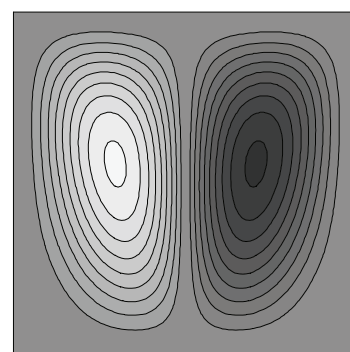
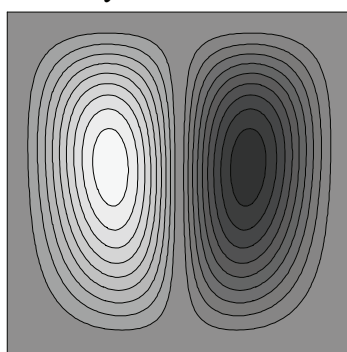
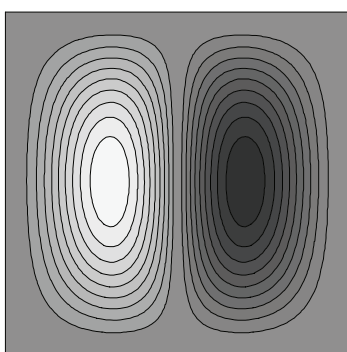
Концентрация



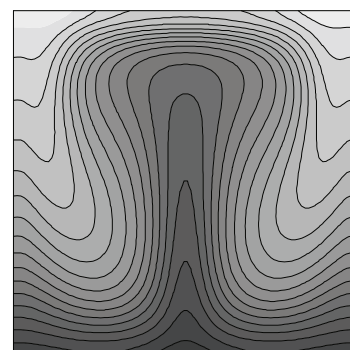
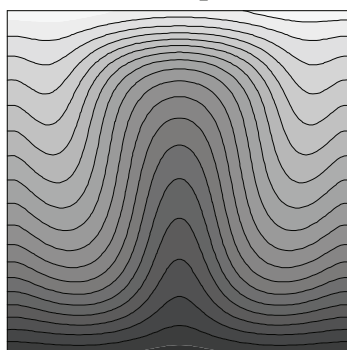
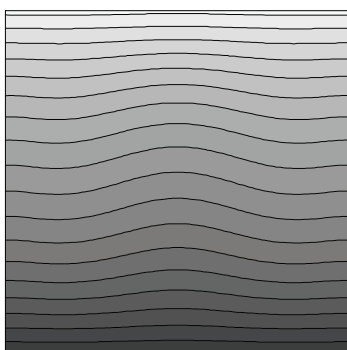
в)  $Ra = 2.54 \cdot 10^3$   
 $t = 145$

$t = 152$   
 Функция тока

$t = 155$



Концентрация

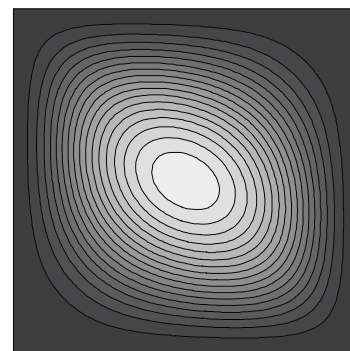
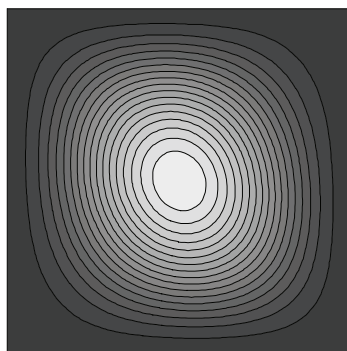
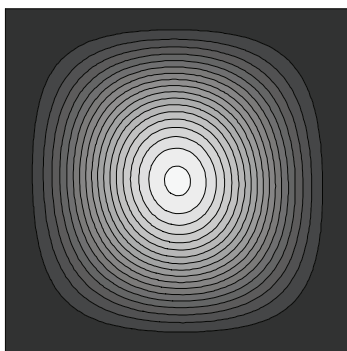


г)  $Ra = 2.54 \cdot 10^2$   
 $t = 520$

$t = 540$

Функция тока

$t = 570$



## Концентрация

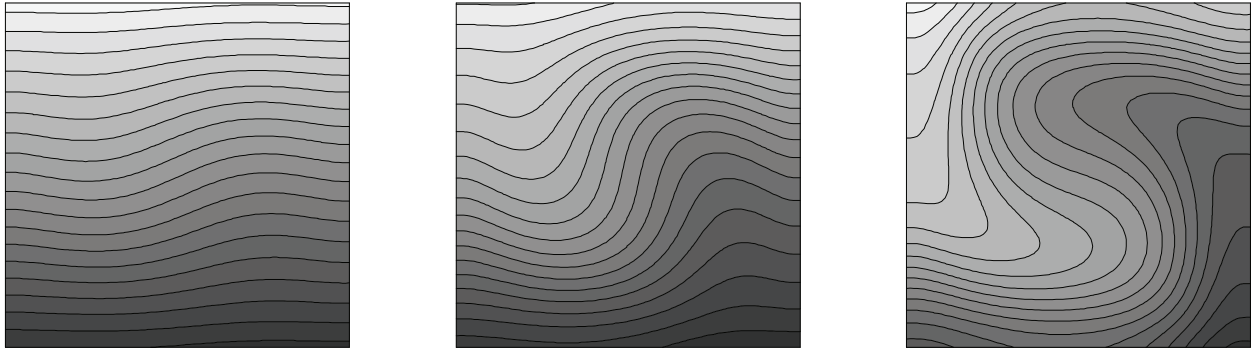


Рис. 22. Изолинии функции тока и концентрации для некоторых значений числа Релея в разные моменты времени развития неустойчивости. Светлые (темные) области соответствуют большему (меньшему) значению функции тока и концентрации



## 1.4. Нелинейные режимы конвекции бинарной смеси в вытянутой по горизонтали прямоугольной полости при нагреве сверху

### Постановка задачи и метод решения

В настоящем разделе рассмотрена термоконцентрационная конвекция бинарной смеси в прямоугольной полости с отношением сторон 5:1 (Рис. 23). Параметры смеси соответствуют Варианту 2 (Таблица 1). Для описания использованы нелинейные нестационарные уравнения (1.35)-(1.38) с граничными условиями (1.39)-(1.41).

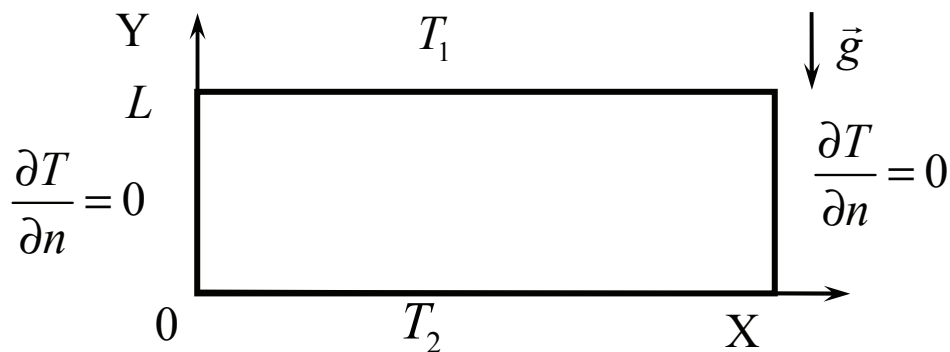


Рис. 23. Геометрия задачи

Для решения использовался тот же численный алгоритм, что и в разделе 1.3. Расчеты проводились на сетке  $100 \times 20$ .

Начальные условия соответствовали однородному распределению концентрации примеси в полости и установившемуся градиенту температуры, соответствующему нагреву сверху. Начальное возмущение функции тока задавалось в том же виде, что при решении линейной и нелинейной задач в квадратной полости для Варианта 1 (разделы 1.2 и 1.3).

Расчеты проводились в диапазоне чисел Релея  $Ra = 10^4 \div 6.18 \cdot 10^4$ .

## Результаты

На Рис. 24 представлены численные данные о временной эволюции максимального по модулю значения функции тока в полости и разницы концентраций между центрами верхней и нижней границ полости для разных значений числа Релея, показывающие характерное поведение бинарной смеси с отрицательным эффектом термодиффузии при нагреве сверху. Как видно, поведение качественно похоже на то, что наблюдается для квадратной полости при тех же начальных условиях (раздел 1.3).

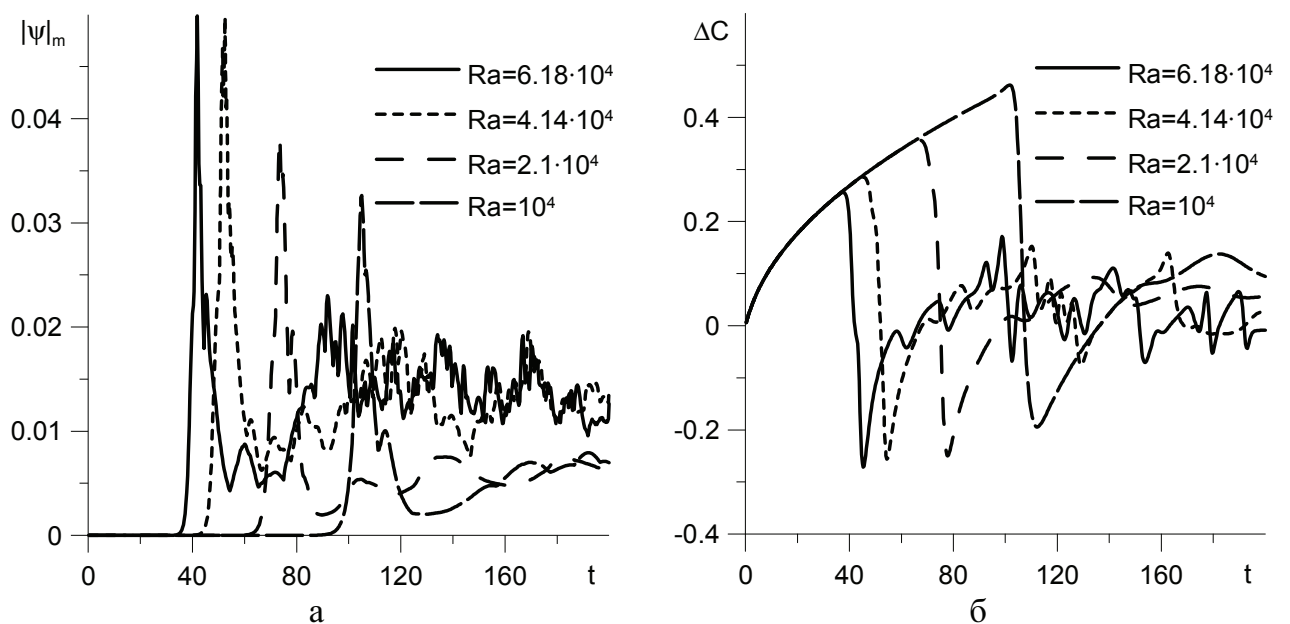


Рис. 24. Временная эволюция максимального значения модуля функции тока в полости (а) и разности концентраций примеси в центрах верхней и нижней границ (б). Вариант 2

На Рис. 25 представлены численные данные о временной эволюции полей функции тока и концентрации примеси в полости после наступления неустойчивости для числа Релея  $Ra = 2.1 \cdot 10^4$ . Видно, что конвективное движение, имеющее форму восемнадцати вихрей, формируется возле горячей горизонтальной границы полости, и постепенно распространяется на всю полость. При дальнейшем развитии неустойчивости становится существенным влияние боковых границ и углов на структуру течения. Поле концентрации имеет пальцеобразный вид, число пальцев, как и число вихрей, дает представление о длине волны возмущений. Зависимость волнового числа наиболее опасных

возмущений от концентрационного числа Релея представлена на Рис. 26а. Видно, что найденная зависимость  $k_m \approx 0.24Ra_s^{0.27}$  близка к полученной при решении линейной задачи устойчивости для плоского слоя (раздел 1.1) зависимости  $k_m \approx 0.26Ra_s^{0.27}$ .

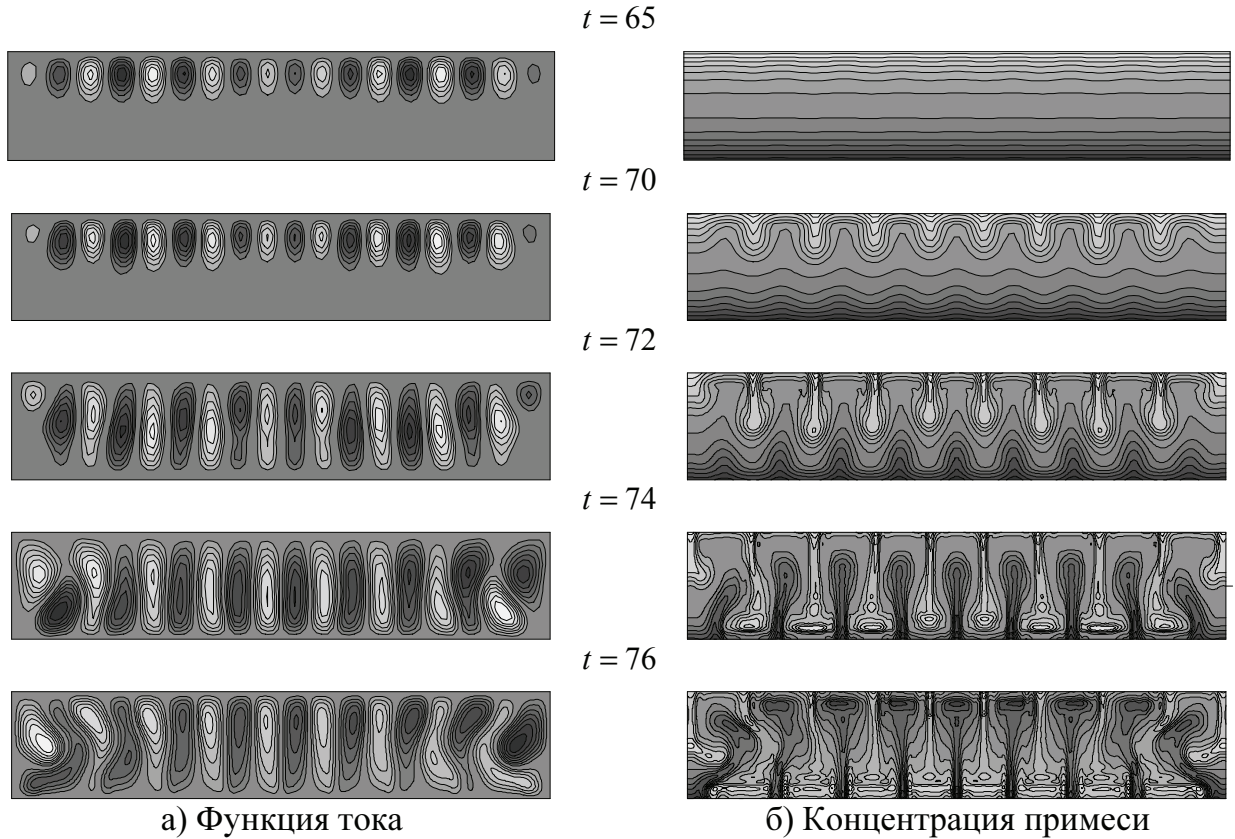


Рис. 25. Изолинии функции тока и концентрации в разные моменты времени развития неустойчивости для числа Релея  $Ra = 2.1 \cdot 10^4$ . Светлые (темные) области соответствуют большему (меньшему) значению функции тока и концентрации. Вариант 2

Моментом наступления неустойчивости, как и в случае нелинейной задачи для квадратной полости, считался момент времени, когда достигалось максимальное значение разности концентраций между центрами верхней и нижней границ. Согласно этому критерию время наступления неустойчивости для числа Релея  $Ra = 2.1 \cdot 10^4$  (это значение числа Релея соответствует земной силе тяжести) составляло  $t^* = 1.7 \cdot 10^3$  с = 28 мин. Напомним, что при решении линейной задачи для этой же бинарной смеси в плоском горизонтальном слое такой же толщины (раздел 1.1) получено то же значение времени наступления

неустойчивости. Зависимость времени наступления неустойчивости от концентрационного числа Релея (Рис. 26б) хорошо описывается степенным законом вида  $t^* \approx 0.32 \cdot 10^5 Ra_s^{-0.50}$ . Сравнение между линейным и нелинейным расчетами дает относительную разницу менее, чем 2% (зависимость, полученная в результате решения линейной задачи для плоского горизонтального слоя, имеет вид  $t^* \approx 0.38 \cdot 10^5 Ra_s^{-0.50}$ ). Хорошее согласие решения полной нелинейной задачи и линеаризованной задачи об эволюции малых возмущений позволяет сделать вывод о том, что используемая в работе методика определения времени неустойчивости и волнового числа наиболее опасных возмущений позволяет с достаточно хорошей точностью определить критические условия возникновения неустойчивости в задачах с нестационарным основным состоянием.

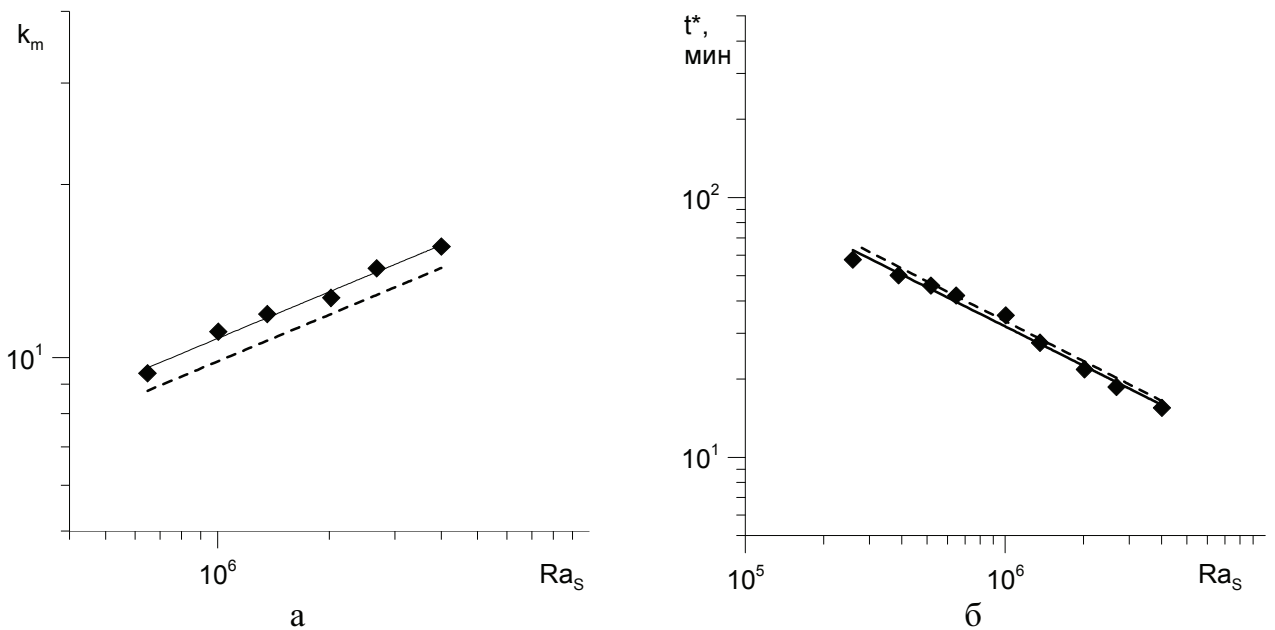


Рис. 26. Зависимость волнового числа наиболее опасных возмущений (а) и времени наступления неустойчивости (б) от числа Релея для Варианта 2. Штриховая линия – результат решения линейной задачи для слоя (раздел 1.1)

## 1.5. Заключение

Численно исследованы возникновение и нелинейные режимы термоконцентрационной конвекции бинарных смесей в горизонтальном слое и прямоугольных полостях при нагреве сверху.

На основе подхода, состоящего в численном решении линейной задачи о временной эволюции малых возмущений и определении условий наступления неустойчивости с помощью критерия, основанного на равенстве скорости роста возмущений и скорости изменения нестационарного основного состояния, получены критические условия возникновения конвекции в плоском горизонтальном слое и квадратной полости при нагреве сверху. Показано, что волновое число наиболее опасных возмущений растет, а время наступления неустойчивости уменьшается с увеличением концентрационного числа Релея (уровня тяжести) по степенным законам с показателями степени  $\approx 0.24$  и  $\approx -0.51$  соответственно. Получены данные о структуре критических возмущений.

Выполнено прямое численное моделирование нелинейных режимов термоконцентрационной конвекции бинарных смесей в квадратной и вытянутых по горизонтали прямоугольных полостях при нагреве сверху. Показано, что развивающееся после потери устойчивости бесконвективного состояния течение имеет многовихревую структуру, с числом вихрей, уменьшающимся при понижении концентрационного числа Релея (уровня тяжести). Распределение концентрации примеси при наступлении неустойчивости приобретает пальцеобразную форму.

Проведено сравнение зависимостей времени наступления неустойчивости и волнового числа наиболее опасных возмущений от концентрационного числа Релея, полученных при решении линейных задач с данными прямого численного моделирования и с теоретическими и экспериментальными зависимостями, имеющимися в литературе [31, 33-35]. Найдено, что используемый в настоящей работе подход позволяет более точно определить условия неустойчивости, чем другие подходы (например, подход, основанный на решении линеаризованной

задачи методом замороженного времени, [34]), что подтверждает обоснованность указанного подхода для решения задач линейной устойчивости с нестационарным основным состоянием.

## ГЛАВА 2. ТЕРМОКОНЦЕНТРАЦИОННАЯ КОНВЕКЦИЯ ТРЕХКОМПОНЕНТНЫХ СМЕСЕЙ В КВАДРАТНОЙ ПОЛОСТИ

Глава посвящена исследованию термоконцентрационной конвекции трехкомпонентных смесей в квадратной полости.

Исследование конвективных явлений в многокомпонентных системах, к которым относятся реальные жидкости и газы, представляет собой слабоизученное направление. Связано это с тем, что в многокомпонентных смесях перенос массы произвольной компоненты может быть вызван не только градиентом концентрации самой компоненты, но и перекрестной диффузией и термодиффузией, что сильно осложняет изучение поведения подобных смесей. Диффузионные явления играют важную роль во многих природных и технологических процессах с участием многокомпонентных смесей. В частности, от диффузионных и термодиффузионных (при наличии геотермального градиента) процессов зависит распределение компонент в залежах углеводородов. Термодиффузия используется для разделения изотопов в жидких и газовых смесях, в процессах разделения коллоидов, макромолекул или наножидкостей, а также в других процессах разделения.

В работе [130] исследована устойчивость механического равновесия трехкомпонентных смесей с эффектом Соре в плоском слое с твердыми и свободными границами. Для трехкомпонентной смеси обнаружена длинноволновая колебательная мода устойчивости, которая не может существовать для бинарной смеси. Линейный анализ устойчивости горизонтального слоя трехкомпонентной смеси вода–изопропанол–этанол, нагреваемого сверху, в отсутствие перекрестных эффектов проведен в [45].

В [47] исследована длинноволновая неустойчивость стационарного течения многокомпонентной смеси в вертикальном слое, границы которого поддерживаются при разных температурах. При решении задачи использована идея об исключении кросс-диффузионных эффектов.

В [48] изучена конвекция трехкомпонентной углеводородной смеси в двумерной полости, заполненной пористой средой, при комбинированном нагреве и учете эффектов термодиффузии и бародиффузии. Получены поля концентрации компонент смеси при разной проницаемости среды.

На практике в большинстве случаев приходится иметь дело с замкнутыми полостями. В то же время конвекция многокомпонентной смеси в замкнутых полостях практически не изучена. Поэтому возникает необходимость определения границ устойчивости многокомпонентной среды в замкнутой полости. В настоящей главе представлены результаты исследования возникновения и нелинейных режимов конвекции трехкомпонентной смеси в квадратной полости.



## 2.1. Линейная устойчивость механического равновесия трехкомпонентных смесей в квадратной полости при наличии однородных вертикальных градиентов температуры и концентрации

### Постановка задачи

Рассмотрим термоконцентрационную конвекцию в квадратной полости с длиной стороны  $L$ , заполненной жидкой смесью из  $n$  компонент (Рис. 27). Полость имеет твердые, непроницаемые для вещества границы. На горизонтальных границах поддерживаются постоянные разные температуры  $T_1$  и  $T_2$ , вертикальные границы теплоизолированы. Выберем оси декартовой прямоугольной системы координат как показано на Рис. 27.

Будем считать, что отклонения температуры  $T$  и концентрации компонент  $C_i$  ( $i=1, \dots, n-1$ ) от некоторых значений  $T_0$  и  $C_{i0}$ , принимаемых за начало отсчета, малы, так что вызываемые ими отклонения плотности смеси от значения  $\rho_0 = \rho(T_0, C_{i0})$  также малы и можно считать плотность линейно зависящей от температуры и концентрации:

$$\rho = \rho_0 (1 - \beta_T (T - T_0) - \mathbf{I} \cdot \mathbf{B} (\mathbf{C} - \mathbf{C}_0)), \quad (2.1)$$

где  $\beta_T = -(1/\rho_0)(\partial\rho/\partial T)|_C$  – коэффициент теплового расширения;

$\mathbf{B} = \text{diag}\{\beta_{C_1}, \dots, \beta_{C_{n-1}}\}$  – диагональная матрица коэффициентов концентрационной

зависимости плотности (так что  $\beta_{C_i} = -(1/\rho_0)(\partial\rho/C_i)|_{T, C_j}$ ,  $j=1, \dots, n-1$ ,

$i=1, \dots, n-1$ ,  $j \neq i$ );  $\mathbf{C} = (C_1, \dots, C_{n-1})^T$  – транспонированный вектор

концентраций;  $\mathbf{I} = (1, \dots, 1)$  – единичный вектор.

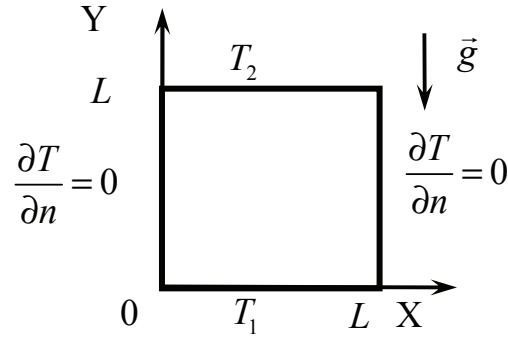


Рис. 27. Геометрия задачи

Уравнения свободной термоконцентрационной конвекции многокомпонентной смеси в приближении Буссинеска имеют вид (см., например, [41, 51]):

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\frac{\nabla p}{\rho_0} + \nu \nabla^2 \vec{u} - \vec{g} (\beta_T (T - T_0) + \mathbf{I} \cdot \mathbf{B} (C - C_0)), \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) T = \chi \nabla^2 T, \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) C = \mathbf{D} \nabla^2 C + \mathbf{D}_T \nabla^2 T, \quad (2.4)$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0. \quad (2.5)$$

Здесь  $\vec{u}$  – вектор скорости,  $p$  – давление,  $\vec{g}$  – вектор ускорения свободного падения,  $\nu$  – вязкость смеси,  $\chi$  – температуропроводность,  $\mathbf{D}$  – матрица коэффициентов молекулярной диффузии,  $\mathbf{D}_T = C_0 (1 - C_0) \mathbf{D}_T^*$  – вектор коэффициентов термодиффузии (величину  $\mathbf{D}_T^*$  также применяют в качестве коэффициента термодиффузии [132]). Отметим, что векторы концентраций компонент смеси и коэффициентов термодиффузии являются псевдовекторами, поэтому здесь и далее в диссертационной работе такие и истинные векторы обозначаются по-разному.

Выберем в качестве единиц измерения длины –  $L$ , скорости –  $v/L$ , времени –  $L^2/\nu$ , давления –  $\rho_0 \nu^2/L^2$ , характерная разность температур –  $\Delta T$  и вектора концентрации компонент –  $\beta_T \Delta T \mathbf{B}^{-1}$ .

Уравнения свободной конвекции многокомпонентной смеси в безразмерной форме при использовании прежних обозначений для безразмерных переменных принимают вид:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + (\bar{u} \cdot \nabla) \bar{u} = -\nabla p + \nabla^2 \bar{u} + \text{Ra Pr}^{-1} (T + \mathbf{I} \cdot \mathbf{C}) \bar{y}, \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\bar{u} \cdot \nabla) T = \text{Pr}^{-1} \nabla^2 T, \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial \mathbf{C}}{\partial t} + (\bar{u} \cdot \nabla) \mathbf{C} = \mathbf{SC} (\nabla^2 \mathbf{C} - \boldsymbol{\psi} \nabla^2 T), \quad (2.8)$$

$$\nabla \cdot \bar{u} = 0. \quad (2.9)$$

Уравнения (2.6)–(2.9) содержат следующие безразмерные параметры:  $\boldsymbol{\psi} = -\beta_T^{-1} \mathbf{B} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{D}_T$  – вектор отношений разделения размерностью  $(n-1)$ ;  $\text{Pr} = \nu/\chi$  – число Прандтля;  $\text{Ra} = g \beta_T \Delta T L^3 / (\nu \chi)$  – число Релея, где  $\Delta T$  – характерная разность температур между горизонтальными границами;  $\mathbf{SC} = \nu^{-1} \mathbf{B} \mathbf{D} \mathbf{B}^{-1}$  – матрица безразмерных параметров, характеризующих диффузионные свойства смеси, размерностью  $(n-1) \times (n-1)$ ,  $\{\mathbf{SC}\}_{ij} = (\beta_{C_i} / \beta_{C_j}) \text{Sc}_{ij}^{-1}$ , где  $(i, j = 1, \dots, n-1)$ ,  $\text{Sc}_{ii} = \nu / D_{ii}$  – числа Шмидта,  $\bar{y}$  – единичный вертикальный вектор. Отметим, что, в отличие от Главы 1, в этой главе рассматривается как нагрев сверху, так и снизу, и в качестве характерной разности температур  $\Delta T = T_1 - T_2$ , где  $T_1$  – температура нижней, а  $T_2$  – температура верхней границы. Поэтому значения  $\text{Ra} > 0$  соответствуют нагреву снизу, а  $\text{Ra} < 0$  – нагреву сверху.

В настоящей главе для концентрации использованы единицы измерения, отличающиеся от примененных в Главе 1. Это приводит к тому, что вектор

отношения разделения  $\psi$  появляется не в уравнении Навье-Стокса, как это было в Главе 1, а в уравнении для концентраций. Разные единицы измерения используются для удобства сопоставления с имеющимися в литературе результатами.

Граничные условия в безразмерной форме имеют вид:

$$x = 0, 1: \quad \vec{u} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial x} = 0, \quad (2.10)$$

$$y = 0, 1: \quad \vec{u} = 0, \quad T = \pm 1/2 \text{ (нагрев снизу)}, \quad \frac{\partial C}{\partial y} - \psi \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \text{ или} \quad (2.11)$$

$$y = 0, 1: \quad \vec{u} = 0, \quad T = \mp 1/2 \text{ (нагрев сверху)}, \quad \frac{\partial C}{\partial y} - \psi \frac{\partial T}{\partial y} = 0.$$

### Процедура диагонализации

В случае бинарной смеси матрица коэффициентов молекулярной диффузии вырождается до одного числа. Для трехкомпонентной смеси матрица  $\mathbf{D}$  имеет размерность  $(2 \times 2)$ , что приводит к появлению в уравнении для вектора концентрации компонент дополнительных слагаемых, отвечающих за перекрестную диффузию, и усложняет вычисления. Приведение матрицы коэффициентов молекулярной диффузии к диагональному виду позволяет исключить перекрестные диффузионные члены в уравнениях, уменьшая число управляющих параметров задачи, при этом уравнения для концентраций компонент становятся независимыми друг от друга, а вид уравнения Навье-Стокса не меняется. Это преобразование, применяемое к задаче (2.6)-(2.11) в безразмерных переменных может быть записано как [47, 133]:

$$\mathbf{C} = \mathbf{BV}(\mathbf{BQ})^{-1} \hat{\mathbf{C}}, \quad \psi = \mathbf{BV}(\mathbf{BQ})^{-1} \hat{\psi}, \quad (2.12)$$

где  $\mathbf{V}$  – матрица, в столбцах которой находятся собственные вектора  $\mathbf{v}_i = (v_{i1}, \dots, v_{in-1})^T$  матрицы  $\mathbf{D}$ ;  $\mathbf{Q} = \text{diag}\{q_1, \dots, q_{n-1}\}$ ,  $q_i = \beta_i^{-1} \sum_{j=1}^{n-1} \beta_j v_{ij}$ .

С учетом (2.12) получаем уравнения свободной конвекции многокомпонентной смеси в виде:

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial t} + (\bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla) \bar{\mathbf{u}} = -\nabla p + \nabla^2 \bar{\mathbf{u}} + \text{Ra Pr}^{-1} (T + \mathbf{I} \cdot \hat{\mathbf{C}}) \bar{\gamma}, \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla) T = \text{Pr}^{-1} \nabla^2 T, \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{C}}}{\partial t} + (\bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla) \hat{\mathbf{C}} = \hat{\mathbf{S}} \hat{\mathbf{C}} (\nabla^2 \hat{\mathbf{C}} - \hat{\boldsymbol{\psi}} \nabla^2 T), \quad (2.15)$$

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} = 0. \quad (2.16)$$

Здесь  $\hat{\mathbf{S}} \hat{\mathbf{C}} = \nu^{-1} \mathbf{B} \hat{\mathbf{D}} \mathbf{B}^{-1}$  – преобразованная диагональная матрица.

Преобразованные граничные условия:

$$x = 0, 1: \quad \bar{\mathbf{u}} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial \hat{\mathbf{C}}}{\partial x} = 0, \quad (2.17)$$

$$y = 0, 1: \quad \bar{\mathbf{u}} = 0, \quad T = \pm 1/2 \text{ (нагрев снизу)}, \quad \frac{\partial \hat{\mathbf{C}}}{\partial y} - \hat{\boldsymbol{\psi}} \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \text{ или} \quad (2.18)$$

$$y = 0, 1: \quad \bar{\mathbf{u}} = 0, \quad T = \pm 1/2 \text{ (нагрев сверху)}, \quad \frac{\partial \hat{\mathbf{C}}}{\partial y} - \hat{\boldsymbol{\psi}} \frac{\partial T}{\partial y} = 0.$$

Таким образом, матрица чисел Шмидта  $\hat{\mathbf{S}} \hat{\mathbf{C}}$  становится диагональной, при этом меняются векторы концентраций  $\hat{\mathbf{C}}$  и отношений разделения  $\hat{\boldsymbol{\psi}}$ . В случае реальных смесей после решения задачи (2.13)–(2.18) необходимо проводить преобразование, обратное преобразованию (2.12).

### Состояние механического равновесия

Задача (2.13)–(2.18) допускает решение, описывающее состояние механического равновесия с давлением, температурой и концентрацией, зависящими только от вертикальной координаты:

$$\vec{u}_b = 0, \quad p_b = \frac{\text{Ra}(\Psi + 1)}{2\text{Pr}}(y - y^2), \quad T_b = \frac{1}{2} - y, \quad \hat{C}_b = \hat{\psi}\left(\frac{1}{2} - y\right), \quad (2.19)$$

где  $\Psi = \hat{\psi}_1 + \dots + \hat{\psi}_{n-1}$  есть суммарное отношение разделения. Основное состояние (2.19) стационарно.

### Задача устойчивости механического равновесия

Рассмотрим линейную задачу устойчивости состояния механического равновесия (2.19). Представим поля скорости, температуры и концентраций компонент в виде сумм полей основного состояния (2.19) и малых возмущений:

$$(\vec{u}, p, T, \hat{C}) = (\vec{u}_b, p_b, T_b, \hat{C}_b) + (\vec{u}', p', T', \hat{C}'). \quad (2.20)$$

Линеаризованные уравнения малых возмущений основного состояния (2.19) имеют вид:

$$\frac{\partial \vec{u}'}{\partial t} = -\nabla p' + \nabla^2 \vec{u}' + \text{Ra Pr}^{-1} (T' + \mathbf{I} \cdot \hat{C}') \vec{\gamma}, \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + (\vec{u}' \cdot \nabla) T_b = \text{Pr}^{-1} \nabla^2 T', \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial \hat{C}'}{\partial t} + (\vec{u}' \cdot \nabla) \hat{C}_b = \widehat{\mathbf{S}} \hat{C}' (\nabla^2 \hat{C}' - \hat{\psi} \nabla^2 T'), \quad (2.23)$$

$$\nabla \cdot \vec{u}' = 0. \quad (2.24)$$

Ограничимся рассмотрением двумерных возмущений и введем функцию тока и завихренность как  $u'_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}$ ,  $u'_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$ ,  $\varphi = -\Delta \psi$ . Уравнения для возмущений (2.21)–(2.24), переписанные в терминах функции тока и завихренности, с учетом (2.19), приобретают вид:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \Delta \varphi + \text{Ra Pr}^{-1} \left( \frac{\partial T'}{\partial x} + \mathbf{I} \cdot \frac{\partial \widehat{\mathbf{C}}'}{\partial x} \right), \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial x} = \text{Pr}^{-1} \Delta T', \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial \widehat{\mathbf{C}}'}{\partial t} + \widehat{\boldsymbol{\psi}} \frac{\partial \psi}{\partial x} = \widehat{\mathbf{S}} \mathbf{C}' \left( \Delta \widehat{\mathbf{C}}' - \widehat{\boldsymbol{\psi}} \Delta T' \right), \quad (2.27)$$

$$\varphi = -\Delta \psi. \quad (2.28)$$

Граничные условия для возмущений:

$$x = 0, 1: \quad \psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial T'}{\partial x} = \frac{\partial \widehat{\mathbf{C}}'}{\partial x} = 0, \quad (2.29)$$

$$y = 0, 1: \quad \psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} = T' = \frac{\partial \widehat{\mathbf{C}}'}{\partial y} - \widehat{\boldsymbol{\psi}} \frac{\partial T'}{\partial y} = 0. \quad (2.30)$$

### Метод решения

Задача (2.25)–(2.30) решалась с помощью пакета программ [134], предназначенного для исследования устойчивости многомерных течений. Решалась обобщенная алгебраическая задача на собственные значения  $\mathbf{Ax} = \lambda \mathbf{Bx}$ , которая получилась после введения нормальных возмущений, экспоненциально зависящих от времени  $(\psi, \varphi, T', \widehat{\mathbf{C}}') \sim e^{-\lambda t}$ , где  $\lambda = \lambda_r + i\omega$  – комплексный

декремент) и дискретизации уравнений и граничных условий исходной задачи с помощью метода конечных разностей. Здесь:  $\mathbf{A}$  – разреженная несимметричная комплекснозначная матрица;  $\mathbf{B}$  – вырожденная диагональная матрица, на главной диагонали которой стоят числа  $0, \pm 1$ ;  $\lambda$  – искомое собственное значение (декремент возмущений);  $\mathbf{x}$  – собственный вектор, составленный из возмущений скорости (давления, температуры – в зависимости от задачи). Исходные уравнения (2.25)–(2.28) с граничными условиями (2.29), (2.30) дискретизовались на квадратной сетке с равномерным пространственным шагом  $h = 1/40$ . Для записи производных в узлах сетки использовались конечные разности второго порядка.

Пакет позволяет осуществлять поиск комплексных невырожденных собственных значений и соответствующих собственных векторов, определение нейтральной поверхности в пространстве параметров, исходя из условия равенства нулю действительной части главного собственного значения, нахождение минимального критического значения параметров и соответствующего минимального волнового числа как глобального минимума нейтральной кривой.

Для решения спектральной задачи  $\mathbf{Ax} = \lambda \mathbf{Bx}$  в пакете [134] используется следующий вариант метода Ньютона–Рафсона [135]:

$$\begin{cases} \mathbf{Ax} - \lambda_0 \mathbf{Bx} = \Delta \lambda \cdot \mathbf{Bx}_0, \\ \Delta \mathbf{x} \cdot \mathbf{e} = 0 \text{ (или } \mathbf{x} \cdot \mathbf{e} = 1), \end{cases}$$

где искомое решение и приращение представляются, соответственно, как  $\mathbf{x}$  и  $\Delta \mathbf{x}$ , а  $\mathbf{x}_0$  и  $\lambda_0$  – приближенные собственный вектор и собственное значение. Решение нормируется с помощью условия  $\mathbf{x} \cdot \mathbf{e} = 1$ ,  $\mathbf{e}$  – произвольно выбранный невырожденный вектор.



### Численные результаты

Расчеты проводились для трехкомпонентной смеси при следующих фиксированных значениях параметров: числе Прандтля  $Pr = 10$ , числах Шмидта  $Sc_1 = 100$ ,  $Sc_2 = 1000$  и отношением разделения для первой компоненты смеси  $\psi_1 = 0.3$ , типичных для жидких смесей. Значение  $\psi_2$  и число Релея варьировались.

При малых значениях отношения  $Sc_1/Sc_2$  диффузионные свойства второй компоненты трехкомпонентной смеси значительно хуже, чем первой, и тип неустойчивости должен определяться знаком отношения разделения второй компоненты  $\psi_2$ . Поэтому обсудим сначала случай бинарной смеси с параметрами, равными параметрам второй компоненты трехкомпонентной смеси. При нагреве бинарной смеси сверху и положительном значении отношения разделения градиент концентрации легкой примеси направлен в сторону нагретой верхней границы, что приводит к устойчивости системы. В случае отрицательного значения отношения разделения возле нагретой границы накапливается тяжелая компонента смеси, что влечет за собой монотонную неустойчивость (см., например, [9]). В этом случае элемент жидкости, сместившийся вниз, после уравнивания его температуры с температурой окружающей среды, будет иметь плотность, большую плотности среды, и продолжит движение вниз.

При подогреве бинарной смеси снизу и положительном отношении разделения эффект термодиффузии приводит к уменьшению критического значения числа Релея (далее критическое число Рэлея –  $Ra_c$ ), так как градиент концентрации легкой компоненты направлен в сторону горячей нижней границы. Поскольку плотность сместившегося вверх элемента жидкости будет меньше плотности окружающей среды, он продолжит всплытие. Поэтому при подогреве бинарной смеси с положительным значением отношения разделения  $\psi_i$  снизу в ней возникает монотонная неустойчивость (см. [9]).

Градиент концентрации легкой примеси с отрицательным отношением разделения направлен в сторону холодной границы, что способствует повышению  $Ra_c$ . Всплывающий элемент жидкости, как и в предыдущем случае, обладает

меньшей плотностью, чем плотность окружающей среды, но после остывания его плотность становится больше плотности окружающей среды, и он начинает двигаться обратно к нижней границе полости. Таким образом, при отрицательных значениях параметра разделения, меньших некоторого значения  $\psi_*$ , за кризис равновесия ответственны колебательные возмущения. В [9] для определения значения  $\psi_*$  в задаче об устойчивости механического равновесия конвекции бинарной смеси в вертикальном слое при вертикальном градиенте температуры для случая искусственных граничных условиях (заданной концентрации на границах) получено выражение, из которого следует, что при  $Sc > Pr$  значение  $\psi_*$  должно быть отрицательным, а при  $Sc \gg Pr$  – отрицательным и близким к нулю.

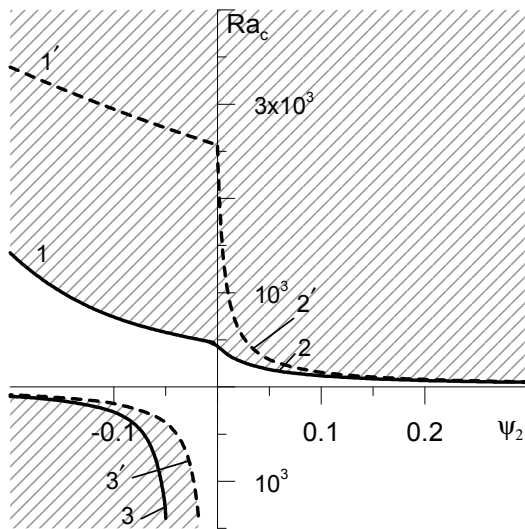


Рис. 28. Зависимость критического числа Релея  $Ra_c$  от отношения разделения  $\psi_2$ : сплошные линии – трехкомпонентная смесь, штриховые линии – бинарная смесь при  $Pr = 10$ ,  $Sc_2 = 1000$ ; кривые 1 и 1' – границы колебательной неустойчивости; 2, 2' и 3, 3' – границы монотонной неустойчивости; заштрихованы области неустойчивости

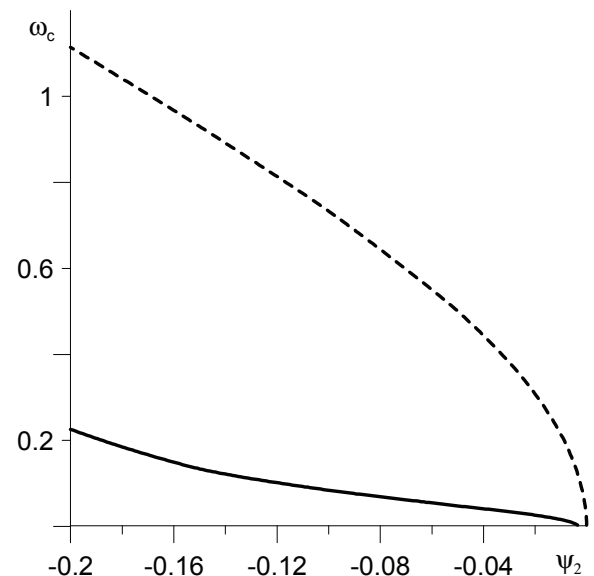


Рис. 29. Зависимость критической круговой частоты  $\omega_c$  от отношения разделения  $\psi_2$ ; сплошная линия – трехкомпонентная смесь, штриховая линия – бинарная смесь при  $Pr = 10$ ,  $Sc_2 = 1000$

Наши расчеты для бинарной смеси ( $\psi_1 = 0$ ) с параметрами  $Pr = 10$ ,  $Sc = 1000$  в квадратной полости с использованием более реалистических, чем в

[9], условий для концентрации на границах (отсутствие диффузионного потока) дали результатам, качественно согласующиеся с [9] (Рис. 28, штриховые линии); при этом критическое значение отношения разделения  $\psi_*$  получилось равным  $\psi_* \approx -3 \cdot 10^{-5}$ . Точке пересечения кривой 2 с осью ординат ( $\psi = 0$ ), соответствует  $Ra \approx 2540$ , что совпадает со значением числа  $Ra$  для порога тепловой конвекции однокомпонентной жидкости в квадратной полости с теплоизолированными боковыми границами [9].

Результаты расчетов для трехкомпонентной смеси с указанными выше значениями параметров показаны на Рис. 28 (сплошные линии). Как отмечалось выше, при малых  $Sc_1/Sc_2$  тип неустойчивости определяется знаком параметра разделения второй компоненты  $\psi_2$ , поэтому критическое число Релея приведено в зависимости от отношения разделения второй компоненты  $\psi_2$ . Видно, что, как и для бинарной смеси, для трехкомпонентной смеси при подогреве снизу наблюдается колебательная неустойчивость при отрицательных значениях  $\psi_2$  (Рис. 28, кривая 1), превышающих по модулю некоторое значение и монотонная неустойчивость, при значениях  $\psi_2$ , больших указанного значения (Рис. 28, кривая 2),. Расчеты дали для точки ответвления колебательной ветви от монотонной значение  $\psi_2 \approx -0.003$ . Таким образом, при  $\psi_2 < -0.003$  наиболее опасными являются колебательные возмущения, а при  $\psi_2 > -0.003$  – монотонные возмущения. При нагреве сверху и отрицательных значениях  $\psi_2$  наблюдается монотонная неустойчивость (Рис. 28, кривая 3).

Как видно из Рис. 28, добавление к бинарной смеси примеси с положительным отношением разделения ( $\psi_1 = 0.3$ ) оказывает дестабилизирующее действие при подогреве снизу и стабилизирующее действие при нагреве сверху. Это объясняется приведенными выше рассуждениями для бинарной смеси.

Зависимость частоты критических возмущений от  $\psi_2$  представлена на Рис. 29.

## 2.2. Нелинейные режимы конвекции трехкомпонентных смесей в квадратной полости при наличии однородных вертикальных градиентов температуры и концентрации

### Постановка задачи и метод решения

Настоящий раздел посвящен прямому численному моделированию нелинейных режимов термоконцентрационной конвекции многокомпонентной смеси в квадратной полости при наличии однородных вертикальных градиентов температуры и концентрации. Моделирование проводится на основе полных безразмерных нестационарных уравнений свободной термоконцентрационной конвекции в приближении Буссинеска (2.6)-(2.9), записанных в терминах функции тока  $\psi$  и завихренности  $\varphi$ :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \Delta \varphi - \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \text{RaPr}^{-1} \left( \frac{\partial T}{\partial x} + \mathbf{I} \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial x} \right), \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} + \text{Pr}^{-1} \nabla^2 T, \quad (2.32)$$

$$\frac{\partial \mathbf{C}}{\partial t} = \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial x} + \mathbf{SC} (\nabla^2 \mathbf{C} - \boldsymbol{\psi} \nabla^2 T), \quad (2.33)$$

$$\varphi = -\Delta \psi. \quad (2.34)$$

Единицы измерения величин, безразмерные параметры задачи, функция тока и завихренность введены аналогично предыдущим главам. Считается, что матрица  $\mathbf{SC}$  диагональна, или приведена к диагональному виду с помощью применения к уравнениям преобразования (2.12).

Граничные условия для возмущений в терминах  $\psi$  и  $\varphi$  имеют вид:

$$x = 0, 1: \psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial x} = 0, \quad (2.35)$$

$$\begin{aligned}
 y = 0, 1: \psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, T = \pm 1/2 \text{ (нагрев снизу)}, \frac{\partial}{\partial y}(C - \psi T) = 0 \text{ или} \\
 y = 0, 1: \psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, T = \mp 1/2 \text{ (нагрев сверху)}, \frac{\partial}{\partial y}(C - \psi T) = 0
 \end{aligned} \quad (2.36)$$

Напомним что, случай  $Ra > 0$  соответствует нагреву снизу, а  $Ra < 0$  – нагреву сверху.

Нелинейные уравнения (2.31)-(2.34) с граничными условиями (2.35)-(2.36) решались с использованием алгоритмов, аналогичных примененным при решении нелинейных задач в главе 1. Начальные условия для концентраций компонент и температуры соответствовали однородным вертикальным градиентам (2.19). Распределение функции тока в начальный момент времени задавалось в виде  $\psi = 10^{-8} \sin(2\pi x) \sin(\pi y)$ .

### Результаты

Расчеты проводились для модельных смесей с  $Pr = 10$ ,  $Sc_1 = 100$ ,  $Sc_2 = 1000$  для двух наборов отношений разделения компонент смесей  $\psi_1 = 0.3$ ,  $\psi_2 = 0.1$ ,  $\Psi = \psi_1 + \psi_2 = 0.4$  и  $\psi_1 = 0.3$ ,  $\psi_2 = -0.4$ ,  $\Psi = \psi_1 + \psi_2 = -0.1$  при подогреве снизу и одного набора отношений разделения компонент смеси  $\psi_1 = 0.3$ ,  $\psi_2 = -0.1$ ,  $\Psi = \psi_1 + \psi_2 = 0.2$  при нагреве сверху, а также для смеси додекан-изобутилбензол-тетралин, компоненты которой взяты в равных долях.

Из Рис. 28 следует, что для смеси с  $\psi_1 = 0.3$ ,  $\psi_2 = 0.1$ ,  $\Psi = \psi_1 + \psi_2 = 0.4$  при нагреве снизу наблюдается монотонная неустойчивость. На Рис. 30, 31 представлены зависимости от времени характеристик конвекции смеси: максимального значения модуля функции тока в полости (Рис. 30) и разности концентраций компонент между центрами верхней и нижней границ (Рис. 31), для различных значений числа Релея. Как видно, при больших числах Релея ( $Ra = 1000; 800; 600$ ) в течение некоторого промежутка времени смесь остается неподвижной (функция тока равна нулю, Рис. 30), затем наблюдается резкий

скачок интенсивности движения (резкое нарастание  $|\psi|_m$ ), после чего происходит выход на установившийся режим. При меньших значениях числа Релея ( $Ra = 400; 300$ ) переход к установившемуся режиму происходит через переходный период, в течение которого наблюдаются затухающие колебания малой амплитуды. Одновременно с резким нарастанием интенсивности движения наблюдается резкое падение величин  $\Delta C_1$  и  $\Delta C_2$ , после некоторого переходного процесса наблюдается выход на постоянное значение (Рис. 31). С понижением уровня тяжести интервал времени до наступления неустойчивости растет, интенсивность установившегося стационарного движения уменьшается, значения  $|\Delta C_1|$  и  $|\Delta C_2|$ , соответствующие режиму стационарной конвекции, увеличиваются (приближаются к их значениям для бесконвективного режима), время выхода на стационарный режим растет.

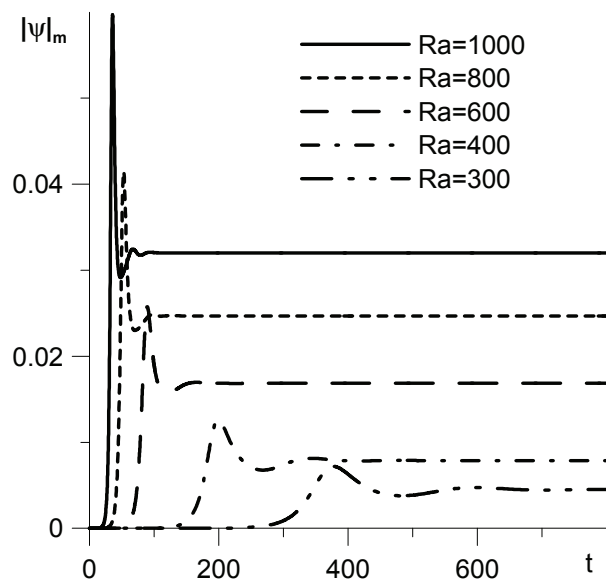


Рис. 30. Временная эволюция максимального значения модуля функции тока в полости. Смесь с  $\psi_1 = 0.3$ ,  $\psi_2 = 0.1$ ,  $\Psi = \psi_1 + \psi_2 = 0.4$

Изолинии функции тока и поля концентраций компонент для стационарных течений, формирующихся при нагреве снизу для смеси с положительным суммарным отношением разделения и положительными отношениями разделения для обеих компонент смеси для значения числа Релея  $Ra = 300$ , представлены на Рис. 32. Течение имеет одновихревую структуру, изолинии концентраций

компонент смеси деформируются сильнее с увеличением уровня силы тяжести. Компоненты смеси, имеющие положительные отношения разделения, накапливаются возле нагретой нижней границы.

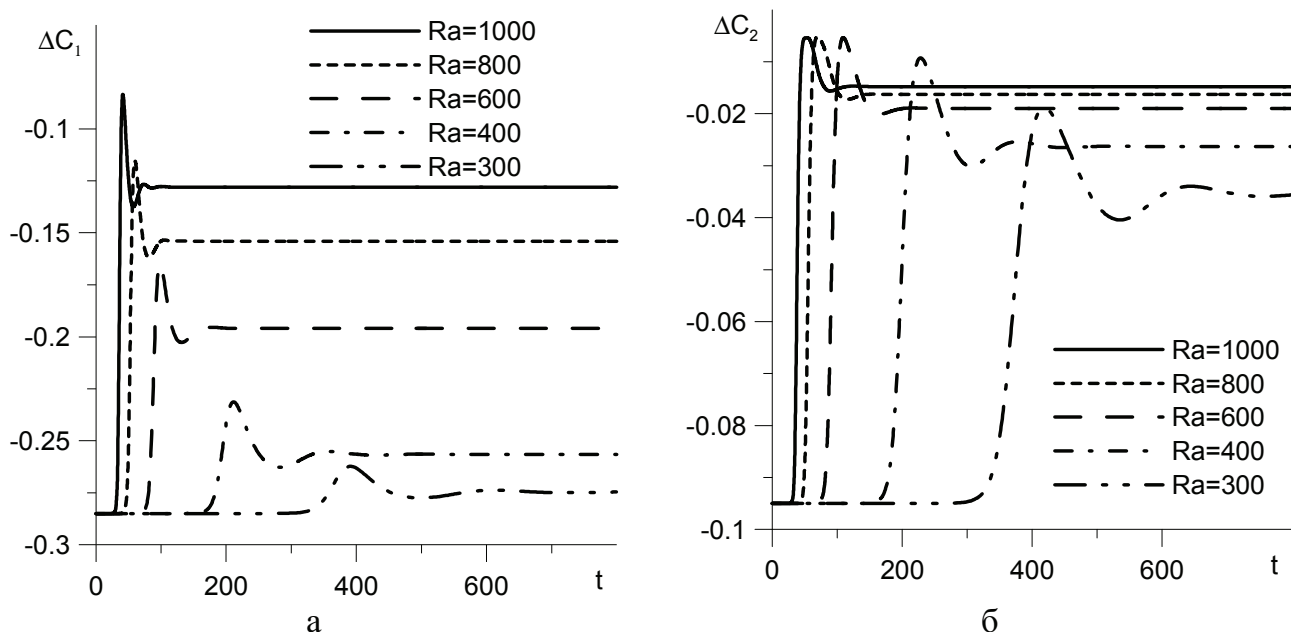


Рис. 31 Временная эволюция разницы концентраций между центрами верхней и нижней границ первой (а) и второй (б) компонент смеси. Смесь с  $\psi_1 = 0.3$ ,  $\psi_2 = 0.1$ ,  $\Psi = \psi_1 + \psi_2 = 0.4$

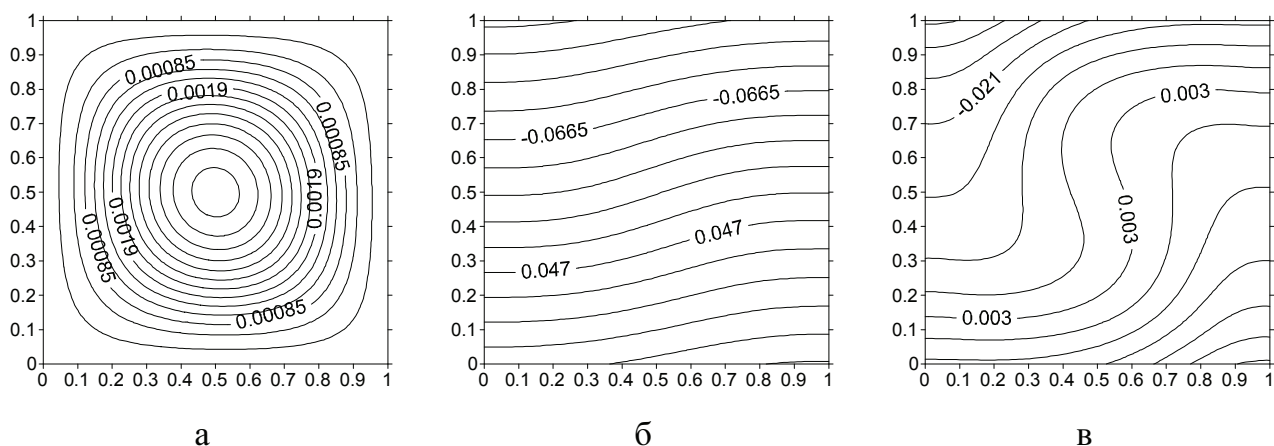


Рис. 32. Изолинии функции тока (а) и концентраций первой (б) и второй (в) компонент для смеси с  $\psi_1 = 0.3$ ,  $\psi_2 = 0.1$ ,  $\Psi = \psi_1 + \psi_2 = 0.4$ ,  $Ra = 300$

Как видно из Рис. 28, для смеси с  $\psi_1 = 0.3$ ,  $\psi_2 = -0.4$ ,  $\Psi = \psi_1 + \psi_2 = -0.1$ , при подогреве снизу, наблюдается колебательная неустойчивость. На Рис. 33 показана временная эволюция функции тока в центре полости для  $Ra = 2800, 3000$ . Как видно, сначала наблюдаются нарастающие колебания, затем происходит

перестройка к стационарному одновихревому течению. Поля функции тока, температуры и концентраций компонент для  $Ra = 3000$  представлены на Рис. 34. Первая компонента смеси, имеющая положительное отношение разделения  $\psi_1 = 0.3$ , накапливается возле нагретой нижней границы, а вторая компонента с отрицательным отношением разделения – возле холодной верхней границы.

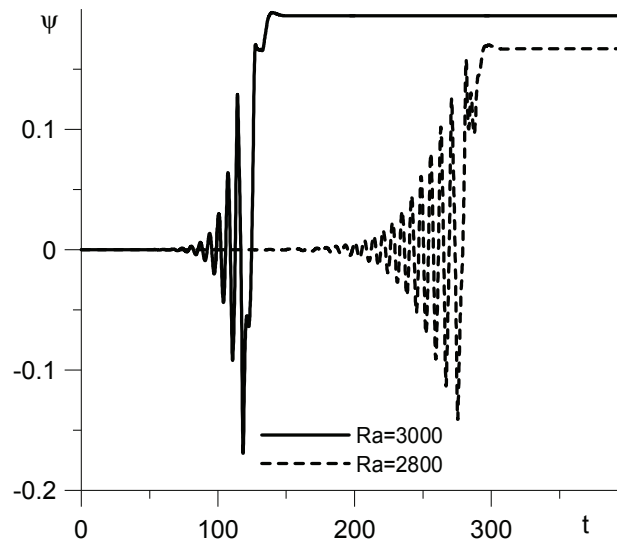


Рис. 33. Временная эволюция функции тока в центре полости. Смесь с  $\psi_1 = 0.3$ ,  $\psi_2 = -0.4$ ,  $\Psi = \psi_1 + \psi_2 = -0.1$

Временная эволюция функции тока в центре полости для  $Ra = 2646$  изображена на Рис. 35а. Как видно, в течение большого времени наблюдается нарастающие колебания. Частота колебаний  $\omega = 0.883$ , при этом для смеси с такими параметрами критическое значение частоты по линейным расчетам  $\omega_c = 0.880$ . В дальнейшем, как и при  $Ra = 2800, 3000$  (Рис. 33), происходит выход на стационарный режим.

На Рис. 36 показано изменение структуры течения за период колебаний при  $Ra = 2646$ . Моменты времени, соответствующие представленным структурам, отмечены на графике временной эволюции функции тока в центре полости (Рис. 35б).



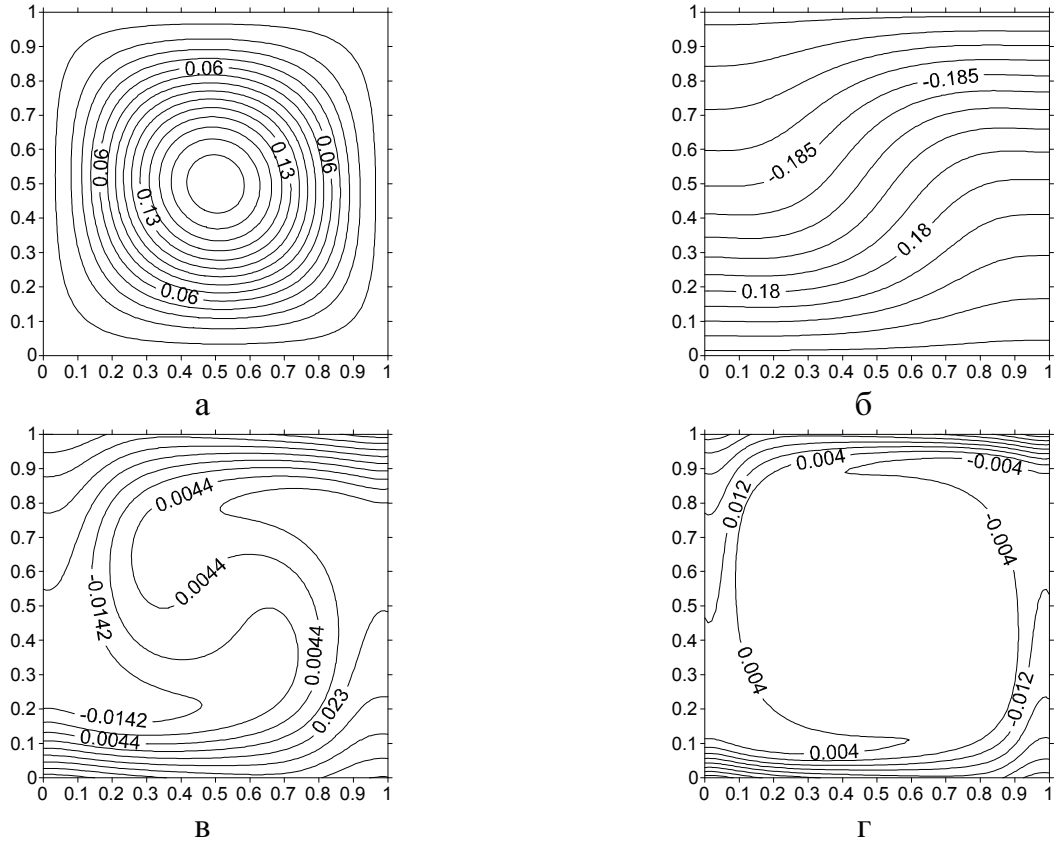


Рис. 34. Стационарные поля функции тока (а), температуры (б) и концентраций первой (в) и второй (г) компонент смеси с  $\psi_1 = 0.3$ ,  $\psi_2 = -0.4$ ,  $\Psi = \psi_1 + \psi_2 = -0.1$ ,  $Ra = 3000$

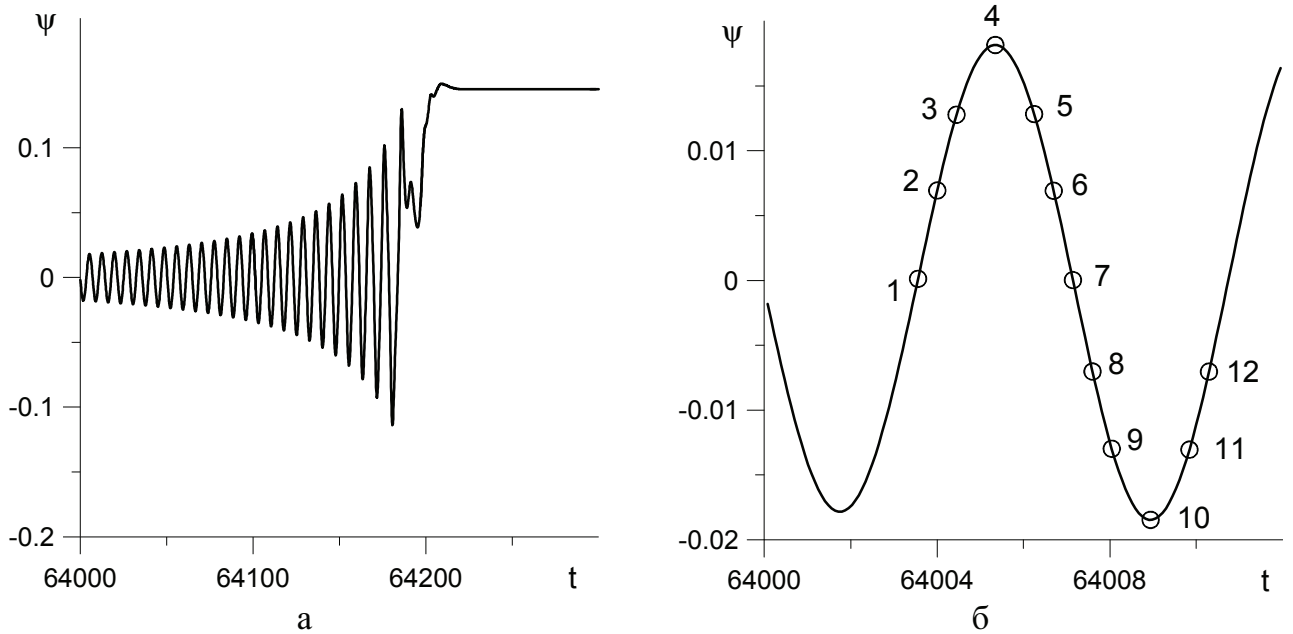


Рис. 35. (а) – временная эволюция функции тока в центре полости. (б) – функция тока за период одного колебания; отметки соответствуют моментам времени, для которых показаны структуры течения на Рис. 36. Смесь с  $\psi_1 = 0.3$ ,  $\psi_2 = -0.4$ ,  $\Psi = \psi_1 + \psi_2 = -0.1$ ,  $Ra = 2646$

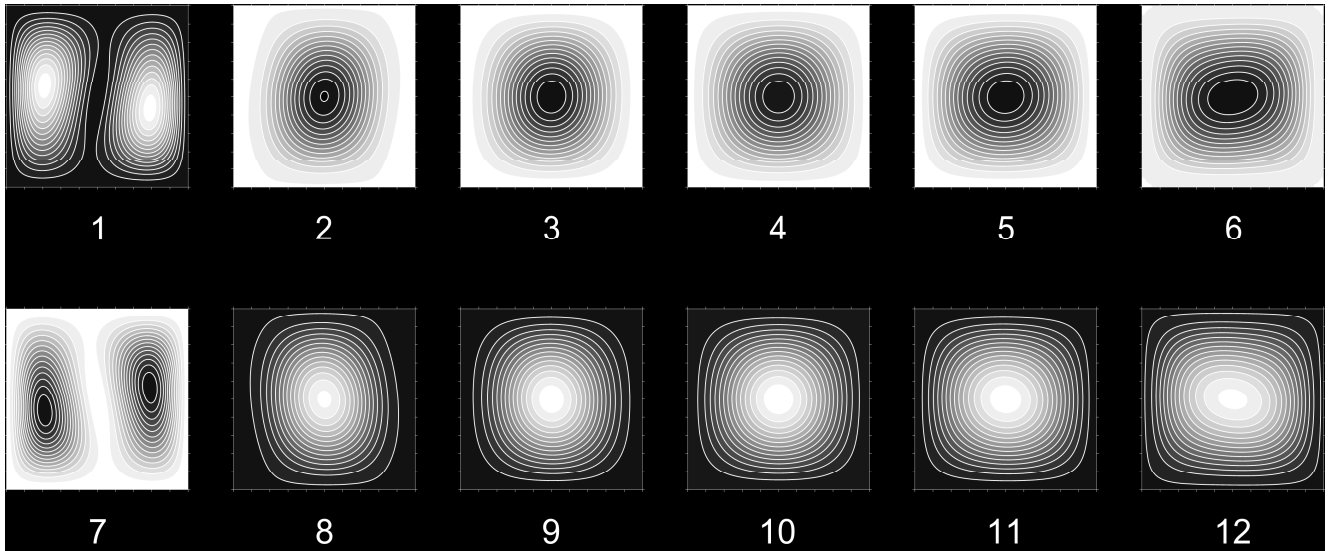


Рис. 36. Изменение структуры течения за период колебаний в моменты времени, указанные на Рис 35б. Смесь с  $\psi_1 = 0.3$ ,  $\psi_2 = -0.4$ ,  $\Psi = \psi_1 + \psi_2 = -0.1$ ,  $Ra = 2646$

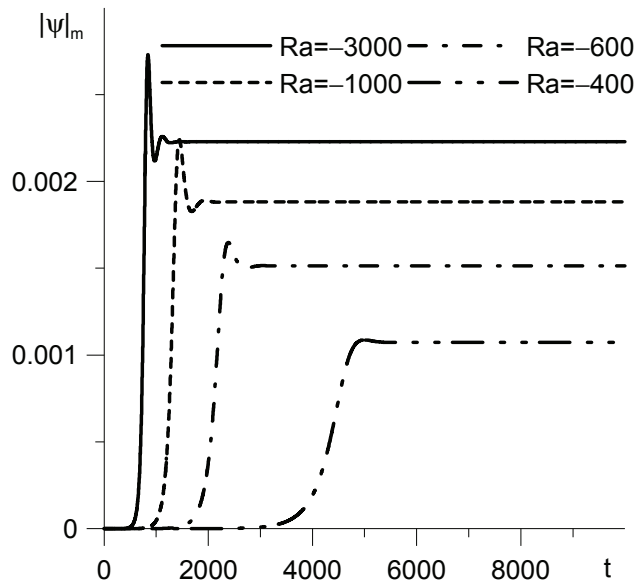


Рис. 37. Временная эволюция максимального значения модуля функции тока в полости. Смесь с  $\psi_1 = 0.3$ ,  $\psi_2 = -0.1$ ,  $\Psi = \psi_1 + \psi_2 = 0.2$

На Рис. 37 показана временная эволюция максимального значения модуля функции тока в полости для смеси с  $\psi_1 = 0.3$ ,  $\psi_2 = -0.1$ ,  $\Psi = \psi_1 + \psi_2 = 0.2$  при нагреве сверху. Из Рис. 28 видно, что для смеси с такими параметрами при нагреве сверху наблюдается монотонная неустойчивость. Нелинейные расчеты показали, что интенсивность течения нарастает, достигает максимального значения, затем после колебаний в течение короткого переходного периода выходит на постоянное значение. Выход на стационарное движение происходит тем позже, чем меньше уровень тяжести. Временная эволюция разности

концентраций компонент между центрами верхней и нижней границ представлены на Рис. 38.

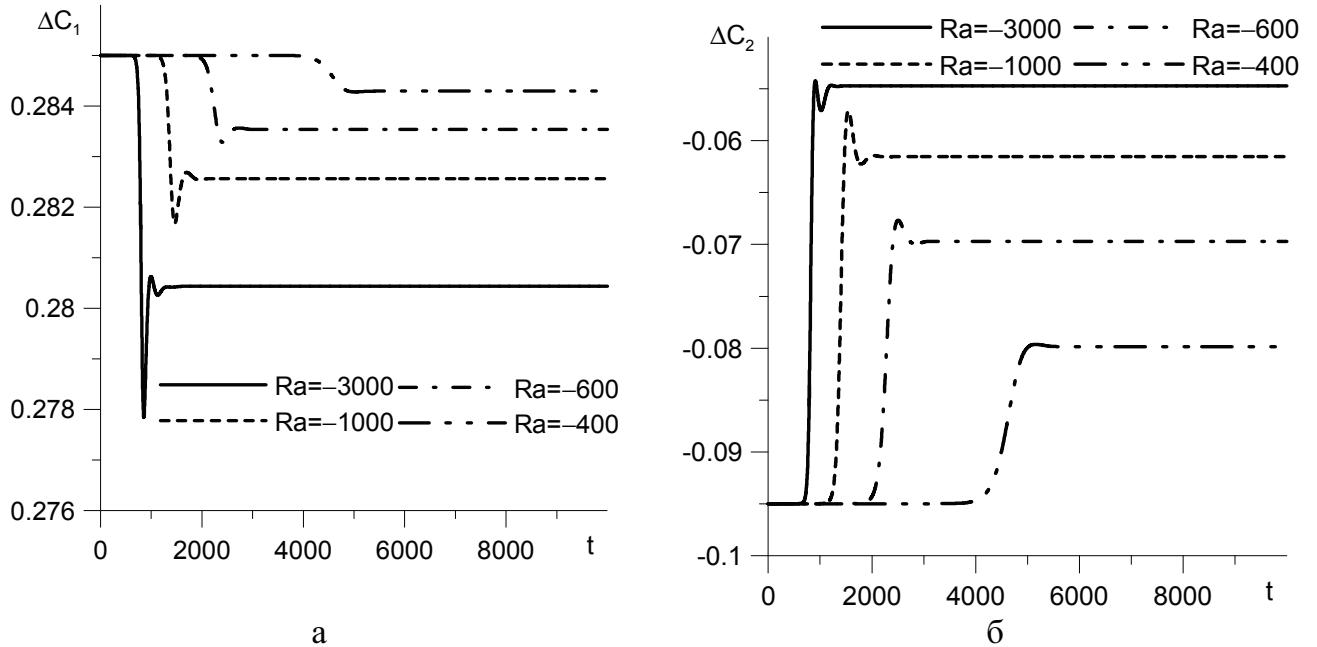


Рис. 38. Временная эволюция разницы концентраций между центрами верхней и нижней границ первой (а) и второй (б) компонент смеси. Смесь с  $\psi_1 = 0.3$ ,  $\psi_2 = -0.1$ ,  $\Psi = \psi_1 + \psi_2 = 0.2$

Установившееся течение при всех числах Релея имеет одновихревую структуру (Рис. 39). Первая компонента с отношением разделения  $\psi_1 = 0.3$  накапливается возле нагретой верхней границы, а вторая компонента с  $\psi_2 = -0.1$  – возле холодной нижней границы. Параметры первой компоненты смеси таковы, что неустойчивость для нее не должна возникнуть, но она возникает из-за дестабилизирующего эффекта второй компоненты смеси, обладающей отрицательным отношением разделения. Поэтому изолинии концентрации первой компоненты деформированы, но слабо. С увеличением числа Релея (уровня тяжести) деформация изолиний концентраций становится более выражена.

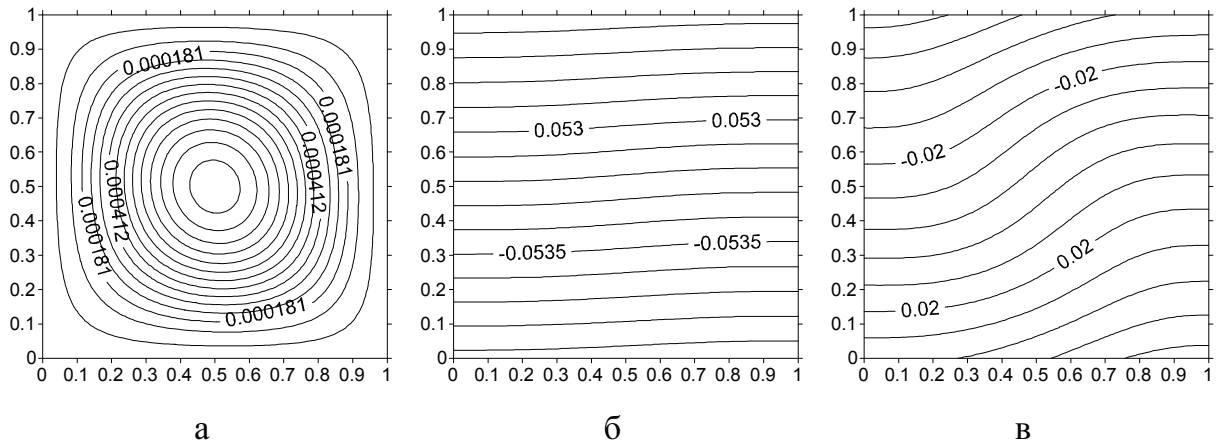


Рис. 39. Изолинии функции тока (а) и концентрации первой (б) и второй (в) компонент для смеси с  $\psi_1 = 0.3$ ,  $\psi_2 = -0.1$ ,  $\Psi = \psi_1 + \psi_2 = 0.2$  при  $Ra = -400$

Трехкомпонентная смесь додекан-изобутилбензол-тетралин с компонентами, взятыми в равных долях, при температуре  $25^\circ\text{C}$  имеет коэффициент теплового расширения  $\beta_T = 0.914 \cdot 10^{-3} \text{ 1/K}$ , коэффициенты концентрационного изменения плотности  $\beta_{c1} = 0.258$ ,  $\beta_{c2} = 0.121$ , значение кинетической вязкости  $\nu = 1.528 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ , коэффициенты диффузии  $D_{11} = 6.70 \cdot 10^{-10} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $D_{12} = 0.43 \cdot 10^{-10} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $D_{21} = -1.08 \cdot 10^{-10} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $D_{22} = 11.10 \cdot 10^{-10} \text{ м}^2/\text{с}$ , коэффициенты термодиффузии  $D_{T1} = -0.81 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2/\text{сК}$ ,  $D_{T2} = -0.93 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2/\text{сК}$  и отношения разделения смеси  $\psi_1 = 0.324$  и  $\psi_2 = 0.126$  [58]. После применения преобразования (2.12) получаем  $\hat{\psi}_1 = 0.109$ ,  $\hat{\psi}_2 = 0.341$  и  $\hat{S}_{c1} = 1390$ ,  $\hat{S}_{c2} = 2244$ . Положительные значения отношений разделения означают, что неустойчивость возможна только при нагреве снизу. Проведенные линейные и нелинейные расчеты для этого случая дали для порога монотонной неустойчивости значение критического числа Релея  $Ra_c \approx 27.2$ . Временная эволюция характеристик движения качественно похожа на случай модельной смеси (Рис. 30, 31). Поля функции тока и концентраций компонент для  $Ra = 40$  приведены на Рис. 40; для построения рисунка использовались поля, полученные после преобразования, обратного преобразованию (2.12). Для данной смеси углеводородов процедура диагонализации не внесла качественных изменений в результаты.

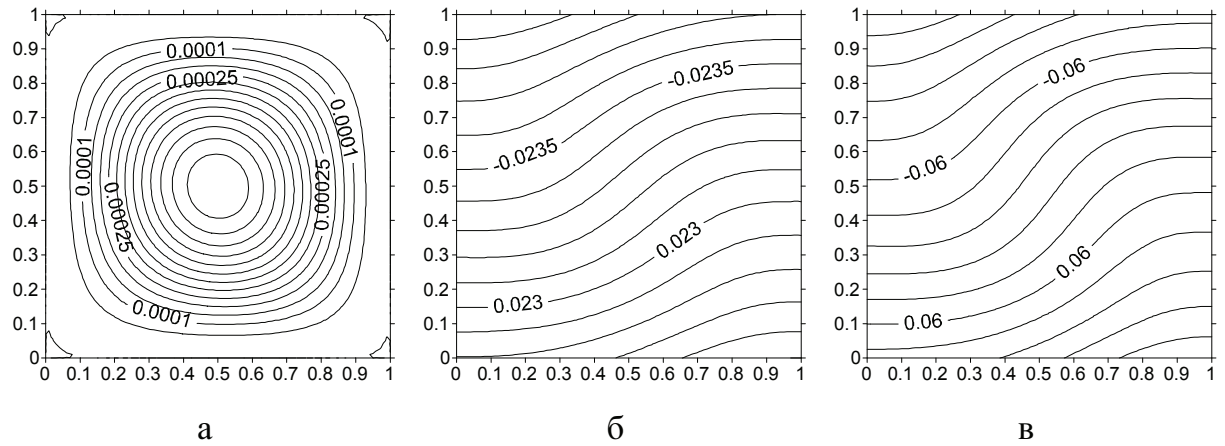


Рис. 40. Изолинии функции тока (а) и концентрации первой (б) и второй (в) компонент для смеси додекан-изобутилбензол-тетралин

### 2.3. Нелинейные режимы конвекции трехкомпонентных смесей в квадратной полости при заданном вертикальном градиенте температуры, соответствующем нагреву сверху, и меняющемся со временем распределении концентрации по вертикали

#### Постановка задачи и метод решения

Рассмотрим термоконцентрационную конвекцию в квадратной полости, заполненной однородной трехкомпонентной жидкой смесью при установившемся вертикальном градиенте температуры, соответствующем нагреву сверху, и меняющемся со временем распределении концентрации по вертикали. Для решения используются полные безразмерные нестационарные уравнения движения в приближении Буссинеска, записанные в терминах функции тока и завихренности (2.35)-(2.36) с граничными условиями на твердых, непроницаемых для вещества стенках:

$$x = 0, 1: \psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial C}{\partial x} = 0, \quad (2.37)$$

$$y = 0, 1: \psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, \quad T = \mp 1/2, \quad \frac{\partial}{\partial y}(C - \psi T) = 0, \quad (2.38)$$

Расчеты проводятся с использованием того же численного алгоритма, что и в главе 1 для решения нелинейных задач. Предполагается диагональность матрицы чисел Шмидта. Начальные условия соответствуют однородному распределению концентраций компонент и установившемуся вертикальному градиенту температуры (нагрев сверху). Функция тока в начальный момент времени задается в том же виде, что и разделе 2.2.

### Численные результаты

Расчеты проводились для модельных трехкомпонентных смесей, при фиксированных значениях безразмерных параметров, указанных в Таблице 3. Число Релея варьировалось в диапазоне  $|Ra| = 5 \cdot 10^3 \div 5 \cdot 10^5$ .

Таблица 3

Параметры	Смесь 1	Смесь 2
Pr		10
Sc <sub>1</sub>		100
Sc <sub>2</sub>		1000
$\psi_1$	0.4	-0.4
$\psi_2$	-0.2	-0.2
$\Psi$	0.2	-0.6

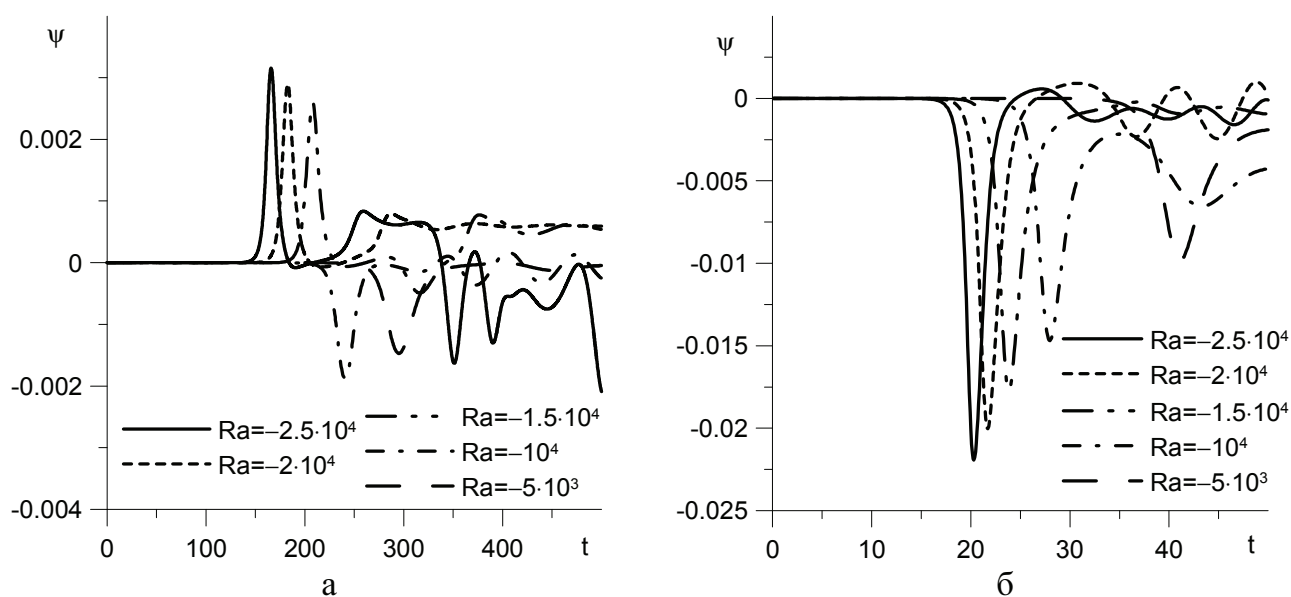


Рис. 41. Временная эволюция функции тока в центре полости для Смеси 1 (а) и Смеси 2 (б)

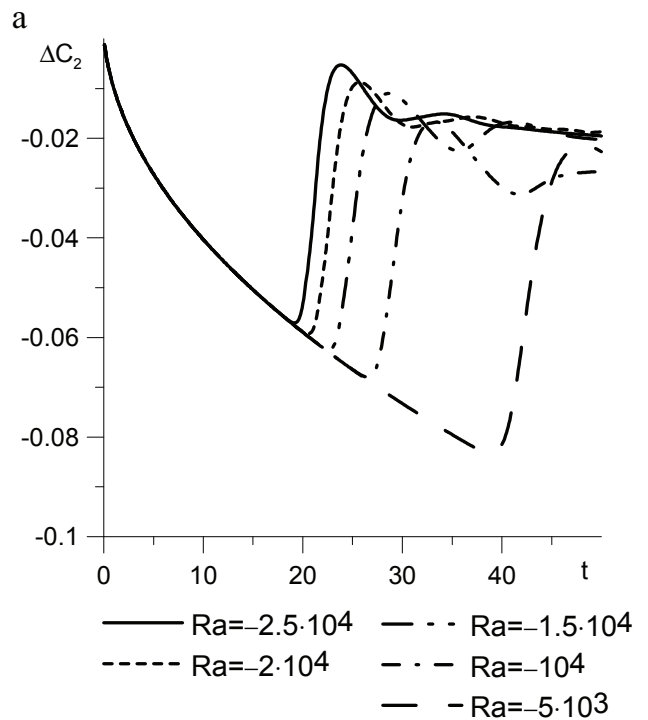
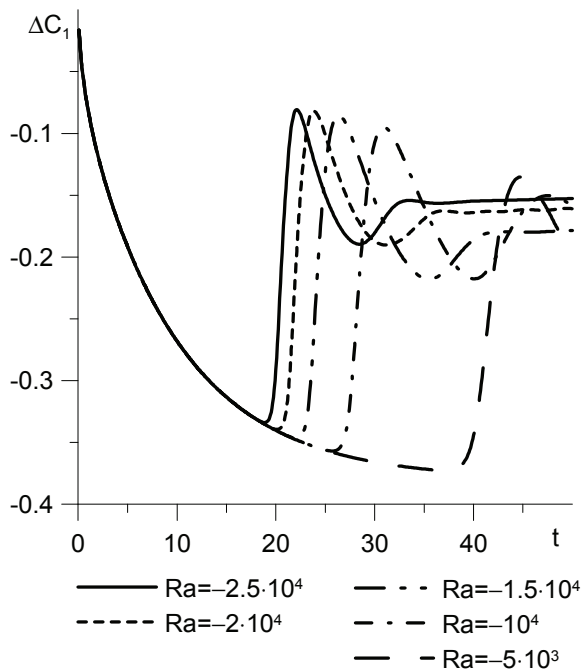
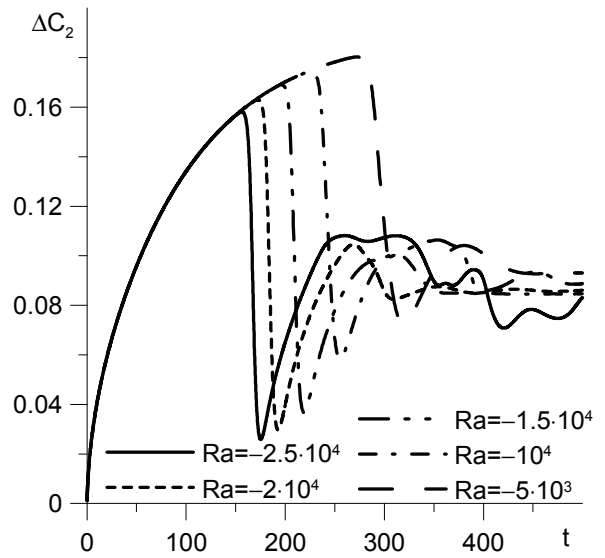
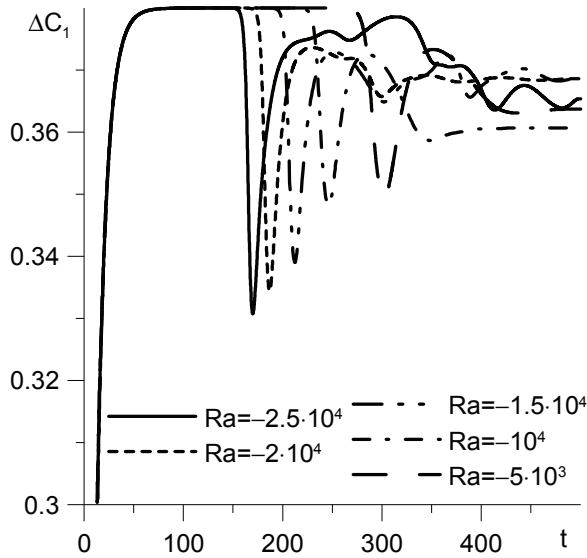
На Рис. 41, 42 представлены численные данные о временной эволюции функции тока в центре полости (Рис. 41) и разности концентраций между центрами верхней и нижней границ полости (Рис. 42) при разных уровнях тяжести. Как видно, в течение некоторого периода времени смесь остается неподвижной (функция тока равна нулю, Рис. 41), происходит термодиффузионное разделение компонент. Разность концентраций между

центрами верхней и нижней границ  $\Delta C_1$  и  $\Delta C_2$  каждой компоненты в течение этого периода времени монотонно растет по модулю со временем, достигая некоторого предельного значения, определяющегося параметрами компонент смеси (Рис. 42). Затем возникает неустойчивость, наступление которой сопровождается резкими скачками интенсивности движения,  $\Delta C_1$  и  $\Delta C_2$ , причем скачки  $\Delta C_1$  и  $\Delta C_2$  наблюдаются для обеих компонент смеси независимо от знака отношения деления компонент смеси. Наличие бесконвективного периода характерно для обеих смесей, но времена наступления неустойчивости различаются примерно на порядок. Чем ниже уровень тяжести, тем позже возникает неустойчивость. После наступления неустойчивости наблюдаются нерегулярные колебания функции тока и разницы концентраций.

На Рис. 43 показана временная эволюция величины  $|\Delta C_2|$  для второй компоненты Смесей 1 и 2 и  $|\Delta C|$  для бинарной смеси с параметрами, равными параметрам второй компоненты Смесей 1 и 2:  $Pr = 10$ ,  $\psi = -0.2$ ,  $Sc = 1000$  при  $Ra = -2.5 \cdot 10^4$ . Видно, что для Смеси 1, где первая компонента обладает положительным отношением деления  $\psi = 0.4$  обвал кривой  $|\Delta C_2|(t)$  происходит позже, чем в бинарной смеси, т.е. добавление компоненты с  $\psi > 0$  оказывает стабилизирующее действие. Для Смеси 2 неустойчивость (и, соответственно, обвал кривой  $|\Delta C_2|(t)$ ) возникает раньше из-за дестабилизирующего эффекта первой компоненты с отрицательным отношением деления  $\psi = -0.4$ .

Численные данные о полях функции тока и концентраций компонент смеси показаны на Рис. 44, 45. Как видно, конвективное движение формируется возле горизонтальных границ полости. При  $Ra = -5 \cdot 10^5$  вблизи каждой из горизонтальных границ возникает восемь вихрей для Смеси 1 (Рис. 44а) и шесть вихрей для Смеси 2 (Рис. 45а). При понижении числа Релея число вихрей уменьшается (Рис. 44б, 45б). Таким образом, длина волны возмущений растет с понижением уровня тяжести.





б

Рис. 42. Временная эволюция разности концентраций между центрами верхней и нижней границ первой (слева) и второй (справа) компонент для Смеси 1 (а) и Смеси 2 (б)

Вторая компонента у обеих смесей одна и та же. Ее параметры  $\psi_2 = -0.2$  и  $Sc = 1000$ . Как видно из Рис. 44, 45, линейное по вертикали распределение концентрации второй компоненты не успевает сформироваться в течение бесконвективного периода времени ни для первой, ни для второй смесей. Поле концентрации этой компоненты в момент наступления неустойчивости характеризуется наличием пограничных слоев около горизонтальных границ и

почти однородным распределением концентрации в центральной части полости. При наступлении неустойчивости, возникающее конвективное течение приводит к значительному искажению поля концентрации этой компоненты: формируются пальцеобразные структуры. Расстояние между пальцами соответствует длине волны возмущений, оно уменьшается с понижением числа Релея (уровня тяжести).

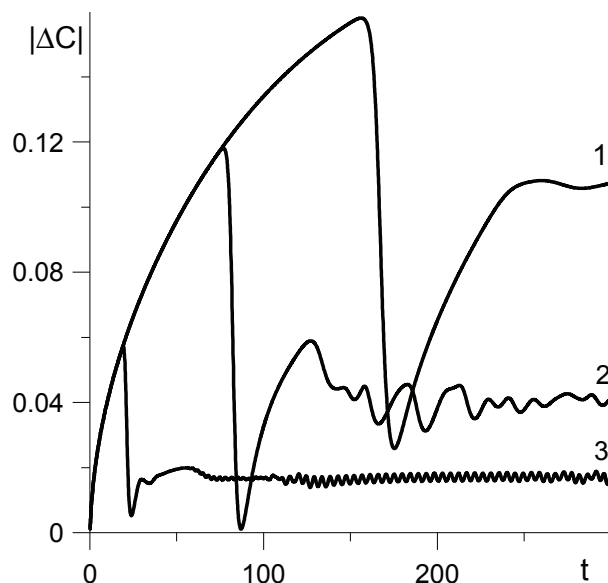


Рис. 43. Временная эволюция модуля разности концентраций между центрами верхней и нижней границ для: 1 – второй компоненты трехкомпонентной Смеси 1; 2 – бинарной смеси с  $Pr = 10$ ,  $\psi = -0.2$ ,  $Sc = 1000$ ; 3 – второй компоненты трехкомпонентной Смеси 2 при  $Ra = -2.5 \cdot 10^4$

Для первой компоненты Смеси 1, имеющей положительное отношение разделения,  $\psi_2 = 0.4$  и  $Sc = 100$ , линейное по вертикали распределение успевает сформироваться в течение бесконвективного периода времени. В ходе дальнейшего развития неустойчивости изолинии концентрации первой компоненты смеси лишь незначительно деформируются, а с течением времени степень их деформации становится еще меньше. В последующие моменты времени отмечается потеря симметрии течения и распределений концентраций компонент.

Для Смеси 2 поведение первой компоненты смеси с отрицательным отношением разделения  $\psi_1 = -0.4$  и  $Sc = 100$ , при высоких числах Релея

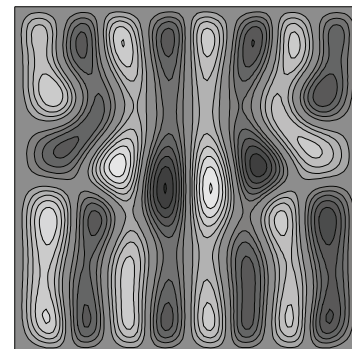
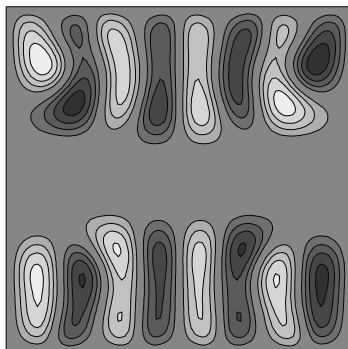
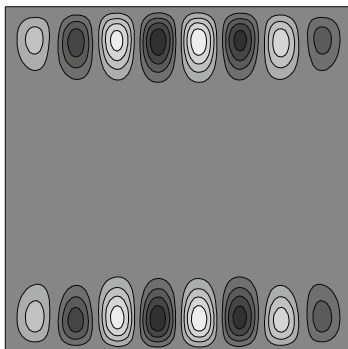
качественно повторяет поведение второй компоненты смеси. Однако, из-за меньшего числа Шмидта распределение концентрации первой компоненты к моменту наступления неустойчивости гораздо ближе к линейному градиенту.

a)  $Ra = -5 \cdot 10^5$   
 $t = 35.$

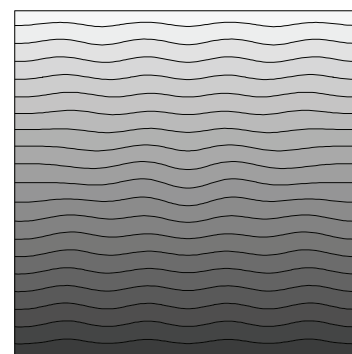
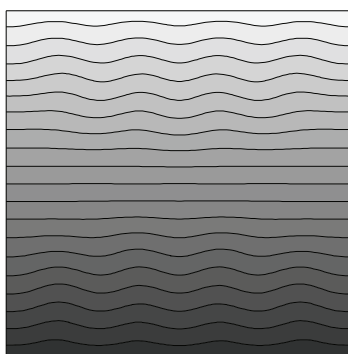
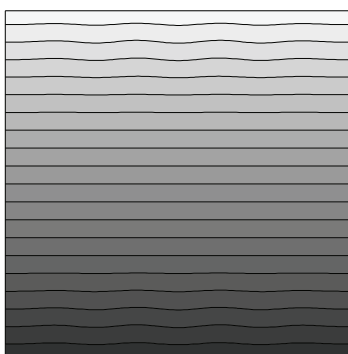
$t = 40.$

$t = 45.$

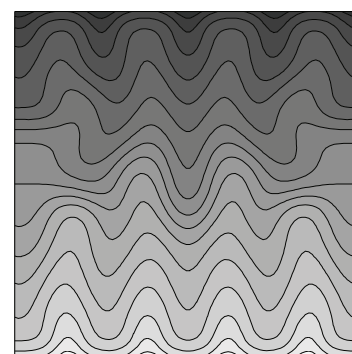
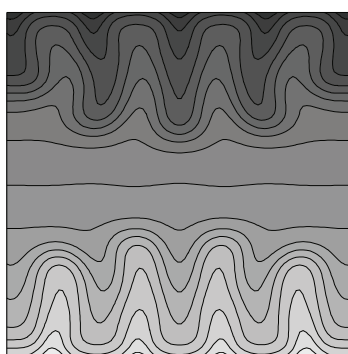
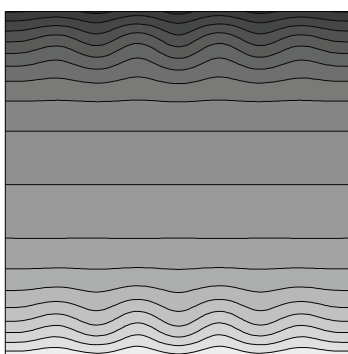
Функция тока



Концентрация первой компоненты смеси

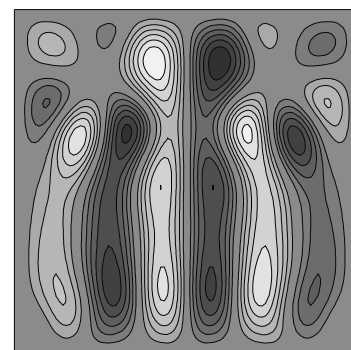
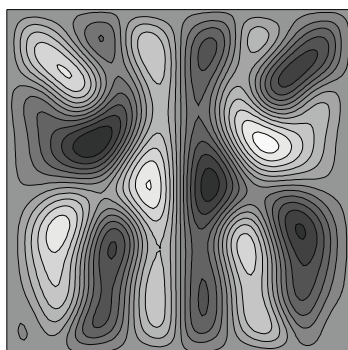
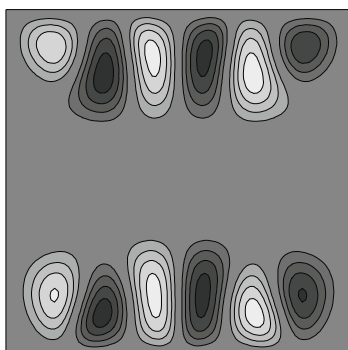


Концентрация второй компоненты смеси

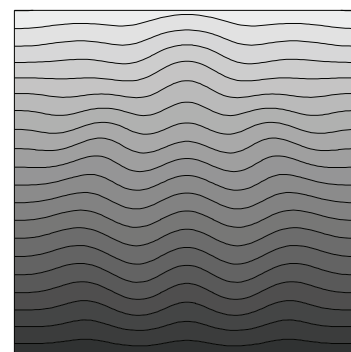
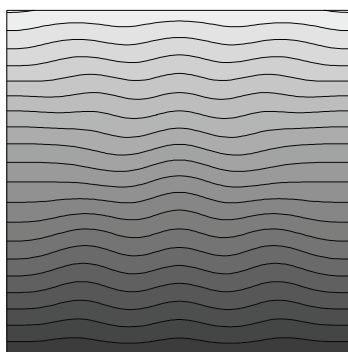
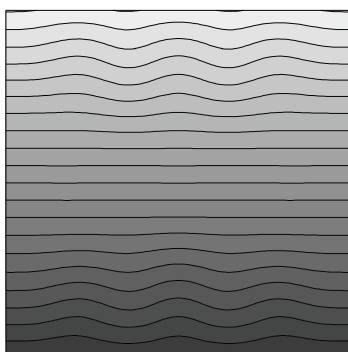


б)  $Ra = -2.5 \cdot 10^5$  $t = 55.$  $t = 60.$  $t = 65.$ 

Функция тока



Концентрация первой компоненты смеси



Концентрация второй компоненты смеси

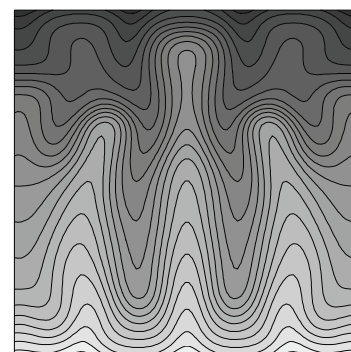
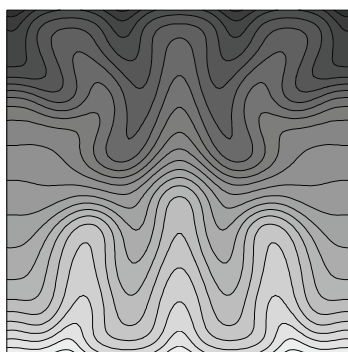
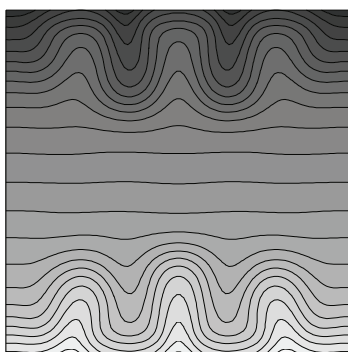
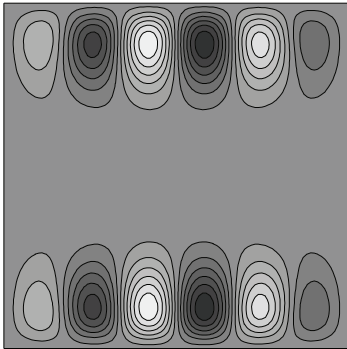
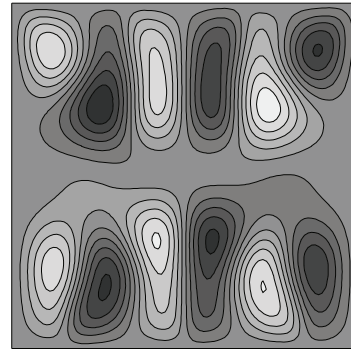


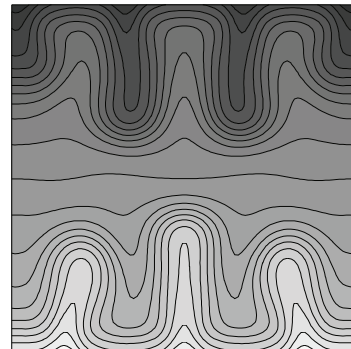
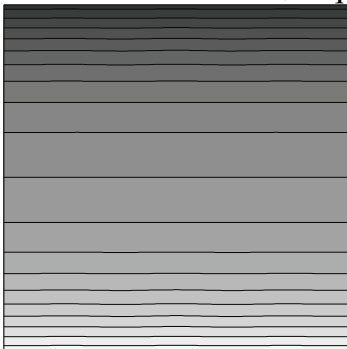
Рис. 44. Изолинии функции тока и концентрации компонент смеси для некоторых значений числа Релея в разные моменты времени развития неустойчивости. Смесь 1. Светлые (темные) области соответствуют большему (меньшему) значению функции тока и концентрации

a)  $Ra = -5 \cdot 10^5$  $t = 4.$ 

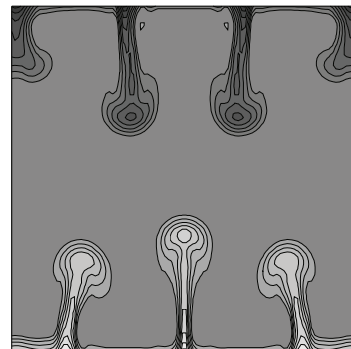
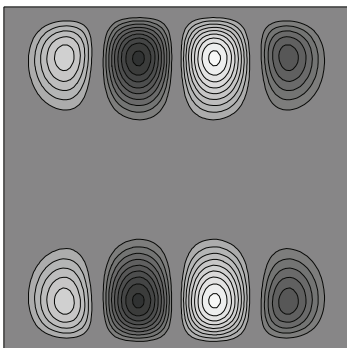
Функция тока

 $t = 5.$ 

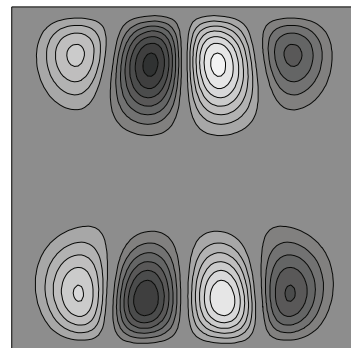
Концентрация первой компоненты смеси



Концентрация второй компоненты смеси

б)  $Ra = -2.5 \cdot 10^5$  $t = 6.$ 

Функция тока

 $t = 7.$ 

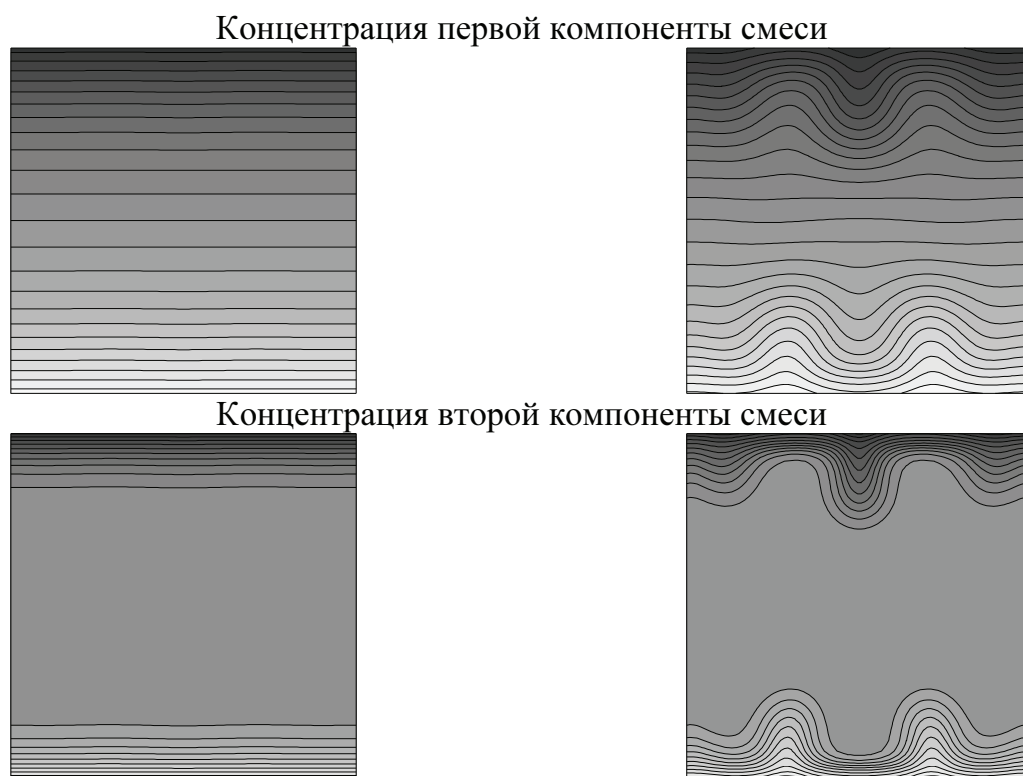


Рис. 45. Изолинии функции тока и распределение концентрации компонент смеси для некоторых значений числа Релея в разные моменты времени развития неустойчивости. Смесь 2. Светлые (темные) области соответствуют большему (меньшему) значению функции тока и концентрации

Зависимости времени наступления неустойчивости от числа Релея для рассматриваемых смесей показаны на Рис. 46. Численные данные можно аппроксимировать степенными законами  $t^* \approx 0.15 \cdot 10^5 |\text{Ra}|^{-0.46}$  для Смеси 1 и  $t^* \approx 0.02 \cdot 10^5 |\text{Ra}|^{-0.44}$  для Смеси 2. В качестве критерия для определения времени наступления неустойчивости использовалось достижение максимального значения  $|\Delta C_2|$ . Значительную разницу во временах наступления неустойчивости для Смесей 1 и 2 можно объяснить стабилизирующим действием первой компоненты с  $\psi_1 > 0$  для Смеси 1 и дестабилизирующим действием компоненты с  $\psi_1 < 0$  для Смеси 2.

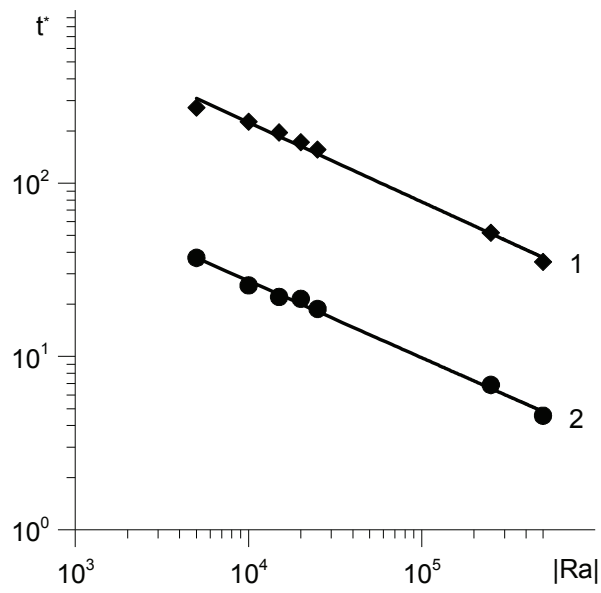


Рис. 46. Зависимости времени наступления неустойчивости от числа Релея. Линия 1 – Смесь 1, линия 2 – Смесь 2

## 2.4. Заключение

Численно исследована линейная устойчивость механического равновесия трехкомпонентных смесей в квадратной полости при заданных вертикальных градиентах температуры и концентраций компонент. Получены границы монотонной и колебательной неустойчивостей при нагреве снизу и граница монотонной неустойчивости при нагреве сверху для различных значений отношений разделения компонент смеси. Получены данные о структуре нелинейных режимов течения.

Исследованы нелинейные режимы термоконцентрационной конвекции трехкомпонентных смесей в квадратной полости при заданном вертикальном градиенте температуры (нагрев сверху) и зависящем от времени распределении по вертикали концентраций компонент. Показано, что возникающее течение имеет многовихревую форму, с числом вихрей, уменьшающимся при понижении числа Релея (уровня тяжести). Распределение концентраций компонент с отрицательным отношением разделения при наступлении неустойчивости приобретает пальцеобразную форму, изолинии концентраций компонент с положительным отношением разделения деформируются слабо. Получены степенные зависимости времени наступления неустойчивости от числа Релея (уровня тяжести). Обнаружено стабилизирующее влияние компоненты с положительным отношением разделения и дестабилизирующее влияние компоненты с отрицательным отношением разделения на наступление неустойчивости.



### **ГЛАВА 3. ВЛИЯНИЕ ВИБРАЦИЙ НА ВОЗНИКНОВЕНИЕ И НЕЛИНЕЙНЫЕ РЕЖИМЫ ТЕРМОКОНЦЕНТРАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СМЕСЕЙ В ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПОЛОСТЯХ**

В работах [79, 80] исследована вибрационная конвекция в нагреваемом снизу горизонтальном слое бинарной смеси при продольных и поперечных к слою высокочастотных вибрациях. Обнаружено, что продольные вибрации при положительных значениях отношения разделения оказывают дестабилизирующее действие, а при отрицательных значениях – стабилизирующее действие. Поперечные к слою вибрации всегда оказывают стабилизирующее действие.

Влияние высокочастотных вибраций различной ориентации на термоконцентрационную конвекцию смеси метан-бутан, заполняющей горизонтальный цилиндр квадратного сечения, в условиях пониженной гравитации изучено в работе [91].

В работе [92] изучено влияние вибраций конечной частоты на термоконцентрационную конвекцию бинарной смеси в кубической полости в условиях микрогравитации.

Настоящая глава посвящена исследованию влияния вибраций на возникновение и нелинейные режимы конвекции бинарной смеси с отрицательными отношениями разделения в прямоугольных полостях при различных уровнях тяжести.

### 3.1. Постановка задачи, определяющие уравнения

Рассмотрим термоконцентрационную конвекцию смеси из  $n$  компонент в прямоугольной полости длиной  $L$  и высотой  $H$  с твердыми, непроницаемыми для вещества границами (Рис. 47). Вертикальные границы теплоизолированы, на горизонтальных границах поддерживаются постоянные разные температуры  $T_1$  и  $T_2$ . Полость совершает гармонические вибрации с амплитудой  $a$  и угловой частотой  $\omega = 2\pi f$  вдоль оси  $X$  (расположение осей  $X$  и  $Y$  в декартовой системе координат показано на Рис. 47). Аналогично Главе 2 будем считать, что отклонения температуры  $T$  и концентраций компонент  $C_i$  ( $i=1, \dots, n-1$ ) от некоторых значений  $T_0$  и  $C_{i0}$ , принимаемых за начало отсчета, малы, так что вызываемые ими отклонения плотности смеси от значения  $\rho_0 = \rho(T_0, C_{i0})$  также малы и можно считать плотность линейно зависящей от температуры и концентраций компонент:

$$\rho = \rho_0 (1 - \beta_T (T - T_0) - \mathbf{I} \cdot \mathbf{C} - \mathbf{C}_0),$$

где  $\beta_T = -(1/\rho_0)(\partial\rho/\partial T)|_C$  – коэффициент теплового расширения;

$\mathbf{B} = \text{diag}\{\beta_{C_1}, \dots, \beta_{C_{n-1}}\}$  – диагональная матрица коэффициентов

концентрационной зависимости плотности (так что  $\beta_{C_i} = -(1/\rho_0)(\partial\rho/C_i)|_{T, C_j}$ ,

$j=1, \dots, n-1, i=1, \dots, n-1, j \neq i$ );  $\mathbf{C} = (C_1, \dots, C_{n-1})^T$  – транспонированный

вектор концентраций;  $\mathbf{I} = (1, \dots, 1)$  – единичный вектор.

Уравнения термоконцентрационной конвекции бинарной смеси в приближении Буссинеска, записанные в системе отчета колеблющейся полости, имеют вид [78]:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \nabla \vec{u} = -\frac{\nabla p}{\rho_0} + \nu \nabla^2 \vec{u} +$$

$$+ (g \vec{\gamma} + a \omega^2 \cos(\omega t) \vec{n}) (\beta_T (T - T_0) + \mathbf{I} \cdot \mathbf{B} (\mathbf{C} - \mathbf{C}_0)) \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{u} \nabla T = \chi \nabla^2 T \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{C}}{\partial t} + \vec{u} \nabla \mathbf{C} = \mathbf{D} \nabla^2 \mathbf{C} + D_T \nabla^2 T \quad (3.3)$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (3.4)$$

Здесь  $\vec{u}$  – вектор скорости,  $p$  – давление,  $\nu$  – вязкость,  $\chi$  – коэффициент температуропроводности смеси,  $g$  – ускорение силы тяжести,  $\vec{\gamma}$  – орт вертикальной оси,  $\vec{n}$  – единичный вектор в направлении вибраций,  $\mathbf{D}$  – матрица коэффициентов молекулярной диффузии,  $D_T$  – вектор коэффициентов термодиффузии.

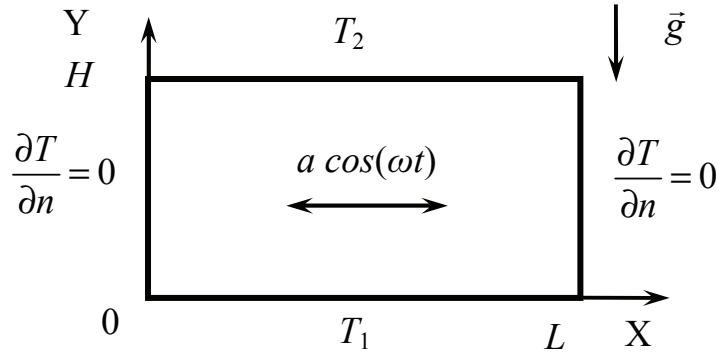


Рис. 47. Геометрия задачи

Граничные условия:

$$x = 0, L: \vec{u} = 0, \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial x} = 0, \quad (3.5)$$

$$y = 0, H: \vec{u} = 0, \quad T = \Delta T / 2, \quad \mathbf{D} \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial y} + D_T \frac{\partial T}{\partial y} = 0. \quad (3.6)$$

Здесь  $\Delta T = T_1 - T > 0$  соответствует нагреву снизу, а  $\Delta T < 0$  – нагреву сверху.

Выбирая в качестве единицы длины – высоту полости  $H$ , скорости –  $\nu/H$ , времени –  $H^2/\nu$ , давления –  $\rho_0 \nu/H$ , температуры – характерную разность температур между горизонтальными границами  $\Delta T$  и концентраций компонент –  $\beta_T \Delta T \mathbf{B}^{-1}$  и сохраняя прежние обозначения для безразмерных величин, получим уравнения (3.1)-(3.4) в безразмерной форме в виде:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \nabla \bar{u} = -\nabla p + \nabla^2 \bar{u} + \frac{\text{Ra}}{\text{Pr}} (T + \mathbf{I} \cdot \mathbf{C}) e_y + \frac{\text{Ra}_v}{\text{Pr}} \cos(\Omega t) (T + \mathbf{I} \cdot \mathbf{C}) e_x, \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \bar{u} \nabla T = \frac{1}{\text{Pr}} \nabla^2 T, \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial \mathbf{C}}{\partial t} + \bar{u} \nabla \mathbf{C} = \frac{1}{\mathbf{SC}} (\nabla^2 \mathbf{C} - \boldsymbol{\psi} \nabla^2 T), \quad (3.9)$$

$$\nabla \cdot \bar{u} = 0. \quad (3.10)$$

Граничные условия:

$$x = 0, l: \bar{u} = 0, \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial x} = 0, \quad (3.11)$$

$$y = 0, 1: \bar{u} = 0, \quad T = \pm 1/2 \text{ (нагрев снизу)}, \quad \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial y} - \boldsymbol{\psi} \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \text{ или} \quad (3.12)$$

$$y = 0, 1: \bar{u} = 0, \quad T = \mp 1/2 \text{ (нагрев сверху)}, \quad \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial y} - \boldsymbol{\psi} \frac{\partial T}{\partial y} = 0.$$

Уравнения (3.7)-(3.10) содержат следующие безразмерные параметры:  $\boldsymbol{\psi} = -\beta_T^{-1} \mathbf{B} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{D}_T$  – вектор отношений разделения размерностью  $(n-1)$ ,  $\text{Pr} = \nu/\chi$  – число Прандтля,  $\mathbf{SC} = \nu^{-1} \mathbf{B} \mathbf{D} \mathbf{B}^{-1}$  – матрица безразмерных параметров размерностью  $(n-1) \times (n-1)$ ,  $\{\mathbf{SC}\}_{ij} = (\beta_{C_i}/\beta_{C_j}) \text{Sc}_{ij}^{-1}$ , где  $(i, j = 1, \dots, n-1)$ ,  $\text{Sc}_{ii} = \nu/D_{ii}$  – числа Шмидта,  $\text{Ra} = g \beta_T \Delta T H^3 / (\nu \chi)$  – число Релея,  $\text{Ra}_v = a \omega^2 \beta_T \Delta T H^3 / (\nu \chi)$  – вибрационное число Релея,  $\Omega = \omega H^2 / \nu$  – безразмерная

частота,  $e_x$  и  $e_y$  – единичные векторы, направленные вдоль соответствующих осей,  $l = L/H$  – отношение длин сторон полости. Здесь  $Ra > 0$ ,  $Ra_v > 0$  соответствуют нагреву снизу, а  $Ra < 0$ ,  $Ra_v < 0$  – нагреву сверху. В настоящей главе рассматривается случай невесомости либо случай наличия тяжести при нагреве сверху. Поэтому для удобства сопоставления с результатами Главы 1 определим характерную разность температур  $\Delta T = T_2 - T_1 > 0$ , где температура верхней границы  $T_2$  выше, чем температура нижней границы  $T_1$ . В этом случае, в отличие от общепринятых обозначений величина  $Ra > 0$  будет соответствовать нагреву сверху. Отметим также, что  $Ra_v$  стоит перед периодической функцией времени, смена знака которой будет означать сдвиг на половину периода. В главе рассматриваются вибрации высокой частоты, и приводятся осредненные по периоду вибраций поля, поэтому используется  $Ra_v > 0$  даже в случае нагрева сверху.

Ограничимся рассмотрением двумерной задачи и введем функцию тока и завихренность как  $u_x = \partial\psi/\partial y$ ,  $u_y = -\partial\psi/\partial x$ ,  $\varphi = \text{rot}_z \vec{u} = -\Delta\psi$ . Уравнения (3.7)-(3.10) в терминах функции тока, завихренности, температуры и концентрации имеют вид:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} = \Delta\varphi - \frac{\partial\psi}{\partial y} \frac{\partial\varphi}{\partial x} + \frac{\partial\psi}{\partial x} \frac{\partial\varphi}{\partial y} + \frac{Ra}{Pr} \left( \frac{\partial T}{\partial x} + \mathbf{I} \cdot \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial x} \right) + \frac{Ra_v}{Pr} \cos(\Omega t) \left( \frac{\partial T}{\partial y} + \mathbf{I} \cdot \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial y} \right), \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial\psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{\partial\psi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{1}{Pr} \Delta T, \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial \mathbf{C}}{\partial t} = \frac{\partial\psi}{\partial x} \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial y} - \frac{\partial\psi}{\partial y} \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial x} + \frac{1}{Sc} (\Delta \mathbf{C} - \psi \Delta T), \quad (3.15)$$

$$\varphi = -\Delta\psi. \quad (3.16)$$

Граничные условия в терминах  $\psi$  и  $\varphi$  имеют вид:

$$x = 0, l: \psi = \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0, \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial x} = 0, \quad (3.17)$$

$$y = 0, 1: \psi = \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0, T = \pm 1/2 \text{ (нагрев снизу)}, \frac{\partial}{\partial y}(C - \psi T) = 0 \text{ или} \quad (3.18)$$

$$y = 0, 1: \psi = \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0, T = \mp 1/2 \text{ (нагрев сверху)}, \frac{\partial}{\partial y}(C - \psi T) = 0.$$

Аналогично Главе 2 считаем, что применено преобразование (2.12), приводящее матрицу  $\mathbf{SC}$  к диагональному виду, а векторное уравнение для концентраций компонент (3.15) к независимым друг от друга скалярным уравнениям для каждой компоненты смеси.

Для решения нестационарной задачи (3.13)-(3.18) использовался тот же численный алгоритм, что и в разделах 1.3, 1.4 и 2.2, 2.3. Распределение функции тока в начальный момент времени принималось таким же, как и разделах 1.3, 1.4 и 2.2, 2.3. Расчеты проводились для прямоугольных полостей с отношениями сторон 1:1 и 5:1, на сетках с числом узлов  $41 \times 41$  и  $201 \times 41$  соответственно.

### 3.2. Вибрационная конвекция бинарных смесей в прямоугольных полостях в отсутствие силы тяжести при однородном распределении концентрации и мгновенном нагреве верхней границы в начальный момент времени

Рассмотрим вибрационную конвекцию бинарных смесей в прямоугольных полостях при мгновенном нагреве верхней границы и однородном распределении концентрации в начальный момент времени в условиях невесомости. Моделирование проводится для параметров смеси и условий нагрева, соответствующих Варианту 1 (Таблица 1, раздел 1.1). Рассматривается влияние вибраций со следующими характеристиками:

$$1) a = 0.068\text{м и } f = 1\text{Гц}; \quad (3.19)$$

$$2) a = 0.061\text{м и } f = 2\text{Гц}. \quad (3.20)$$

Безразмерная частота и вибрационное число Релея в случае вибраций с параметрами (3.19) равны  $\Omega = 445$  и  $Ra_v = 6.80 \cdot 10^4$ , для вибраций с параметрами (3.20) –  $\Omega = 890$  и  $Ra_v = 2.44 \cdot 10^5$ . Вибрации с такими параметрами использовались при проведении космического эксперимента IVIDIL для бинарной смеси с указанными в Таблице 1 свойствами. Средние значения полей в точках полости и интегральных характеристик конвекции получались путем осреднения соответствующих мгновенных величин по периоду вибраций.

#### Случай прямоугольной полости с отношением сторон 5:1

В работе [83] показано, что в случае плоского горизонтального слоя бинарной смеси с отрицательным отношением разделения, равным  $\psi = -0.427$ , при продольных высокочастотных вибрациях в условиях невесомости квазиравновесное состояние, в котором среднее течение отсутствует, теряет устойчивость по отношению к колебательным возмущениям с волновым числом  $k \approx 3.2$  при  $Ra_{va} = (\beta_T a \omega \Delta T L)^2 / (2 \nu \chi) \approx 2306$ .

Проведенные в диссертационной работе расчеты показали, что в случае прямоугольной полости с отношением сторон 5:1 при  $\Omega = 445$  и  $Ra_v = 6.80 \cdot 10^4$  наблюдается слабое среднее течение (Рис. 48а, кривая 1), состоящее из двух пар вихрей малой интенсивности, расположенных вблизи боковых границ, а в центральной части полости среднее течение практически отсутствует (Рис. 49). Величина безразмерной разности концентраций  $\Delta C$  между центрами горизонтальных границ (Рис. 48б, кривая 1) с течением времени монотонно растет и приближается к значению, близкому к единице, которое соответствует термодиффузионному разделению смеси в отсутствие конвекции.

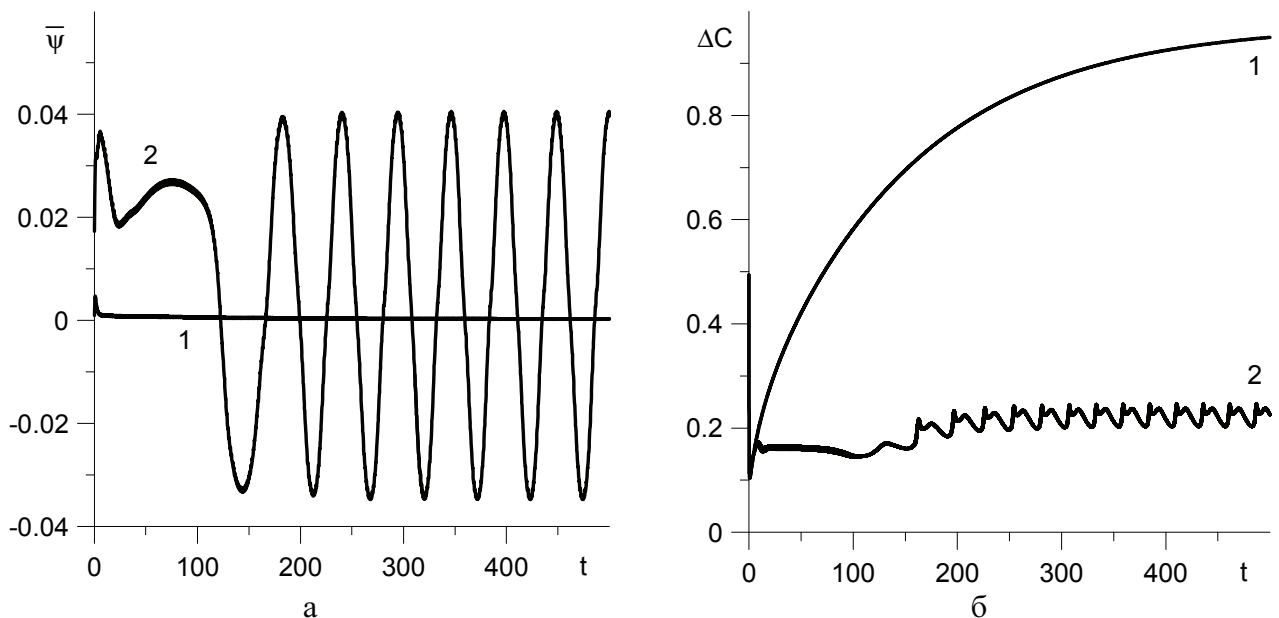


Рис. 48. Эволюция средних функции тока в точке с координатами (0.055;0.275) (а) и разности концентраций между центрами верхней и нижней границы (б). 1 – влияние вибраций с характеристиками (3.19), 2 – влияние вибраций с характеристиками (3.20).

При  $\Omega = 890$  и  $Ra_v = 2.44 \cdot 10^5$  в полости после переходного периода устанавливаются регулярные колебания с периодом, значительно превышающим период вибраций (Рис. 48а, кривая 2). При этом среднее течение имеет многовихревую структуру, оно занимает всю полость (Рис. 50). На Рис. 51 показана эволюция среднего течения за период колебаний. Видно, что с течением времени конвективные ячейки смещаются влево.



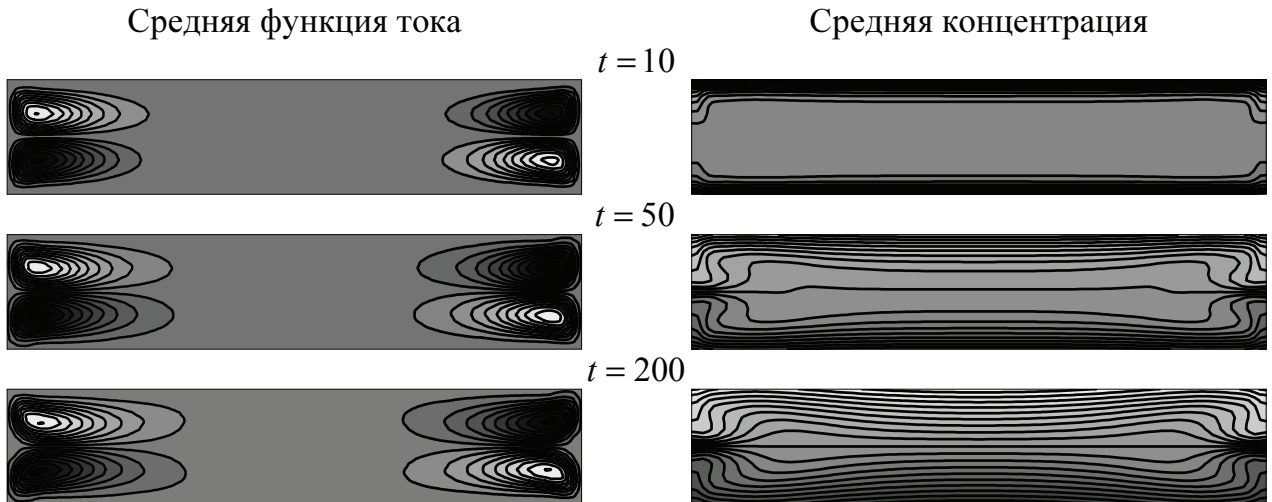


Рис. 49. Изолинии средних функции тока и концентрации примеси при вибрациях с частотой  $\Omega = 445$ . Светлые (темные) области соответствуют большему (меньшему) значению функции тока и концентрации.

Генерируемое вибрациями высокой интенсивности среднее течение перемешивает жидкость и препятствует разделению смеси, это приводит к уменьшению максимально достигаемого значения разности концентраций  $\Delta C$  между центрами верхней и нижней границ по сравнению со случаем отсутствия конвекции (Рис. 48б, кривая 2).

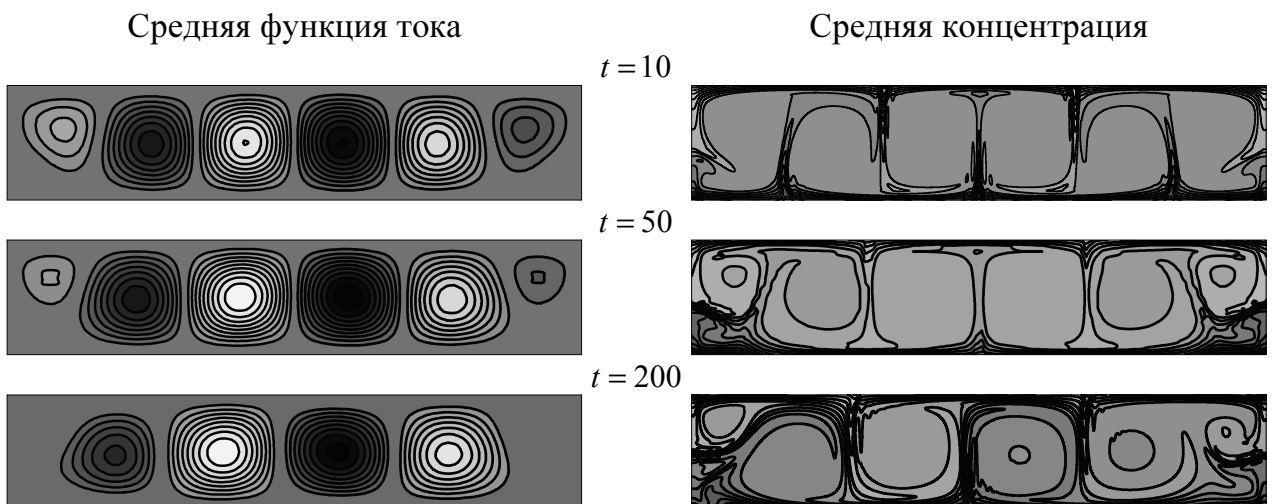
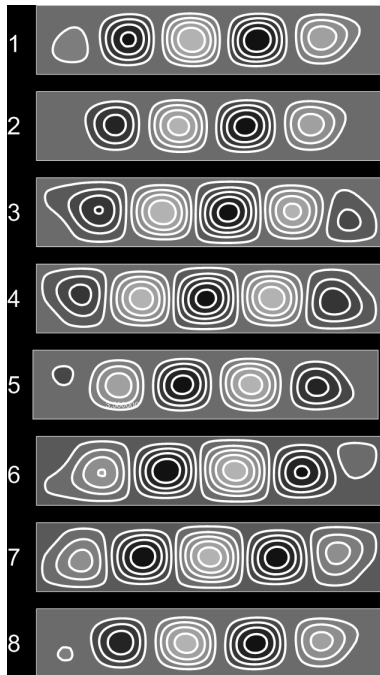


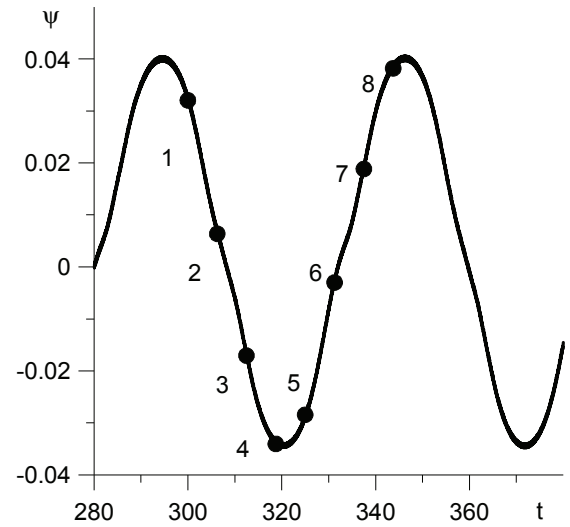
Рис. 50. Изолинии средних функции тока и концентрации примеси при вибрациях с частотой  $\Omega = 890$ . Светлые (темные) области соответствуют большему (меньшему) значению функции тока и концентрации.

Пространственный период структур в центральной части полости примерно равен 1.9 (Рис. 50). Используемый в настоящей работе для характеристики

воздействия вибраций конечной частоты параметр  $Ra_v$ , и вибрационное число Релея  $Ra_{va}$ , используемое для характеристики высокочастотного вибрационного воздействия [78], связаны соотношением  $Ra_v = \Omega (2Pr Ra_{va})^{1/2}$ . Критическое значение  $Ra_{va} = 2306$ , определяющее порог устойчивости квазиравновесия в горизонтальном слое бинарной смеси с  $\psi = -0.427$  (см., [83]), для рассматриваемых значений числа Прандтля и безразмерной частоты вибраций соответствует значению  $Ra_v \approx 10^5$ , т.е. значение  $Ra_v = 2.44 \cdot 10^5$  более чем в два раза превышает порог возбуждения вибрационной конвекции. Это позволяет сделать вывод, что существующее при  $Ra_v = 2.44 \cdot 10^5$  среднее течение возникло в результате неустойчивости квазиравновесия жидкости в центральной части полости. Пространственный период конвективных структур ( $\lambda \approx 1.9$ ) близок к длине волны критических возмущений по данным линейной теории [83].



а



б

Рис. 51. Изменение поля средней функции тока в течение периода колебаний при вибрациях с параметрами (3.20) (а). Моменты времени, для которых показаны поля отмечены на временной эволюции мгновенной функции тока в точке с координатами (0.055; 0.275) (б)

Для исследования перестройки структуры течения при изменении интенсивности вибраций были проведены расчеты при указанных выше параметрах жидкости, фиксированной безразмерной частоте вибраций  $\Omega = 445$  и различных значениях  $Ra_v$ . Это соответствует фиксированной размерной частоте вибраций и варьируемой амплитуде. На Рис. 52 приведена зависимость безразмерного теплового потока от вибрационного числа Релея. Как видно, при  $Ra_v < 10^5$  интенсивность конвекции мала, режим теплопереноса близок к теплопроводному. При  $Ra_v \approx 10^5$  происходит перестройка структуры течения, сопровождаемая резким увеличением теплопереноса. Значение  $Ra_v \approx 10^5$  близко к порогу неустойчивости квазиравновесия в горизонтальном слое, что подтверждает вывод о том, что перестройка связана с неустойчивостью квазиравновесия жидкости в центральной части полости.

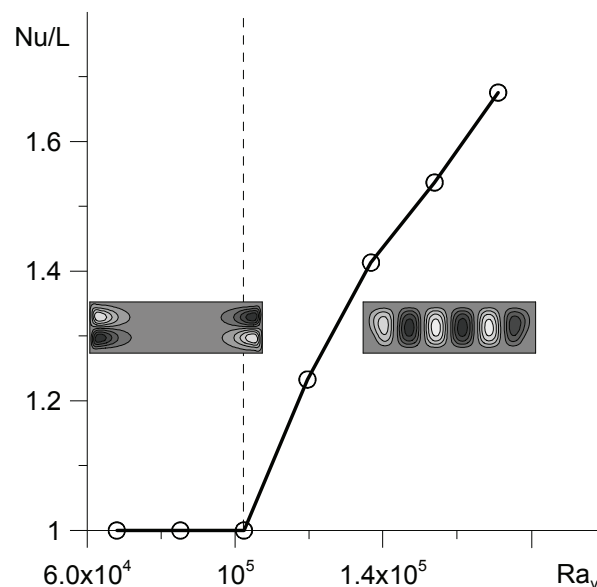


Рис. 52. Безразмерный тепловой поток через верхнюю границу на единицу длины в зависимости от  $Ra_v$  для вибраций с частотой  $\Omega = 445$

### Случай квадратной полости

На Рис. 53 представлена временная эволюция средних функции тока и разности  $\Delta C$  концентраций между центрами верхней и нижней границ квадратной полости для вибраций с параметрами  $\Omega = 445$ ,  $Ra_v = 6.80 \cdot 10^4$  и  $\Omega = 890$ ,  $Ra_v = 2.44 \cdot 10^5$ . Как видно, функция тока колеблется около некоторого

среднего значения (Рис. 53а),  $\Delta C$  растет и выходит на постоянное значение (Рис. 53б). Среднее течение имеет четырехвихревую структуру, его интенсивность мала (Рис. 54, 55). Этот режим соответствует течению, возникающему в прямоугольной полости при малой интенсивности вибраций, но из-за близости боковых стенок вихри прижаты друг к другу.

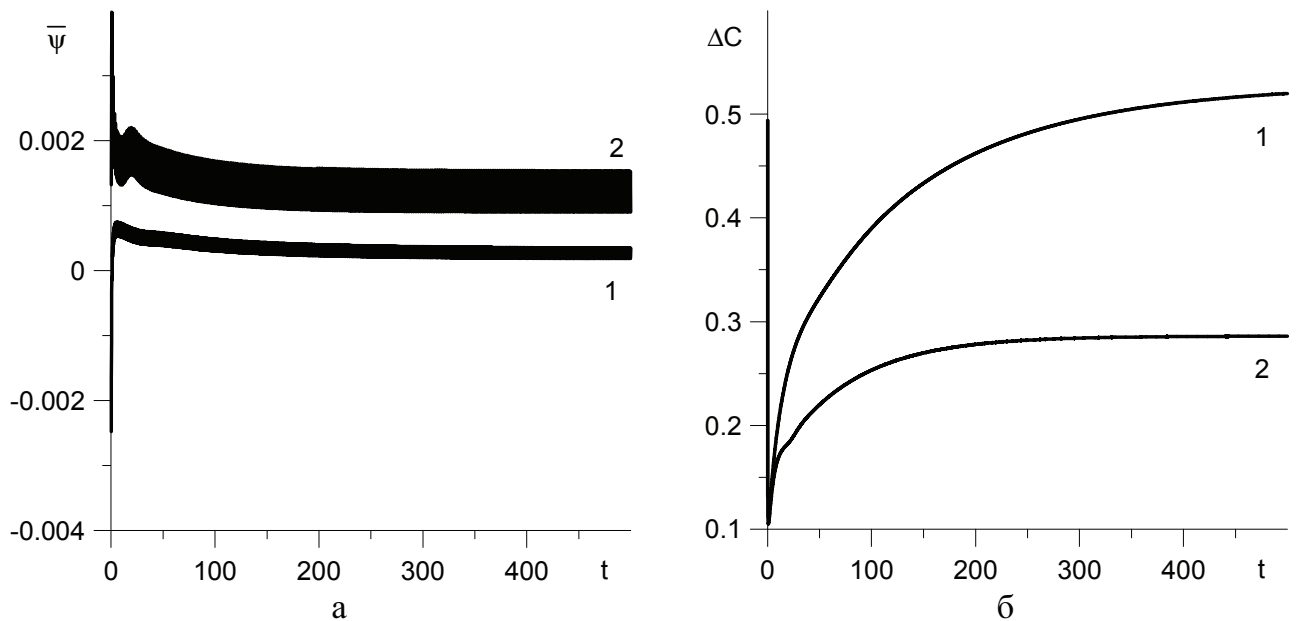
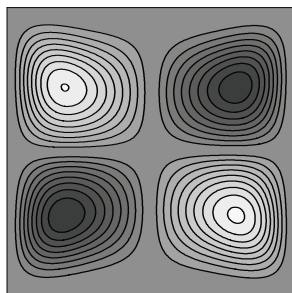


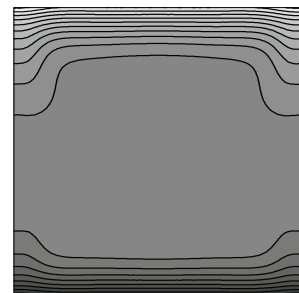
Рис. 53. Эволюция средних функции тока в точке с координатами (0.275;0.275) (а) и разности концентраций между центрами верхней и нижней границ (б). 1 – влияние вибраций характеристиками (3.19), 2 – влияние вибраций с характеристиками (3.20)

Средняя функция тока

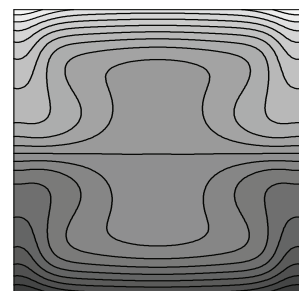
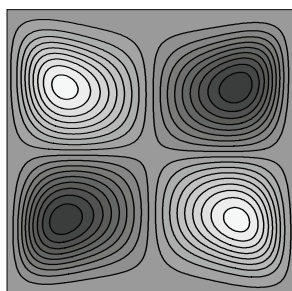


$t = 10$

Средняя концентрация



$t = 50$



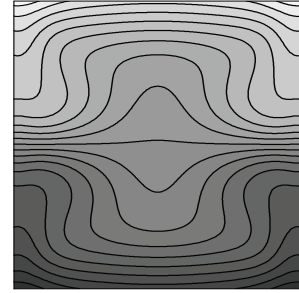
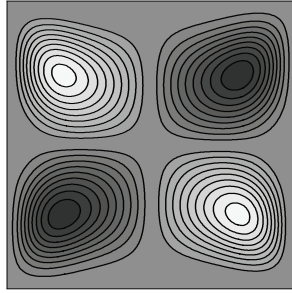
$t = 200$ 

Рис. 54. Изолинии средних функции тока и концентрации примеси при вибрациях с частотой  $\Omega = 445$ . Светлые (темные) области соответствуют большему (меньшему) значению функции тока и концентрации

Средняя функция тока

Средняя концентрация

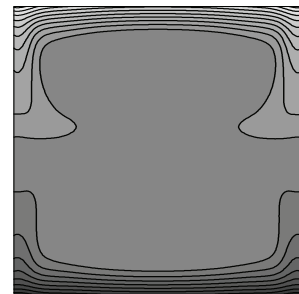
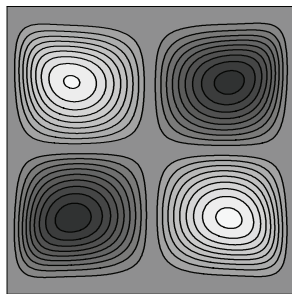
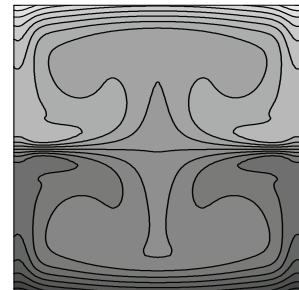
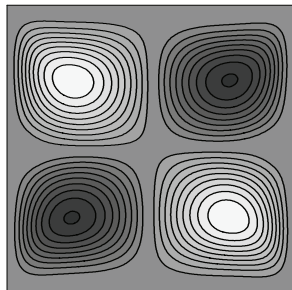
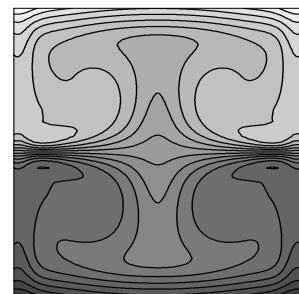
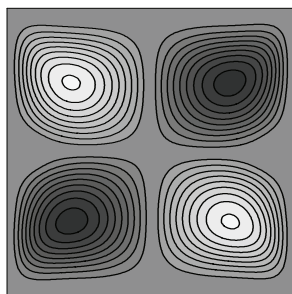
 $t = 10$  $t = 50$  $t = 200$ 

Рис. 55. Изолинии средних функции тока и концентрации примеси при вибрациях с частотой  $\Omega = 890$ . Светлые (темные) области соответствуют большему (меньшему) значению функции тока и концентрации

На Рис. 56 представлена временная эволюция средних функции тока в точке с координатами  $(0.275; 0.275)$  и разности концентраций между центрами верхней и нижней границ для разных значений вибрационного числа Релея. При

увеличении амплитуды вибраций интенсивность течения растет, разность концентраций  $\Delta C$  уменьшается.

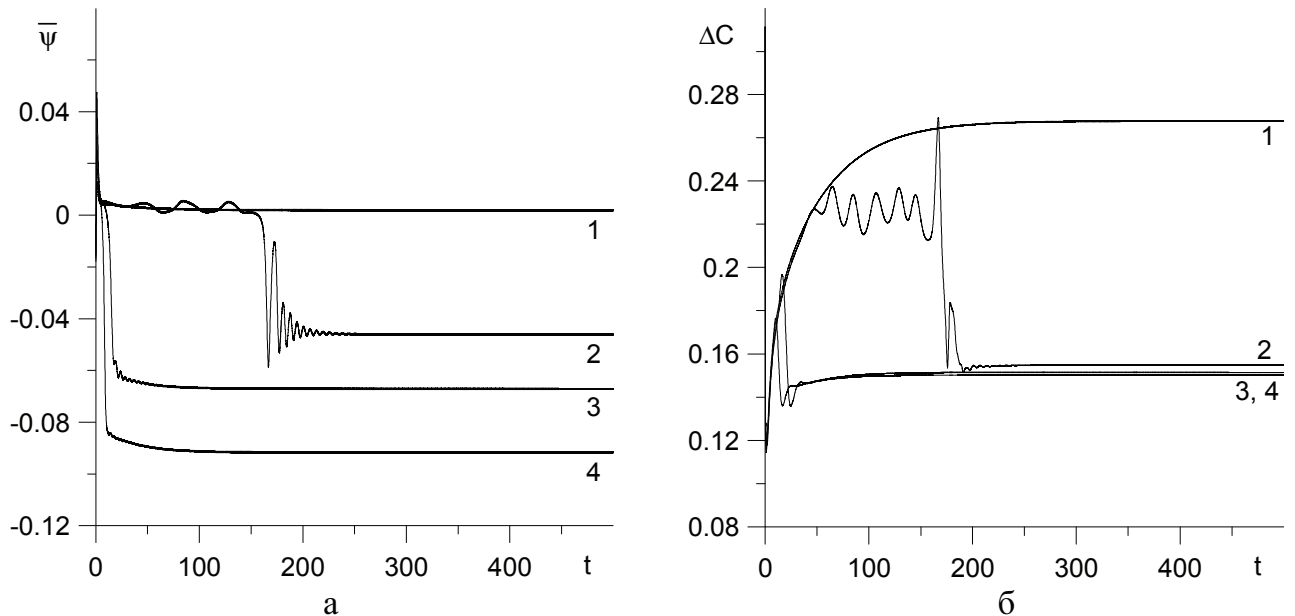


Рис. 56. Эволюция средних функции тока в точке с координатами (0.275;0.275) (а) и разности концентраций между центрами верхней и нижней границы (б) при вибрациях с частотой  $\Omega = 445$ . 1 –  $Ra_v = 1.71 \cdot 10^5$ , 2 –  $Ra_v = 1.88 \cdot 10^5$ , 3 –  $Ra_v = 2.03 \cdot 10^5$ , 4 –  $Ra_v = 2.23 \cdot 10^5$

Вибрации с частотой  $\Omega = 445$  и большими значениями вибрационного числа Релея индуцирует среднее течение в форме большого диагонального вихря и двух малых вихрей по углам полости. Структура генерируемого течения и распределение концентрации примеси показаны на Рис. 57 для  $Ra_v = 2.03 \cdot 10^5$ . Видно, что возникающее на начальном этапе, когда функция тока близка к нулю, среднее течение имеет четырехвихревую структуру, в дальнейшем происходит перестройка течения: формируются диагональный вихрь и два малых вихря в углах полости. Изменение структуры течения сопровождается резким скачком интенсивности течения (Рис. 56а). Распределение концентрации практически однородно в большей части полости, но резко меняется возле ее границ и возле границ между вихрями.

Перестройка структуры среднего течения, происходящая в квадратной полости при  $Ra_v \approx 1.7 \cdot 10^5$  так же, как и в случае прямоугольной полости,

сопровождается изменением наклона кривой, определяющей зависимость безразмерного теплового потока от вибрационного числа Релея (Рис. 58).

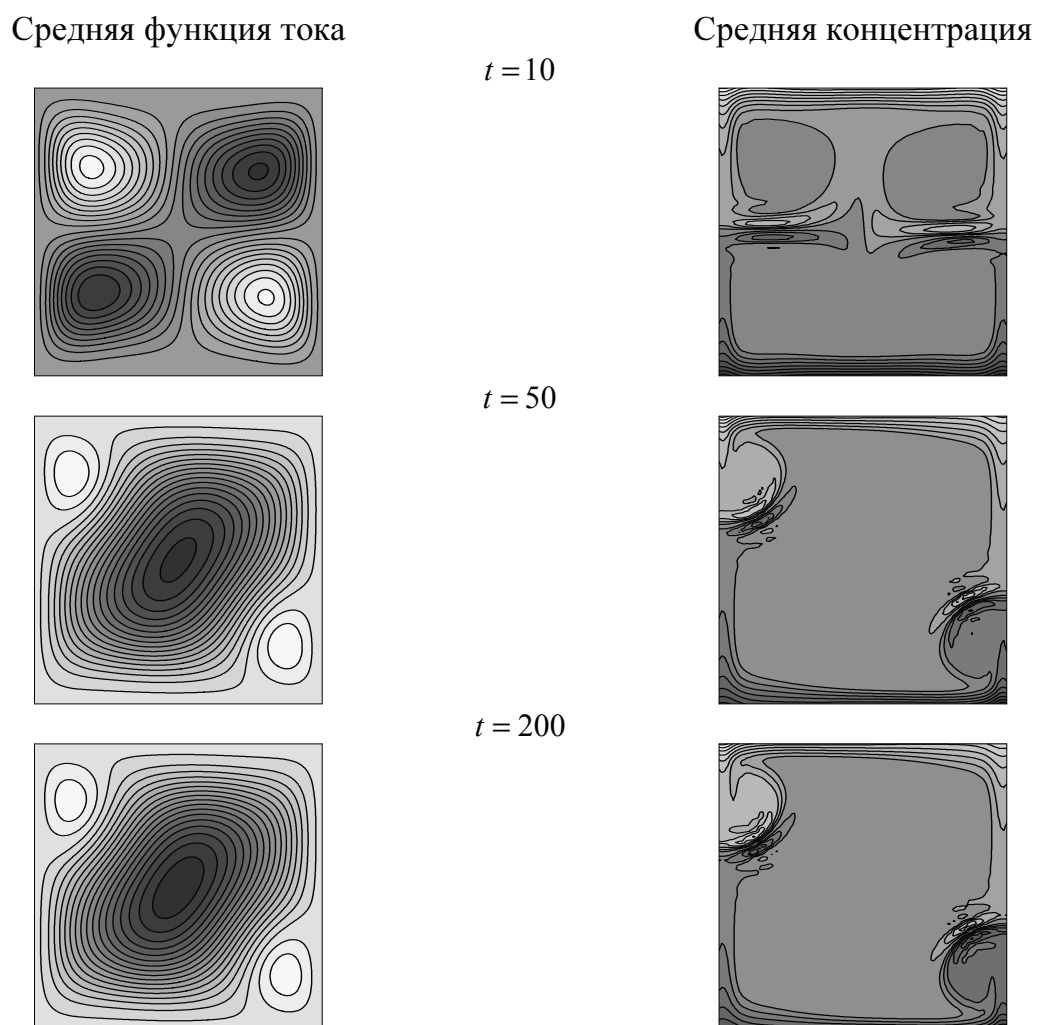


Рис. 57. Изолинии средних функции тока и концентрации примеси при вибрациях с  $\Omega = 445$  и  $Ra_v = 2.03 \cdot 10^5$ . Светлые (темные) области соответствуют большему (меньшему) значению функции тока и концентрации

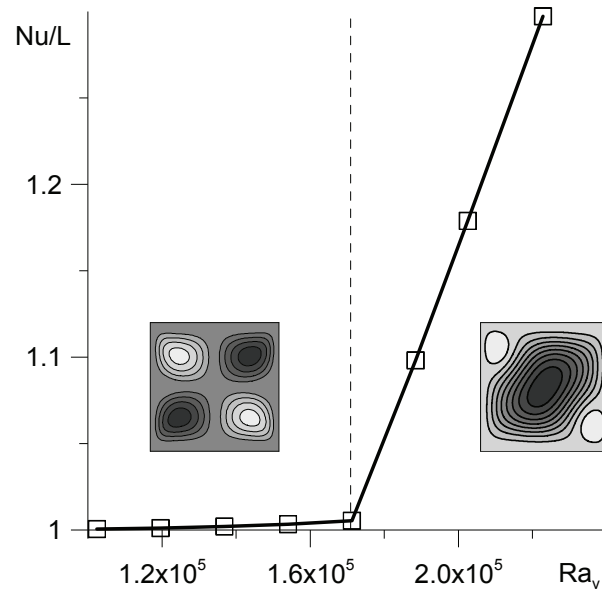


Рис. 58. Безразмерный тепловой поток на единицу длины через верхнюю границу полости в зависимости от  $Ra_v$  для вибраций с частотой  $\Omega = 445$



### 3.3. Вибрационная конвекция трехкомпонентных смесей в отсутствие тяжести при заданных вертикальных градиентах температуры и концентрации

Рассмотрим вибрационную конвекцию трехкомпонентных смесей в отсутствие тяжести при заданных однородных вертикальных градиентах температуры и концентрации. В этом случае распределения температуры и концентрации в начальный момент времени принимаются в виде:

$$T = 1/2 - y \text{ и } C = \psi(1/2 - y).$$

Уравнения (3.7)-(3.10) с граничными условиями (3.5)-(3.6) решаются в предположении диагональности матрицы чисел Шмидта  $SC$  (см. Главу 2.1), т.е. считается, что преобразование (2.12) уже проведено. Вычисления проводятся для двух трехкомпонентных смесей с одинаковыми фиксированными значениями числа Прандтля и чисел Шмидта:  $Pr = 10$ ,  $Sc_1 = 100$ ,  $Sc_2 = 1000$ . Выбранные параметры являются типичными для жидких смесей. Одна из смесей, называемая в дальнейшем Смесь 1, имеет обе примеси с положительными отношениями разделения  $\psi_1 = 0.3$ ,  $\psi_2 = 0.1$ , вторая смесь (Смесь 2) – с отрицательными отношениями разделения  $\psi_1 = -0.3$ ,  $\psi_2 = -0.1$ . Значение безразмерной частоты вибраций фиксировано  $\Omega = 445$ . Это значение  $\Omega$  в случае полости высотой 1 см, заполненной трехкомпонентной жидкой смесью с вязкостью  $\nu \sim 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ , соответствует частоте, примерно равной 1 Гц. Вибрационное число Релея варьируется в диапазоне  $Ra_\nu = 10^3 \div 2 \cdot 10^5$ . Средние значения полей в точках полости и интегральных характеристик конвекции получаются путем осреднения соответствующих мгновенных величин по периоду вибраций. Расчеты проведены для нагреваемых снизу прямоугольной полости с отношением сторон 5:1 и квадратной полости.

### Случай прямоугольной полости с отношением сторон 5:1

На Рис. 59 показана эволюция полей средних функции тока и концентраций примесей для Смеси 1 на временах от 0 до 500 для случая прямоугольной полости с отношением сторон 5:1. Видно, что структура среднего течения качественно похожа на структуру течения в случае вибрационной конвекции бинарных смесей в тех же условиях (раздел 3.2). При малых значениях вибрационного числа Релея ( $Ra_v = 1 \cdot 10^4$ , Рис.59а) наблюдается слабоинтенсивное течение, имеющее форму четырех вихрей, расположенных попарно возле боковых границ полости, а в центральной части полости течение практически отсутствует. Поля концентраций примесей практически не искажены течением.

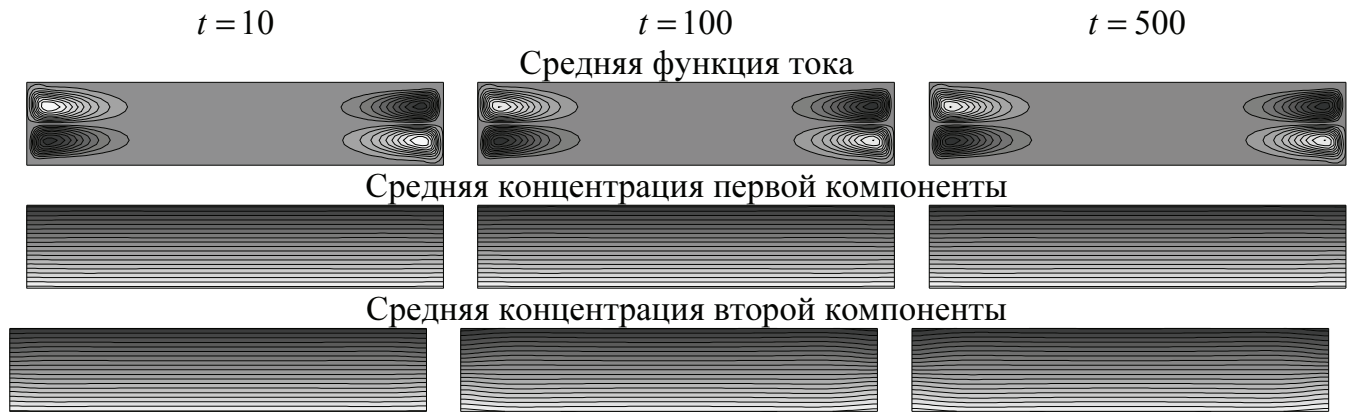
При  $Ra_v = 5 \cdot 10^4$  на начальном этапе структура течения качественно похожа на наблюдаемую при  $Ra_v = 1 \cdot 10^4$ , дальнейшая же эволюция приводит к формированию многовихревого среднего течения в центральной части полости, интенсивность которого значительно выше, чем при  $Ra_v = 1 \cdot 10^4$ , и к значительному искажению полей концентрации. Как видно из сравнения полей средней функции тока и концентраций примесей при  $t = 100$  и  $t = 500$  (Рис. 59б) уже к моменту времени  $t = 100$  для средних полей устанавливается стационарный вибрационно-конвективный режим. Аналогичная перестройка структуры течения наблюдалась и в бинарных смесях, поэтому, как и там, можно сделать вывод, что возникновение многовихревого течения в центральной части полости связано с неустойчивостью квазиравновесного состояния, характеризующегося отсутствием среднего течения.

Дальнейшее повышение вибрационного числа Релея приводит к ускорению наступления неустойчивости: как видно из Рис. 59в при  $Ra_v = 1 \cdot 10^5$  многовихревое среднее течение в центральной части полости существует уже при  $t = 10$ .

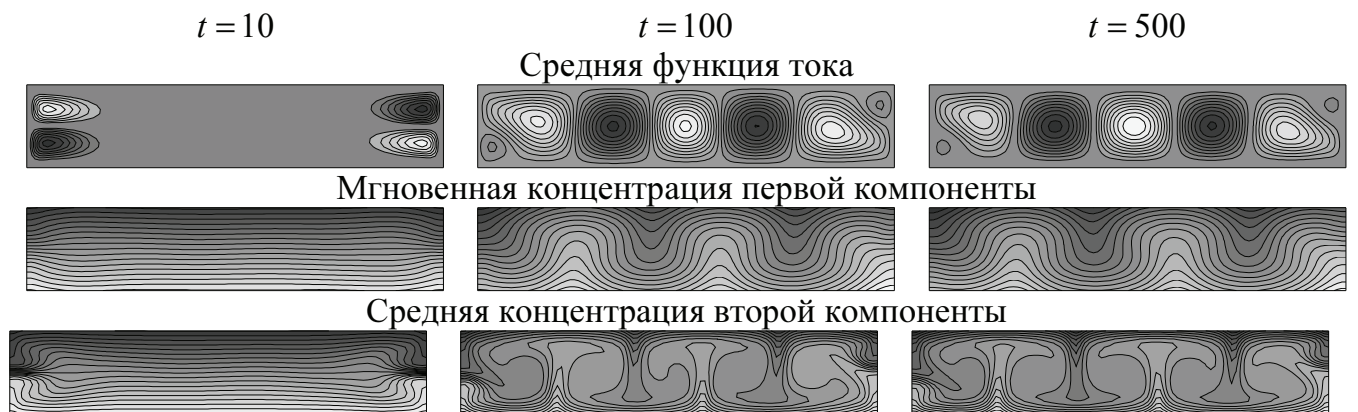
На Рис. 60 приведены зависимости от времени интегральных характеристик: средних функции тока и разностей концентраций компонент между центрами верхней и нижней границ  $\Delta C_1$  и  $\Delta C_2$  для Смеси 1. При

$Ra_v = 1 \cdot 10^4$  среднее течение в центральной части полости практически отсутствует, величины  $\Delta C_1$  и  $\Delta C_2$  не меняются со временем, они соответствуют заданным в начальный момент времени линейным распределениям концентрации по вертикали.

а)  $Ra_v = 1 \cdot 10^4$



б)  $Ra_v = 5 \cdot 10^4$



в)  $Ra_v = 1 \cdot 10^5$

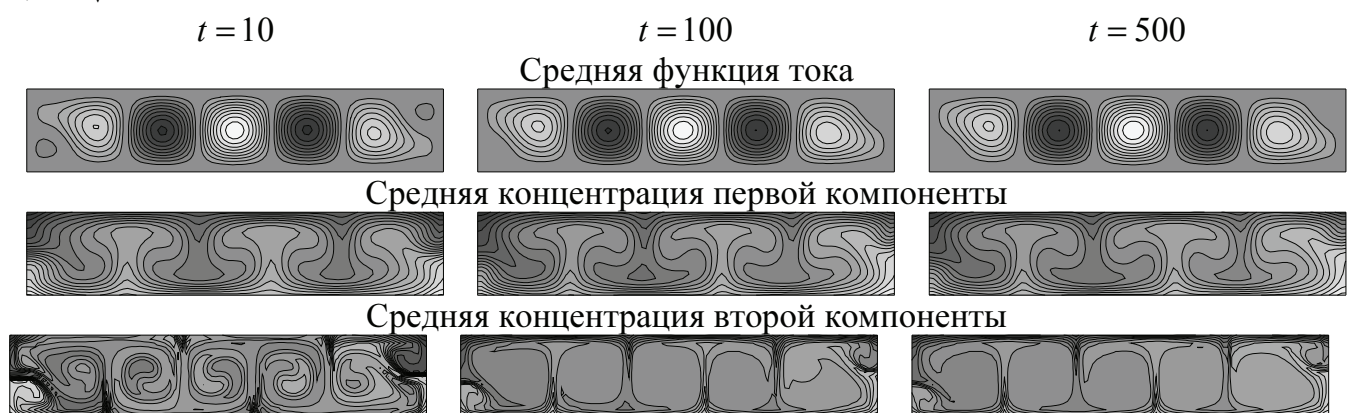


Рис. 59. Изолинии средних функции тока и концентраций компонент для Смеси 1 в полости с отношением сторон 5:1

При  $Ra_v = 5 \cdot 10^4$  до момента времени  $t \approx 20$ , т.е. пока среднее течение является слабоинтенсивным и сосредоточено вблизи боковых границ полости, величины  $\Delta C_1$  и  $\Delta C_2$  также остаются такими же, как в начальный момент времени. При наступлении неустойчивости ( $t \approx 20$ ) возникает интенсивное среднее течение в центральной части полости, перемешивающее смесь, что приводит к резкому уменьшению величин  $\Delta C_1$  и  $\Delta C_2$ . В дальнейшем, после переходного колебательного процесса, эти величины выходят на стационарные значения, меньшие, чем те, которые соответствуют заданным вертикальным градиентам концентрации.

При  $Ra_v = 1 \cdot 10^5$  неустойчивость возникает раньше, при  $t \approx 5$ , резкое уменьшение величин  $\Delta C_1$  и  $\Delta C_2$  также происходит раньше.

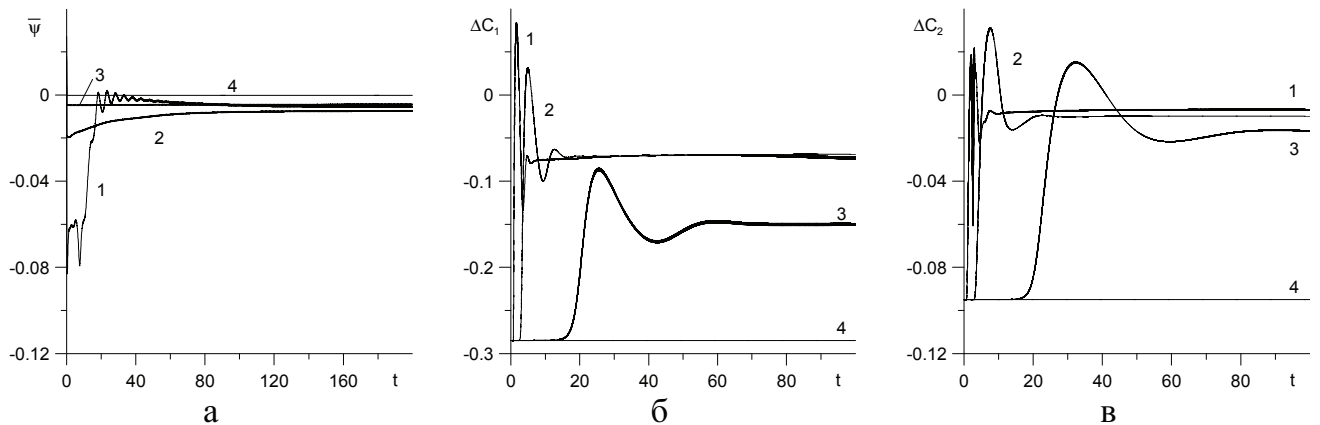


Рис. 60. Временная эволюция средней функции тока в точке с координатами (0.055;0.275) (а) и разности концентраций компонент между центрами верхней и нижней границ (б, в) для Смеси 1 в полости с отношением сторон 5:1. 1 –  $Ra_v = 2 \cdot 10^5$ , 2 –  $Ra_v = 1 \cdot 10^5$ , 3 –  $Ra_v = 5 \cdot 10^4$ , 4 –  $Ra_v = 1 \cdot 10^4$ .

Эволюция мгновенного поля функции тока в течение одного периода вибраций показана на Рис. 61а для Смеси 1 и  $Ra_v = 2 \cdot 10^5$ . Как видно, мгновенное поле функции тока имеет многовихревую структуру, направление движения изменяется через каждые полпериода. Моменты времени, к которым относятся поля функции тока, отмечены на графике временной эволюции функции тока в точке (0.055;0.275), представленном на (Рис. 61б).

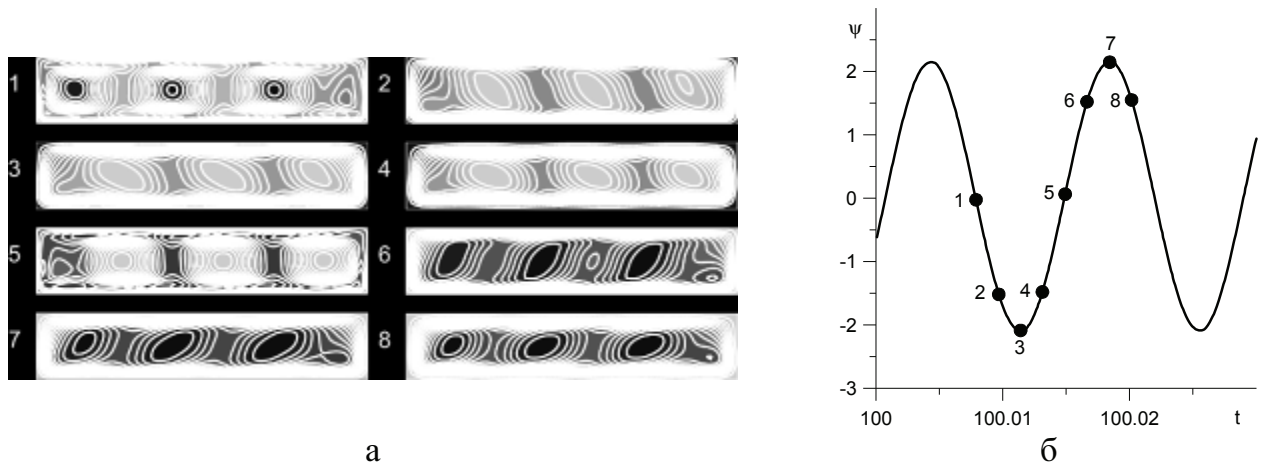


Рис. 61. Изменение поля мгновенной функции тока в течение периода колебаний для Смеси 1 в полости с отношением сторон 5:1 при  $Ra_v = 2 \cdot 10^5$  (а). Моменты времени, для которых показаны поля, отмечены на графике временной эволюции мгновенной функции тока в точке с координатами (0.055;0.275) (б)

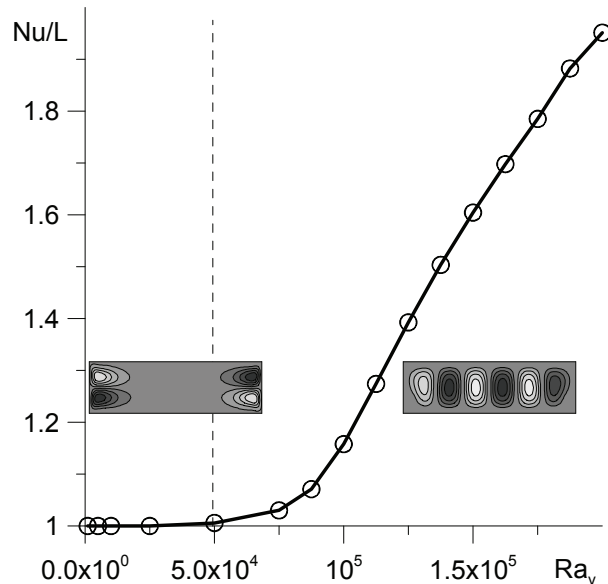
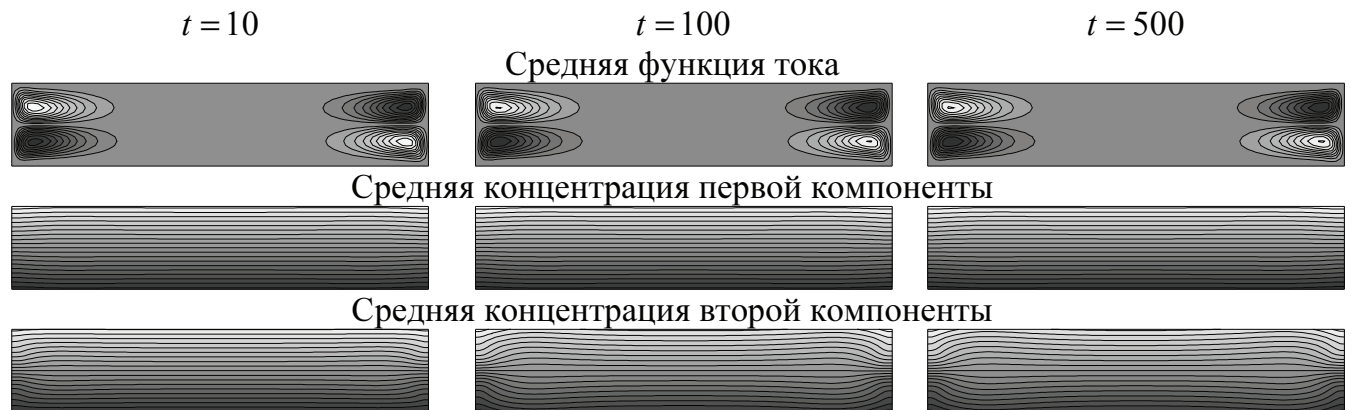


Рис. 62. Безразмерный тепловой поток через нижнюю границу полости на единицу длины в зависимости от  $Ra_v$  для Смеси 1 в прямоугольной полости

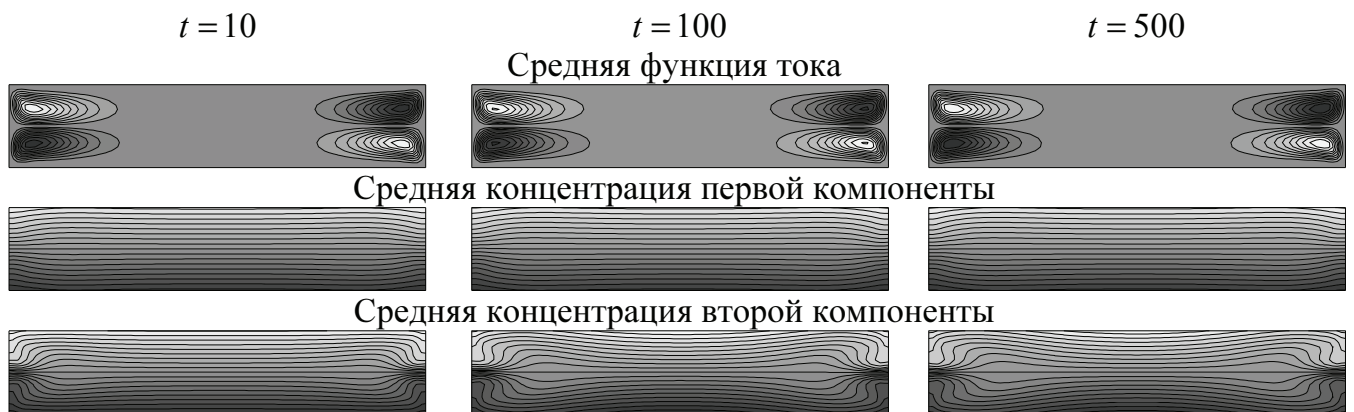
На Рис. 62 приведена зависимость безразмерного теплового потока от вибрационного числа Релея. Как видно, при  $Ra_v < 5 \cdot 10^4$  интенсивность конвекции мала, режим теплопереноса близок к теплопроводному, число Нуссельта близко к единице. При  $Ra_v = 5 \cdot 10^4$  происходит перестройка структуры течения, сопровождаемая сильным увеличением интенсивности теплопереноса. Аналогично случаю бинарной смеси (Глава 3.2), эта перестройка связана с неустойчивостью квазиравновесия жидкости в центральной части полости.

В случае Смеси 2 многовихревое среднее течение в центральной части полости возникает при большем значении  $Ra_v$ , чем в случае Смеси 1 (Рис. 63). Зависимости интегральных характеристик от времени (Рис.64) качественно похожи на описанные выше для Смеси 1.

а)  $Ra_v = 5 \cdot 10^4$



б)  $Ra_v = 1 \cdot 10^5$



в)  $Ra_v = 2 \cdot 10^5$

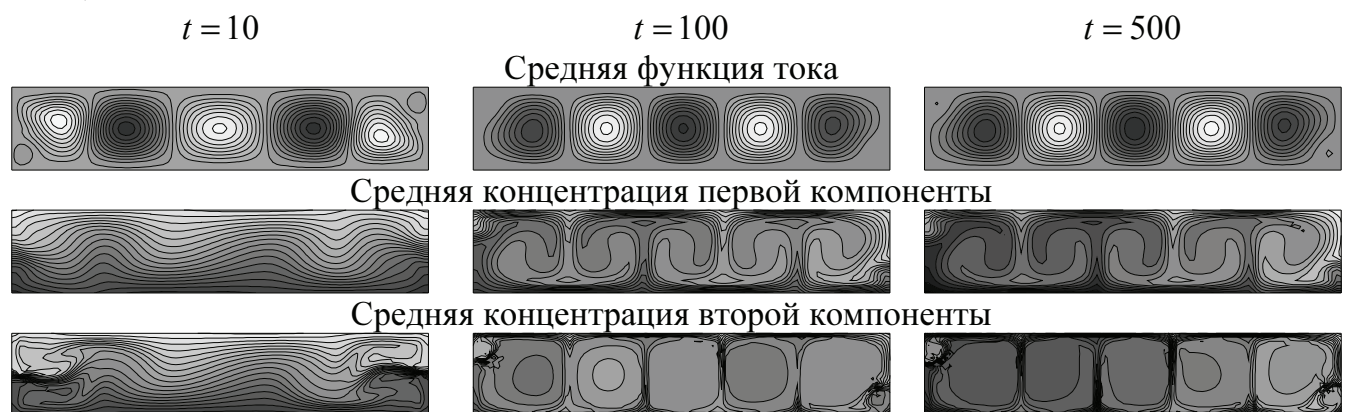


Рис. 63. Изолинии средних функции тока и концентраций компонент для Смеси 2 в полости с отношением сторон 5:1



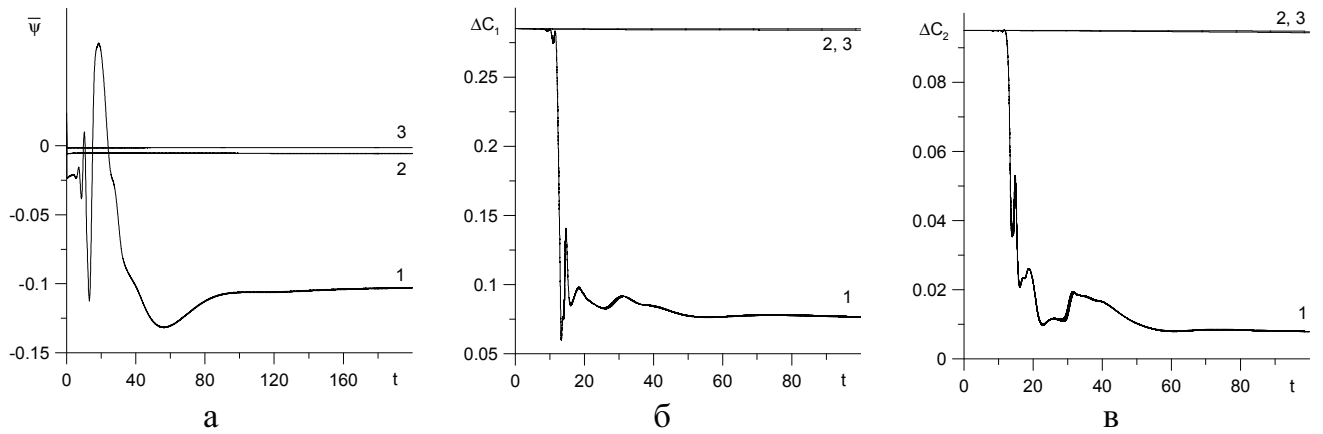


Рис. 64. Временная эволюция средней функции тока в точке с координатами (0.055;0.275) (а) и разности концентраций компонент между центрами верхней и нижней границ (б, в) для Смеси 2 в полости с отношением сторон 5:1. 1 –  $Ra_v = 2 \cdot 10^5$ , 2 –  $Ra_v = 1 \cdot 10^5$ , 3 –  $Ra_v = 5 \cdot 10^4$ .

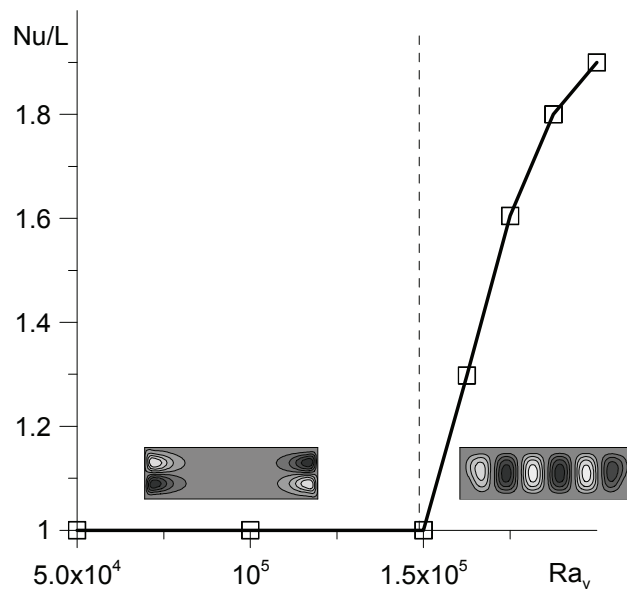


Рис. 65. Безразмерный тепловой поток через нижнюю границу полости на единицу длины в зависимости от  $Ra_v$  для Смеси 2 в прямоугольной полости

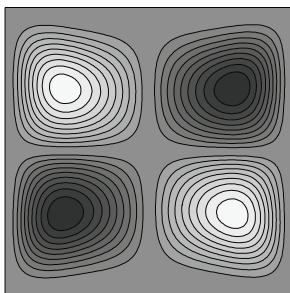
На Рис. 65 приведена зависимость безразмерного теплового потока от вибрационного числа Релея. При  $Ra_v = 1.5 \cdot 10^5$  происходит перестройка структуры течения, связанная с неустойчивостью квазиравновесия жидкости в центральной части полости и сопровождаемая сильным увеличением интенсивности теплопереноса. Как видно, перестройка режима течения для Смеси 2 происходит позже.

### Случай квадратной полости

Структура средних полей функции тока и концентраций компонент (Рис. 66) для смеси 1 в случае квадратной полости (напомним, что смесь 1 имеет компоненты с положительными отношениями разделения) качественно повторяет полученную в тех же условиях для бинарных смесей (раздел 3.2). При малых значениях вибрационного числа Релея реализуется четырехвихревое среднее течение малой интенсивности (Рис. 66а). Этот режим соответствует течению, возникающему в прямоугольной полости при малой интенсивности вибраций, но из-за близости боковых стенок вихри прижаты друг к другу. Значения разностей концентраций  $\Delta C_1$  и  $\Delta C_2$  в центрах горизонтальных границ соответствуют заданным в начальный момент времени линейным распределениям концентрации по вертикали (Рис. 67, б, в, кривые 4). При больших значениях  $Ra_v$  (Рис. 66б), аналогично случаю прямоугольной полости, на начальном этапе, когда среднее течение слабое, наблюдается четырехвихревое среднее течение. Затем структура среднего течения меняется: возникает среднее течение в форме большого диагонального вихря и двух малых вихрей по углам полости. Изменение структуры сопровождается резким повышением интенсивности течения (Рис. 67а). С увеличением  $Ra_v$  среднее течение становится интенсивнее, усиливается перемешивание смеси, поэтому значения, которых достигают величины  $\Delta C_1$  и  $\Delta C_2$  со временем, уменьшаются (Рис. 67, б, в).

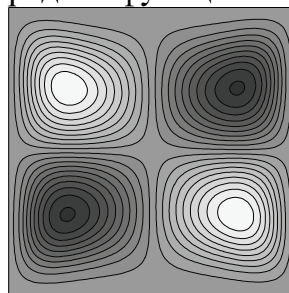
а)  $Ra_v = 5 \cdot 10^4$

$t = 10$

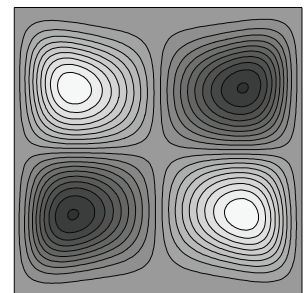


$t = 100$

Средняя функция тока



$t = 500$





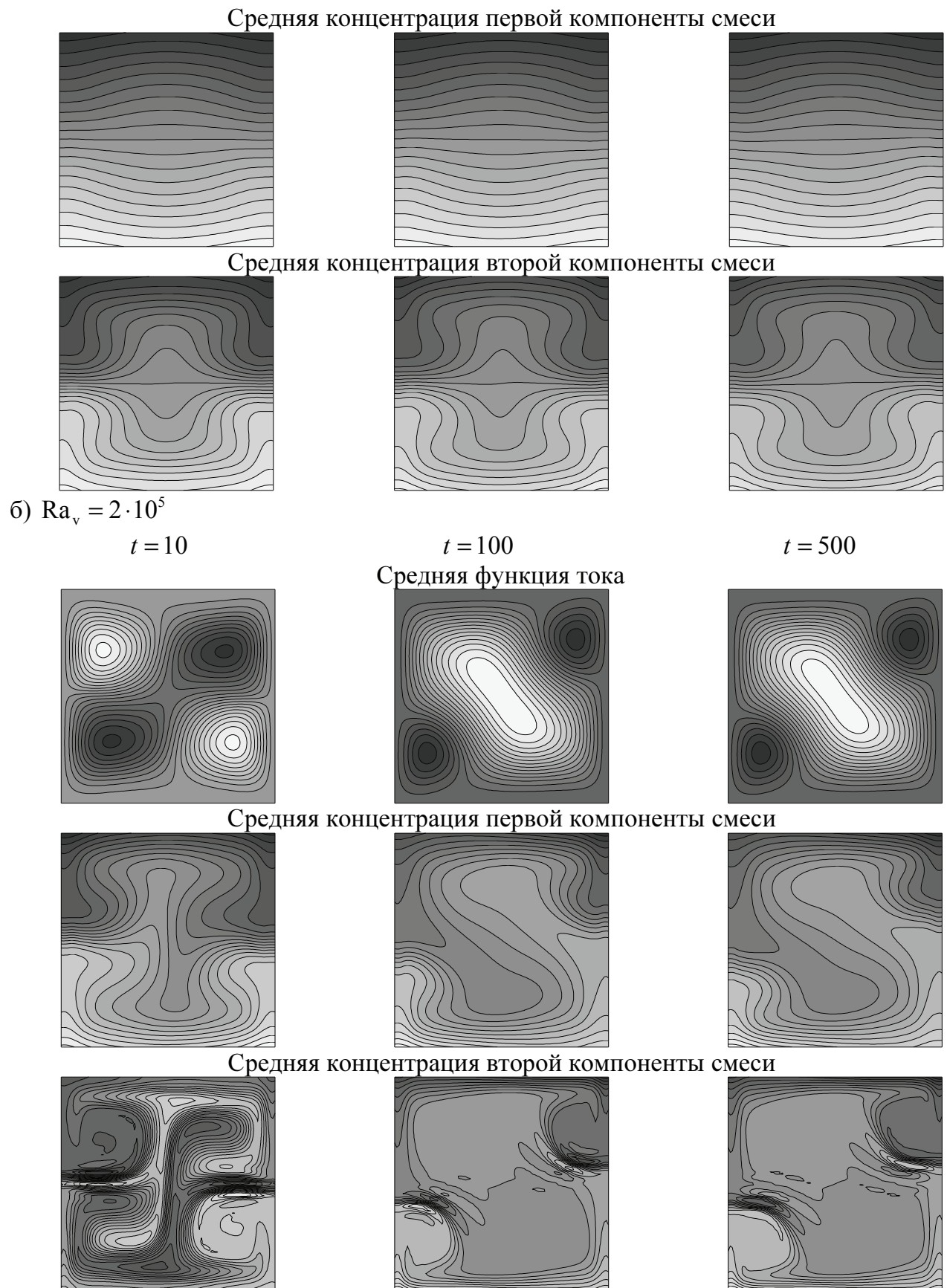


Рис. 66. Изолинии средних функции тока и концентраций компонент для нескольких значений  $Ra_v$  в разные моменты времени для Смеси 1. Светлые (темные) области соответствуют большему (меньшему) значению функции тока и концентрации

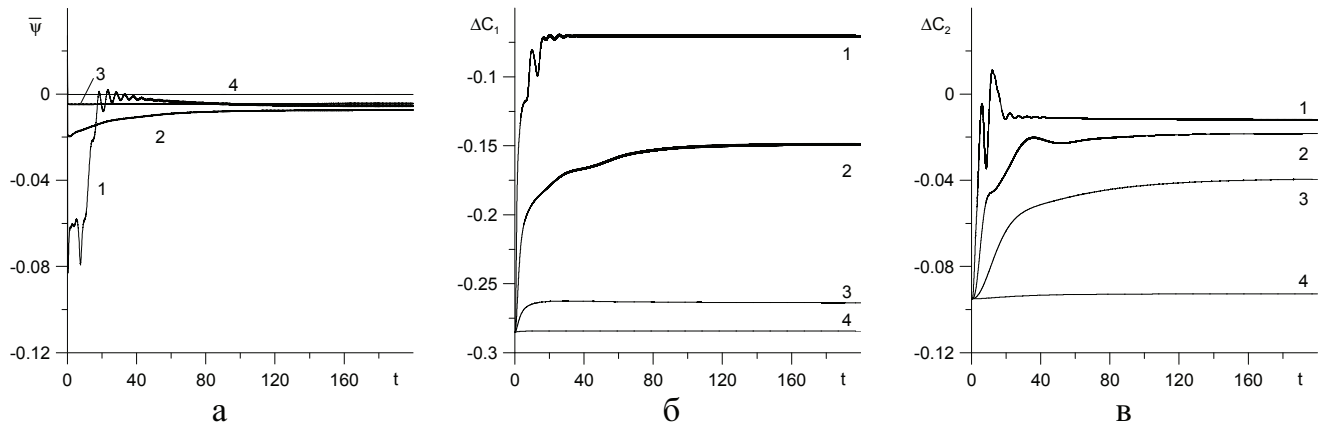


Рис. 67. Временная эволюция средних функции тока в точке с координатами (0.275;0.275) (а) и разности концентраций компонент между центрами верхней и нижней границ (б, в) для Смеси 1 в квадратной полости. 1 –  $Ra_v = 2 \cdot 10^5$ , 2 –  $Ra_v = 1 \cdot 10^5$ , 3 –  $Ra_v = 5 \cdot 10^4$ , 4 –  $Ra_v = 1 \cdot 10^4$

Изменение мгновенного поля функции тока в течение одного периода вибраций для Смеси 1 при  $Ra_v = 2 \cdot 10^5$  показано на Рис. 68а. Как видно, мгновенное поле функции тока имеет одновихревую структуру, направление движения изменяется через каждые полпериода. Моменты времени, к которым относятся поля течения, отмечены на графике временной эволюции функции тока в точке (0.275;0.275), представленном на Рис. 68б.

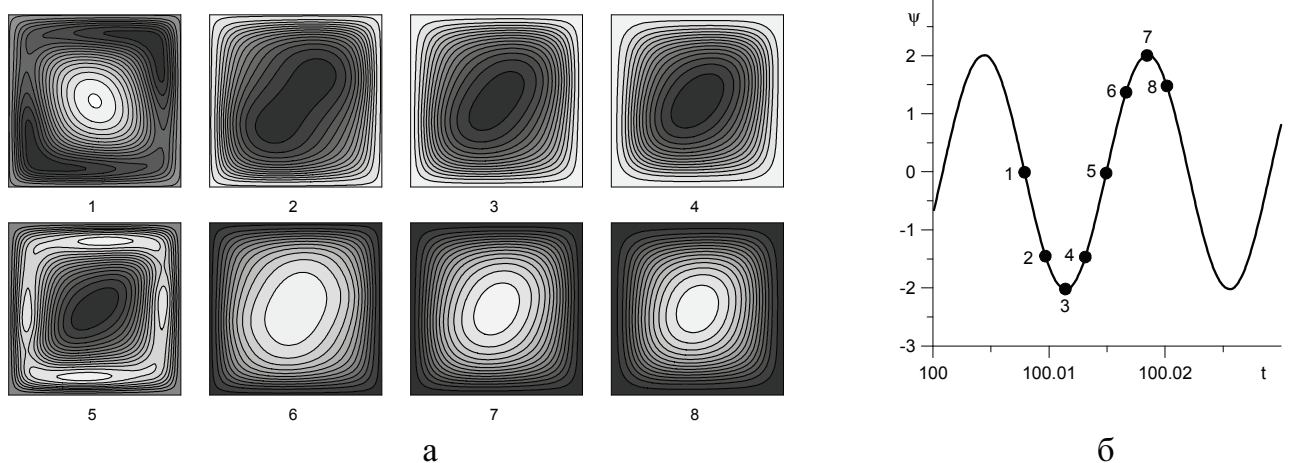


Рис. 68. Изменение поля мгновенной функции тока в течение периода колебаний для Смеси 1 при  $Ra_v = 2 \cdot 10^5$  (а). Моменты времени, для которых показаны поля, отмечены на графике временной эволюции мгновенной функции тока в точке с координатами (0.275;0.275) (б)

Перестройка структуры среднего течения сопровождается изменением угла кривой, определяющей зависимость безразмерного теплового потока от

вибрационного числа Релея (Рис. 69). Как видно, для Смеси 1 эта перестройка происходит при  $Ra_v \approx 7.5 \cdot 10^4$ .

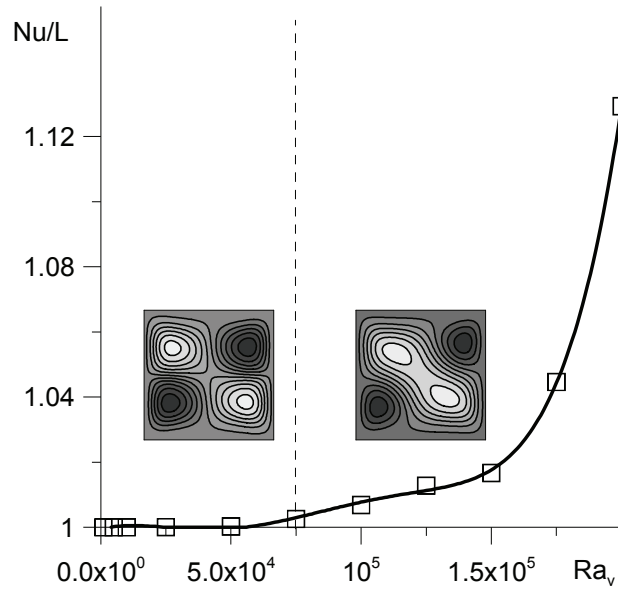
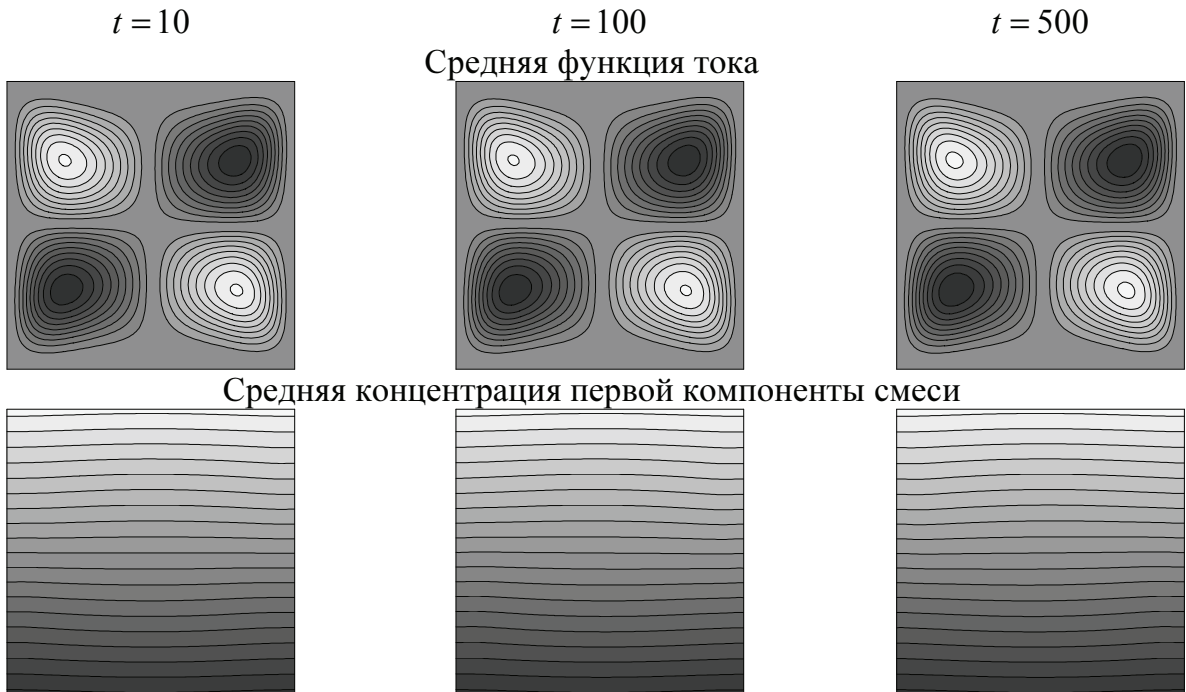


Рис. 69. Безразмерный тепловой поток через нижнюю границу на единицу длины в зависимости от  $Ra_v$  для Смеси 1 в квадратной полости

a)  $Ra_v = 5 \cdot 10^4$



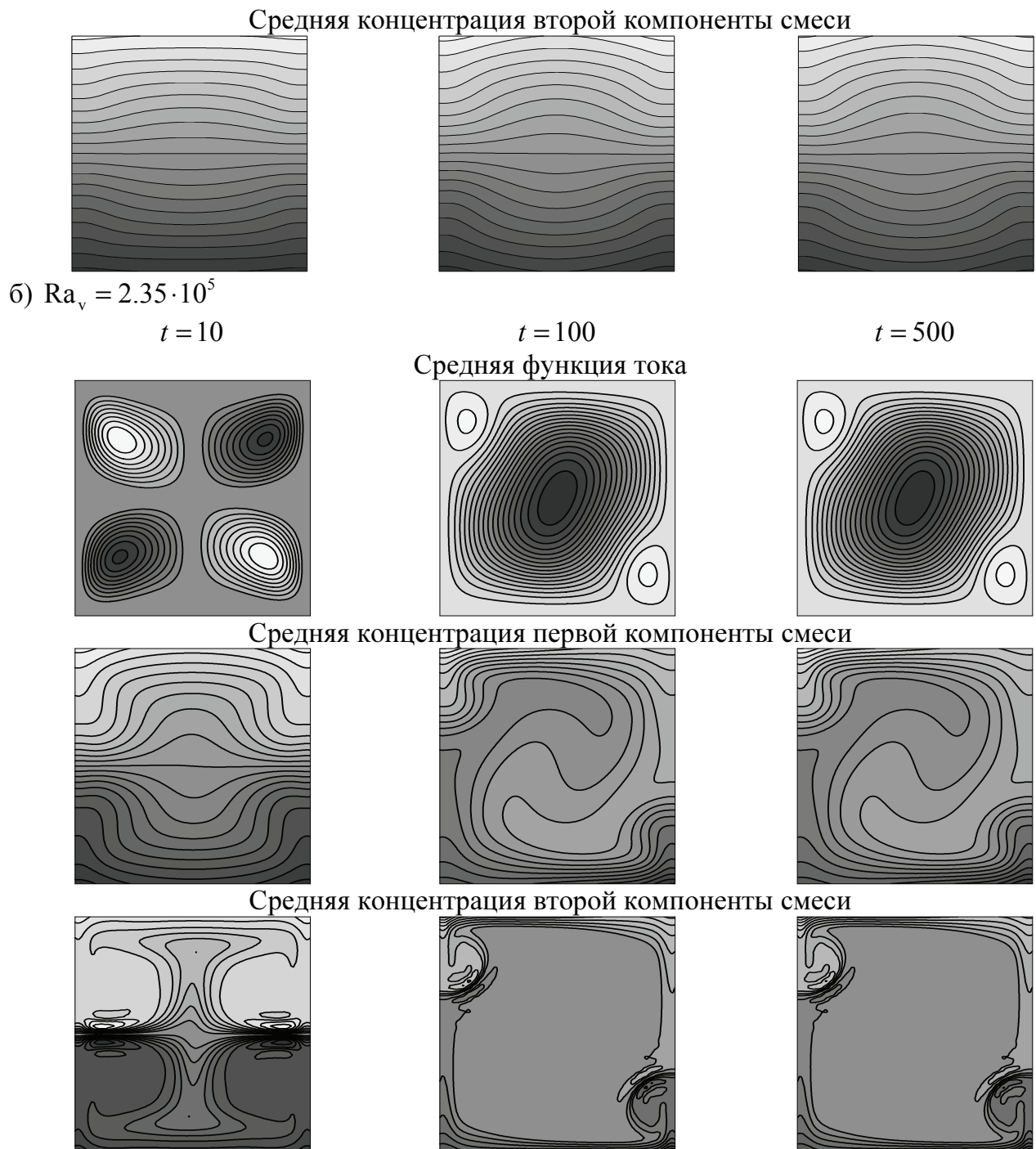


Рис. 70. Изолинии средних функции тока и концентраций компонент для нескольких значений  $Ra_v$  в разные моменты времени для Смеси 2. Светлые (темные) области соответствуют большему (меньшему) значению функции тока и концентрации

Для Смеси 2, отношения разделения компонент которой отрицательны, при малых значениях  $Ra_v$  наблюдается возникновение четырехвихревого среднего течения низкой интенсивности (Рис.70а). С ростом  $Ra_v$  увеличивается интенсивность среднего течения (Рис. 71а) и уменьшаются разности концентраций в установившемся режиме (Рис. 71б,в). При больших значениях

$Ra_v$  в начальный период времени наблюдается малоинтенсивное четырехвихревое среднее течение, затем происходит перестройка к среднему течению в форме диагонального вихря и двух малых вихрей в углах полости (Рис. 70 б). Перестройка течения, так же, как и в случае Смеси 1, сопровождается резким повышением интенсивности среднего течения (Рис.71а, кривая 1).

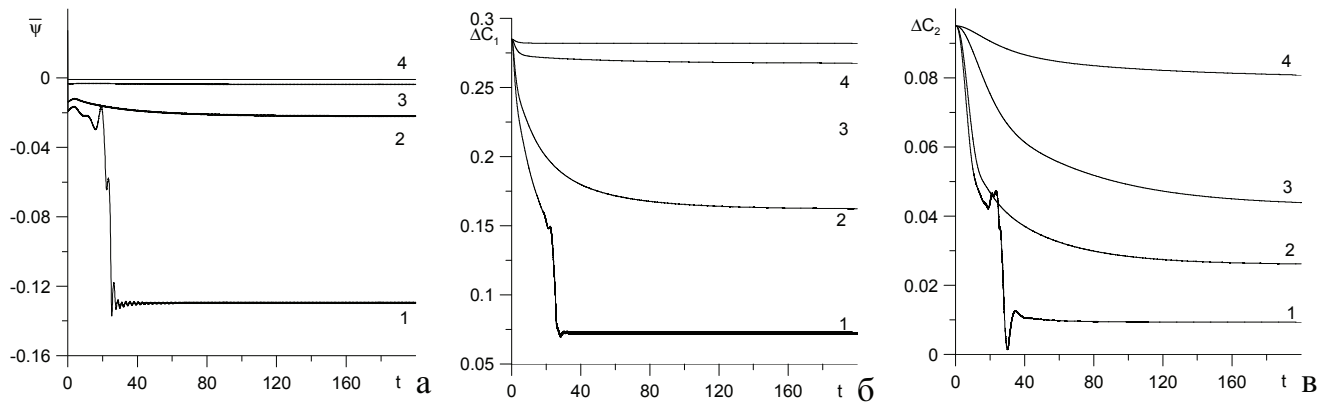


Рис. 71. Временная эволюция средних функции тока в точке с координатами (0.275;0.275) (а) и разности концентраций компонент между центрами верхней и нижней границ (б, в) для Смеси 2 в квадратной полости. 1 –  $Ra_v = 2.35 \cdot 10^5$ , 2 –  $Ra_v = 2 \cdot 10^5$ , 3 –  $Ra_v = 1 \cdot 10^5$ , 4 –  $Ra_v = 5 \cdot 10^4$

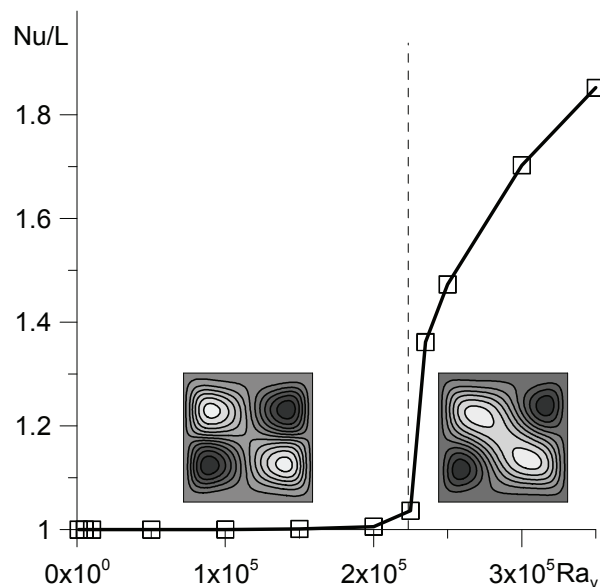


Рис. 72. Безразмерный тепловой поток через нижнюю границу на единицу длины в зависимости от  $Ra_v$  для Смеси 2 в квадратной полости

На Рис. 72 представлена зависимость теплового потока от интенсивности вибраций для Смеси 2. Изменение структуры среднего течения в квадратной

полости с ростом интенсивности вибраций сопровождается изменением наклона кривой  $Nu/L(Ra_v)$  и для Смеси 2 происходит при  $Ra_v \approx 2.25 \cdot 10^5$ .

### **3.4. Вибрационная конвекция бинарных смесей в прямоугольных полостях при различных уровнях тяжести при однородном распределении концентрации и мгновенном нагреве верхней границы в начальный момент времени**

Настоящий раздел посвящен численному моделированию влияния вибраций с характеристиками (3.19) и (3.20) ( $a = 0.068$  м,  $f = 1$  Гц и  $a = 0.061$  м,  $f = 2$  Гц соответственно) на нелинейные режимы термоконцентрационной конвекции бинарных смесей в прямоугольных полостях при разных уровнях тяжести. Напомним, что безразмерная частота и вибрационное число Релея в случае вибраций с параметрами (3.19) равны  $\Omega = 445$  и  $Ra_v = 6.80 \cdot 10^4$ , для вибраций с параметрами (3.20) –  $\Omega = 890$  и  $Ra_v = 2.44 \cdot 10^5$ . Число Релея варьировалось в диапазоне  $Ra = 2.54 \cdot 10^2 \div 2.54 \cdot 10^5$  (в случае нагрева сверху значение  $Ra$  отрицательно, но в дальнейшем в диссертационной работе используется абсолютное значение числа Релея). В начальный момент времени примесь в полости распределена однородно, верхняя граница мгновенно нагревается. Задача в такой постановке в отсутствие вибрационного воздействия для квадратной полости рассмотрена в Главе 1. Показано, что развивающееся после потери устойчивости бесконвективного состояния течение имеет многовихревую структуру, с числом вихрей, уменьшающимся при понижении концентрационного числа Релея (уровня тяжести), а распределение концентрации примеси при наступлении неустойчивости приобретает пальцеобразную форму. Напомним, что в случае отсутствия вибрационного воздействия время наступления неустойчивости в нелинейных расчетах определялось по времени достижения максимальной разности концентраций между центрами верхней и нижней границ.



### Случай квадратной полости

При наличии вибраций в системе возникает колебательная неустойчивость с периодом, равным периоду вибраций (безразмерный период  $T \approx 0.014$  и  $T \approx 0.007$  для (3.19) и (3.20) соответственно). Из данных о временной эволюции мгновенной функции тока в точке с координатами  $(0.25; 0.525)$  для квадратной полости (Рис. 73а, б) видно, что с уменьшением силы тяжести (уменьшение числа Релея) амплитуда колебаний уменьшается.

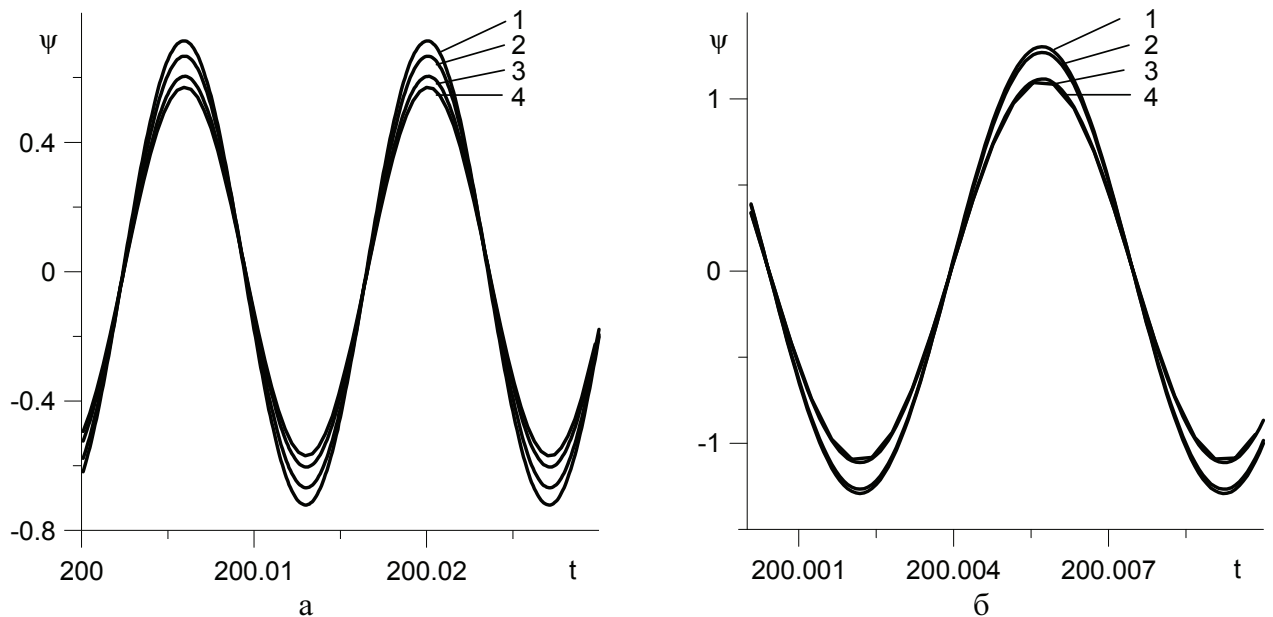


Рис. 73. Временная эволюция функции тока в точке с координатами  $(0.25; 0.525)$  при вибрациях с  $\Omega = 445$  (а) и  $\Omega = 890$  (б). 1 –  $Ra = 2.54 \cdot 10^5$ , 2 –  $Ra = 2.54 \cdot 10^4$ , 3 –  $Ra = 2.54 \cdot 10^3$ , 4 –  $Ra = 2.54 \cdot 10^2$

На Рис. 74 представлены данные о временной эволюции средней функции тока в точке с координатами  $(0.25; 0.525)$  при разных значениях числа Релея и воздействии вибраций с частотой  $\Omega = 445$  (кривые 2) и  $\Omega = 890$  (кривые 3) в сравнении с данными, полученными в отсутствии вибраций (кривая 1). Для больших чисел Релея (Рис. 74а и б) при обоих вариантах вибраций в системе наблюдаются нерегулярные колебания высокой амплитуды. При уменьшении числа Релея амплитуда колебаний средней функции тока снижается (Рис. 74в и г) и соответствующие кривые располагаются ближе к линии  $\bar{\psi} = 0$ . Можно отметить также, что поведение средней функции тока при  $Ra = 2.54 \cdot 10^2$  и



воздействии вибраций (Рис. 74г, кривые 2 и 3 соответственно) качественно близко к результатам, представленным на Рис. 53а для средней функции тока бинарной смеси в квадратной полости для такого же вибрационного действия в условиях невесомости: функция тока колеблется около некоторого среднего значения.

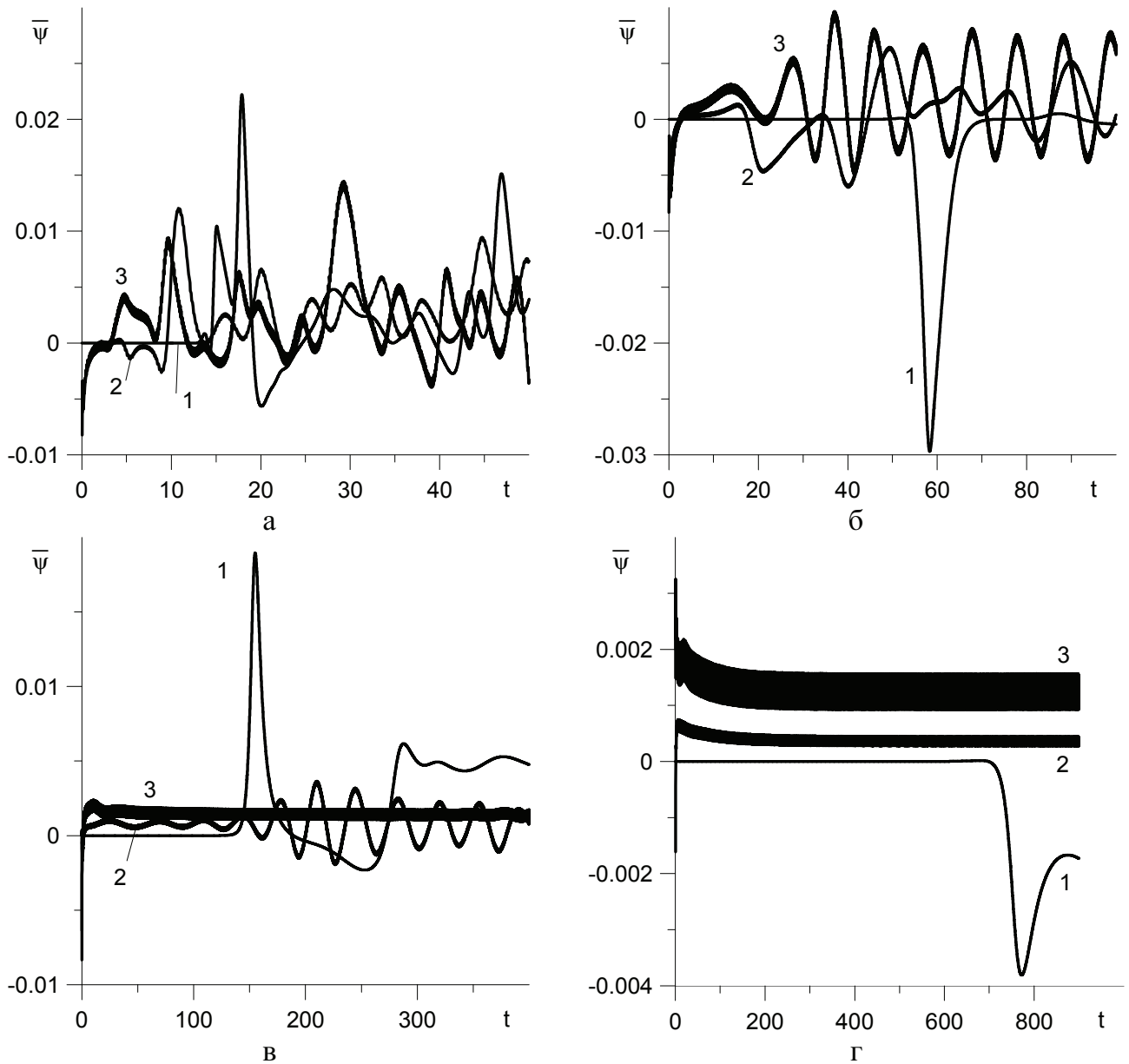


Рис. 74. Эволюция средней функции тока в точке с координатами  $(0.25; 0.525)$ . а –  $Ra = 2.54 \cdot 10^5$ , б –  $Ra = 2.54 \cdot 10^4$ , в –  $Ra = 2.54 \cdot 10^3$ , г –  $Ra = 2.54 \cdot 10^2$ . 1 – в отсутствие вибраций, 2 – влияние вибраций с  $\Omega = 445$ , 3 – влияние вибраций с  $\Omega = 890$

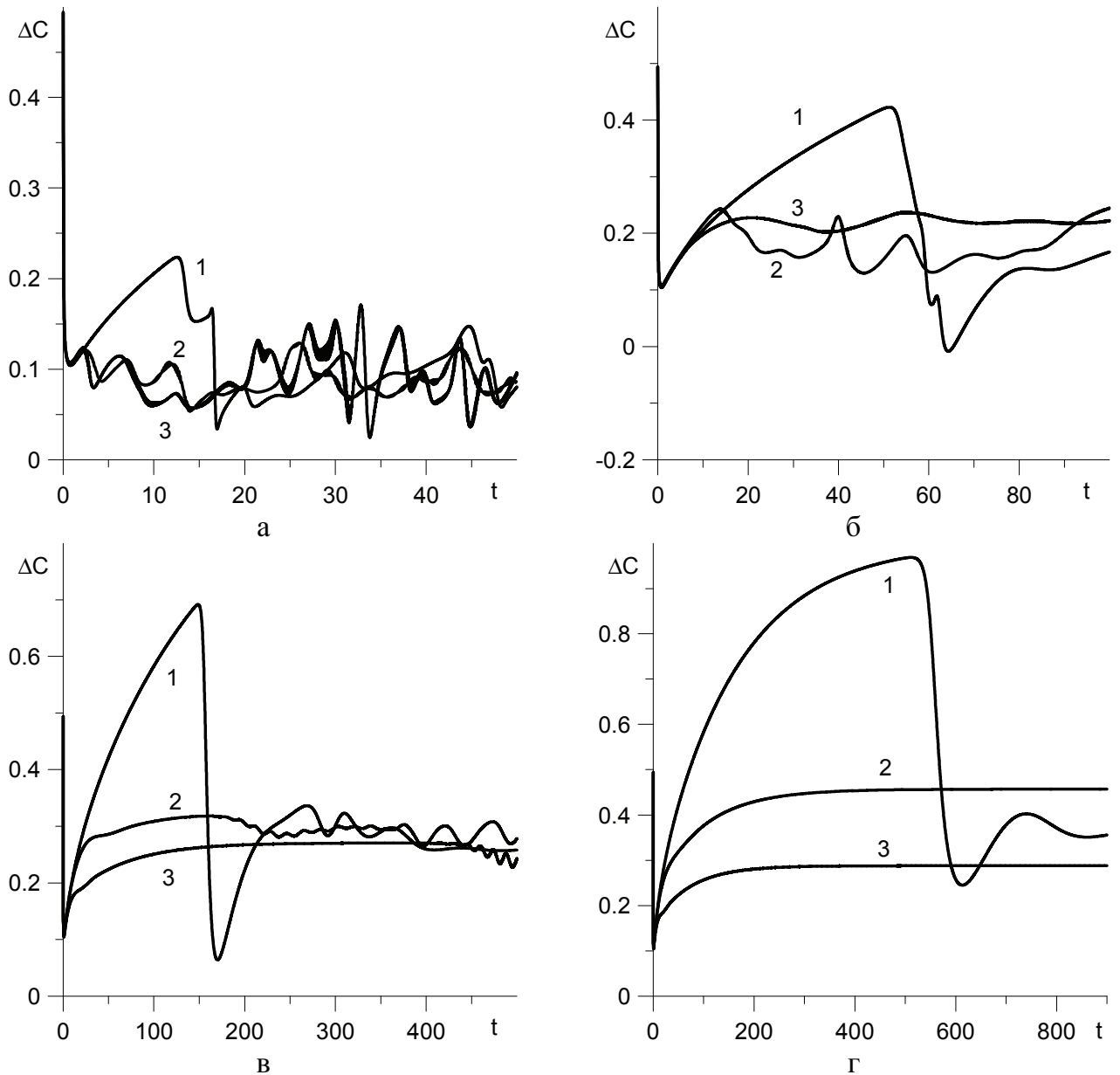


Рис. 75. Эволюция разности средних концентраций между центрами верхней и нижней границы. а –  $Ra = 2.54 \cdot 10^5$ , б –  $Ra = 2.54 \cdot 10^4$ , в –  $Ra = 2.54 \cdot 10^3$ , г –  $Ra = 2.54 \cdot 10^2$ . 1 – в отсутствие вибраций, 2 – влияние вибраций с  $\Omega = 445$ , 3 – влияние вибраций с  $\Omega = 890$

На Рис. 75 показана временная эволюция разности средних концентраций между центрами верхней и нижней границ полости для разных уровней силы тяжести и воздействия вибраций  $\Omega = 445$  (кривые 2) и  $\Omega = 890$  (кривые 3) в сравнении с данными, полученными в отсутствие вибраций (кривые 1). При больших значениях числа Релея ( $Ra = 2.54 \cdot 10^5$ ,  $Ra = 2.54 \cdot 10^4$ , Рис. 75а, б) наблюдается дестабилизирующее действие вибраций: резкое уменьшение разности концентраций, связанное с возникновением гравитационной конвекции, происходит значительно раньше, чем в отсутствие вибраций. Для числа Релея

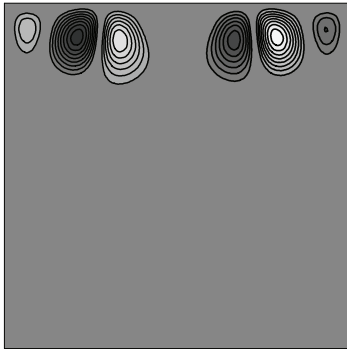
$Ra = 2.54 \cdot 10^3$  при действии вибраций резкое уменьшение разности концентраций происходит позже, чем в их отсутствие (Рис. 75в). При вибрационном воздействии с большей частотой (3.20) в случае земной силы тяжести ( $Ra = 2.54 \cdot 10^5$ ) разность концентраций достигает первого максимума раньше, чем при действии вибраций (3.19), для меньших значений числа Релея первый максимум  $\Delta C$  наступает позже, чем при вибрациях с  $\Omega = 445$ , в условиях микрогравитации ( $Ra = 2.54 \cdot 10^2$ , Рис. 75г) резкое уменьшение разности концентраций между центрами верхней и нижней границ полости не наблюдается.

Эволюция полей средних функции тока и концентрации примеси в полости при действии вибраций (3.19) и (3.20) для разных уровней силы тяжести представлена на Рис. 76 и 77 соответственно. Видно, что при земной силе тяжести (Рис. 76а, 77а) течение формируется возле верхней нагретой границы, оно имеет многовихревую структуру и постепенно распространяется на всю полость.

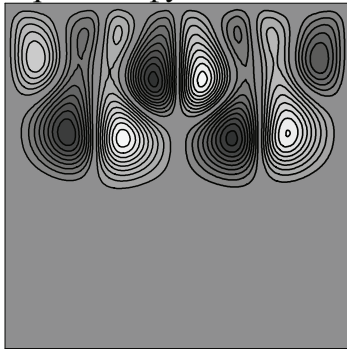
Для числа Релея  $Ra = 2.54 \cdot 10^4$  при действии вибраций с  $\Omega = 445$  (Рис. 76б) сначала возникает четырехвихревое течение, занимающее всю полость, затем количество вихрей увеличивается до шести. Для меньших, представленных на Рис. 76 и 77, значений числа Релея при действии вибраций (3.19) и (3.20) реализуется четырехвихревое течение, аналогичное возникающему в отсутствие силы тяжести (Рис. 54 и 55).

Распределение концентрации для  $Ra = 2.54 \cdot 10^5$  и вибраций с  $\Omega = 445$  и  $\Omega = 890$  имеет пальцеобразный вид, число пальцев совпадает со случаем отсутствия вибраций (Рис. 76а, 77а), при этом пространственный период структур  $\lambda \approx 0.24$ , волновое число  $k \approx 26$  для вибраций (3.19) и  $\lambda \approx 0.27$ ,  $k \approx 23$  для вибраций (3.20) немного меньше, чем в отсутствие вибраций ( $\lambda \approx 0.30$ ,  $k \approx 21$ , см. Раздел 1.3).

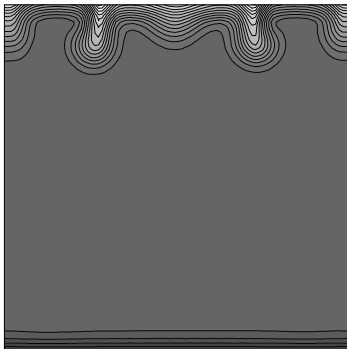
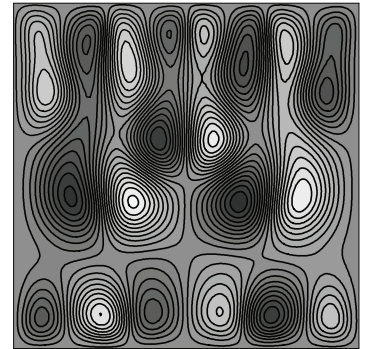
a)  $Ra = 2.54 \cdot 10^5$   
 $t = 3$



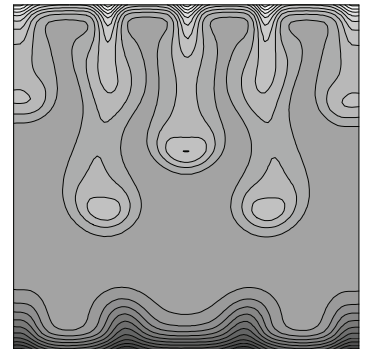
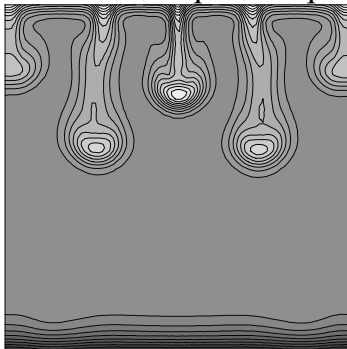
$t = 5$   
 Средняя функция тока



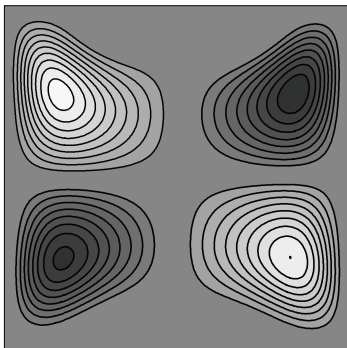
$t = 7$



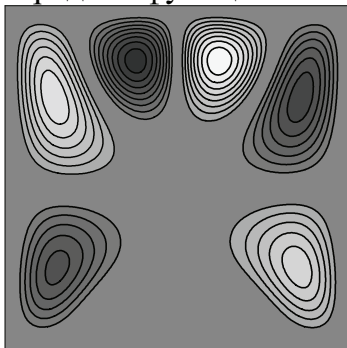
Средняя концентрация примеси



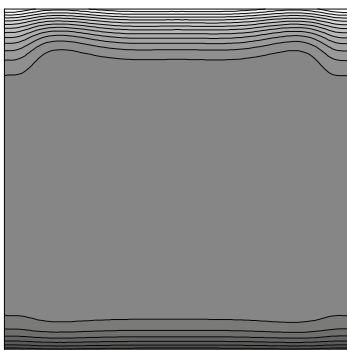
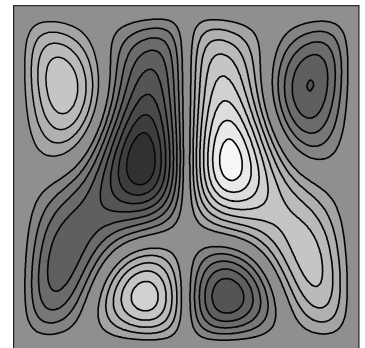
б)  $Ra = 2.54 \cdot 10^4$   
 $t = 5$



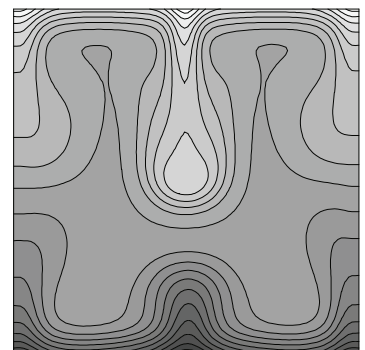
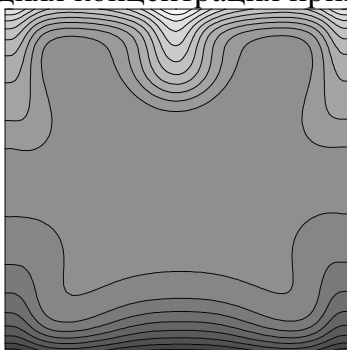
$t = 15$   
 Средняя функция тока



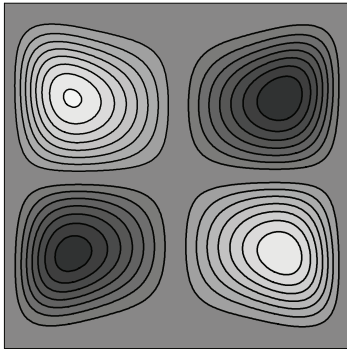
$t = 20$



Средняя концентрация примеси

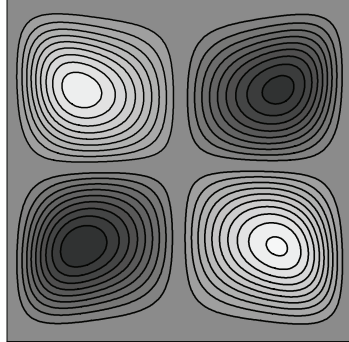


в)  $Ra = 2.54 \cdot 10^3$   
 $t = 10$

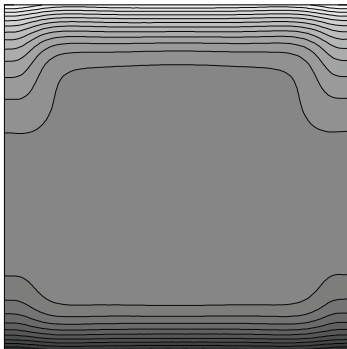
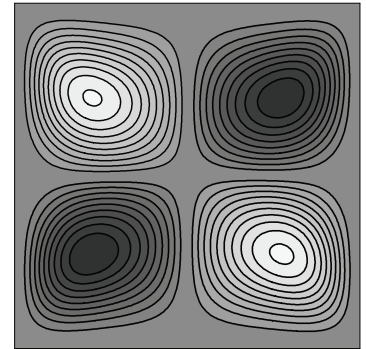


$t = 50$

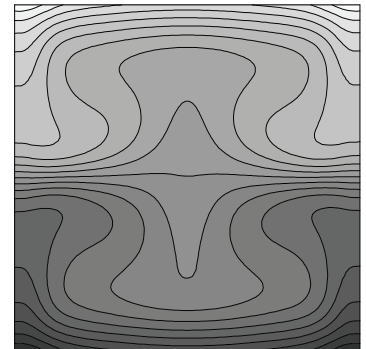
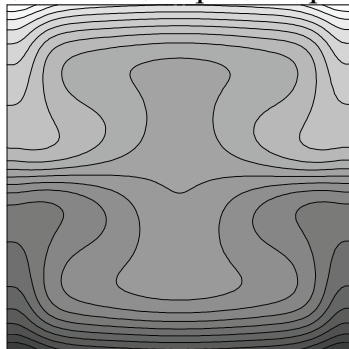
Средняя функция тока



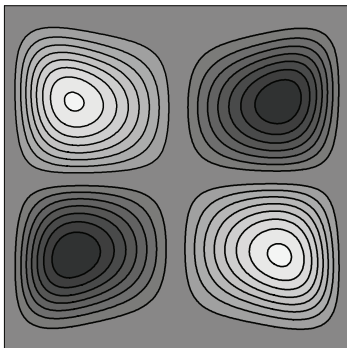
$t = 100$



Средняя концентрация примеси

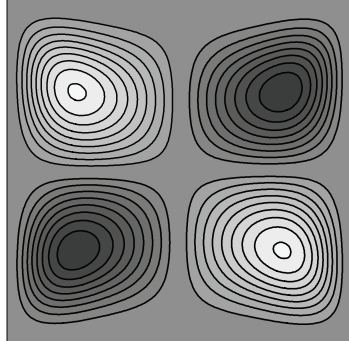


г)  $Ra = 2.54 \cdot 10^2$   
 $t = 10$

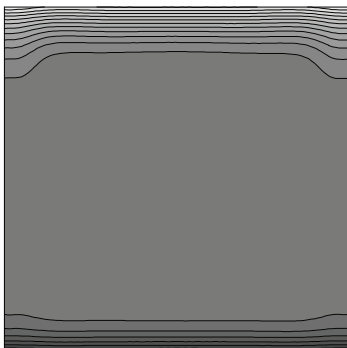
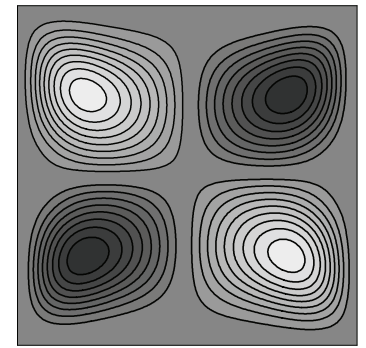


$t = 50$

Средняя функция тока



$t = 200$



Средняя концентрация примеси

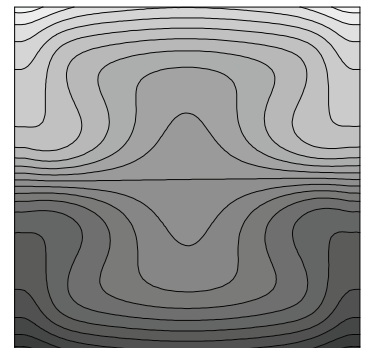
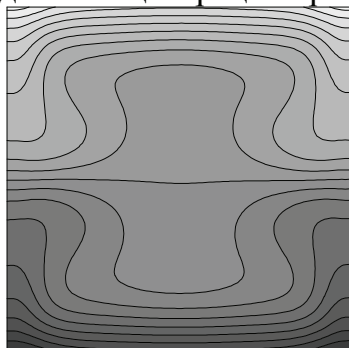
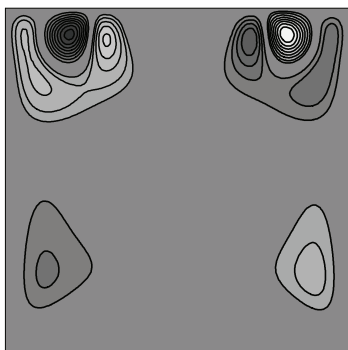


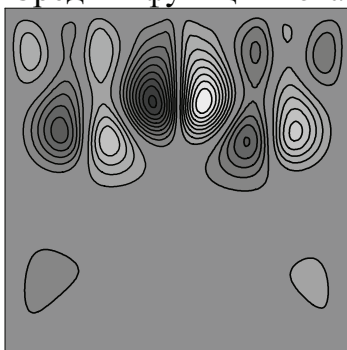
Рис. 76. Изолинии средних функции тока и концентрации примеси для некоторых значений числа Рейля в разные моменты времени развития неустойчивости при вибрациях с  $\Omega = 445$ . Светлые (темные) области соответствуют большему (меньшему) значению функции тока и концентрации

a)  $Ra = 2.54 \cdot 10^5$   
 $t = 2$

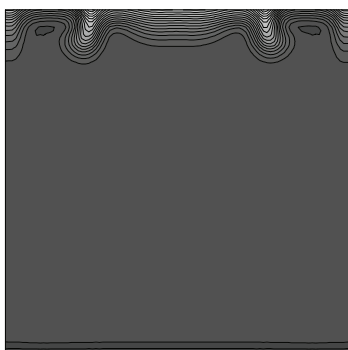
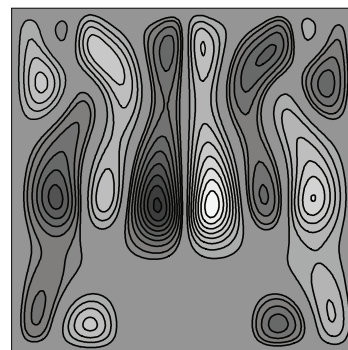


$t = 4$

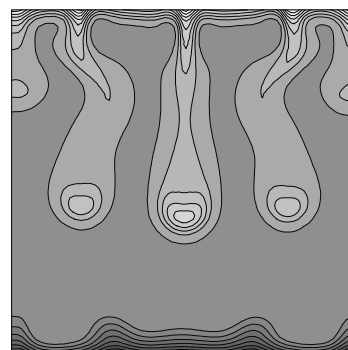
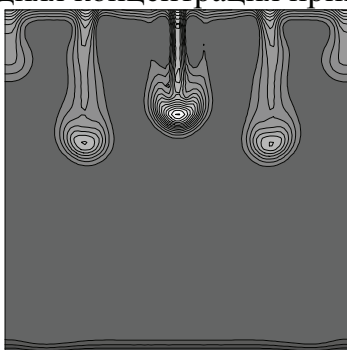
Средняя функция тока



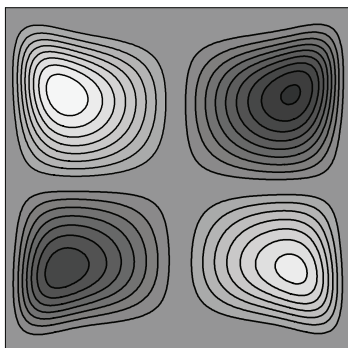
$t = 6$



Средняя концентрация примеси

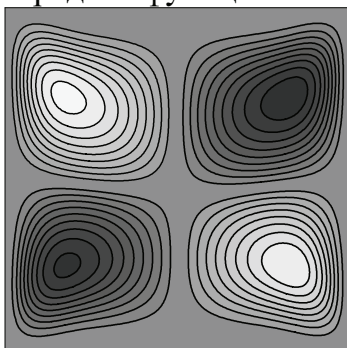


б)  $Ra = 2.54 \cdot 10^4$   
 $t = 10$

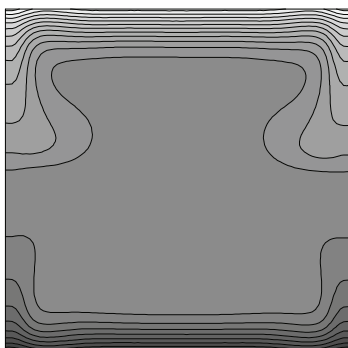
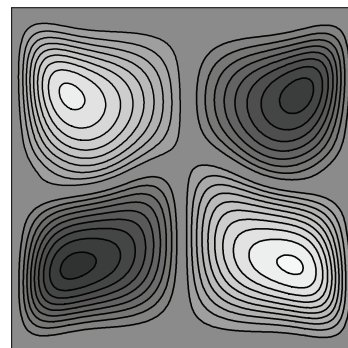


$t = 15$

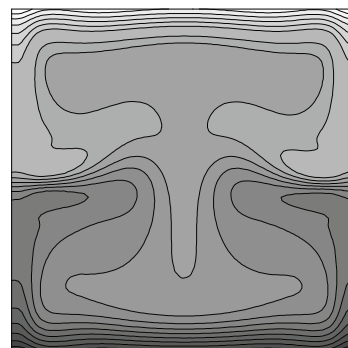
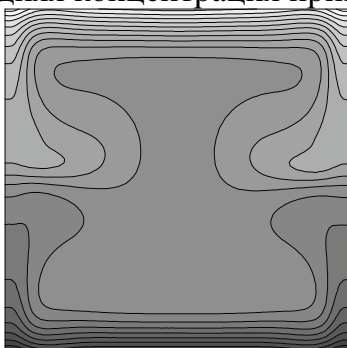
Средняя функция тока



$t = 25$

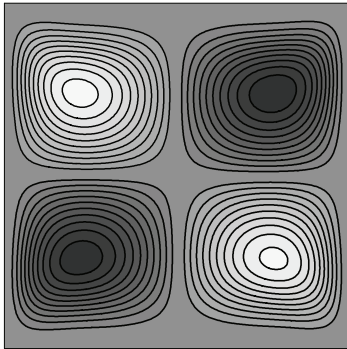


Средняя концентрация примеси



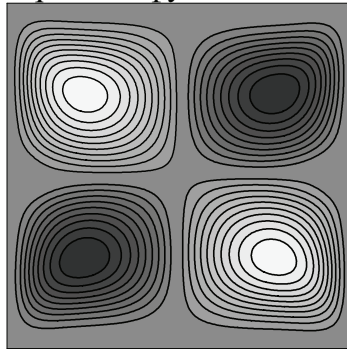


в)  $Ra = 2.54 \cdot 10^3$   
 $t = 5$

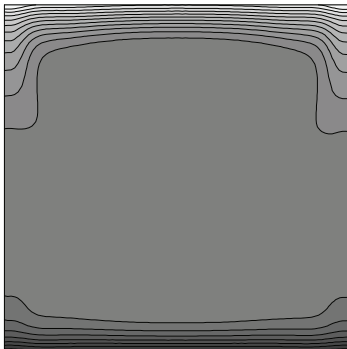
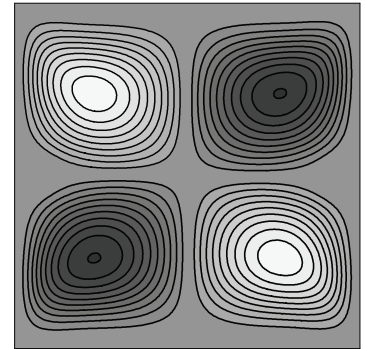


$t = 50$

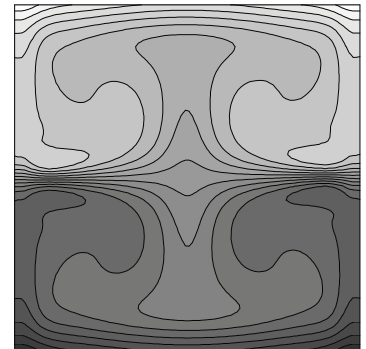
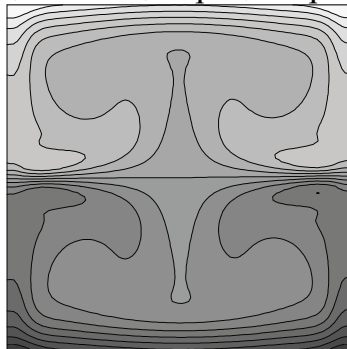
Средняя функция тока



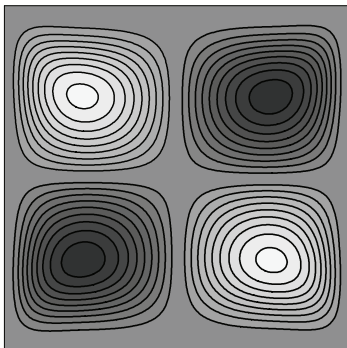
$t = 250$



Средняя концентрация примеси

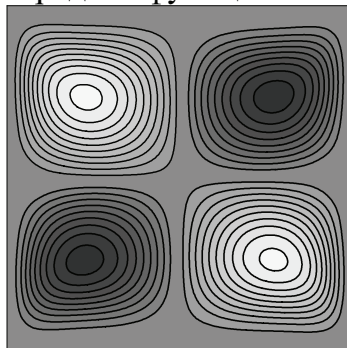


г)  $Ra = 2.54 \cdot 10^2$   
 $t = 5$

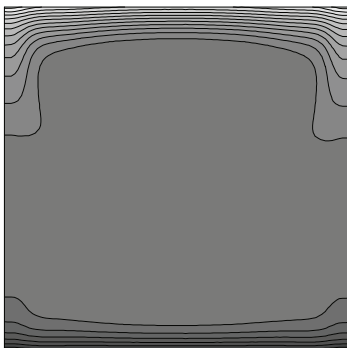
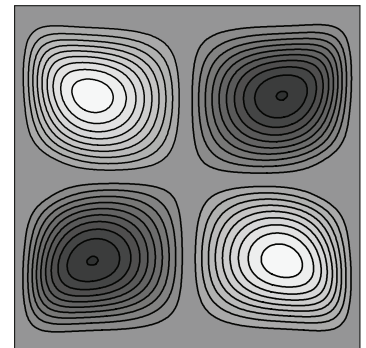


$t = 25$

Средняя функция тока



$t = 100$



Средняя концентрация примеси

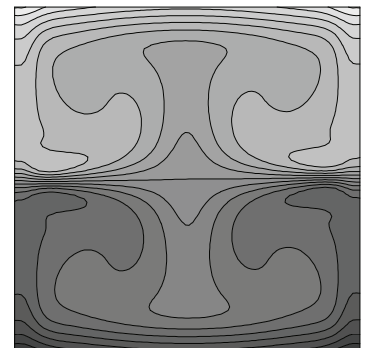
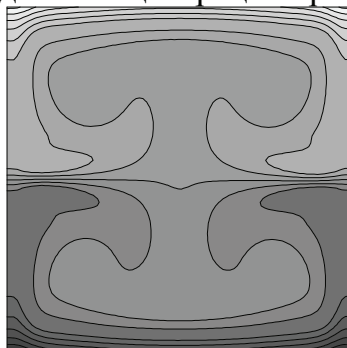


Рис. 77. Изолинии средних функции тока и концентрации примеси для некоторых значений числа Релея в разные моменты времени развития неустойчивости при вибрациях с  $\Omega = 890$ . Светлые (темные) области соответствуют большему (меньшему) значению функции тока и концентрации

При  $Ra = 2.54 \cdot 10^4$  и вибрациях с  $\Omega = 445$  (Рис.76б) также прослеживается пальцеобразная структура, аналогичная той, что наблюдается в отсутствие вибраций. При вибрациях с  $\Omega = 890$  для  $Ra = 2.54 \cdot 10^4$  (Рис. 77б) и воздействии вибраций как (3.19), так и (3.20) для остальных рассмотренных чисел Релея (Рис. 76в,г, 77в,г) распределения средней концентрации примеси качественно одинаковы: они симметричны относительно горизонтальной оси (оси вибраций), наиболее сильное изменение концентрации происходит возле горизонтальных границ вдоль вертикальной центральной оси полости. Распределение концентрации при низких уровнях силы тяжести качественно повторяет распределение концентрации при таком же вибрационном воздействии в условиях невесомости (Рис. 54 и 55).

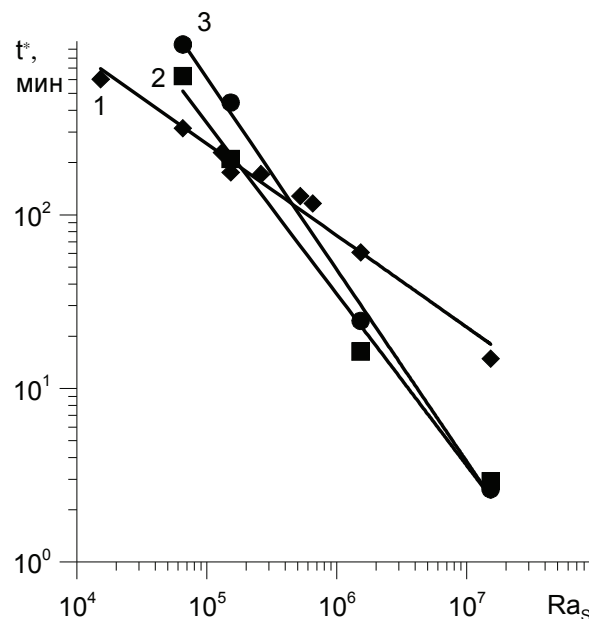


Рис. 78. Зависимость времени наступления гравитационной неустойчивости от концентрационного числа Релея в отсутствие вибраций (кривая 1) и при наличии вибраций (кривая 2 – вибрации с  $\Omega = 445$ , кривая 3 – вибрации с  $\Omega = 890$ )

На рисунке 78 представлена зависимость времени наступления гравитационной неустойчивости от концентрационного числа Релея в отсутствие и при наличии вибрационного воздействия. Напомним, что в отсутствие вибраций зависимость была получена в виде степенного закона  $t^* \approx 1.13 \cdot 10^5 Ra_s^{-0.52}$  (Раздел 1.3). Обработка данных Рис. 78 показывает, что закон в



случае воздействия вибраций с  $\Omega = 445$  имеет вид  $t^* \approx 2.94 \cdot 10^7 Ra_s^{-0.99}$ , а в случае вибраций  $\Omega = 890$  –  $t^* \approx 2.07 \cdot 10^8 Ra_s^{-1.11}$ .

### Случай прямоугольной полости с отношением сторон 5:1

Для случая прямоугольной полости с отношением сторон 5:1 зависимости от времени средней функции тока в точке с координатами (0.05; 0.525) и разности концентраций  $\Delta C$  между центрами верхней и нижней границ, полученные с учетом вибраций с характеристиками (3.19) и (3.20), представлены на Рис. 79 и 80 в сравнении с эволюцией в отсутствие вибраций.

Для земной силы тяжести,  $Ra = 2.54 \cdot 10^5$ , (Рис.79а) при вибрациях как с  $\Omega = 445$ , так и  $\Omega = 890$  (кривые 2 и 3), в системе наблюдаются высокоамплитудные нерегулярные колебания средней функции тока. При уменьшении числа Релея ( $Ra = 2.54 \cdot 10^4$ ,  $Ra = 2.54 \cdot 10^3$ ) амплитуда колебаний средней функции тока снижается (Рис. 79б, в).

В случае малого значения силы тяжести,  $Ra = 2.54 \cdot 10^2$ , для вибраций как с  $\Omega = 445$ , так и с  $\Omega = 890$  (Рис. 79г, кривые 2 и 3) временная эволюция средней функции тока качественно близка к представленной на Рис. 48а, кривые 1 и 2 соответственно, для прямоугольной полости в отсутствие силы тяжести. В этом случае вибрации низкой интенсивности индуцируют слабое среднее течение; для вибраций высокой интенсивности в полости после переходного периода устанавливаются регулярные колебания с периодом, значительно превышающим период вибраций.

При значениях числа Релея  $Ra = 2.54 \cdot 10^5$ ,  $Ra = 2.54 \cdot 10^4$ , (Рис. 80а, б) для вибраций с  $\Omega = 445$  и  $\Omega = 890$  резкое уменьшение величины  $\Delta C$  наблюдается значительно раньше, чем в отсутствие вибраций. Для числа Релея  $Ra = 2.54 \cdot 10^3$  при воздействии вибраций с  $\Omega = 890$  (Рис. 80в, кривая 3) уменьшение  $\Delta C$  происходит позже, чем в отсутствие вибраций (Рис. 80в, кривая 1); для вибраций с  $\Omega = 445$  (Рис. 80в, кривая 2) наблюдается, наоборот, стабилизирующий эффект. В условиях микрогравитации ( $Ra = 2.54 \cdot 10^2$ , Рис. 80г) для вибраций с  $\Omega = 445$

резкого изменения разности концентраций между центрами верхней и нижней границ полости не наблюдается, в то время как для вибраций с  $\Omega = 890$  на временной эволюции  $\Delta C$  видно формирование регулярных колебаний сложной формы, аналогичных полученным в условиях невесомости (Рис. 48б).

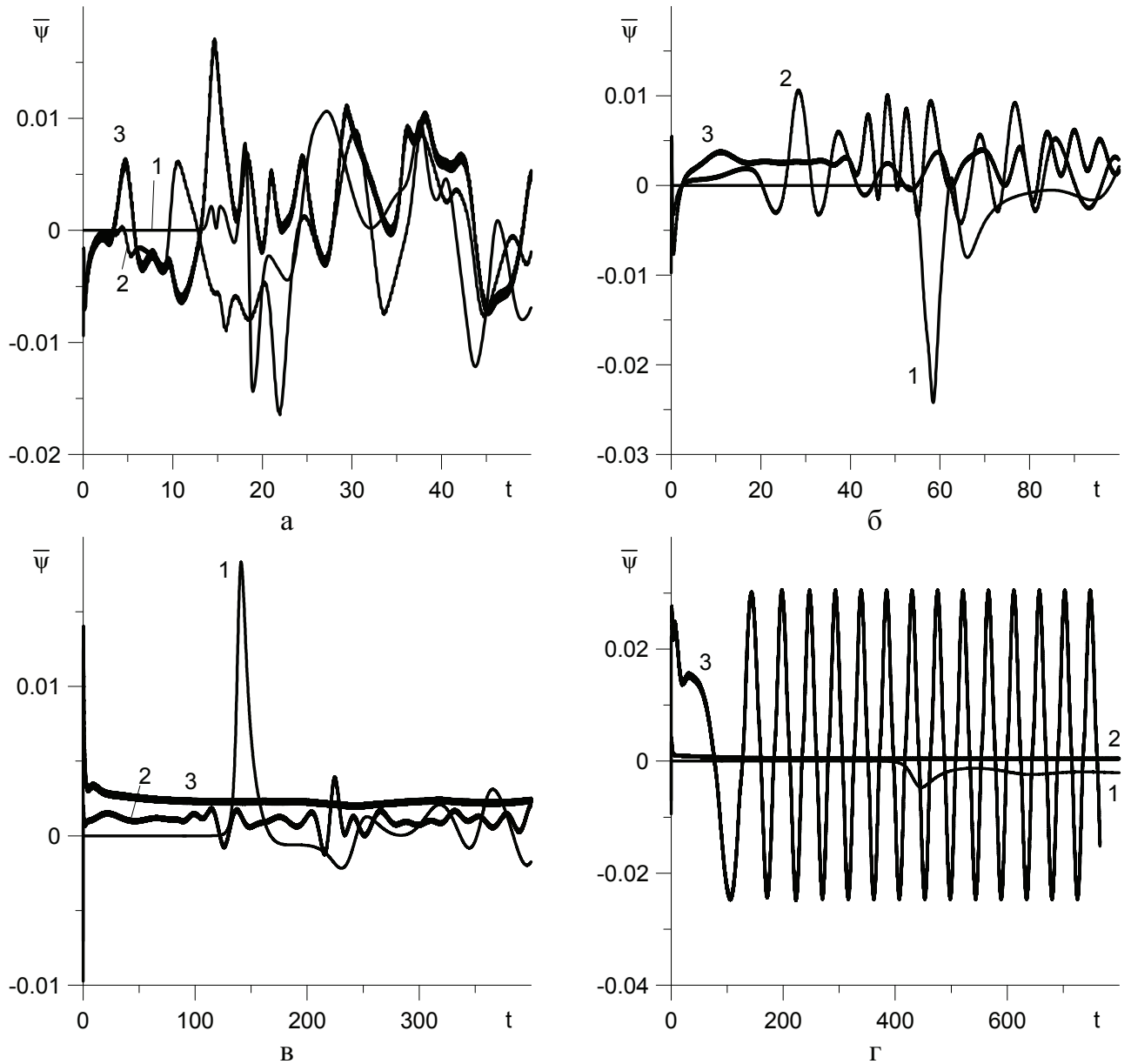


Рис. 79. Эволюция средней функции тока в точке с координатами  $(0.05; 0.525)$  в прямоугольной полости с отношением сторон 5:1. а –  $Ra = 2.54 \cdot 10^5$ , б –  $Ra = 2.54 \cdot 10^4$ , в –  $Ra = 2.54 \cdot 10^3$ , г –  $Ra = 2.54 \cdot 10^2$ . 1 – в отсутствие вибраций, 2 – влияние вибраций с  $\Omega = 445$ , 3 – влияние вибраций с  $\Omega = 890$

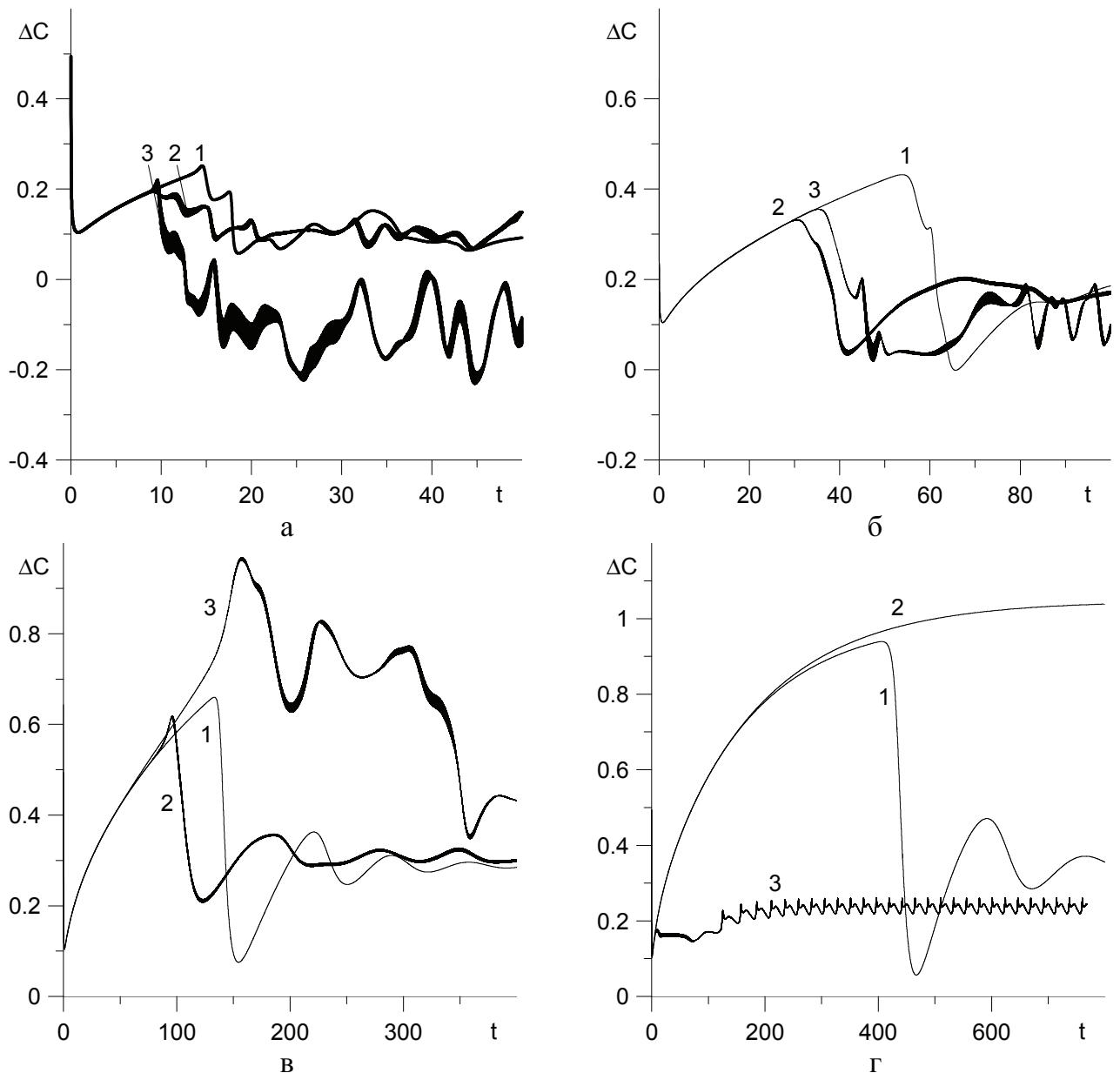


Рис. 80. Эволюция разности концентраций между центрами верхней и нижней границы в прямоугольной полости с отношением сторон 5:1. а –  $Ra = 2.54 \cdot 10^5$ , б –  $Ra = 2.54 \cdot 10^4$ , в –  $Ra = 2.54 \cdot 10^3$ , г –  $Ra = 2.54 \cdot 10^2$ . 1 – в отсутствие вибраций, 2 – влияние вибраций с  $\Omega = 445$ , 3 – влияние вибраций с  $\Omega = 890$

Поля средних функции тока и концентрации примеси в полости при вибрациях (3.19) и (3.20) для разных значений числа Релея представлены на Рис. 81 и 82 соответственно. Видно, что при земной силе тяжести (Рис. 81а, 82а) течение возникает в верхних углах полости, имеет многвихревую форму и постепенно распространяется на всю полость. Для числа Релея  $Ra = 2.54 \cdot 10^4$  (Рис. 81б и 82б) сначала возникают четыре вихря возле боковых границ полости (по два возле каждой границы), затем в центре полости формируется многвихревое течение, занимающее всю полость. Аналогичное поведение

наблюдается при значении числа Релея  $Ra = 2.54 \cdot 10^3$  и действии вибраций с  $\Omega = 445$  (Рис. 81в). При  $Ra = 2.54 \cdot 10^2$  и вибрациях с  $\Omega = 445$  и при  $Ra = 2.54 \cdot 10^3$  и вибрациях  $\Omega = 890$  в полости устанавливается течение в форме четырех вихрей возле боковых стенок, в центре полости течение отсутствует, аналогично поведению в условиях невесомости при вибрациях с  $\Omega = 445$  (Раздел 3.2, Рис. 49). Для  $Ra = 2.54 \cdot 10^2$  и вибраций с  $\Omega = 890$  реализуется многовихревое течение, занимающее всю полость, такое же, как при отсутствии силы тяжести (Раздел 3.2, Рис. 50).

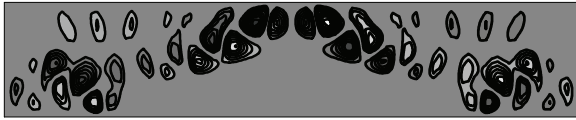
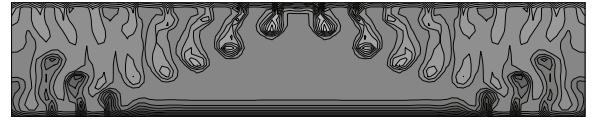
Распределение концентрации для  $Ra = 2.54 \cdot 10^5$  и вибраций (3.19) и (3.20) имеет пальцеобразный вид, пальцы возникают возле верхней границы, сначала в углах полости, затем появляются и в середине. Анализ распределения концентрации примеси на Рис. 81а и 82а показывает, что пространственный период структур  $\lambda \approx 0.50$ , волновое число  $k \approx 12$  для вибраций с  $\Omega = 445$  и  $\lambda \approx 0.45$  и  $k \approx 14$  для вибраций с  $\Omega = 890$  (напомним, что в отсутствие вибраций при земной силе тяжести в разделе 1.4. были получены значения  $\lambda \approx 0.52$  и  $k \approx 12$ ). При меньших значениях числа Релея  $Ra = 2.54 \cdot 10^4$ ,  $Ra = 2.54 \cdot 10^3$  и вибрациях с  $\Omega = 445$  (Рис. 81б, в) и  $Ra = 2.54 \cdot 10^4$  при вибрациях с  $\Omega = 890$  (Рис. 82б) в центре полости также возникает пальцеобразная структура, сильно искаженная возле боковых стенок. При  $Ra = 2.54 \cdot 10^2$  и вибрациях с характеристиками (3.19) и при  $Ra = 2.54 \cdot 10^3$  и вибрациях с характеристиками (3.20) соответствующие рисунки 81г и 82в показывают, что распределение по вертикали средней концентрации в средней части полости линейно и сильно отличается возле боковых стенок. При вибрациях с  $\Omega = 890$  для  $Ra = 2.54 \cdot 10^2$  (Рис. 82г) распределение концентрации сильно деформировано течением и качественно повторяет распределение концентрации при таком же вибрационном воздействии в условиях невесомости (Рис. 50).

а)  $Ra = 2.54 \cdot 10^5$ 

Средняя функция тока

 $t = 5$ 

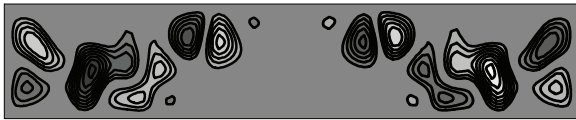
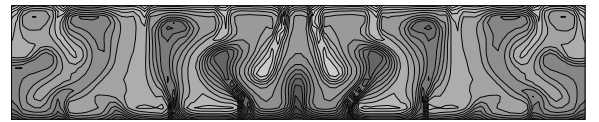
Средняя концентрация примеси

 $t = 8$  $t = 10$ б)  $Ra = 2.54 \cdot 10^4$ 

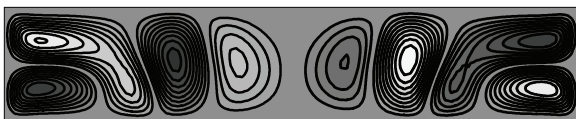
Средняя функция тока

 $t = 20$ 

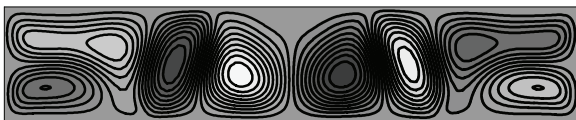
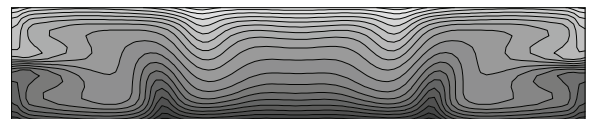
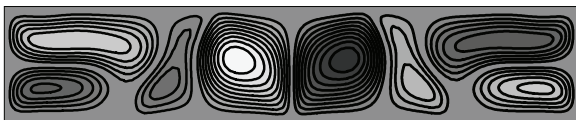
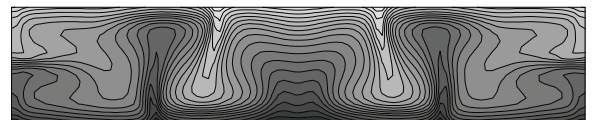
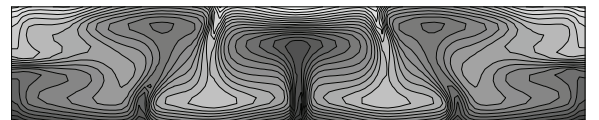
Средняя концентрация примеси

 $t = 30$  $t = 35$ в)  $Ra = 2.54 \cdot 10^3$ 

Средняя функция тока

 $t = 80$ 

Средняя концентрация примеси

 $t = 90$  $t = 100$ г)  $Ra = 2.54 \cdot 10^2$ 

Средняя функция тока

 $t = 10$ 

Средняя концентрация примеси



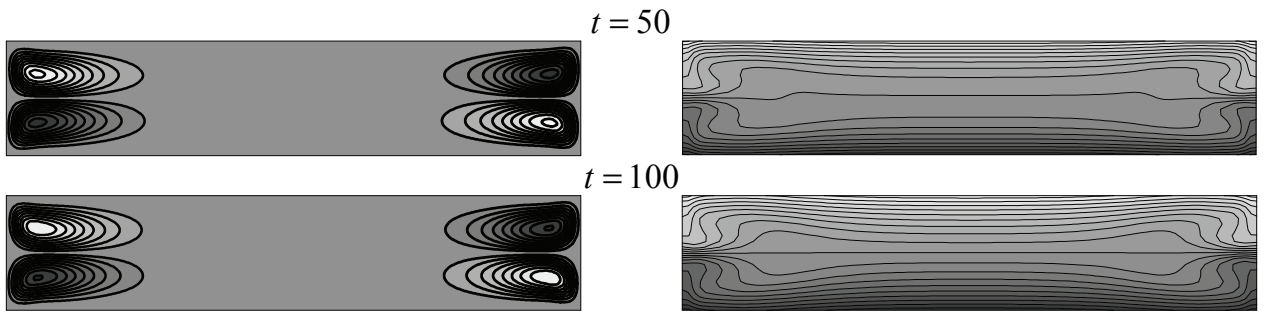
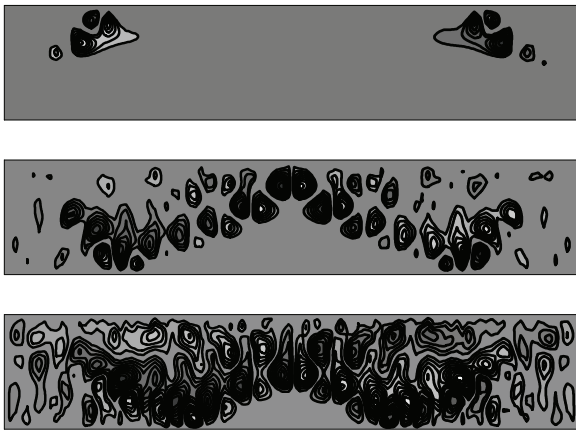


Рис. 81. Изолинии средних функции тока и концентрации примеси при вибрациях с  $\Omega = 445$ . Светлые (темные) области соответствуют большему (меньшему) значению функции тока и концентрации

а)  $Ra = 2.54 \cdot 10^5$

Средняя функция тока



Средняя концентрация примеси

$t = 5$



$t = 10$

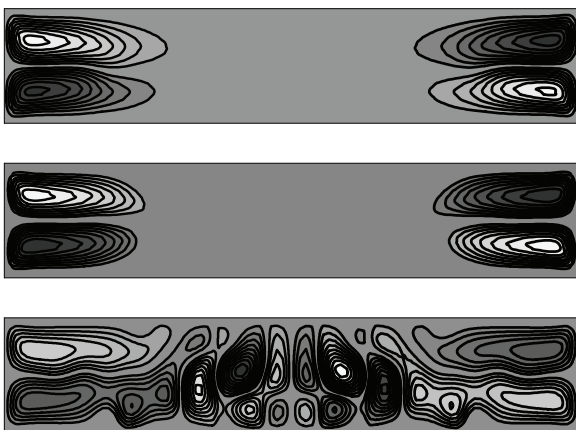


$t = 11$



б)  $Ra = 2.54 \cdot 10^4$

Средняя функция тока

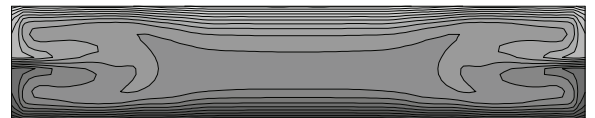


Средняя концентрация примеси

$t = 20$



$t = 30$

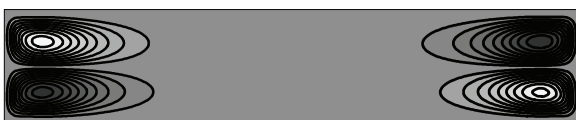


$t = 40$



в)  $Ra = 2.54 \cdot 10^3$

Средняя функция тока



Средняя концентрация примеси

$t = 10$





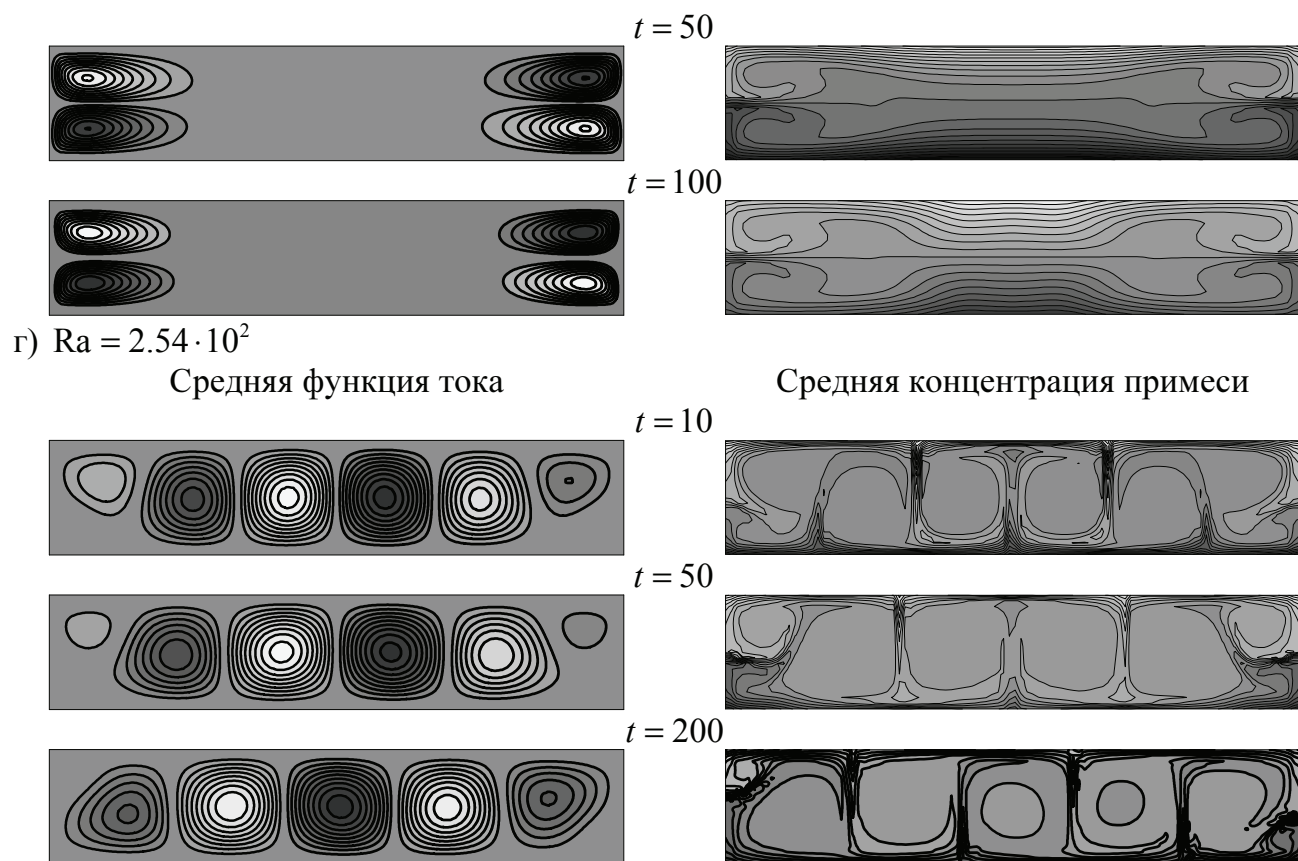


Рис. 82. Изолинии средних функции тока и концентрации примеси при вибрациях с  $\Omega = 890$ . Светлые (темные) области соответствуют большему (меньшему) значению функции тока и концентрации

## Заключение

Численно исследованы возникновение и нелинейные режимы термоконцентрационной конвекции многокомпонентных смесей в прямоугольных полостях при вибрациях, перпендикулярных градиенту температуры.

Исследование термовибрационной конвекции бинарных смесей в условиях невесомости показало, что в случае вытянутой в горизонтальном направлении прямоугольной полости при малых вибрационных числах Рэлея среднее течение состоит из двух пар вихрей слабой интенсивности, расположенных вблизи боковых границ, а в центральной части полости среднее течение практически отсутствует. При увеличении интенсивности вибраций происходит перестройка течения: возникает многовихревое среднее течение, занимающее всю полость. Эта перестройка связана с неустойчивостью квазиравновесия смеси в центральной части полости, она сопровождается резким увеличением интенсивности течения и теплопереноса. В случае квадратной полости при увеличении интенсивности вибраций также наблюдается перестройка среднего течения от четырехвихревого к среднему течению, имеющему форму диагонального вихря с двумя малыми вихрями в углах полости. Значение вибрационного числа Рэлея, при котором происходит перестройка течения в вытянутой по горизонтали прямоугольной полости, близко к известному из литературы порогу возникновения неустойчивости квазиравновесия для плоского горизонтального слоя.

Аналогичное поведение найдено при исследовании вибрационной конвекции трехкомпонентных смесей в прямоугольной и квадратной полостях в условиях невесомости.

Исследовано влияние вибраций на термоконцентрационную конвекцию бинарных смесей в квадратной и прямоугольной полостях при различных уровнях тяжести при мгновенном нагреве верхней границы и однородном распределении концентрации в начальный момент времени. Найдено, что в



условиях земной тяжести вибрации приводят к ускорению возникновения гравитационной неустойчивости, а в условиях пониженной гравитации замедляют ее наступление. Зависимость времени наступления гравитационной неустойчивости от уровня силы тяжести описывается степенным законом.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках диссертационного исследования численно изучены возникновение и нелинейные режимы термоконцентрационной конвекции бинарных и трехкомпонентных смесей в горизонтальном слое и прямоугольных полостях, нагреваемых сверху или снизу, при разных уровнях статического поля тяжести и при наличии вибраций конечной амплитуды и частоты, ориентированных перпендикулярно градиенту температуры.

На основе подхода, состоящего в численном решении линейной задачи о временной эволюции малых возмущений механического равновесия, исследовано возникновение неустойчивости бинарных смесей в нагреваемых сверху плоском горизонтальном слое и квадратной полости, при установившемся однородном вертикальном градиенте температуры и однородном распределении концентрации в начальный момент времени. Наступление неустойчивости определялось с помощью критерия, основанного на равенстве скорости нарастания возмущений и скорости изменения нестационарного основного состояния. Найдено, что время наступления неустойчивости уменьшается, а волновое число наиболее опасных возмущений растет с увеличением уровня силы тяжести по степенным законам. Полученные результаты хорошо согласуются с имеющимися в литературе экспериментальными данными.

Выполнено прямое численное моделирование нелинейных режимов конвекции бинарных и трехкомпонентных смесей в прямоугольных полостях для заданного вертикального градиента температуры (нагрев сверху) и однородного распределения концентрации в начальный момент времени при различных уровнях гравитации. Найдено, что в условиях земной тяжести возникающее при наступлении неустойчивости конвективное течение имеет многовихревую структуру и сосредоточено в тонких слоях вблизи горизонтальных границ полости, а распределение концентрации примеси приобретает пальцеобразную форму. Прослежена эволюция течения и тепломассопереноса с понижением уровня тяжести (уменьшением числа Релея). Показано, что добавление

компоненты с положительным отношением разделения оказывает стабилизирующее действие, а компоненты с отрицательным отношением разделения – дестабилизирующее действие.

Исследована устойчивость механического равновесия трехкомпонентных смесей с различными соотношениями между отношениями разделения компонент в квадратной полости при заданных вертикальных градиентах температуры и концентрации. Получены зависимости критических параметров от отношений разделения смеси. Определены границы монотонной и колебательной неустойчивостей при нагреве снизу и граница монотонной неустойчивости при нагреве сверху.

Исследовано влияние вибраций, ориентированных перпендикулярно градиенту температуры, на возникновение и нелинейные режимы конвекции бинарных и трехкомпонентных смесей в прямоугольных полостях при вертикальном градиенте температуры. Показано, что в отсутствие тяжести при достижении некоторой интенсивности вибраций происходит перестройка структуры течения, связанная с неустойчивостью квазиравновесия жидкости в центральной части полости и сопровождающаяся изменением угла наклона кривой, определяющей зависимость безразмерного теплового потока от вибрационного числа Релея. Найдено, что вибрации ускоряют возникновение гравитационной конвекции при нагреве сверху в земных условиях и замедляют его в условиях микрогравитации.

Перспективы дальнейших исследований связаны с применением разработанных алгоритмов и программ для исследования термоконцентрационной конвекции реальных жидких смесей, состоящих из трех и более компонент, в том числе коллоидных суспензий и наножидкостей, для которых возможно появление новых эффектов, при разных уровнях статического поля тяжести и при наличии вибраций. Актуальным является также исследование трехмерных режимов термоконцентрационной конвекции многокомпонентных реальных смесей.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Soret C. Sur l'état d'équilibre que prend au point de vue de sa concentration une dissolution saline primitivement homogène dont deux parties sont portées a des températures différentes // Arch. Sci. Phys. Nat. 1879. V. 2. P. 48-61.
2. Шапошников И.Г. К теории конвективных явлений в бинарной смеси // ПММ. 1953. Т. 17. № 5. С. 604.
3. Шапошников И.Г. К вопросу об учете диффузионных явлений в уравнениях гидродинамики // ЖЭТФ. 1951.Т. 21 № 11. С. 1309-1310.
4. Legros J.C., Longree D., Chavepeyer G., Platten J.K. On the two-component Benard problem a numerical solution // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. 1975. V. 80. № 1. P. 76-88.
5. Glansdorff P., Prigogine I. Thermodynamic Theory of Structure, Stability and Fluctuations. New York: Wiley-Interscience, 1971, 350 p.
6. Henry D., Roux B. Threedimensional numerical study of convection in a cylindrical thermal diffusion cell: Its influence on the separation of constituents// Phys. Fluids. 1986. V. 29. P. 3562.
7. Vailati A., Giglio M. Nonequilibrium fluctuations in time-dependent diffusion processes // Phys. Rev. E. 1998. V. 58, № 4 P.4361-4371.
8. Сорокин В.С. Вариационный метод в теории конвекции // ПММ. 1953. Т. 17. № 1. С. 39.
9. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука. 1972. 392 с.
10. Вертгейм Б.А. Об условиях возникновения конвекции в бинарной смеси // ПММ. 1955. Т. 19. № 6. С. 745.
11. Kolodner P., William H., Moe C. Optical measurement of the Soret coefficient of ethanol/water solutions // J. Chem. Phys. 1988. V. 88. P. 6512.
12. Königer A., Meier B., Köhler W. Measurement of the Soret, diffusion, and thermal diffusion coefficients of three binary organic benchmark mixtures and of

- ethanol/water mixtures using a beam deflection technique// *Philosophical Magazine*. 2009. V. 89. № 10. P. 907-923.
- 13.Kafri O., Glatt I. Moir´e deflectometry: a ray deflection approach to optical testing. *Opt. Eng.* 1986. V. 24. P. 944-960.
- 14.Jamshidi-Ghaleh K., Tavassoly M.T., Mansour N. Diffusion coefficient measurements of transparent liquid solutions using Moir´e deflectometry // *J. Phys. D: Appl. Phys.* 2004. V. 37. P. 1993.
- 15.Ning H., Wiegand S. Experimental investigation of the Soret effect in acetone/water and dimethylsulfoxide/water mixtures // *J. Chem. Phys.* 2006. V. 125. P. 221102
- 16.Mialdun A., Shevtsova V.M. Development of optical digital interferometry technique for measurement of thermodiffusion coefficients. // *Int. J. Heat Mass Transfer*. 2008. V. 51. P. 3164-3178.
- 17.Labrosse G. Free convection of binary liquid with variable Soret coefficient in thermogravitational column: the steady parallel base states. // *Phys. Fluids*. 2003. V. 15. № 9. P. 2694-2727.
- 18.Leahy-Dios A., Firoozabadi A. Molecular and thermal diffusion coefficients of alkane-alkane and alkane-aromatic binary mixtures: effect of shape and size of molecules // *J. Phys. Chem. B*. 2007. V. 111. P. 191-198.
- 19.Leahy-Dios A., Zhuo L., Firoozabadi A. New thermal diffusion coefficient measurements for binary hydrocarbon mixtures: viscosity and composition dependency // *J. Phys. Chem. B*. 2008. V. 112. P. 6442-6447.
- 20.Martin A., Bou-Ali M.M. Determination of thermal diffusion coefficient of nanofluid: fullerene–toluene // *Comptes Rendus Mécanique*. 2011. V. 339. № 5. P. 329-334.
- 21.Dougherty E.L., Drickamer H.G. Thermal diffusion and molecular motion in liquid // *J. Phys. Chem.* 1955. V.59. №5. P. 443-449.
- 22.Simon J.-M., Dysthe D.K., Fuchs A.H., Rousseau B. Thermal diffusion in alkane binary mixtures a molecular dynamics approach // *Fluid Phase Equilibria*. 1998. V. 150-151. P. 151-159.

23. Bielenberg J.R., Brenner H. A hydrodynamic/Brownian motion model of thermal diffusion in liquids // *Physica A*. 2005. V. 356. P. 279-293
24. Eslamian M., Saghir M.Z. Dynamic thermodiffusion model for binary liquid mixtures // *Phys. rev. E*. 2009. V. 80. P. 011201.
25. Eslamian M., Saghir M.Z. Microscopic study and modeling of thermodiffusion in binary associating mixtures // *Phys. Rev. E*. 2009. V. 80. P. 061201.
26. Tipton E.L., Tompson R.V., Loyalka S.K. Chapman-Enskog solutions to arbitrary order in Sonine polynomials III: Diffusion, thermal diffusion, and thermal conductivity in a binary, rigid-sphere, gas mixture // *European Journal of Mechanics B/Fluids*. 2009. V. 28. P. 353-386.
27. Bringuier E. Gauge-invariant approach to thermodiffusion in a liquid binary mixture // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2011. V. 390. № 11. P. 1861-1875.
28. Shliomis M.I., Souhar M. Self-oscillatory convection caused by the Soret effect // *Europhys. Lett*. 2000. V. 49, P. 55-61.
29. Cerbino R., Vailati A., Giglio M. Soret driven convection in a colloidal solution heated from above at very large solutal Rayleigh number // *Phys. Rev. E*. 2002. V. 66. P. 055301.
30. Ryskin A., Muller H.W., Pleiner H. Thermal convection in binary fluid mixtures with a weak concentration diffusivity, but strong solutal buoyancy forces // *Phys. Rev. E*. 2003. V. 67. P. 046302.
31. Mazzoni S., Cerbino R., Brogioli D., Vailati A., Giglio M. Transient oscillations in Soret-driven convection in a colloidal suspension // *Eur. Phys. J. E* 2004. V. 15. P. 305-309.
32. Ryskin A., Pleiner H. Thermal convection in colloidal suspensions with negative separation ratio // *Phys. Rev. E*. 2005. V. 71. P. 056303.
33. Shevtsova V.M., Melnikov D.E., Legros J.C. Onset of convection in Soret-driven instability // *Phys. Rev. E*. 2006. V. 73. P. 047302.
34. Kim M.C., Choi C.K., Yeo J.-K. The onset of Soret-driven convection in a binary mixture heated from above // *Phys. Fluids*. 2007. V. 19. P. 084103.

35. Giavazzi F., Vailati A. Scaling of the spatial power spectrum of excitations at the onset of solutal convection in a nanofluid far from equilibrium // *Phys. Rev. E*. 2009. V. 80. P. 015303.
36. Charrier-Mojtabi M.C., Elhajjar B., Mojtabi A. Analytical and numerical stability analysis of Soret-driven convection in a horizontal porous layer // *Phys. Fluids*. 2007. V. 19. P. 124104.
37. Brady J.B. Reference frames and diffusion coefficients // *American Journal of Science*. 1975. V. 275 P. 954-983.
38. Kempers L. J. T. M. A thermodynamic theory of the Soret effect in a multicomponent liquid // *J. Chem. Phys.* 1989. V. 90. № 11. P. 6541-6548.
39. Ghorayeb K., Firoozabadi A. Molecular, pressure, and thermal diffusion in non-ideal multicomponent mixtures // *AIChE Journal*. 2000. V. 46. № 5. P. 883-891.
40. Firoozabadi A., Ghorayeb K. Shukla K. Theoretical model of thermal diffusion factors in multicomponent mixtures // *AIChE Journal*. 2000. V. 46. № 5. P. 892-900.
41. Mutoru J.W., Firoozabadi A. Form of multicomponent Fickian diffusion coefficients matrix // *J. Chem. Thermodynamics*. 2011. V. 43. P. 1192-1203.
42. Eslamian M. Advances in thermodiffusion and thermophoresis (Soret effect) in liquid mixtures // *FHMT*. 2011. V. 2. P. 043001.
43. Faissat B., Knudsen K., Stenby E.H., Montel F. Fundamental statements about thermal diffusion for a multicomponent mixture in a porous medium // *Fluid Phase Equilibria*. 1994. V. 100. P. 209-222.
44. Cox S.M., Moroz I.M. Multiple bifurcations in triple convection with non-ideal boundary conditions // *Physica D*. 1996. V. 93. P. 1-22.
45. Larre J.P., Platten J.K., Chavepeyer G. Soret effects in ternary systems heated from below // *Int. J. Heat Mass Transfer*. 1997. V. 40. P. 545-555.
46. Рыжков И.И. Длинноволновая неустойчивость плоского слоя многокомпонентной смеси с эффектом Соре // *Изв. РАН, МЖГ*. 2013. № 4. С. 64-79.

47. Ryzhkov I.I., Shevtsova V.M. Long-wave instability of a multicomponent fluid layer with the Soret effect // *Phys. Fluids*. 2009. V. 21. P. 014102.
48. Firoozabadi A., Ghorayeb K. Modeling multicomponent diffusions and convection in porous media // *SPE J*. 2000. V. 5. № 2. P. 158-171.
49. Nasrabadi H., Hoteit H., Firoozabadi A. An analysis of species separation in thermogravitational column filled with porous media // *Transp. Porous. Med.* 2007. V. 67. № 3. P. 473-486.
50. Haugen K.B., Firoozabadi A. On measurement of thermal diffusion coefficients in multicomponent mixtures // *J. Chem. Phys.* 2005. V. 122. P. 014516.
51. Ryzhkov I.I., Shevtsova V.M. On thermal diffusion and convection in multicomponent mixtures with application to the thermogravitational column // *Phys. Fluids*. 2007. V. 19. P. 027101.
52. Kolmychikov V.V., Mazhorova O.S., Popov Yu.P. Computer simulation for subcritical convection in multi-component alloys // *Mathematical Modelling and Analysis*. 2006. V. 11. № 1. P. 57-71.
53. Karasözen B., Nemtsev A.D., Tsybulin V.G. Staggered grids for three-dimensional convection of a multicomponent fluid in a porous medium // *Computers and mathematics with applications*. 2012. V. 64. № 6. P. 1740-1751.
54. Haugen K.B., Firoozabadi A. "On measurement of molecular and thermal diffusion coefficients in multicomponent mixtures // *J. Phys. Chem. B*. 2006. V. 110. P. 17678-17682
55. Königer A., Wunderlich H., Köhler W. Measurement of diffusion and thermal diffusion in ternary fluid mixtures using a two-color optical beam deflection technique // *J. Chem. Phys.* 2010. V. 132. P. 174506.
56. Shevtsova V., Sechenyh V., Nepomnyashchy A., Legros J.C. Analysis of the application of optical two wavelength techniques to measurement of the Soret coefficients in ternary mixtures // *Philosophical Magazine*. 2011. V. 91. № 26. P. 3498-3518.



57. Leahy-Dios A., Bou-Ali M.M., Platten J.K., and Firoozabadi A. Measurements of molecular and thermal diffusion coefficients in ternary mixtures // *J. Chem. Phys.* 2005. V. 122. P. 234502.
58. Blanco P., Bou-Ali M.M., Platten J.K., de Mezquia D.A., Madariaga J.A., Santamaría C. Thermodiffusion coefficients of binary and ternary hydrocarbon mixtures // *J. Chem. Phys.* 2010. V. 132. P. 114506.
59. Ahadi A., Varenbergh S.V., Saghir M.Z. Measurement of the Soret coefficients for a ternary hydrocarbon mixture in low gravity environment // *J. Chem. Phys.* 2013. V. 138. P. 204201.
60. Bou-Ali M.M., Ahadi A., de Mezquia D.A., Galand Q., Gebhardt M., Khlybov O., Köhler W., Larrañaga M., Legros J.C., Lyubimova T., Mialdun A., Ryzhkov I., Saghir M.Z., Shevtsova V., Varenbergh S.V. Benchmark values for the Soret, thermodiffusion and molecular diffusion coefficients of the ternary mixture tetralin+isobutylbenzene+n-dodecane with 0.8-0.1-0.1 mass fraction // *Eur. Phys. J. E.* 2015. V. 38. P. 30.
61. Khlybov O.A., Ryzhkov I.I., Lyubimova T.P. Contribution to the benchmark for ternary mixtures: measurement of diffusion and Soret coefficients in 1,2,3,4-tetrahydronaphthalene, isobutylbenzene, and dodecane onboard the ISS // *Eur. Phys. J. E.* 2015. V. 38. P. 29.
62. Gebhardt M., Köhler W. Contribution to the benchmark for ternary mixtures: measurement of the Soret and thermodiffusion coefficients of tetralin+isobutylbenzene+n-dodecane at a composition of (0.8/0.1/0.1) mass fractions by two-color optical beam deflection // *Eur. Phys. J. E.* 2015. V. 38. P. 24.
63. Ahadi A., Saghir M.Z. Contribution to the benchmark for ternary mixtures: transient analysis in microgravity conditions // *Eur. Phys. J. E.* 2015. V. 38. P. 25.
64. Galand Q., Vaerenbergh S.V. Contribution to the benchmark for ternary mixtures: measurement of diffusion and Soret coefficients of ternary system tetrahydronaphthalene-isobutylbenzene-n-dodecane with mass fractions 80-10-10 at 25 °C // *Eur. Phys. J. E.* 2015. V. 38. P. 26.

65. Mialdun A., Legros J.-C., Yasnou V., Sechenyh V., Shevtsova V. Contribution to the benchmark for ternary mixtures: measurement of the Soret, diffusion and thermodiffusion coefficients in the ternary mixture THN/IBB/nC12 with 0.8/0.1/0.1 mass fractions in ground and orbital laboratories // *Eur. Phys. J. E.* 2015. V. 38. P. 27.
66. Larrañaga M., Bou-Ali M.M., de Mezquia D.A., Rees D.A.S., Madariaga J.A., Santamaria C., Platten J.K. Contribution to the benchmark for ternary mixtures: determination of Soret coefficients by the thermogravitational and the sliding symmetric tubes techniques // *Eur. Phys. J E.* 2015. V. 38. P. 28.
67. Shapiro A.A. Fluctuation theory for transport properties in multicomponent mixtures: thermodiffusion and heat conductivity // *Physica A.* 2004. V. 332, P. 151-175.
68. Eslamian M., Saghir M.Z., Bou-Ali M.M. Investigation of the Soret effect in binary, ternary and quaternary hydrocarbon mixtures: new expressions for thermodiffusion factors in quaternary mixtures // *International Journal of Thermal Sciences.* 2010. V. 49. № 11. P. 2128-2137.
69. Eslamian M., Saghir M.Z. Dynamic thermodiffusion theory for ternary liquid mixtures // *J. Non-Equilib. Thermodyn.* 2010. V. 35. P. 51-73.
70. Abbasi A., Saghir M.Z., Kawaji M. An improved thermodiffusion model for ternary mixtures using Fujita's free volume theory // *J. Non-Equilib. Thermodyn.* 2011. V. 36. P. 259-272.
71. Li H., Wilhelmsena Ø., Lv Y., Wang W., Yan J. Viscosities, thermal conductivities and diffusion coefficients of CO<sub>2</sub> mixtures: review of experimental data and theoretical models // *International Journal of Greenhouse Gas Control.* 2011. V. 5. № 5. P. 1119-1139.
72. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М., Юрков Ю.С. О вибрационной тепловой конвекции в условиях невесомости. Гидромеханика и тепломассообмен в невесомости. Москва: Наука, 1982, с. 90-98.

73. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М., Шарифулин А.Н. Вибрационная тепловая конвекция в цилиндрической полости // Численные методы механики сплошной среды. 1983. Т. 14., №4. С. 21-33.
74. Khallouf H., Gershuni G.Z., Mojtabi A. Numerical study of two-dimensional thermovibrational convection in rectangular cavity // Numerical Heat Transfer. 1995. V. A27. P. 297-305
75. Зеньковская С.М., Овчинникова С.Н. Термовибрационная конвекция в слое жидкости при невесомости или пониженной гравитации // Прикладная механика и техническая физика. 1991. №2. С. 84-90.
76. Иванова А.А., Вяткин А.А. Осредненная тепловая конвекция во вращающемся горизонтальном цилиндрическом слое // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2011. №4-3. С. 807-809.
77. Kozlov V.G., Ivanova A.A., Vjatkin A.A., Sabirov R.R. Vibrational convection of heat-generating fluid in a rotating horizontal cylinder. the role of relative cavity length // Acta Astronautica. 2015. V.112. P.48-55.
78. Gershuni G.Z., Lyubimov D.V. Thermal Vibrational Convection. New York: Wiley, 1998, 358 p.
79. Gershuni G.Z., Kolesnikov A.K., Legros J.C., Myznikova B.I. On vibrational convective instability of a horizontal binary mixture layer with Soret effect // J. Fluid Mech. 1997. V. 330. P. 251-269.
80. Gershuni G.Z., Kolesnikov A.K., Legros J.C., Myznikova B.I. On the convective instability of a horizontal binary mixture layer with Soret effect under transversal high frequency vibration // International Journal of Heat and Mass Transfer. 1999. V. 42. P. 547-553.
81. Charrier-Mojtabi M.C., Razi Y.P., Maliwan K., Mojtabi A. Influence of vibration on Soret-driven convection in porous media // Numerical Heat Transfer, Part A. 2004. V. 46. P. 981-993.

- 82.Sharma Y.D., Kumar V. Effect of high-frequency vertical vibration in a suspension of negatively geotactic microorganisms saturating a porous medium // Int. J. of Appl. Math and Mech. 2012. V. 8. № 10. P. 47-58.
- 83.Lyubimova T.P. High-frequency vibration effect on the stability of a horizontal layer of ternary fluid // Eur. Phys. J E. 2015. V. 38. P. 43.
- 84.Мызникова Б.И., Смородин Б.Л. Волновые режимы конвекции бинарной смеси при модуляции поля тяжести // ЖЭТФ. 2011. Т. 139. № 3., С. 597-604.
- 85.Гневанов Н.В., Смородин Б.Л. Конвективная неустойчивость течения бинарной смеси в условиях вибрации и термодиффузии // ПМТФ. 2006. Т. 47. № 2. С. 77-84.
- 86.Bardan G., Knobloch E., Mojtabi A., Khallouf H. Natural doubly diffusive convection with vibration // Fluid Dynamics Research. 2001. V. 28. № 3. P. 159-187.
- 87.Ostrach S. Low-gravity fluid dynamics // Annu. Rev. Fluid Mech. 1982. V. 14. P. 313.
- 88.Асеведо Х., Ермаков М. К., Зыков С. Г., Комаров М. М., Либерман Е., Никитин С. А., Полежаев В. И., Рябуха С. Б., Сазонов В. В., Стажков В. М. Микроускорения на орбитальной станции «Мир» и оперативный анализ гравитационной чувствительности конвективных процессов тепло-массопереноса // Космические исследования. 1999. Т. 37. № 1. С. 86-101.
- 89.Zebib A. Low-gravity sideways double-diffusive instabilities // Physics of fluids. 2001. V. 13. №. 7. P. 1829-1832.
- 90.Гапоненко Ю.А., Вольперт В.А., Зеньковская С.М., Пойман Д.А. Влияние высокочастотной вибрации на конвекцию в смешивающихся жидкостях // ПМТФ. 2006. Т. 47. № 2. С. 49-59.
- 91.Lyubimova T., Shklyayeva E., Legros J.-C., Shevtsova V., Roux B. // Numerical study of high frequency vibration influence on measurement of Soret and diffusion coefficients in low gravity conditions // Advances in space research. 2005. V. 36. P. 70-74.

92. Shevtsova V., Melnikov D., Legros J.C., Yan Y., Saghir Z., Lyubimova T., Sedelnikov G., Roux B. Influence of vibrations on thermodiffusion in binary mixture: a benchmark of numerical solutions // *Phys. Fluids*. 2007. V. 19. P. 017111.
93. Mazzoni S., Shevtsova V., Mialdun A., Melnikov D., Gaponenko Yu., Lyubimova T., Saghir M.Z. Vibrating liquids in space // *Europhysics News*. 2010. V. 41. № 6. P. 14-16.
94. Shevtsova V., Mialdun A., Melnikov D., Ryzhkov I., Gaponenko Y., Saghir Z., Lyubimova T., Legros J.C. The IVIDIL experiment onboard the ISS: thermodiffusion in the presence of controlled vibrations // *Comptes Rendus Mécanique*. 2011. V. 339. № 5. P. 310-317.
95. Shevtsova V., Lyubimova T., Saghir Z., Melnikov D., Gaponenko Y., Sechenyh V., Legros J.C., Mialdun A. IVIDIL: On-Board G-Jitters And Diffusion Controlled Phenomena // *Journal of Physics: Conference Series*. 2011. V. 327. № 1. P. 012031.
96. Gaponenko Y., Mialdun A., Shevtsova V. Experimental and numerical analysis of mass transfer in a binary mixture with Soret effect in the presence of weak convection // *Eur. Phys. J. E*. 2014. V. 37. P. 90.
97. Зубова Н.А., Любимова Т.П. Конвекция тройной смеси в замкнутой полости // *Всерос. конф. молодых ученых «Неравновесные процессы в сплошных средах»*: тез. докл., Пермь, 2012. С. 27.
98. Lyubimova T., Shevtsova V., Zubova N., Melnikov D. Vibration influence on instability of binary fluid with negative Soret effect in square cavity heated from above // *10th International Meeting on Thermodiffusion. Abstr. Brussels, Belgium, 2012*. P. 46.
99. Lyubimova T.P., Zubova N.A. Soret-driven convection of ternary mixtures in a rectangular cavity // *39th COSPAR Scientific Assembly. Abstr. Mysore, India, 2012*. P. 124.

100. Зубова Н.А., Любимова Т.П. Конвекция тройной смеси в замкнутой полости // Вестник Пермского университета. Сер. Физика. 2012. № 4 (22). С. 56-60.
101. Зубова Н.А., Любимова Т.П. Конвекция тройной смеси с отрицательным эффектом Соре в квадратной полости, нагреваемой сверху // XVIII Зимняя Школа по механике сплошных сред: тез. докл. Пермь, 2013. С. 144.
102. Lyubimova T.P., Zubova N.A. Soret-induced instability of a binary mixture in square cavity heated from above // 29th American Society for Gravitational and Space Research and 5th International Symposium for Physical Sciences in Space. Abstr. Orlando, Florida, USA, 2013. P. 58.
103. Lyubimova T.P., Zubova N.A. The influence of static gravity level on a Soret-driven convection of ternary mixture in square cavity heated from above // ELGRA-2013. Abstr. Vatican City, Rome, 2013. P. 109.
104. Lyubimova T.P., Zubova N.A. Onset and nonlinear regimes of the ternary mixture convection in a square cavity // 11th International Meeting on Thermodiffusion. Abstr. Bayonne, France, 2014. P. 78.
105. Lyubimova T.P., Zubova N.A. Onset of Soret-driven convection of binary fluid in square cavity heated from above at different gravity levels // 40th COSPAR Scientific Assembly. Abstr. Moscow, The Russian Federation, 2014. G0.1.14827.
106. Любимова Т.П., Зубова Н.А. Устойчивость механического равновесия тройной смеси в квадратной полости при вертикальном градиенте температуры // Вычислительная механика сплошных сред. 2014. Т.7, №2. С. 200-207.
107. Lyubimova T.P., Zubova N.A. Onset of convection in a ternary mixture in a square cavity heated from above at various gravity levels // Microgravity Science and Technology. 2014. V. 26 (4). P. 241-247.
108. Зубова Н.А., Любимова Т.П. Устойчивость механического равновесия тройной смеси в квадратной полости при вертикальном градиенте

- температуры // 2-ая межд. конф. Пермские гидродинамические научные чтения: сб. материалов конф., Пермь, 2014. С. 27-28.
109. Любимова Т.П., Зубова Н.А. Влияние вибраций на неустойчивость бинарной жидкости с отрицательным эффектом Соре в квадратной полости, подогреваемой сверху // 5-я межд. научная школа молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах»: сб. материалов школы. Москва, 2014. С. 188-189.
110. Lyubimova T.P., Zubova N.A. Onset and nonlinear regimes of the ternary mixture convection in a square cavity // The European Physical Journal E. 2015. V. 38. P. 19.
111. Зубова Н.А., Любимова Т.П. Влияние уровня статической тяжести на индуцированную эффектом Соре конвекцию трехкомпонентной смеси в квадратной полости при нагреве сверху // XIX Зимняя школа по механике сплошных сред: тез. докл., Пермь, 2015. С. 127.
112. Зубова Н.А., Любимова Т.П. Вибрационная конвекция трехкомпонентных смесей в замкнутых полостях в условиях невесомости // 3-я всерос. конф. Гидродинамические научные чтения: сб. материалов конф., Пермь, 2015. С. 27-28.
113. Зубова Н.А., Любимова Т.П. Нелинейные режимы конвекции трехкомпонентных смесей в квадратной полости при установившемся вертикальном градиенте температуры // XXIV всерос. школа-конференция молодых ученых и студентов «Математическое моделирование в естественных науках»: сб. материалов конф., Пермь, 2015. С. 162-165.
114. Зубова Н.А., Любимова Т.П. Линейная устойчивость механического равновесия трехкомпонентных смесей в квадратной полости при вертикальном градиенте температуры // 6-ая межд. научная школа молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах»: сб. материалов школы, Калининград, 2015. С. 181-183.

115. Lyubimova T.P., Zubova N.A. Onset of convection in ternary mixture with negative Soret effect in square cavity heating from above at various gravity levels // Fluxes and structures in fluids. Proceedings of Int. conf. 2015. P. 141-143.
116. Lyubimova T.P., Zubova N.A. Vibrational convection of ternary mixtures in rectangular cavities in zero gravity conditions // International Conference on Computer Simulation in Physics and beyond. Abstr. Moscow, 2015. P. 88.
117. Lyubimova T.P., Zubova N.A., Shevtsova V.M. Vibrational convection of ternary mixtures in rectangular cavities in zero gravity conditions // Journal of Physics: Conference Series. 2016. Vol. 681. P. 012041.
118. Lyubimova T., Zubova N. Onset and non-linear regimes of Soret-induced convection in binary mixtures heated from above // 12th International Meeting on Thermodiffusion. Abstr. Madrid, Spain, 2016. P. 104.
119. Rees D.A.S., Selim A., Ennis-King J.P. The instability of unsteady boundary layers in porous media. Emerging Topics in Heat and Mass Transfer in Porous Media (ed. P. Vadasz). Berlin: Springer, 2008, P. 85-110.
120. Kim M.C., Kim S., Chung B.J., Choi C.K. Convective instability in a horizontal porous layer saturated with oil and a layer of gas underlying it // Int Comm Heat Mass Transfer. 2003. V. 30. P. 225-234.
121. Selim A., Rees D.A.S. The stability of a developing thermal front in a porous medium. I. Linear theory. // J. Porous Med. 2007. V. 10. P. 1-15.
122. Tan K.-K., Sam T., Jamaludin H. The onset of transient convection in bottom heated porous media // Int. J. Heat. Mass. Transfer. 2003. V. 46. P. 2857-2873.
123. Caltagirone J.-P. Stability of a saturated porous layer subject to a sudden rise in surface temperature: comparison between the linear and energy methods // Quart. J. Mech. Appl. Math. 1980. V. 33. P. 47-58.
124. Ennis-King J.P., Paterson L. Role of convective mixing in the long-term storage of carbon dioxide in deep saline formations // SPE J. 2005. V. 10. № 3. P. 349-356.



125. Riaz A., Hesse M., Tchelepi H.A., Orr F.M. Onset of convection in a gravitationally unstable diffusive boundary layer in porous media // *J. Fluid Mech.* 2006. V. 548. P. 87-111.
126. Thom A., Apelt C.J., *Field computations in engineering and physics.* London: Van Nostrand, 1961, 165 p.
127. Yonezawa M., Nishino K., Shevtsova V. The mechanism of instabilities on negative Soret effect depends on aspect ratio and Rayleigh number // *ELGRA-2013. Abstr. Vatican City, Rome, 2013.* P. 185-186.
128. Chen J.C., Neitzel G.P., Jankowski D.F. The influence of initial condition on the linear stability of time-dependent circular Couette flow // *Phys. Fluids.* 1985. V.28. P. 749-751.
129. Choi C.K., Park J.H., Park H.K., Cho H.J., Chung T.J., Kim M.C. Temporal evolution of convection in an initially stably-stratified horizontal fluid layer // *Int. J. Therm. Sci.* 2004. V. 43, 817-823.
130. Рыжков И.И. Термодиффузия в смесях: уравнения, симметрии, решения и их устойчивость. Красноярск: Институт вычислительного моделирования СО РАН, 2012, 215с.
131. Тарунин Е.Л. Вычислительный эксперимент в задачах свободной конвекции. Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 1990, 228 с.
132. Wiegand S. Thermal diffusion in liquid mixtures and polymer solutions // *J. Phys.: Condens. Matter.* 2004. V. 16. P. 357-379.
133. Любимов Д.В. Честное сообщение. 2008.
134. Lyubimov D.V., Lyubimova T.P., Morozov V.A. Software package for numerical investigation of linear stability of multi-dimensional flows // *Bulletin of Perm University. Information systems and technologies.* 2001. N 5. P. 74-81.
135. E.T. Whittaker, G. Robinson, The Newton-Raphson Method, Ch.44 in *The Calculus of Observations: A Treatise on Numerical Mathematics.* New York: Dover, 1967, P. 84-87.