

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МЕХАНИКИ
им. А.Ю. ИШЛИНСКОГО
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
(ИПМех РАН)**

пр. Вернадского, д.101, к.1, г. Москва, 119526
Тел. (495) 434-00-17 Факс 8-499-739-95-31
ОКПО 02699323, ОГРН 1037739426735
ИНН/КПП 7729138338/772901001

Утверждаю
И.о. директора ИПМех РАН
Д.Ф.М.Н. С.Е. Якуш



25.05.2016 № 11804/02-2171.2-280

На № _____

**Отзыв ведущей организации
о диссертации Андрея Юрьевича Федорова**

“Исследование и оптимизация напряженного состояния в окрестности особых точек упругих тел”, представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела

Как известно, при нагружении тел, имеющих кусочно-гладкую границу, вблизи особых точек границы, а также на границе соединения материалов с различными упругими свойствами или на границе смены типа граничных условий, возникают области концентрации напряжений, что приводит к снижению прочностных свойств конструкций. При решении соответствующих задач в рамках линейной теории упругости, получаемые значения напряжений могут стремиться к бесконечности при приближении к особым точкам (вершинам) и линиям (ребрам). Поэтому значительный интерес представляет анализ поведения решений вблизи вершин и ребер и разработка, на основе проведенного анализа, методов оптимизации геометрии упругих тел, позволяющих снизить концентрацию напряжений в критических областях. Именно этим вопросам и посвящена диссертация А.Ю. Федорова.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Во введении дан обзор литературы, относящейся к теме диссертации. Формулируется цель работы и обосновывается актуальность исследуемой проблемы. Приведены сведения об апробации работы и публикациях по теме диссертации. Представлена структура диссертации и дано краткое изложение содержания глав.

В первой главе диссертации исследуются особенности решения плоской задачи линейной теории упругости в вершине, вообще говоря, составного клина при различных типах граничных условий. Представлены численные результаты, выясняются условия, при которых сингулярности решения отсутствуют. Помимо определения порядка особенностей путем решения задачи на собственные значения, рассматривается возможность выделения особенности из конечноэлементного решения, не использующего сингулярные элементы. Последний метод применяется для определения порядка особенностей в трехмерных задачах теории упругости, в задачах для анизотропных тел, а также в задачах моментной теории упругости.

Во второй главе исследуется поведение решений задач теории упругости вблизи особых точек неоднородных тел с непрерывно изменяющимися упругими модулями. Рассмотрены плоские задачи для трапецидальной пластины, составной плиты и трехслойной пластины. Представлены численные результаты.

В третьей главе диссертации даны постановки задач оптимизации геометрии и упругих характеристик материала с целью снижения концентрации напряжений вблизи особых точек. Рассмотрены задачи оптимизации цилиндра, вблизи границы закрепленного торца, составного цилиндра, вблизи контура, определяемого пересечением боковой поверхности и границы соединения материалов, а также трехслойной пластины. На основании полученных решений сделан вывод о том, что оптимальные решения определяют границу между решениями с сингулярностью и без сингулярности напряжений. Представлен анализ стандартов определения прочности клеевых соединений. На основе проведенных исследований предложено усовершенствование геометрии образцов для испытания на прочность клеевых соединений, позволяющее сделать более однородным распределение напряжений на поверхности склеивания.

В заключении формулируются основные результаты, полученные в диссертации.

К основным результатам диссертации можно отнести:

разработку алгоритма и программы расчета особенностей поведения решений задач теории упругости в окрестности особых точек упругих тел;

постановку и решение задач оптимизации геометрии и упругих свойств материала, направленных на снижение концентрации напряжений вблизи особых точек тела;

полученные численно результаты, показывающие, что оптимальные решения определяют границу между решениями с сингулярностью и без сингулярности напряжений;

предлагаемое изменение геометрии образцов для испытания на прочность клеевых соединений, способствующее выравниванию напряжений на поверхности клеевого соединения.

Результаты диссертации могут быть в дальнейшем использованы для разработки элементов конструкций оптимальной формы и могут найти применение в исследованиях организаций, занимающихся указанными вопросами.

По диссертации имеется несколько замечаний.

1. Представленный во введении обзор литературы в части, касающейся теории и методов численного анализа поведения решений задач теории упругости вблизи особых точек, недостаточно полон и не включает работы ряда ведущих отечественных и зарубежных ученых, работающих в этой области. В качестве примера, можно указать монографии отечественных ученых: В.Г. Мазья, С.А. Назаров, Б.А. Пламеневский. Асимптотика решений эллиптических краевых задач при сингулярном возмущении области. Тбилиси. Изд-во ТГУ. 1981; Н.Ф. Морозов. Математические вопросы теории трещин. М., Наука. 1984; С.А. Назаров, Б.А. Пламеневский. Эллиптические задачи в областях с кусочно гладкой границей. М., Наука. 1991 и имеющиеся там многочисленные ссылки. Среди зарубежных авторов, внесших существенный вклад в указанную область и не упомянутых в обзоре, можно отметить Т. Apel, М. Costabel, М. Dauge, Z. Yosibash. Приведем несколько публикаций указанных авторов (Z. Yosibash. Computing edge singularities in elastic

anisotropic three-dimensional domains // International Journal of Fracture. 1997. V. 86. P. 221-245; T. Apel, V. Mehrmann, D. Watkins. Structured eigenvalue methods for the computation of corner singularities in 3D anisotropic elastic structures // Comput. Methods Appl. Mech. Engrng. 2002. V. 191. P. 4459-4473; Z. Yosibash, N. Omer, M. Costabel, M. Dauge. Edge stress intensity factors in polyhedral domains and their extraction by a quasidual function method // International Journal of Fracture. 2005. V. 136. P. 37-73.). Другие публикации можно найти в имеющихся в данных публикациях ссылках.

2. В разделе 1.1 диссертации порядок особенности решения задачи изотропной теории упругости вблизи особой точки для плоских клиновидных областей определяется путем решения задачи на собственные значения. Приведены многочисленные результаты расчетов, однако, отсутствуют сравнения полученных результатов с известными. Такие сравнения целесообразно было бы привести.
3. В разделе 1.2 для более сложных случаев (анизотропное тело, трехмерная задача) предлагается воспользоваться другим способом определения порядка особенности, заключающемся в следующем. Сперва предлагается решить задачу теории упругости методом конечных элементов со сгущающейся при приближении к особой точке сеткой. Затем предлагается изучить поведение решения на лучах, исходящих из особой точки, см. формулу (1.24). При таком подходе к определению особенности результат зависит от нескольких параметров: 1) выбора луча, на котором выбираются точки, по значениям напряжений на которых определяется порядок особенности; 2) выбора размера и расположения интервала на луче, из которого берутся точки для определения особенности. Строгого метода для выбора указанных параметров не существует. В литературе, в том числе указанной в замечании 1, разработаны другие, более строгие методы анализа поведения решений вблизи особых точек, которые, аналогично разделу 1.1, сводят задачу определения порядка особенности к задаче на собственные значения. При таком подходе знание о характере поведения решения вблизи особой точки позволяет затем более эффективно решить задачу МКЭ, например, с использованием сингулярных элементов. В диссертации следовало сравнить различные подходы к определению особенностей. Отметим, что в приведенных численных результатах отсутствуют сравнения с известными численными результатами, а также не представлены данные, показывающие зависимость результатов от выбора луча.
4. В заключение главы 2 (стр. 99) и в пункте 3 заключения (стр. 150) написано: «Аналитическими и численными методами установлено, что поведение напряжений в окрестности особых точек упругих тел из функционально-градиентных материалов такое же, как и в соответствующем по геометрии однородном теле с упругими характеристиками, совпадающими с константами функционально-градиентного материала в особой точке.» Теоретически этот результат хорошо известен, см., например, указанную выше книгу С.А. Назарова и Б.А. Пламеневского, так что правильнее было бы говорить не об установлении этого результата, а о его численном подтверждении.
5. В главе 3 при решении задачи оптимизации для однородного цилиндра (см. рис. 3.3 и 3.4) критерий оптимальности не представлен в строгом математическом виде. Написано, что оптимизируемыми параметрами являются производные в узловых точках $(a, 0)$ и (a, h) . При этом остается не вполне ясным от каких функций и по какому направлению берутся производные и что выбирается в качестве критерия оптимальности – максимальная из производных в точках $(a, 0)$ и (a, h) , сумма их модулей или иная комбинация.

Достоверность результатов диссертации подтверждает сравнение ее результатов с аналитическими решениями, исследованиями по оценке сходимости конечно-элементного алгоритма с помощью численных экспериментов, а также сопоставлением в некоторых случаях с имеющимися экспериментальными данными.

Несмотря на сделанные замечания, следует отметить, что диссертация представляет собой законченное научное исследование в области оптимизации упругих тел в окрестности особых точек и линий.

Заключение

Результаты, полученные в диссертации, могут быть полезны при оптимизации элементов конструкций, направленной на снижение концентрации напряжений вблизи особых точек тела и для усовершенствования методики испытания образцов. Один пример усовершенствования геометрии образцов для испытания на прочность клеевых соединений представлен в диссертации. Проведенные исследования опираются на строгий математический аппарат, а эффективность предложенного метода исследования поведения решений задач теории упругости вблизи особых точек и метода оптимизации геометрии упругих тел подтверждена многочисленными расчетами. Все это обеспечивает достоверность полученных автором результатов.

Все основные результаты опубликованы в Российских журналах по механике, входящих в список журналов, утвержденный ВАК РФ, и докладывались на Российских и международной конференциях.

Содержание автореферата правильно отражает содержание диссертации.

Содержание диссертации и разработанные автором компьютерные программы показывают, что Андрей Юрьевич Федоров является квалифицированным специалистом в области механики деформируемого твердого тела.

Диссертация отвечает требованиям ВАК России, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор Андрей Юрьевич Федоров заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела.

член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук
заведующий Лабораторией механики прочности и разрушения материалов
и конструкций ИПМех РАН


Гольдштейн Роберт Вениаминович

главный научный сотрудник ИПМех РАН,
доктор физико-математических наук


Шифрин Ефим Ильич

Отзыв обсужден на заседании семинара Лаборатории механики прочности и разрушения материалов и конструкций под руководством чл.-корр. РАН Р.В. Гольдштейна, 4 мая 2016 г., протокол № 6.